

Optimización metaheurística aplicada al cálculo del flujo de carga óptimo en redes eléctricas de potencia con variables de control asociadas de tipo mixto.

Alejandro Centeno^{*,a}, Demetrio Rey Lago^a, Juan Martínez^b

^a*Instituto de Matemática y Cálculo Aplicado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.*

^b*Departamento de Física, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela*

Resumen.-

En este artículo se expone la implementación del Algoritmo de Enjambre de Partículas (AEP) para el cálculo del Flujo de Carga Óptimo (FCO) en redes eléctricas de potencia con variables de control asociadas de tipo mixto. Las variables de control continuas, vienen dadas por el nivel de tensión en las barras generadoras y la potencia activa suministrada por las unidades generadoras. Las variables discretas, vienen dadas por la potencia reactiva suministrada por los compensadores en derivación y la posición de los cambiadores de toma bajo carga en los transformadores de potencia. La función a optimizar es el costo total de generación por unidad de tiempo. Para el tratamiento de las restricciones del problema de optimización que plantea el cálculo del FCO, se ha implementado el criterio desarrollado por Kalyanmoy Deb. El algoritmo desarrollado es sometido a prueba para el cálculo del FCO en la red IEEE – 30. Los resultados obtenidos son similares a los calculados mediante implementaciones previas basadas en diversas técnicas metaheurísticas publicados hasta el presente.

Palabras clave: Flujo de carga óptimo, Algoritmo de enjambre de partículas, Optimización.

Metaheuristic optimization algorithm applied to computing of optimal power flow in electrical power networks with mixed – integer control variables.

Abstract.-

This article presents the implementation of the Particle Swarm Optimization algorithm (PSO) for computing the optimal power flow (OPF) in electrical network with mixed – integers control variables. The set of continuous control variables is given by the level of voltage in the bars and the active power generation supplied by the power supply units. On the other hand, the set of integer variables is given by the compensating reactive power supplied by shunt reactor and the position of load tap changers in power transformers. The function to optimize is the cost of fuel for power generation per unit of time. For the supervision and control of the restrictions associated to the computing of OPF has been implemented the rules proposed by Kalyanmoy Deb. The implemented algorithm is tested for the computing OPF in IEEE - 30 network. The obtained results are similar to those derived by previous implementations based on metaheuristic techniques found in the literature.

Keywords: Optimal power flow, Particle swarm optimization algorithm, Optimization.

Recibido: Julio 2013

Aceptado: Diciembre 2013

*Autor para correspondencia

Correo-e: adcenteno@uc.edu.ve (Alejandro Centeno)

)

1. Introducción.

El cálculo del Flujo de Carga Óptimo (FCO) constituye un problema de optimización cuya solución determina los valores óptimos para un conjunto de variables de control y estado, teniendo en cuenta restricciones operacionales y de seguridad [1], con aplicación en las áreas de operación y planificación de sistemas eléctricos de potencia. Desde su formulación inicial [2, 3], han sido desarrollados e implementados diversos métodos numéricos para su solución [4]. Más aun, con el advenimiento de los métodos metaheurísticos [5] se originó un nuevo paradigma en el tratamiento del cálculo del FCO. Diversas técnicas de optimización metaheurísticas han sido aplicadas exitosamente para la resolución del cálculo del FCO [6].

En el presente artículo se expone la implementación del Algoritmo de Enjambre de Partículas (AEP) para el cálculo del FCO con variables de control mixtas (continuas – discretas). El nivel de tensión en barras, y la potencia activa suministrada por las unidades generadoras, han sido consideradas como variables continuas. La potencia reactiva suministrada por los compensadores en derivación, y el valor de los cambiadores de toma bajo carga en los transformadores de potencia, han sido considerados como variables discretas. El objetivo ha sido minimizar el costo total de generación por unidad de tiempo modelando las curvas entrada – salida, asociadas a las unidades generadoras, mediante un polinomio de orden dos [7]. Para el manejo de las restricciones asociadas al cálculo del FCO se ha implementado el criterio de Deb K. [8]. El algoritmo desarrollado ha sido sometido a prueba para el cálculo del FCO en la red IEEE – 30. El Algoritmo de Enjambre de Partículas (AEP) es una metaheurística basada en población y fundamentada en la premisa conocida como la “*metáfora social*” [9].

2. Formulación del problema del flujo de carga óptimo.

El problema del cálculo del FCO fue originalmente planteado como una extensión del cálculo

del Despacho Económico [1, 2]. Puede plantearse como problema de optimización no lineal sujeto a restricciones mediante la siguiente formulación general:

$$\text{Min}f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (1)$$

Sujeto a:

$$h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0 \quad (2)$$

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0 \quad (3)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m \subset \mathbb{R}^N \wedge \mathbf{u} \in \mathbb{R}^l \subset \mathbb{R}^N$$

Donde:

$f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) : \mathbb{R}^{m+l} \subset \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$. Representa la función objetivo.

$h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) : \mathbb{R}^{m+l} \subset \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$. Representa las restricciones de igualdad.

$g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) : \mathbb{R}^{m+l} \subset \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$. Representa las restricciones de desigualdad.

\mathbf{x} : Representa el vector de m variables de control.

\mathbf{u} : Representa el vector de l variables de estado.

La selección de la función objetivo para el cálculo del FCO obedece a un análisis de la red eléctrica de potencia bajo estudio en términos de su seguridad y economía de funcionamiento y, por tanto, existen múltiples aspectos de la misma que pueden ser planteados a tal fin [10]. En el presente estudio, se ha seleccionado el costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo. En este sentido, la función objetivo debe modelar matemáticamente las curvas de entrada – salida (costos vs. potencia generada) asociadas a las unidades generadoras presentes en la red [7]. Típicamente, en redes con presencia de centrales termoeléctricas, las curvas entrada – salida asociadas a las unidades generadoras son aproximadas o modeladas mediante un polinomio de orden dos (función convexa) [7], tal y como se esquematiza en la Figura 1.

Bajo esta premisa, en la presente investigación el costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo se modelará de la siguiente forma [7]:

$$\text{Min}f = \sum_{i=1}^{ng} (a_i + b_i P_{Gi} + c_i P_{Gi}^2) \quad (4)$$

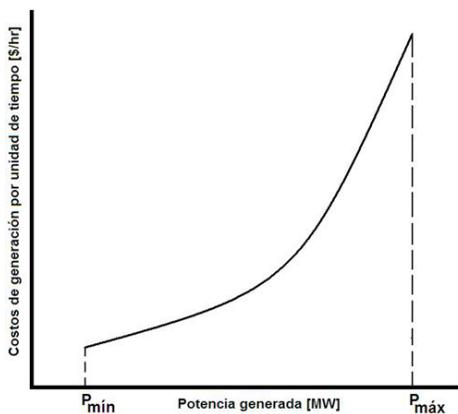


Figura 1: Curva de entrada-salida típica para unidad térmica (fuente propia).

Donde:

n_g : Número de unidades generadoras.

$a_i \left[\frac{\$}{h} \right], b_i \left[\frac{\$}{MWh} \right], c_i \left[\frac{\$}{MW^2h} \right]$: Coeficientes de costos para la i -ésima unidad.

$P_{Gi} [MW]$: Potencia activa suministrada por la i -ésima unidad generadora.

Las restricciones de igualdad dadas por (2) son definidas a partir del balance de potencia activa y reactiva en las barras de la red bajo estudio, de la siguiente forma [10]:

$$h = \begin{cases} P_{gi} - P_{di} - A(i) = 0 & i = 1, \dots, n-1 \\ Q_{gi} - Q_{di} - B(i) = 0 & i = 1, \dots, n_{pq} \end{cases} \quad (5)$$

Con

$$A(i) = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij})$$

y

$$B(i) = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \text{Sen}(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij})$$

Donde:

n : Número de nodos o barras.

n_{pq} : Número de nodos o barras tipo PQ.

$P_{gi}, P_{di} [MW]$: Potencia activa total generada y demandada, respectivamente, en la i -ésima barra.

$Q_{gi}, Q_{di} [MVAR]$: Potencia reactiva total generada y demandada, respectivamente, en la i -ésima barra.

$|V_i| [kV], \delta_i [rad]$: Magnitud y fase, respectivamente, del voltaje en la i -ésima barra.

$|Y_{ij}| [\Omega^{-1}], \alpha_{ij} [rad]$: Magnitud y fase, respectivamente, para admitancia entre las barras ij - ésimas.

En lo referente a las restricciones de desigualdad dadas por (3), para el cálculo del FCO éstas son definidas en función de los límites operativos impuestos a la red bajo estudio, y sus componentes constitutivos, de la siguiente forma [11]:

$$g = \begin{cases} P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_g \\ Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_g \\ |V_{Gi}|^{\min} \leq |V_{Gi}| \leq |V_{Gi}|^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_g \\ t_i^{\min} \leq t_i \leq t_i^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_t \\ Q_{Ci}^{\min} \leq Q_{Ci} \leq Q_{Ci}^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_c \\ |V_i|^{\min} \leq |V_i| \leq |V_i|^{\max} & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ \delta_i^{\min} \leq \delta_i \leq \delta_i^{\max} & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ |S_{ri}| \leq |S_{ri}|^{\max} & i = 1, 2, \dots, n_r \end{cases} \quad (6)$$

Donde:

n_r : Número de ramas.

n_t, n_c : Número de transformadores de potencia y compensadores en derivación, respectivamente.

$Q_{Gi} [MVAR]$: Potencia reactiva suministrada por la i -ésima unidad generadora.

$Q_{Ci} [MVAR]$: Potencia reactiva suministrada por el i -ésimo compensador en derivación.

$|V_{Gi}| [kV]$: Magnitud del voltaje en la i -ésima unidad generadora.

t_i : Valor del cambiador de toma bajo carga del i -ésimo transformador de potencia.

$|S_{ri}| [MVA]$: Magnitud de la potencia total transmitida a través de la i -ésima rama.

$Q_{Gi}^{\min}, Q_{Gi}^{\max} [MVAR]$: Límites de suministro de potencia reactiva para la i -ésima unidad generadora.

$Q_{Ci}^{\min}, Q_{Ci}^{\max} [MVAR]$: Límites de suministro de potencia reactiva en la i -ésima unidad compensadora.

$|V_{Gi}|^{\min}, |V_{Gi}|^{\max} [kV]$: Límites para la magnitud del voltaje en la i -ésima unidad generadora.

t_i^{\min}, t_i^{\max} : Límites para el valor del cambiador de toma bajo carga del i -ésimo transformador.

$|V_i|^{\min}, |V_i|^{\max} [kV]$: Límites para la magnitud del voltaje en la i -ésima barra tipo PQ.

$\delta_i^{\min}, \delta_i^{\max} [rad]$: Límites para la fase del voltaje en la i -ésima barra.

$|S_{ri}|^{\max} [MVA]$: Magnitud de la potencia total máxima transmisible a través de la i -ésima rama.

Finalmente, en el presente estudio las variables de control (\mathbf{x}) y estado (\mathbf{u}) de la red estarán constituidas por los siguientes conjuntos:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{V}_x \mathbf{P}_x \mathbf{t}_x \mathbf{Q}_x] \quad (7)$$

$$\text{con } \mathbf{V}_x = [|V_{G1}| |V_{G2}| \dots |V_{Gn_g}|],$$

$$\mathbf{P}_x = [P_{G1} P_{G2} \dots P_{G(n_g-1)}], \mathbf{t}_x = [t_1 t_2 \dots t_{n_t}] \text{ y}$$

$$\mathbf{Q}_x = [Q_{c1} Q_{c2} \dots Q_{cn_c}]$$

$$\mathbf{u} = [\mathbf{V}_u \delta_u \mathbf{Q}_u \mathbf{S}_u] \quad (8)$$

$$\text{con } \mathbf{V}_u = [P_{ref} |V_1| \dots |V_{n_{pq}}|],$$

$$\delta_u = [\delta_1 \dots \delta_{n-1}],$$

$$\mathbf{Q}_u = [Q_{G1} Q_{G2} \dots Q_{Gn_g}] \text{ y}$$

$$\mathbf{S}_u = [|S_{r1}| |S_{r2}| \dots |S_{mr}|]$$

Donde:

P_{ref} [MW]: Potencia activa suministrada por la barra de referencia (n_{ref}).

3. Algoritmo empleado.

Para este trabajo se ha implementado la modificación del AEP propuesta en [11], que es una versión local [12], conjuntamente con el criterio desarrollado por Deb. K. [8]. Cada partícula (x_i) está constituida por el conjunto de variables de control (7) y las variables de estado $u_i^{(k)}$ (8) son calculadas a partir de $x_i^{(k)}$ para la k – ésima iteración mediante la solución del sistema de ecuaciones (5), aplicando el método de Newton – Raphson [13].

El desempeño de la i – ésima partícula en la k – ésima iteración está dado por $f_i^{(k)} = f(x_i^{(k)}, u_i^{(k)})$, donde f representa la función objetivo planteada en (4). Se impusieron límites a las variables de control x_i aplicando el criterio de pared reflectante [14] y se limitó cada componente de la velocidad.

Para el manejo de restricciones se usó el criterio de Deb. K. [8]: dado un problema de optimización con restricciones y dos propuestas para su solución denotadas como $\{s_i, IF_i, IO_i\}$ y $\{s_j, IF_j, IO_j\}$; con $s_i \in \Omega \subset \mathbb{R}^N$, $IF_i \in N_0$, $IO_i \in \mathbb{R}$, siendo Ω el espacio de búsqueda, IF_i un índice de factibilidad (cumplimiento de restricciones) e IO_i un índice de optimalidad (valor de la función objetivo), entonces:

- Si $(IF_j = 0 \wedge IF_i \neq 0)$ entonces seleccionar $\{s_i, IF_i, IO_i\}$.
- Si $(IF_i > IF_j)$ entonces seleccionar $\{s_i, IF_i, IO_i\}$.
- Si $(IF_i = IF_j \wedge IO_i < IO_j)$ entonces seleccionar $\{s_i, IF_i, IO_i\}$.

4. Variables, parámetros y caso prueba.

En el presente desarrollo las variables independientes están constituidas por el conjunto de variables de control especificadas en (7), mientras que las variables dependientes vienen dadas por el conjunto de variables de estado especificadas en (8). El algoritmo genera un conjunto inicial de variables de control, almacenadas en la matriz de enjambre, y las manipula calculando el conjunto de variables de estado asociado.

Los valores de los parámetros $\{\varphi_1, \varphi_2\}$ para el optimizador por enjambre modificado fueron obtenidos en [14], mientras que los valores asignados a los parámetros $\{\omega, p, n_{vec, k_{\max}}\}$ fueron definidos por los autores de la presente investigación a partir de ensayos preliminares. Por último, la tolerancia para el desajuste de potencia (ε) para el método de Newton – Raphson [13] se fijó en 0,0001. La Tabla 1 resume los valores asignados.

Tabla 1: Valores asignados para los parámetros del algoritmo propuesto.

Parámetro	Valor asignado
Factor de inercia (ω)	0,735
Factor cognitivo (φ_1)	1,494
Factor social (φ_2)	1,494
Tamaño del enjambre (p)	40
Número de partículas vecinas (n_{vec})	3
Número máximo de iteraciones (k_{\max})	500

El algoritmo fue empleado en el cálculo del FCO en la red de prueba IEEE – 30, mostrada en la Figura 2. Como potencia base (S_{base}), para los cálculos en por unidad, se asignó un valor de 100 MVA. Este valor, conjuntamente con los datos asociados a los elementos constitutivos de la red IEEE – 30, así como los requeridos para la

formulación completa del cálculo del FCO, fueron obtenidos en [15, 16, 17, 18].

Se efectuó un experimento de 100 ejecuciones del algoritmo propuesto para el cálculo del FCO sobre el caso prueba. Cada ejecución se efectuó con una semilla distinta del generador de números aleatorios.

La caracterización de los resultados obtenidos en las 100 ejecuciones, para la función costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo (costos de generación) asociada a la red IEEE – 30, se efectuó con la mediana como índice de tendencia central de los datos y su desviación, con respecto a la mediana, como índice de dispersión de los mismos. Adicionalmente, se tabularon el mejor y peor valor calculado.

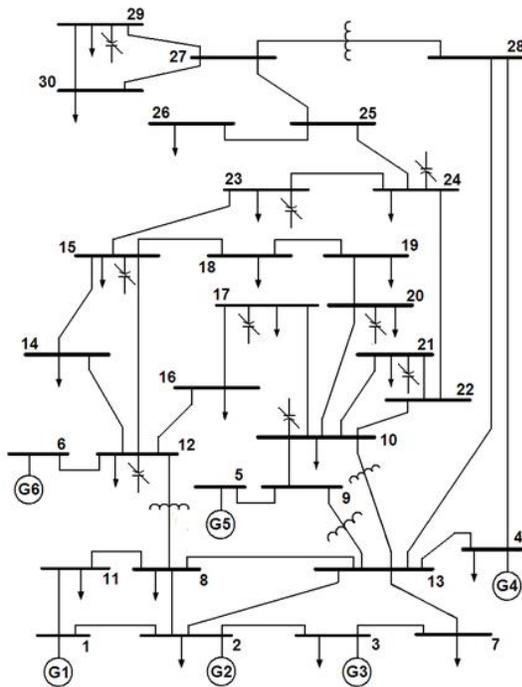


Figura 2: Diagrama unifilar de la red de prueba IEEE – 30 [17].

5. Resultados.

La Tabla 2 muestra el mejor y el peor valor arrojado por el algoritmo propuesto, en 100 ejecuciones, para la función costos de generación, conjuntamente con la mediana y la desviación media respecto a la mediana de los datos.

Tabla 2: Resultados computados para la función costos de generación en 100 ejecuciones.

Mejor valor	Mediana	Peor valor	Desviación media
[\$/h]	[\$/h]	[\$/h]	[\$/h]
800,56	800,67	801,12	0,08

En la Figura 3, se muestra la representación mediante diagrama de caja de los 100 valores computados por el algoritmo para la función costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo (costos de generación) asociada a la red de prueba IEEE – 30.

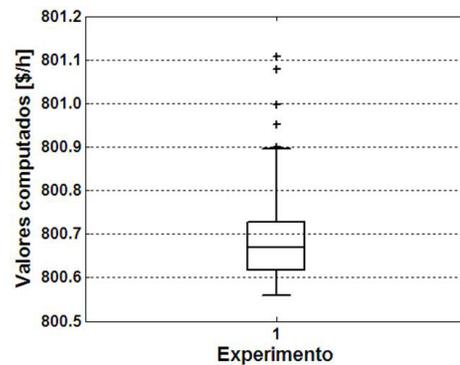


Figura 3: Valores computados para la función costos de generación en 100 ejecuciones.

Tabla 3: Valores óptimos computados para los cambiadores de toma bajo carga.

Nº	Barra inicial	Barra final	t_i	Posición	t_i^{\min}	t_i^{\max}
1	13	9	0,9875	7	0,90	1,10
2	13	10	0,9750	6		
3	8	12	0,9750	6		
4	28	27	0,9750	6		

Nº: número de transformador

En la Tabla 3, se muestra los valores óptimos (p.u.) computados para los cambiadores de toma bajo carga en los transformadores de potencia (t_i). Estos valores están asociados al mejor valor computado para la función costos de generación por unidad de tiempo.

En la Tabla 4, se muestran los valores (p.u.) computados para la magnitud del voltaje ($|V_{Gi}|$), la potencia activa (P_{Gi}) y reactiva (Q_{Gi}) suministrada

Tabla 4: Valores óptimos computados para las unidades generadoras.

Barra N°	$ V_{Gi} $	P_{Gi}	P_{Gi}^{\min}	P_{Gi}^{\max}	Q_{Gi}	Q_{Gi}^{\min}	Q_{Gi}^{\max}
1	1,0839	1,7686	0,50	2,00	1,0070	-0,20	2,00
2	1,0645	0,4892	0,20	0,80	0,2135	-0,20	1,00
3	1,0324	0,2149	0,15	0,50	0,2552	-0,15	0,80
4	1,0361	0,2140	0,10	0,35	0,2517	-0,15	0,60
5	1,0601	0,1175	0,10	0,30	0,0566	-0,10	0,50
6	1,0418	0,1200	0,12	0,40	-0,0412	-0,15	0,60

Resultado de las iteraciones: $|V_{Gi}^{\min}| = 0,90$ y $|V_{Gi}^{\max}| = 1,10$.

por las unidades generadoras. Estos valores están asociados al mejor valor computado para la función costos de generación por unidad de tiempo.

En la Tabla 5, se muestra los valores óptimos (p.u.) computados para la potencia reactiva suministrada por las unidades compensadoras en derivación (Q_{Ci}). Estos valores están asociados al mejor valor computado para la función costos de generación por unidad de tiempo.

Tabla 5: Valores óptimos computados para las unidades compensadoras.

Unidad N°	Barra N°	Q_{Ci}	Posición	Q_{Ci}^{\min}	Q_{Ci}^{\max}
1	10	0,0300	3	0,00	0,05
2	12	0,0500	5		
3	15	0,0400	4		
4	17	0,0500	5		
5	20	0,0400	4		
6	21	0,0500	5		
7	23	0,0400	4		
8	24	0,0500	5		
9	29	0,0200	2		

El gráfico de barras de la Figura 4 muestra los valores óptimos (p.u.) obtenidos para la potencia transmitida por rama ($|S_{ri}|$) conjuntamente con sus valores de potencia máxima transmisible.

En el gráfico de la Figura 5, se representan los valores óptimos (p.u.) calculados para el nivel de tensión ($|V_i|$) en las barras tipo PQ, indicando sus valores límites permitidos [0,95; 1,05].

En el gráfico de la Figura 6, se muestra los valores óptimos (rad) computados para la fase (δ_i) del nivel de tensión en barras, indicando sus valores límites permitidos [0,000; -0,2443].

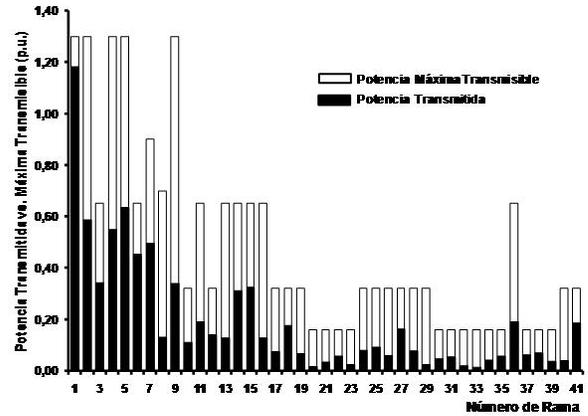


Figura 4: Potencia transmitida vs. Máxima transmisible por rama (p.u.).

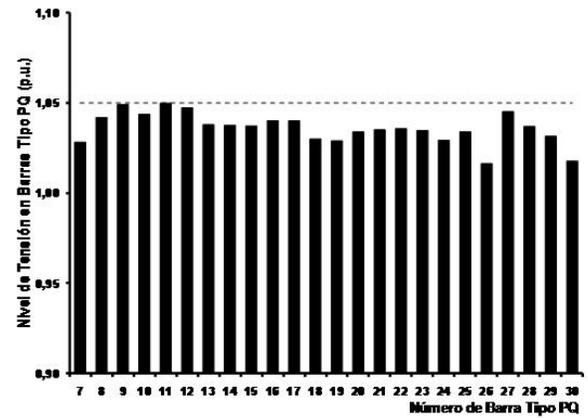


Figura 5: Nivel de tensión en barras tipo PQ (p.u.).

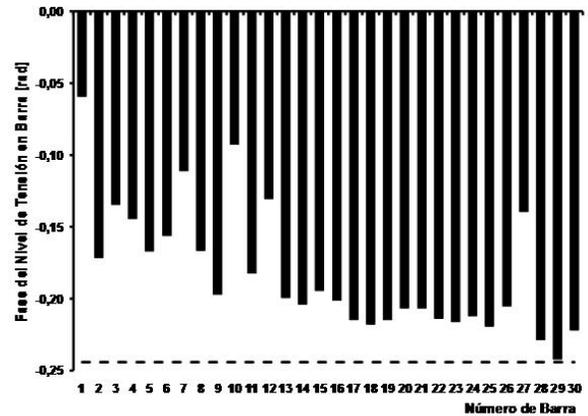


Figura 6: Fase del nivel de tensión en barras (rad).

En la Figura 7, se representa la evolución o convergencia de los costos de generación, en función del número de iteraciones, para el mejor valor computado por el algoritmo.

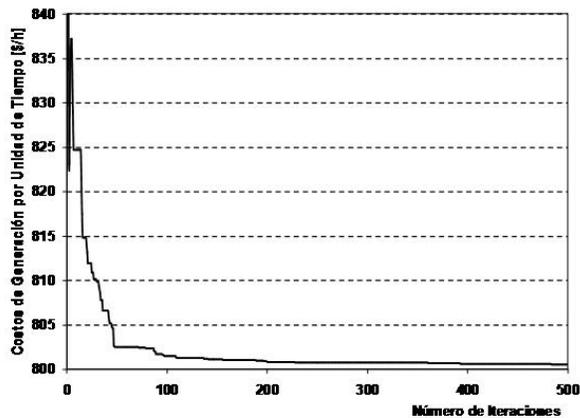


Figura 7: Costos de generación vs. Número de iteraciones para el mejor valor computado.

Finalmente, en la Tabla 6 se muestra los resultados comparativos entre el mejor valor computado en este reporte para la función costo total de generación de potencia activa por unidad de tiempo y pérdidas de potencia activa totales, asociada a la red IEEE – 30, con los mejores obtenidos mediante la implementación de diversas técnicas metaheurísticas.

Tabla 6: Resultados comparativos obtenidos mediante la implementación de diversas técnicas metaheurísticas.

Técnica implementada	Costos de generación [\$/h]	Pérdidas de potencia activa [MW]
AGS [19]	802,36	9,60
AEP [19]	802,67	9,59
AED [19]	801,11	9,54
AGA [19]	802,70	9,44
ABA [19]	802,74	9,13
AGH [19]	800,80	9,23
AGM [20]	802,40	9,38
AOL [21]	800,68	9,30
BB – BC [21]	800,89	8,91
AEP (calculado)	800,56	9,03

6. Análisis de resultados.

Los resultados obtenidos y expuestos en la sección anterior señalan las capacidades del algoritmo empleado en el presente estudio al computar soluciones para el cálculo del FCO en la red IEEE – 30 similares a las mejores publicadas hasta

el presente. En particular, el algoritmo ha computado una solución de mayor optimalidad que las publicadas en [19, 20, 21]. Adicionalmente, el algoritmo exhibió alta estabilidad numérica, según se observa de la baja dispersión de los resultados computados en todas las ejecuciones.

Finalmente, la incorporación del criterio propuesto por Deb K. [8] para el análisis y actualización de la mejor experiencia particular y global en el enjambre, conjuntamente con un esquema local de actualización de posición, ha evidenciado su eficiencia y robustez para el manejo de las restricciones que plantea el cálculo del FCO como problema de optimización, pues todas las soluciones computadas resultaron factibles.

7. Conclusiones.

En el presente trabajo se ha expuesto la aplicación del Algoritmo de Enjambre de Partículas en conjunto con el criterio para el manejo de restricciones propuesto por Kalyanmoy Deb para el cálculo del flujo de carga óptimo en redes eléctricas de potencia considerando a sus variables de control asociadas de tipo mixto. El algoritmo implementado fue sometido a evaluación mediante el cómputo del cálculo del flujo de carga óptimo en la red de prueba IEEE – 30. Los resultados obtenidos señalan, al ser comparados con los derivados mediante implementaciones previas basadas en diversas técnicas metaheurísticas, que el algoritmo aquí empleado computa soluciones factibles, para la función costo total de generación por unidad de tiempo, similares a las mejores publicadas hasta el presente y con alta estabilidad numérica.

Referencias

- [1] Momoh, J., Koessler, R., Bond, M., Stott, B., Sun, D., Papalexopoulos, A., & Ristanovic, P. (1997). Challenges to optimal power flow. *IEEE Trans. Power Systems*, 12, 444 – 455.
- [2] Carpetier, J. (1962). Contribution a l'étude du dispatching économique. *Bulletin Society Francaise Electriciens*, 8(3), 431 – 447.
- [3] Dommel, H., & Tinney, W. (1968). Optimal power flow solutions. *IEEE Transaction on Power Apparatus and System*, 87, 1866 – 1876.

- [4] Frank, S., Steponavice, I., & Rebennack, S. (2012). Optimal power flow: a bibliographic survey I. *Energy Systems*, 3(3), 221 – 258.
- [5] Glover, F. 1986. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, 13, 533 – 549.
- [6] Frank, S., Steponavice, I., & Rebennack, S. (2012). Optimal power flow: a bibliographic survey II. *Energy Systems*, 3(3), 259 – 289.
- [7] Wood, A.J., & Wollenberg, B.F. (1984). *Power Generation, Operation & Control*. New York: John Wiley & Sons, 12 – 13.
- [8] Deb, K. (2000). An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186(2 – 4), 311 – 338.
- [9] Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, 4, 1942 – 1948.
- [10] Oñate, P. (2008). Solución del problema de flujos de potencia óptimo con restricciones de seguridad por un optimizador de partículas modificado. Tesis doctoral, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional Unidad Guadalajara, Jalisco, México.
- [11] Centeno, A., Rey, D. y Martínez, J. (2013). Optimizador de enjambre modificado aplicado al cálculo del flujo de carga óptimo en redes eléctricas de potencia con variables de control mixtas y función de costos de generación de potencia no convexa. *Revista Ingeniería UC*, 20(2), 68 – 78
- [12] Eberhart, R., & Shi, Y. (2001). Particle swarm optimization: developments, applications and resources. *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation*, 1, 81 – 86.
- [13] Arrillaga, J., Arnold, C., & Harker, B. 1983. *Computer Modelling of Electrical Power Systems*. Chichester, Jhon Wiley & Sons.
- [14] Robinson, J., & Rahmat – Samii, Y. (2004). Particle swarm optimization in electromagnetic. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 52(2), 397 – 407.
- [15] Abido, M. (2002). Optimal power flow using particle swarm optimization. *Electrical Power and Energy Systems*, 24, 563 – 571.
- [16] Swarup, K. (2006). Swarm intelligence approach to the solution of optimal power flow. *J. Indian Inst. Sci.*, 86, 439 – 455.
- [17] Dutta, A. (2009). Single Objective Optimal Power Flow Using Particle Swarm Optimization. Master Thesis, Electrical and Instrumentation Engineering Department of Thapar University, Patiala, Punjab, India.
- [18] Labdani, R., Slimani, L., & Bouktir, T. (2006). Particle Swarm Optimization Applied to the Economic Dispatch Problem. *J. Electrical Systems*, 2(2), 95 – 102.
- [19] Bhaskar, M., & Maheswarapu, S. (2011). A Hybrid Genetic Algorithm Approach for Optimal Power Flow. *Telkomnika*, 9(2), 211 – 216.
- [20] Nithiyananthan, K., & Ramachandran, V. (2011). Enhanced Genetic Algorithm Based Model for Power System Optimal Load Flow. *International Journal of Computer Applications in Engineering Sciences*, 1(2), 215 – 221.
- [21] C. V. Gopala Krishna Rao., C. V., & G., Yesuratnam (2012). Big-Bang and Big-Crunch (BB-BC) and FireFly Optimization (FFO): Application and Comparison to Optimal Power flow with Continuous and Discrete Control Variables. *International Journal on Electrical Engineering and Informatics*, 4(4), 575 – 583.