Estabilización de un sistema de suspensión magnética aplicando una forma canónica Hamiltoniana de pasividad y linealización exacta por realimentación

Francisco J. Arteaga B.(1), Atilio Morillo P (2), Luis Obediente (1)
(1)Universidad de Carabobo, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Unidad de Investigación en Automatización Industrial, Valencia, Venezuela.
(2)Centro de Investigación de Matemática Aplicada, División de Postgrado de Ingeniería, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela
Email: farteaga@uc.edu.ve, amorillo7@cantv.net, lobedien@uc.edu.ve

Resumen

El objetivo de este trabajo es el diseño de controladores no lineales para la estabilización en torno a un punto de equilibrio de un sistema electrodinámico con una dinámica sencilla (pero que aún así requiere de un tratamiento no lineal), como lo es el sistema de suspensión magnética constituido por un electroimán. Se proponen dos acciones de control: la primera, derivada de aplicar la técnica de linealización exacta mediante realimentación del estado; y la segunda, obtenida como resultado de utilizar un procedimiento de pasivización basado en la descripción del sistema en una forma canónica Hamiltoniana de pasividad que sintetiza la manera como los términos disipativos y no disipativos de la energía influyen en la dinámica del sistema.

Palabras clave: Sistema de suspensión magnética, linealización exacta, pasivización, forma canónica Hamiltoniana

Stabilization of a magnetic suspension system by application of a Hamiltonian canonical passivity form and exact feedback linealization technique

Abstract

The purpose of this work is to design nonlinear controllers for stabilizing an electrodynamic system, with a simple dynamic (but still requiring a non linear treatment), around an equilibrium point. Two control actions are proposed for a magnetic suspension system formed by an electromagnet. The first one, derived from applying the exact linealization technique by state feedback. The second one is obtained as a result of a passivization procedure based on a system description in a Hamiltonian passivity canonical form that synthesizes the way in which dissipative and non dissipative energy terms influence the system dynamics.

Keywords: Magnetic suspension system, exact linealization, passivization, Hamiltonian canonical form.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se aborda el problema de controlar la altura de una esfera de acero, respecto a un nivel de referencia, mediante su suspensión (o levitación) en contra de la fuerza de la gravedad, por medio del uso de un electroimán. Las variables de estado consideradas para modelar el sistema han sido la altura de la esfera (medida hacia abajo), su velocidad, y la corriente en la bobina del electroimán; mientras que la acción de control es ejercida por el voltaje suministrado al sistema. Una descripción del sistema físico y la deducción del modelo matemático puede encontrarse en los trabajos realizados por Barie, Chiasson [1] y Harley, Wölfle [2]. Se diseñaron dos controladores en espacio de estado, los cuales parten de bases teóricas diferentes, y explotan propiedades disímiles del sistema, y por lo tanto, conducen a esquemas de control diferentes.

Se utiliza, en primer lugar, el esquema de control de linealización exacta por realimentación (FLC). La técnica de FLC se distingue por su sencillez algorítmica, pero son bien conocidas sus desventajas. Por ejemplo, su alta sensibilidad ante las perturbaciones de los parámetros y su requerimiento de conocimiento perfecto de los estados. En tal sentido, resulta apropiado utilizarla conjuntamente con otros métodos, a fin de examinar la efectividad de los mismos en cuanto a superar las deficiencias e incertidumbres en el modelo [3-5].

El segundo controlador usado es resultado del denominado "enfoque de control basado en pasividad", denotado como PBC. La pasividad es una propiedad fundamental de una amplia familia de sistemas físicos, y puede definirse en términos de la disipación y transformación de la energía del sistema. En relación a la disipación de la energía, el PBC puede ser entendido como una extensión de los llamados métodos de "moldeado de la energía" e "inyección de amortiguamiento" [6], [7]. Esta técnica consta de dos etapas básicas: (1) una etapa de moldeado de la energía, la cual consiste en modificar la función de energía de forma tal que la nueva función posea un mínimo global en el punto de equilibrio deseado; (2) una etapa de "inyección de amortiguamiento", la cual consiste en modificar las propiedades de disipación del sistema a fin de hacer el punto de equilibrio asintóticamente estable. Para una discusión completa de este tópico se puede consultar Ortega [7].

Las condiciones geométricas para que un sistema dinámico sea pasivizado por realimentación alrededor del origen respecto a una determinada función de almacenamiento de energía V y una salida fijada del sistema han sido establecidas por Byrnes [8]. Sin embargo, para un sistema que en principio no sea pasivo, puede aplicarse el procedimiento de pasivización desarrollado por Sira-Ramirez [9]. En este método, partiendo de una función de energía V (típicamente una función cuadrática) que satisface una cierta condición de transversalidad, mediante un cambio de coordenadas de la entrada, se obtiene una expresión canónica Hamiltoniana de pasividad del sistema que facilita la aplicación de la técnica PBC, alrededor de un punto de equilibrio, no necesariamente el origen. Esta forma canónica revela la manera como los términos disipativos y no disipativos de la energía influyen en la dinámica del sistema.

El resto del trabajo está organizado como sigue. En la Sección 2 se describe el modelo matemático del sistema de suspensión magnética constituido por un electroimán. En la Sección 3 se analiza el sistema desde la perspectiva de la linealización exacta y se diseña el control FLC. En la Sección 4 se aplica el procedimiento de pasivización de Sira-Ramirez [9], se empieza por determinar la condición pasivizable del sistema y sintetizar la función de realimentación que logra pasivizarlo; luego, basándose en la citada forma canónica Hamiltoniana del sistema pasivizado, se aplican los métodos de moldeado de energía e inyección de amortiguamiento, desembocando finalmente en un compensador dinámico auxiliar para alcanzar la estabilización asintótica alrededor del punto de equilibrio deseado. Finalmente, la Sección 5 contiene las conclusiones del trabajo.

2. MODELO MATEMÁTICO

El sistema de suspensión magnética consiste de una esfera de acero que se suspende mediante la acción del campo magnético generado por un electroimán de corriente controlada por realimentación a través de una medición óptica de la posición de la esfera.

La ecuación de movimiento de la esfera es:

$$m\ddot{y} = -k\dot{y} + mg + F(y,i) \qquad (1)$$

donde m es la masa de la esfera, $y > 0$ la posición vertical (medida hacia abajo), k es el coeficiente de fricción viscosa, g es la aceleración de gravedad, $F(y,i)$ es la fuerza generada por el electroimán, la cual depende de la corriente i. La inductancia del electroimán depende de la posición de la esfera, y puede modelarse (entre varias alternativas semejantes) como:

$$L(y) = L_1 + \frac{L_0}{1 + y/a} \qquad (2)$$

donde L_0, L_1 y a son constantes. Este modelo representa el caso en el que la inductancia tiene su máximo valor cuando la distancia al electroimán de la esfera es mínima, y decrece a un valor constante a medida que la bola se aleja (a) hasta $y \to \infty$. Obsérvese que $L(y) \neq 0$,para todo $y \geq 0$. Tomando:

$$E(y,i) = \frac{1}{2}(L(y)i^2) \tag{3}$$

como la energía almacenada en la bobina, la fuerza $F(y,i)$ viene dada por:

$$F(y,i) = \frac{dE}{dy} = \frac{L_0 i^2}{2a(1+y/a)^2} \tag{4}$$

La ecuación que gobierna el subsistema eléctrico está dada por:

$$\mathrm{v} = \dot{\phi} + Ri \tag{5}$$

donde v es la fuente de tensión en el circuito y $\phi = L(y)i$ es el flujo magnético. De manera que:

$$\mathrm{v} = \frac{\partial L(y)}{\partial y}\dot{y}i + L(y)\dot{i} + Ri \tag{6}$$

de donde se obtiene:

$$\dot{i} = \left[\mathrm{v} - Ri - \dot{y}\frac{L_0}{a(1+y/a)^2}i\right]\frac{1}{L(y)} \tag{7}$$

Introduciendo las variables de estado $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$, $x_3 = i$, $u = \mathrm{v}$, reemplazando en (1) y en (7), obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = g - \dfrac{k}{m}x_2 - \dfrac{L_0 a x_3^2}{2m(a+x_1)^2} \\ \dot{x}_3 = \dfrac{1}{L(x_1)}\left[-Rx_3 + \dfrac{L_0 a}{(a+x_1)^2}x_2 x_3 + u\right] \\ y = x_1 \end{cases} \tag{8}$$

donde el vector de estado x varía en la región de operación del sistema:

$$\Omega = \left\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 / x_1 > 0, x_3 > 0\right\} \tag{9}$$

Un fácil cálculo muestra que los puntos de equilibrio del sistema vienen dados por:

$$x_* = \left(x_{1*},\ 0,\ x_{3*}\right) = \left(x_{1R},\ 0,\ \sqrt{\frac{2mg}{aL_0}(a+x_{1R})^2}\right) \tag{10}$$

para un valor fijado $u = \mathrm{v}_*$ de la variable u, y una posición deseada x_{1R} . El objetivo de control es estabilizar el sistema en torno a un punto de equilibrio deseado x_* , y para ello se asumirá un conocimiento perfecto del estado.

3. DISEÑO DEL CONTROL FLC

El sistema de suspensión magnética (8) puede expresarse en la forma afín dada por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{11}$$

donde $f(x)$ y $g(x)$ son los campos vectoriales definidos por:

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \dfrac{k}{m}x_2 - \dfrac{L_0 a x_3^2}{2m(a+x_1)^2} \\ \dfrac{1}{L(x_1)}\left(-Rx_3 + \dfrac{L_0 a x_2 x_3}{(a+x_1)^2}\right) \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L(x_1)} \end{bmatrix} \tag{12}$$

y $h(x)$ es la función de salida $y = h(x) = x_1$.

Es obvio que el grado relativo del sistema respecto a la salida $y = x_1$ es 3, por lo tanto, de acuerdo a resultados bien conocidos (véase, por ejemplo, [8]), existe un difeomorfismo $T : U \subset \Omega \to T(U)$, donde U es un entorno de un punto de equilibrio x_0 del sistema, y un cambio de coordenadas afín y dependiente del estado, expresado por:

$$u = \alpha(x) + \beta(x)\upsilon \tag{13}$$

con $\beta(x) \neq 0$, tal que en las coordenadas definidas por T el sistema original es equivalente a un sistema lineal expresado en la forma canónica de Brunovsky:

$$\dot{z} = A_c z + B\upsilon \tag{14}$$

En este caso, un fácil cálculo muestra que $z = T(x)$ viene dado por:

$$z_1 = x_1$$

$$z_2 = x_2$$

$$z_3 = g - \frac{k}{m}x_2 - \frac{L_0 a\, x_3^{\,2}}{2m\,(a + x_1)^2} \tag{15}$$

mientras que (14) viene dada por:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \upsilon \tag{16}$$

con:

$$\alpha(x) = -\frac{k}{m}g + \frac{k^2}{m^2}x_2 + \frac{kL_0 a\, x_3^{\,2}}{2m^2(a+x_1)^2} + \ldots$$
$$\frac{L_0 a\, x_2}{m(a+x_1)^3} + \frac{RL_0 a\, x_3^{\,2}}{(a+x_1)^2 mL(x_1)} - \ldots$$
$$\frac{(L_0 a)^2 x_2 x_3^{\,2}}{(a + x_1)^4 mL(x_1)} \tag{17}$$

$$\beta(x) = -\frac{L_0 a\, x_3}{m(a+x_1)^2 L(x_1)} \tag{18}$$

En el sistema lineal y controlable (16) obtenido se puede hacer:

$$\upsilon = k(z - z_*) = kT(x - x_*) \tag{19}$$

con una ganancia k de modo que sea $A_c + B_c k$ Hurwitz. Por ejemplo, puede utilizarse un regulador lineal cuadrático (LQR) para la elección de k. Con el control $\upsilon = kT(x - x_*)$ el sistema (8) se estabiliza en el punto de equilibrio x_*.

4. DISEÑO DEL CONTROL PBC

En esta sección se diseñará el control por pasivización, aplicando el procedimiento desarrollado por Sira-Ramirez y aplicado a diferentes tipos de procesos (eléctricos, químicos, etc.) [9-12].

A. Pasivización del sistema

El sistema de suspensión magnética (8) puede escribirse en la forma general

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{20}$$

observando que los campos vectoriales f y g son:

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \dfrac{k}{m}x_2 - \dfrac{L_0 a}{2m(a+x_1)^2} x_3^{\,2} \\ \dfrac{1}{L(x_1)}\left(-Rx_3 + \dfrac{L_0 a x_2 x_3}{(a+x_1)^2} \right) \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L(x_1)} \end{bmatrix} \tag{21}$$

mientras que la salida es:

$$y = h(x) = x_1 \tag{22}$$

Como se estableció en la sección previa, el sistema es de fase mínima y la salida del sistema tiene grado relativo 3. La región de operación del sistema ya descrita en (9) es:

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 / x_1 > 0, x_3 > 0\}$$

tal como se estableció en la Sección 2, con x_1 y x_3 además acotados superiormente por las condiciones físicas del sistema.

Considérese la función de almacenamiento de energía

$$\mathrm{V} = \frac{1}{2}\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right) \tag{23}$$

es fácil ver que:

$$L_g \mathrm{V}(x) = \frac{x_3}{L(x_1)} \neq 0 \text{ en } \Omega \tag{24}$$

Por lo tanto, el sistema es pasivizable con función de almacenamiento de energía V(x). Es decir, existen funciones escalares $\alpha(x)$ y $\beta(x)$ en Ω con $\beta(x) \neq 0$ en Ω, tales que el cambio de coordenadas dado en la ecuación (13):

$$u = \alpha(x) + \beta(x)\upsilon$$

hace que el sistema en lazo cerrado (8)-(24) sea pasivo respecto a la función de almacenamiento V y a la rata de suministro definida por $s(u, y) = uy$.

La derivada de V, respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (8), es:

$$\dot{\mathrm{V}} = -\frac{k}{m}x_2^2 - \frac{Rx_3^2}{L(x_1)} + x_1x_2 + gx_2 - \frac{L_0 a x_2 x_3^2}{2m(a+x_1)^2}$$

$$\ldots + \frac{L_0 a x_2 x_3^2}{L(x_1)(a+x_1)^2} + \frac{u x_3}{L(x_1)} \tag{25}$$

De donde se obtiene que el campo vectorial $f(x)$ posee la descomposición natural respecto de la función de almacenamiento V:

$$f(x) = f_d(x) + f_{nd}(x) + f_I(x) \tag{26}$$

con:

$$f_d(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{k}{m}x_2 \\ -\dfrac{Rx_3}{L(x_1)} \end{bmatrix}$$

$$f_{nd}(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \dfrac{L_0 a x_3^2}{2m(a+x_1)^2} \\ \dfrac{L_0 a x_2 x_3}{L(x_1)(a+x_1)^2} \end{bmatrix}$$

$$f_I(x) = 0 \tag{27}$$

donde las componentes $f_d(x), f_{nd}(x)$ y $f_I(x)$ satisfacen:

$$L_{f_d}\mathrm{V}(x) = -\frac{k}{m}x_2^2 - \frac{Rx_3^2}{L(x_1)} \leq 0 \text{ en } \Omega$$

$$L_{f_{nd}}\mathrm{V}(x) = x_1x_2 + gx_2 - \frac{L_0 a x_2 x_3^2}{2m(a+x_1)^2} + \ldots$$

$$\frac{L_0 a x_2 x_3^2}{L(x_1)(a+x_1)^2} = \begin{cases} \text{no negativa en } \Omega \quad \text{ó} \\ \text{indefinida en } \Omega \end{cases}$$

$$L_{f_I}\mathrm{V}(x) = 0 \text{ en } \Omega \tag{28}$$

En forma resumida, la derivada de V, respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias del sistema (8), se expresa como:

$$\dot{\mathrm{V}} = L_{f_d}\mathrm{V}(x) + L_{f_{nd}}\mathrm{V}(x) + L_g\mathrm{V}(x)u \tag{29}$$

Considérese la transformación de coordenadas de la entrada dependiente del estado:

$$u = \frac{h(x)}{L_g V(x)}\upsilon - \frac{L_{f_{nd}} V(x)}{L_g V(x)} - \frac{\delta h^2(x)}{L_g V(x)} \quad (30)$$

donde υ es una nueva función de control y δ es un escalar estrictamente positivo.

Substituyendo cada término ya calculado en (25), se obtiene

$$u_{PBC} = \frac{x_1}{x_3}L(x_1)\upsilon - \frac{\delta x_1^2 L(x_1)}{x_3} - \frac{x_1 x_2 L(x_1)}{x_3}$$
$$\ldots - \frac{g x_2 L(x_1)}{x_3} - \frac{L_0 a x_2 x_3}{(a+x_1)^2} + \frac{L_0 a x_2 x_3 L(x_1)}{2m(a+x_1)^2} \quad (31)$$

Esta función u_{PBC} es de la forma (24), por lo tanto es una realimentación que hace pasivo al sistema en lazo cerrado (8)-(24), es decir al sustituir (30) en la expresión para υ dada en (13), se obtiene:

$$\dot{V} \le x_1 \upsilon \quad (32)$$

la cual es la expresión diferencial de la pasividad de acuerdo a Byrnes [8].

B. Forma canónica del sistema pasivo.

Substituyendo u_{PBC} en el sistema de suspensión magnética (8), obtenemos el sistema en lazo cerrado:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = g - \dfrac{k}{m}x_2 - \dfrac{L_0 a x_3^2}{2m(a+x_1)^2} \\ \dot{x}_3 = \left\{ -\dfrac{R x_3}{L(x_1)} - \dfrac{x_1 x_2}{x_3} - \dfrac{g x_2}{x_3} + \dfrac{L_0 a x_2 x_3}{2m(a+x_1)^2} \right. \\ \qquad \left. - \dfrac{\delta x_1^2}{x_3} \right\} + \dfrac{x_1}{x_3} v \end{cases} \quad (33)$$

Este sistema en lazo cerrado puede expresarse en la forma canónica Hamiltoniana

$$\dot{x} = -\Im(x)\frac{\partial V}{\partial x}(x) - R(x)\frac{\partial V}{\partial x}(x) + M(x)\upsilon \quad (34)$$

donde $\Im(x), R(x)$ son matrices tales que

$$\Im^T(x) = -\Im(x), \quad R^T(x) = R(x) \ge 0 \quad (35)$$

que satisfacen las ecuaciones

$$f_d(x) - \frac{\delta h^2(x)}{\left[\frac{\partial V}{\partial x}\right]^T g(x)} g(x) = -R(x)\frac{\partial V}{\partial x}(x) f_l(x)$$

$$\left[I - g(x)\frac{\left[\frac{\partial V}{\partial x}^T (x)\right]}{\left[\frac{\partial V}{\partial x}^T g(x)\right]} \right] f_{nd}(x)$$

$$= -\Im(x)\frac{\partial V}{\partial x}(x) \quad (36)$$

Basándose en estas consideraciones se obtienen las matrices

$$\Im(x) = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{g}{x_1} & -\dfrac{x_2}{x_3} - \dfrac{g x_2}{x_1 x_3} \\ -\dfrac{g}{x_1} & 0 & \dfrac{L_0 a x_3}{2m(a+x_1)^2} \\ \dfrac{x_2}{x_3} + \dfrac{g x_2}{x_1 x_3} & -\dfrac{L_0 a x_3}{2m(a+x_1)^2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{k}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{R}{L(x_1)} + \dfrac{\delta x_1^2}{x_3^2} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Estas matrices satisfacen las condiciones (35) y las ecuaciones (36) con:

$$\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{x}}(x) = x \tag{38}$$

C. Moldeado de la energía e inyección de amortiguamiento

Considérese la función de energía modificada

$$\mathrm{V_d} = \mathrm{V}(x, x_d) = \frac{1}{2}(x - x_d)^T (x - x_d) \tag{39}$$

Donde:

$$x_d = (x_{1d}, x_{2d}, x_{3d}) \tag{40}$$

es un vector de estados auxiliar que representa el estado que se desea alcanzar. Es decir:

$$\mathrm{V_d} = \frac{1}{2}\left[(x_1 - x_{1d})^2 + (x_2 - x_{2d})^2 + (x_3 - x_{3d})^2\right] \tag{41}$$

Derivando $\mathrm{V_d}$ respecto del tiempo a lo largo de las trayectorias del sistema, se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\mathrm{V}}_{\mathrm{d}} &= (x - x_d)^T (\dot{x} - \dot{x}_d) \\ &= (x - x_d)^T \left[-R(x)x - \Im(x)x + M(x)\upsilon - \dot{\mathrm{x}}_{\mathrm{d}}\right] \end{aligned} \tag{42}$$

Agregando ahora un término que representa la inyección de amortiguamiento de la forma $-R_{di}(x)x$, tal que $R_m(x) = R(x) + R_{di}(x)$ sea una matriz semidefinida positiva para todo $x \in \Omega$, se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathrm{V}}_d = {} & (x - x_d)^T \left[-(R(x) - R_{di})(x - x_d) - \Im(x)(x - x_d)\right. \\ & \left. \ldots - Rx_d + R_{di}(x - x_d) + M(x)\upsilon - \dot{x}_d - \Im(x)x_d\right] \end{aligned} \tag{43}$$

Ahora se puede imponer que el vector auxiliar x_d satisfaga la ecuación diferencial ordinaria

$$\dot{x}_d = -Rx_d + R_{di}(x - x_d) + M(x)\upsilon - \Im(x)x_d \tag{44}$$

que se interpreta como un compensador dinámico.

Se tendrá en definitiva que:

$$\dot{V}_d = -(x - x_d)^T R_m(x)(x - x_d) \tag{45}$$

con:

$$R_m(x) = R(x) + R_{di}(x) \tag{46}$$

y así:

$$\dot{\mathrm{V}}_{\mathrm{d}} \le -\frac{a}{b}(x - x_d)^T (x - x_d) \tag{47}$$

con:

$$\begin{aligned} a &= \inf_{x \in \Omega} \lambda_{\min}(R_m(x)) > 0 \\ b &= \sup_{x \in \Omega} \lambda_{\max}(R_m(x)) > 0 \end{aligned} \tag{48}$$

De donde se sigue que $V(x, x_d)$ es una función de Lyapunov para el sistema y, por lo tanto, el vector $x(t)$ converge asintóticamente hacia la trayectoria auxiliar $x_d(t)$.

D. Compensador dinámico.

En la ecuación (44), que define el compensador dinámico, podemos sustituir los valores de $R(x)$, $R_{di}(x)$, $\Im(x)$ y $M(x)$, con lo cual se obtiene la ecuación diferencial (49).

La ecuación (49) obtenida es un sistema lineal dependiente del tiempo respecto a la variable auxiliar x_d. Con ella se dispone de suficiente libertad para sintetizar el control de realimentación externo υ. Típicamente se impone a una componente particular de x_d un valor de equilibrio constante deseado, en correspondencia con el punto de equilibrio original x_* considerado.

En este caso se puede particularizar usando las variables auxiliares ξ y η como se muestra en la ecuación (50).

Con lo cual se obtiene finalmente la ecuación algebraico-diferencial (51) que produce υ.

$$
\begin{cases}
\dot{x}_{1d} = -\dfrac{g}{x_1}x_{2d} + \dfrac{x_2}{x_3}x_{3d} + \dfrac{gx_2}{x_1x_3}x_{3d} + R_1(x_1 - x_{1d}) \\
\dot{x}_{2d} = \dfrac{g}{x_1}x_{1d} - \dfrac{k}{m}x_{2d} - \dfrac{L_0 a x_{3d}}{2m(a+x_1)^2} + R_2(x_2 - x_{2d}) \\
\dot{x}_{3d} = -\left(\dfrac{x_2}{x_3} + \dfrac{gx_2}{x_1x_3}\right)x_{1d} + \dfrac{L_0 a x_3 x_{2d}}{2m(a+x_1)^2} - \left(\dfrac{R}{L(x_1)} + \dfrac{\delta x_1^2}{x_3}\right)x_{3d} \\
\quad \ldots + R_3(x_3 - x_{3d}) + \dfrac{x_1}{x_3}\upsilon
\end{cases} \qquad (49)
$$

$$
\xi = x_{1d} \;,\; \eta = x_{2d} \;,\; x_{3*} = x_{3d} \qquad (50
$$

$$
\dot{\xi} = -\frac{g}{x_1}\eta + \left(\frac{x_2}{x_3} + \frac{gx_2}{x_1x_3}\right)x_{3*} + R_1(x_1 - \xi)
$$

$$
\dot{\eta} = \frac{g}{\alpha_1}\xi - \frac{k}{m}\eta - \frac{L_0 a x_{3*}}{2m(a+x_1)^2} + R_1(x_2 - \eta)
$$

$$
\upsilon = \left(\frac{\mathrm{x}_2}{\mathrm{x}_1} + \frac{gx_2}{x_1^2}\right)\xi - \frac{L_0 a x_3^2}{2mx_1(a+x_1)^2}\eta + \left(\frac{Rx_3}{x_1 L(x_1)} + \frac{\delta x_1}{x_3}\right)x_{3*}
$$

$$
\ldots - \frac{x_3}{x_1}R_3(x_3 - x_{3*}) \qquad (51)
$$

5. CONCLUSIONES

Se alcanzó el diseño de los controladores anunciados para el sistema de suspensión magnética, tanto el basado en la linealización exacta, como el basado en la metodología PBC. En el diseño de ambas propuestas, para mayor simplicidad se asumió la disponibilidad total del estado, sin embargo un análisis más realista debería contemplar la inclusión de observadores para medir algún estado inobservable, como lo es la velocidad, por ejemplo. El diseño del controlador PBC resultó ser mucho más interesante, ya que este se basa en aspectos estructurales de la física de los subsistemas eléctrico y mecánico que conforman el sistema completo, especialmente en la relación entre el almacenamiento de energía y su disipación. En este punto se explota la descripción del sistema en forma canónica Hamiltoniana de pasividad, la cual sintetiza la manera como los términos disipativos y no disipativos de la energía influyen en la dinámica del sistema. Una etapa inmediata que haría falta desarrollar para proseguir este trabajo, es la realización de simulaciones computacionales (en ambiente Matlab-Simulink, por ejemplo), que permitan la comprobación de la eficiencia de las acciones de control sintetizadas, así como de su robustez ante la incertidumbre de los parámetros y ante la presencia de perturbaciones. Las simulaciones también permitirían una comparación del desempeño de ambos controladores entre si, así como frente a otras propuestas conocidas. Adicionalmente sería muy pertinente analizar el problema de seguimiento de trayectorias en el caso del control basado en pasividad.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su reconocimiento a la Dirección de Investigación de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo por el financiamiento otorgado para la actual realización de este proyecto de investigación.

REFERENCIAS

[1] Barie W. and Chiasson J.: “Linear and nonlinear state-space controllers for magnetic levitation”. International Journal of Systems Science, Vol. 27, No. 11 (1996) 1153-1163.

[2] Hurley, W. G. and Wölfle, W.: Electromagnetic Design of a Magnetic Suspension System”, IEEE Trans. On Education, Vol. 40, No. 2 (1997) 124-130.

[3] Isidori, A: Nonlinear Control Systems: An Introduction. Springer-Verlag, Second edition, Berlin, 1989.

[4] Khalil, H.: Nonlinear Systems, Macmillan Pub. Co., New York, 1992.

[5] Slotine J.–J. and Li. W.: Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1991.

[6] Ortega, R., Van Der Shaft, A., Maschke, B. and Escobar, G.: “Energy-Shaping of Port-Controlled Hamiltonian Systems by Interconnection”, Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control, Phoenix, Arizona, USA, December

[7] Ortega R., Loira A., Nicklasson P. J., and Sira-Ramírez H., Passivity Based Control of Euler Lagrange Systems. Mechanical, Electrical, and Electromechanical Applications. Springer Verlag, London, 1998.

[8] Byrnes C. I., Isidori A., and Willems J. C., "Passivity, Feedback Equivalence and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems". IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 36 (1991), 1228-1240.

[9] Sira-Ramírez H. and Ángulo M. I.: "Passivity Based Control of Nonlinear Chemical Process", International Journal of Control, Vol. 68, No 5 (1997), 971-996.

[10] Sira H., Pérez R., Ortega R., and García M.: "Passivity-based Controllers for the Stabilization of DC-to-DC Power Converters", Automática, Vol. 33 (1997), 499-513.

[11] Camacho O., Rojas R., Pernía A., y Pérez M., "Control basado en pasividad para procesos químicos", Revista Técnica Ingeniería Universidad del Zulia, Vol. 25, No. 1 (2002), 3-11.

[12] Morillo A. y Arteaga F., "Sistema de Suspensión Magnética Controlado por Voltaje: Linealización Exacta y Pasivización", IV Congreso de Automatización y Control, Mérida, Venezuela, 12-14 Noviembre, 2003.