

# Una metodología general para la optimización paramétrica de un controlador de estructura predeterminada en Matlab-Simulink

*Asdrúbal Romero M.*

*Unidad de Investigación en Automatización Industrial, Escuela de Ingeniería Eléctrica*

*Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela*

*Email: aromero@uc.edu.ve*

## Resumen

El enfoque de optimización paramétrica para la determinación de los ajustes óptimos de un controlador ha mantenido una vigencia permanente en la literatura del área, pero, tradicionalmente, se ha constreñido a controladores tipo PI o PID y a una clase restringida de modelos parametrizados de procesos, de los que se han derivado reglas de sintonización. En este trabajo, se presenta una metodología general que le permite a un diseñador de sistemas de control, operando en un ambiente de diseño tipo MATLAB-SIMULINK, resolver en pocas horas de trabajo el problema de optimización paramétrica para cualquier proceso, cuyo modelo matemático sea susceptible de ser simulado en el ambiente, y cualquier controlador de estructura predeterminada.

**Palabras clave:** Optimización paramétrica, ajustes de controlador, control PID, criterios integrales IAE, ISE, ITAE, reglas de sintonización, MATLAB SIMULINK.

## A general methodology for the parametric optimization of a predetermined structure controller in Matlab-Simulink

### Abstract

The parametric optimization methodology for determining the optimal controller settings has maintained an unabated interest in the research literature of the field. But, traditionally, it has been constrained to controllers of the PI or PID type and to a restricted class of parametrized process models, that have been used for obtaining tuning rules tables. In this paper, a general methodology is presented that allows to a control systems designer, working in an ambient MATLAB-SIMULINK or in one of similar features, solving in a few hours of work the parametric optimization problem, for any process model which could be simulated in the ambient and for any predetermined structure controller.

**Keywords:** Parametric optimization, controller settings, PID control integral, criteria IAE ISE ITAE, tuning rules, MATLAB SIMULINK.

## 1. INTRODUCCIÓN

Casi tan antigua es la idea de la necesidad de un dispositivo controlador, como la de obtener los parámetros de dicho dispositivo mediante la optimización de un criterio funcional tipo integral. Los criterios IAE, ISE e ITAE constituyen ejemplos clásicos de las familias de funcionales utilizables para evaluar el desempeño de un lazo de control SISO. O' Dwyer [1] presenta una acuciosa recopilación de reglas de sintonización para controladores PID, mediante los muy diversos enfoques existentes que se han venido aplicando desde los años 40 hasta las postrimerías del

siglo recientemente concluido. Entre ellas, cabe destacar todas aquellas provenientes de la idea de aplicar técnicas de optimización para el ajuste "óptimo" de los parámetros, apelando a criterios del tipo señalado. Una revisión de la bibliografía vinculada a esta idea, referencias [2-12], revela que el objetivo de obtener "ajustes óptimos" ha mantenido un permanente interés entre los investigadores. Sin embargo, la mayoría de las reglas de sintonización presentadas son aplicables a la obtención de los parámetros PI o PID óptimos para una clase muy restringida de modelos de procesos. Esto, por cuanto la metodología utilizada

involucra aplicar la técnica de optimización a un modelo de proceso parametrizado, tipo FOLPD por ejemplo (un retardo de primer orden más un retardo puro), y luego mediante un número significativo de experimentos en los que se van variando los parámetros del modelo del proceso, se van obteniendo los ajustes óptimos correspondientes. Los resultados de la exhaustiva experimentación se condensan en unas reglas de sintonización en las que, introducidos los parámetros conocidos del proceso, se pueden calcular los ajustes óptimos. Tales reglas de sintonización son obtenidas mediante la utilización de software para el ajuste de curvas partiendo de datos experimentales (Table Curve [13] es sólo un buen ejemplo). En la literatura revisada no se presenta una metodología general que pueda aplicarse a cualquier modelo arbitrario de proceso y a cualquier controlador de estructura predeterminada distinta a la de los conocidos PI y PID. Pero, el inmenso poder de cálculo puesto a la disponibilidad de los diseñadores de los sistemas de control hoy en día, y la relativa amistosidad del software con el cual usualmente trabajamos, nos permite afirmar: que con pocas horas de trabajo, básicamente las requeridas para montar la simulación del proceso en cuestión, interactuando con el controlador elegido, en una plataforma tipo SIMULINK o cualquier otra de características similares, y un conocimiento, a nivel de usuario del software, sobre cómo integrar las respectivas simulaciones a una estrategia de optimización, se pueden obtener “ajustes óptimos” a la medida del sistema de control que se esté sintonizando. Es hacia esta metodología general a la que apunta, como objetivo principal, el contenido de este trabajo. Se ilustrará a través de un ejemplo representativo la forma cómo podemos utilizar la poderosa herramienta computacional de simulación, SIMULINK, para obtener los parámetros óptimos de un controlador de estructura predeterminada, o lo que es lo mismo resolver el problema de optimización paramétrica vinculado al ajuste o sintonización de los parámetros de un controlador o algoritmo de control cuya ley ya es conocida.

En la siguiente sección se presentan los lineamientos generales de la metodología de optimización paramétrica de controladores, y el porque este enfoque se presta, de manera natural, a ser manejado en un ambiente tipo MATLAB-SIMULINK. Luego, se presenta el proceso que se utilizó para nuestro estudio

ilustrativo. La enseñanza de los conceptos fundamentales sobre el control de procesos, y sus vericuetos más teóricos, estamos convencidos que puede ser grandemente realzada a través de la apelación al estudio de casos prácticos modelados realísticamente. El ejemplo utilizado es uno de ellos. Posteriormente, en la siguiente sección se muestran los archivos tipo .m que se utilizaron, así como el diagrama de SIMULINK del proceso más el controlador, donde se plasman los conceptos emitidos sobre este enfoque metodológico. La sección final es de discusión de los resultados obtenidos vía la optimización paramétrica y la comparación con resultados logrados a partir del ajuste de los parámetros utilizando la técnica del Lugar Geométrico de las Raíces para posicionamiento de los polos dominantes. En este análisis comparativo, surge un hallazgo bien interesante. La solución optimizada que se obtiene para un cambio en las variables de carga, muy posiblemente, sería rechazada en un tradicional salón de clase por su agresividad en cuanto a la ubicación definitiva de los polos de la cadena cerrada. Esto nos ha conducido a dejar planteada una interrogante, ¿Hasta qué punto el paradigma clásico de “adecuada ubicación” de los polos dominantes del modelo variacional linealizado no debe ser revisado, a la luz de las nuevas metodologías que se pueden aplicar en el aprovechamiento del poder de cálculo y las herramientas de software con las cuales hoy contamos?

## 2. EL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN PARAMÉTRICA DE CONTROLADORES

De lo que se trata es de minimizar un criterio de desempeño de naturaleza funcional, que evalúe el comportamiento, a lo largo del intervalo de control seleccionado, de las señales de error y la energía de control utilizada (de considerarse pertinente) que resultan de controlar el proceso, sea ante una variación en los valores de referencia para las variables controladas o perturbaciones en algunas de las variables de carga. Este problema, si bien comparte algunas características similares con el problema más general de Control Óptimo, por ejemplo el carácter funcional del objetivo a minimizar y la necesidad de satisfacer las ecuaciones que rigen el

comportamiento dinámico del proceso controlado en su condición de principal restricción, es un problema de jerarquía inferior. La razón es que en él no se pretende obtener la política de control óptimo. Es decir, las incógnitas del problema no son las leyes de control  $m_i(t)$ ,  $i=1, \dots, p_m$ , donde  $p_m$  corresponde al número de variables manipuladas, las cuales, como es de hacer notar, son funciones del tiempo en el intervalo de control, ni tampoco lo es la estructura del controlador óptimo, en el caso de que la solución del problema sea factible de obtener bajo la forma de ley de control en cadena cerrada. En el problema de ajuste de un controlador mediante la técnica de optimización paramétrica la estructura del controlador es seleccionada de antemano, bien pudiera ser un controlador PID como en el caso bajo estudio que presentaremos, y las incógnitas pasan a ser un número finito de parámetros definidos sobre la estructura del controlador ( $K_c$ ,  $T_r$  y  $T_d$  en el caso del PID), cuyos valores vienen a ser lo que se conoce, comúnmente, como los ajustes del controlador. Esto es lo que permite que, a pesar de la naturaleza dinámica del problema, éste pueda ser formulado en el marco de los métodos de optimización estática para funciones multivariadas sin restricciones, cuya complejidad para la comprensión matemática y el repertorio de técnicas de cálculo numérico para su resolución los ubica, definitivamente, en una escala inferior dentro de la pirámide cuyo vértice superior es ocupado por los métodos de optimización dinámica (que son los adecuados a los efectos de resolver los problemas de control óptimo) [14].

Se demostrará que la única limitación que se le presenta a quien desee apelar a esta metodología de optimización paramétrica es que pueda disponer de un modelo dinámico de su sistema, susceptible de ser representado en un ambiente de modelación con potencialidades similares a las que provee el ambiente MATLAB-SIMULINK. Y esto vale no sólo para el proceso a ser controlado, sino también para la estructura del controlador a ser utilizado, con lo que debe quedar claro que, de modo alguno, se está constreñido a utilizar un controlador PID como en el estudio de nuestro caso. De allí el carácter general de este enfoque metodológico. Por otra parte, la principal restricción del problema es manejada de manera natural en la estrategia de solución mediante SIMULINK, por cuanto cada evaluación del funcional que se está minimizando: involucra una simulación del modelo “proceso más controlador” a lo largo de todo el inter-

valo de control que se considere pertinente. Cada simulación se hace con un vector de parámetros del controlador distinto, el cual va siendo variado de conformidad a la estrategia de búsqueda de los valores óptimos que es regida por el algoritmo de optimización que domina todo el proceso iterativo. Es decir la simulación pasa a ser esclava del algoritmo maestro, que bien puede ser cualquiera de los algoritmos de optimización estática multivariable sin restricciones que provee el Optimization Toolbox de MATLAB. Las sucesivas simulaciones cumplen el rol de ir evaluando el funcional a ser minimizado y, en cada una de tales evaluaciones, se cumple, de manera absolutamente natural, con todas las ecuaciones dinámicas que modelan al proceso y al controlador (la principal restricción del problema). Otro tipo de restricciones que comúnmente surgen en la formulación de problemas de control, como lo es la limitación de las salidas de los controladores a mantenerse dentro de ciertos rangos predefinidos, también son incorporables de manera muy natural mediante la utilización de bloques de limitación dentro del modelo. Distinto a si se desea manejar alguna restricción sobre una variable del proceso, por ejemplo: que una temperatura no sobrepase un determinado valor, por cuanto la inclusión de este tipo de restricciones no se encuadra dentro de la metodología a ser presentada, a menos que se apele a la utilización del concepto de funciones penalti (o barrera) dentro de la función objetivo, lo cual puede complicar aun más la solución numérica del problema.

Con relación al funcional objetivo, de carácter integral como ya lo hemos señalado, su evaluación no representa ningún obstáculo para esta metodología. Cualquier criterio integral puede ser evaluado en SIMULINK, mediante la definición de un bloque integrador adicional con valor inicial cero y cuyo integrando sea la misma función que se utiliza como integrando del funcional objetivo. Al final de cada simulación, se tomará la salida del integrador auxiliar en el tiempo final como el valor de la función que es vista por el algoritmo de optimización. Corremos el riesgo de ser reiterativos al resaltar que el ambiente SIMULINK nos provee de amplísima libertad a la hora de estructurar el criterio integral que se desea optimizar. No estamos constreñidos a los clásicos IAE, ISE o ITAE, sino que cualquiera de ellos, o sus variantes, puede ampliarse a los efectos de incorporar penalización sobre la energía de control utilizada.

### 3. EL PROCESO UTILIZADO EN EL ESTUDIO DEL CASO

En la Figura 1 se muestra una representación esquemática de un reactor químico continuo en el cual se lleva a cabo una reacción exotérmica. El mecanismo de remoción de calor a los efectos de viabilizar la regulación del proceso alrededor de una temperatura constante: es una camisa a la que se le inyecta un flujo de agua fría. Las ecuaciones de balance de masa y energía, así como todos los parámetros involucrados y el punto estático de operación deseado se presentan a continuación. Este ejemplo fue tomado de Cecil Smith [15] y ha sido utilizado como caso de estudio en varios de los cursos de control que se dictan en el departamento de Sistemas y Automática de la Universidad de Carabobo.

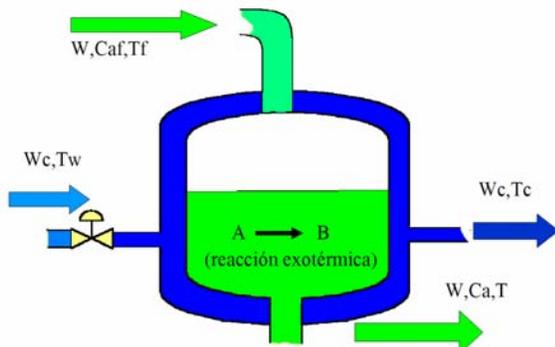


Figura 1. Diagrama esquemático del proceso.

#### 3.1 Ecuaciones del proceso

##### Balance de energía de la masa reactante dentro del tanque

$$V\rho C_p \frac{dT}{dt} = WC_p(T_f - T) - UA_T(T - T_c) + (-\Delta H)VkC_a^2 \quad (1)$$

Donde:

$V = 250 \text{ ft}^3$  (Volumen utilizado del reactor).

$C_p = 0,9 \text{ BTU/lbm}^\circ\text{F}$  (Calor específico de la masa del reactante).

$\rho = 80 \text{ lbm/ft}^3$  (Densidad de la masa reactante)

$A_T = 500 \text{ ft}^2$  (Área efectiva de transferencia de calor)

$U = 1,2 \text{ BTU}/(\text{min} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})$  (Coeficiente de transferencia de calor).

$(-\Delta H) = 1080,34 \text{ BTU/lbm}$  de A que reacciona, (Calor de reacción).

$k =$  Constante de la velocidad de reacción,  $\text{ft}^3/\text{lbm} \cdot \text{min}$

$$k = k_0 e^{-\frac{a}{T+460}} \quad (\text{Ecuación de Arrhenius})$$

$k_0 = 1,43 \text{ ft}^3/\text{lbm} \cdot \text{min}$

$a = 2560 \text{ }^\circ\text{R}$

$T =$  Temperatura en el reactor ( $^\circ\text{F}$ ) (La variable que se va a controlar).

$T_f =$  Temperatura en el flujo de suministro (Variable de Carga).

$T_c =$  Temperatura en la camisa.

$W =$  Flujo de suministro en  $\text{lbm}$  (Variable de carga)

$C_a =$  Concentración de A en el reactor.

##### Balance de energía de la camisa

$$M_c C_p' \frac{dT_c}{dt} = UA_T(T - T_c) + W_c C_p'(T_w - T_c) \quad (2)$$

Donde:

$M_c = 4000 \text{ lbm}$  (Masa del agua en la camisa)

$C_p' = 1,0 \text{ BTU/lbm}^\circ\text{F}$  (Calor específico del agua)

$W_c =$  Flujo de agua fría inyectada a la camisa (Entrada manipulada)

$T_w =$  Temperatura del agua fría (Variable de carga)

##### Balance de masa del componente A

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{W}{V\rho} (C_{af} - C_a) - kC_a^2 \quad (3)$$

$C_{af} =$  Concentración de A en el suministro (Variable de carga).

#### 3.2 Modelo en espacio de estado

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{V\rho} u_1(u_2 - x_1) - \frac{UA_T}{V\rho C_p} (x_1 - x_2) + \frac{(-\Delta H)}{\rho C_p} k_0 e^{-\frac{a}{x_1+460}} x_3^2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{UA_T}{M_c C_p'} (x_1 - x_2) + \frac{1}{M_c} u_5(u_4 - x_2)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{1}{V\rho} u_1(u_3 - x_3) - k_0 e^{-\frac{a}{x_1+460}} x_3^2 \quad (4)$$

Donde:

$$x_1 = T \quad x_2 = T_c \quad x_3 = C_a$$

$$u_1 = W \quad u_2 = T_f \quad u_3 = C_{af} \quad u_4 = T_w \quad u_5 = W_c$$

### 3.3 Punto nominal de operación

Valores Nominales para las variables de carga:

$$\begin{aligned} u_{1n} = W_n = 1000 \text{ lb/min} & & u_{2n} = T_{fn} = 150^\circ \text{F} \\ u_{3n} = C_{afn} = 9.0 \text{ lb/ft}^3 & & u_{4n} = T_{wn} = 80^\circ \text{F} \end{aligned}$$

Valor nominal para la entrada manipulada:

$$u_{5n} = W_{cn} = 1050 \text{ lb/min}$$

Valores nominales para los estados del proceso:

$$x_{1n} = T_n = 190^\circ \text{F} \quad x_{2n} = T_{cn} = 120^\circ \text{F} \quad x_{3n} = C_{an} = 3.22 \text{ lb/ft}^3$$

### 3.4 Modelo linealizado y función de transferencia

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{u}_1}{V\rho} - \frac{UA_T}{V\rho C_p} + \frac{(-\Delta H)ak\bar{x}_3^2}{\rho C_p(\bar{x}_1 + 460)^2} & \frac{UA_T}{V\rho C_p} & \frac{2(-\Delta H)k\bar{x}_3}{\rho C_p} \\ \frac{UA_T}{M_c C_p} & -\frac{UA_T}{M_c C_p} - \frac{\bar{u}_5}{M_c} & 0 \\ -\frac{ak\bar{x}_3^2}{(\bar{x}_1 + 460)^2} & 0 & -\frac{\bar{u}_1}{V\rho} - 2\bar{x}_3 k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(\bar{u}_2 - \bar{x}_1)}{V\rho} & \frac{\bar{u}_1}{V\rho} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{u}_5}{M_c} & \frac{(\bar{u}_4 - \bar{x}_2)}{M_c} \\ \frac{(\bar{u}_3 - \bar{x}_3)}{V\rho} & 0 & \frac{\bar{u}_1}{V\rho} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \\ \Delta u_4 \\ \Delta u_5 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde:  $\bar{k} = k_0 e^{-\frac{a}{\bar{x}_1 + 460}}$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1' \\ \Delta x_2' \\ \Delta x_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.72 \times 10^{-2} & 0.033 & 2.67 \\ 0.15 & -0.4125 & 0 \\ -1.746 \times 10^{-3} & 0 & -0.229 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.002 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2625 & -0.01 \\ 2.89 \times 10^{-4} & 0 & 0.05 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \\ \Delta u_4 \\ \Delta u_5 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Del cual se pueden obtener las funciones de transferencia como:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T(s)}{\Delta W_c(s)} &= \frac{-3.3 \times 10^{-4}(s + 0.2291)}{(s + 0.0724)(s + 0.2011)(s + 0.4251)} \\ \frac{\Delta T(s)}{\Delta W(s)} &= \frac{-0.002(s + .4125)(s - 0.1568)}{(s + 0.0724)(s + 0.2011)(s + 0.4251)} \quad (7) \end{aligned}$$

Se hace evidente de las ecuaciones del modelo que el proceso es claramente no lineal, por ello debe ser linealizado a los efectos de poder aplicar alguna técnica de diseño lineal, como lugar geométrico de las raíces, en la determinación de los parámetros del controlador. Pero, no es necesario hacerlo si se apela a la metodología objeto de esta investigación. En la Figura 2 se muestra el modelo tipo SIMULINK de todo el sistema en cadena cerrada. A los efectos de controlar el proceso se incluye un transmisor con rango de entrada 150-250 °F, una válvula lineal con acción inversa para compensar la ganancia negativa del proceso y capacidad de manipulación de un flujo máximo de 2000 lbm/min, y un controlador PID discreto. Este aparece en el modelo como un bloque tipo subsistema, cuyo detalle interno se muestra en la Figura 3.

El algoritmo está implementado en la forma velocidad con una etapa de salida que excluye la posibilidad de que se produzca el fenómeno “windup reset”. El valor inicial de la salida del controlador se provee en la unidad de retardo 2 y es igual a 47.5 % corresponde a la entrada que requiere la válvula en el punto nominal de operación, de esta manera en cada simulación lo que se registra es el efecto de la perturbación o del cambio aplicado en el valor de referencia para la temperatura. El modelo mostrado en la Figura 2 también incluye el integrador auxiliar, el cual se encarga de ir evaluando la integral del valor absoluto del error porcentual en la temperatura, que se corresponde con el criterio funcional que se va a minimizar en nuestro caso.

## 4. PROCEDIMIENTOS PARA LA OPTIMIZACIÓN PARAMÉTRICA

SIMULINK nos provee de un entorno de simulación que puede ser totalmente controlado desde la ventana de comandos de MATLAB o a través de archivos tipo .m [16]. Esta propiedad de SIMULINK

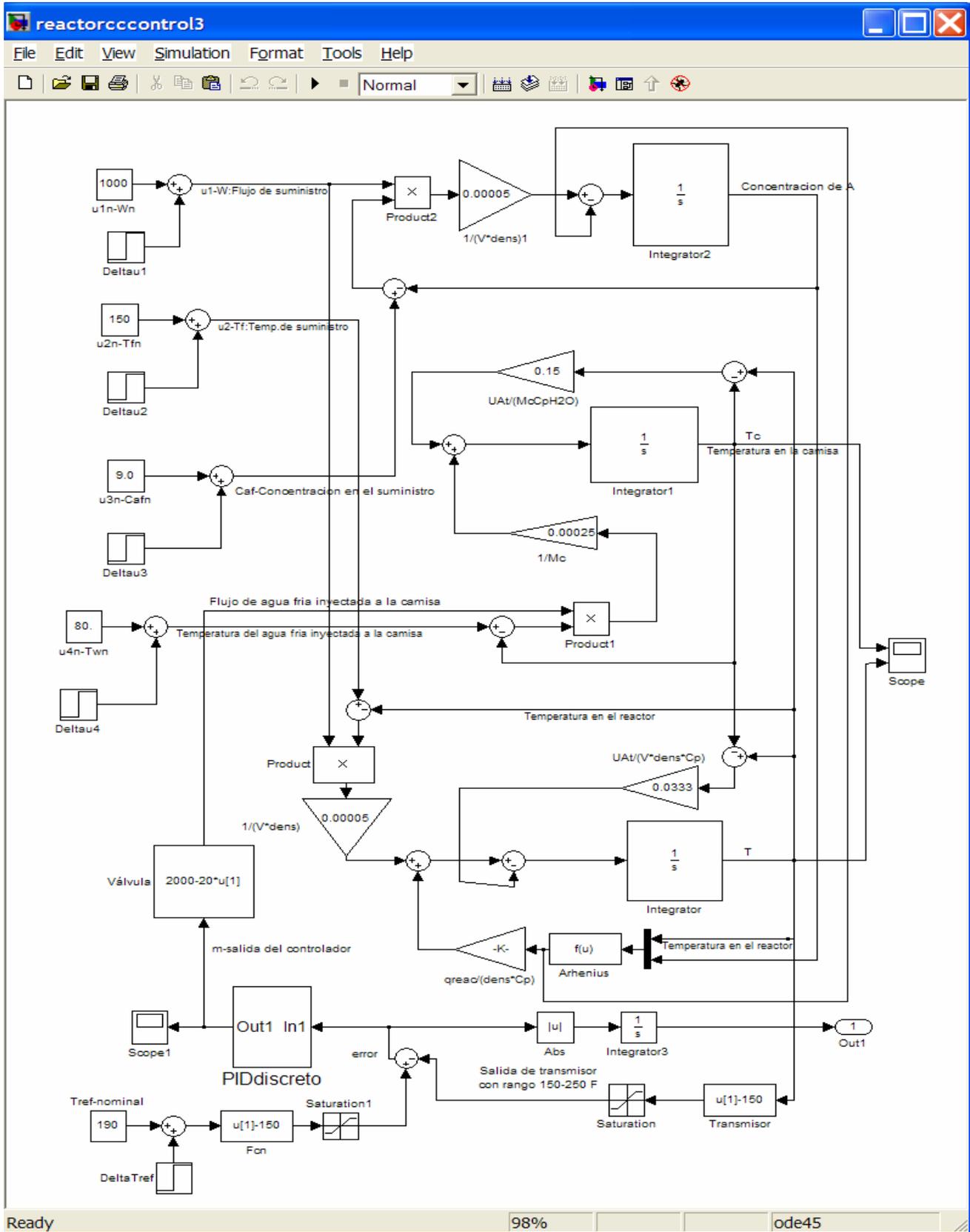


Figura 2. Diagrama SIMULINK del proceso mas controlador.

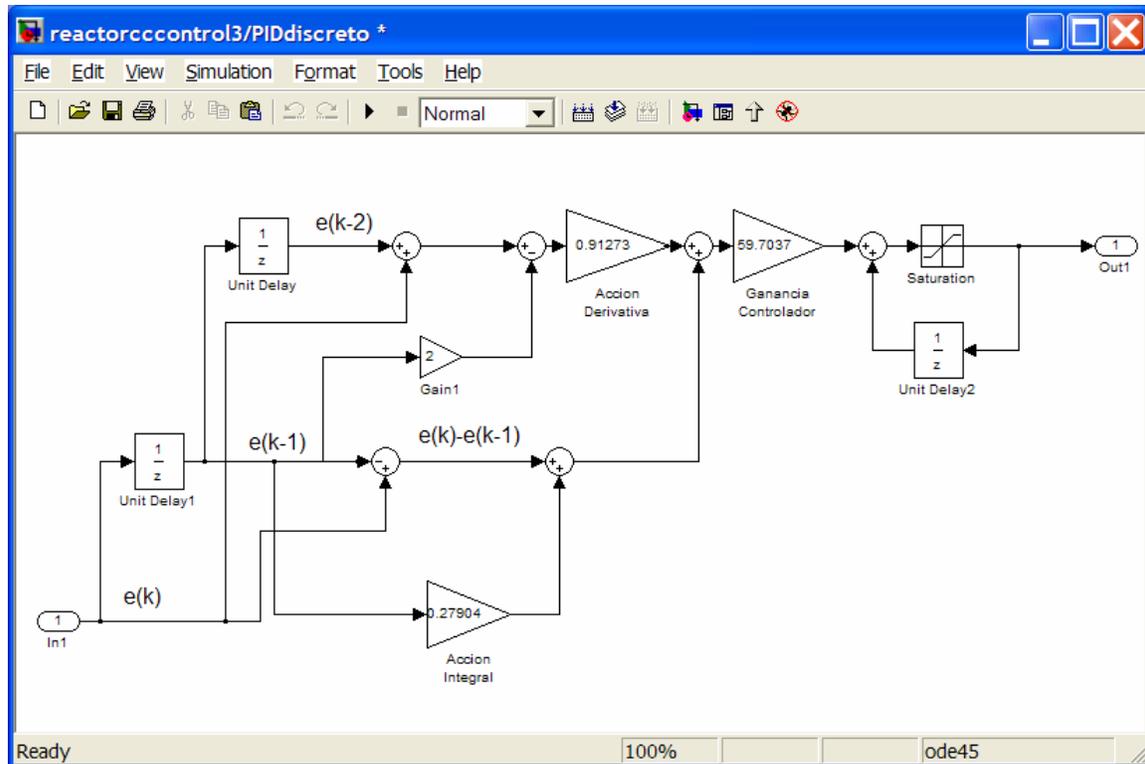


Figura 3. Diagrama SIMULINK del subsistema controlador

es clave, en cuanto nos permite programar una secuencia de experimentos de simulación de conformidad a la lógica de experimentación que nos interese. En el caso nuestro, la lógica de experimentación es determinada por la función “**fminsearch**”, la cual es una rutina de la toolbox de optimización de MATLAB, que se encarga de buscar el mínimo de una función escalar multivariable sin restricciones. Esta función de MATLAB utiliza el método de búsqueda SIMPLEX [17, 18]. Está reportado en la literatura que por el hecho de no apelar al cálculo analítico o numérico de los gradientes de la función que se está minimizando, como sí lo hace, por ejemplo, la rutina “**fminunc**” de la misma toolbox, “**fminsearch**” puede manejar las discontinuidades que se puedan presentar en la función. En esta investigación la función escalar a la que hacemos referencia, es implementada mediante un archivo tipo .m cuyo contenido se muestra en la Tabla 1. El vector incógnita es ParCont, que en cada llamada contiene los valores de los tres parámetros del controlador que se van a utilizar en la evaluación de la función. Mediante el comando “**set\_param**” tales valores son asignados a los correspondientes bloques del modelo del subsistema PID Discreto. Y en la línea resaltada con una flecha apuntadora se comanda la

simulación del modelo por un intervalo de control de 100 min (comando “**sim**”). La evaluación de la función se resume a obtener el último valor del arreglo de salida yout que corresponde al Output #1 en el cual se va almacenando la integral del valor absoluto del error. Esta función es llamada por “**fminsearch**” según se muestra en el Tabla 2.

El archivo “**OptReactorSP.m**” (Tabla 2) contiene el código que ejecuta el procedimiento de determinación de los parámetros óptimos del controlador para un cambio en el valor de referencia de la temperatura de 10 grados fahrenheit (partiendo de una adivinanza inicial para el vector ParCont {60, 4, 1}). En su línea clave resaltada de nuevo con una flecha apuntadora se invoca a “**fminsearch**” para que comande toda la experimentación en la búsqueda de los valores óptimos; es ella, a través de su algoritmo interno, quien se encarga de ir modificando el vector de parámetros del controlador que se utiliza en cada llamada a la función “**optparametrico3modos**”. Como quiera que el algoritmo SIMPLEX puede converger a un mínimo local dependiendo de la adivinanza inicial que se haya provisto, en la investigación se modificó un número exhaustivo de veces la adivinanza inicial a los fines de

Tabla 1. Archivo .m para evaluar el funcional integral.

```
function f=optparametrico3modos(ParCont,TS)
KC=ParCont(1);
TR=ParCont(2);
TD=ParCont(3);
ParametroIntegral=TS/TR;
ParametroDerivativo=TD/TS;
set_param('reactorcccontrol3/PIDdiscreto/
AccionIntegral','gain',num2str(ParametroIntegral));
set_param('reactorcccontrol3/PIDdiscreto/
AccionDerivativa','gain',num2str(ParametroDerivativo));
set_param('reactorcccontrol3/PIDdiscreto/
GananciaControlador','gain',num2str(KC));
[t,xout,yout]=sim('reactorcccontrol3',[0,100]);
% Simula el modelo reactorcccontrol3 en el intervalo de
tiempo desde 0
% hasta 100 min. Guarda en el arreglo t los valores de tiempo,
en xout los
% valores de los estados para cada uno de los valores de
tiempo, y en yout,
% que está en el Outport 1: la salida del integrador del valor
absoluto del
% error.
numpuntos=size(t,1);
% Obtiene el numero de elementos del vector t
f=yout(numpuntos ,1);
% Obtiene el valor final de yout.
```

recopilar los resultados obtenidos y detectar el mínimo global. Los resultados que se muestran en la sección siguiente es el resumen de todos los experimentos hechos en los dos casos un cambio en el punto de ajuste de diez grados y una perturbación escalón del 25% en el flujo de alimentación del reactante (el archivo para este caso no se muestra, pero es fácil de derivar del mostrado en el Tabla 2).

### 5. RESULTADOS OBTENIDOS

En la Figura 4 se muestra la respuesta optimizada para un cambio en la temperatura de referencia de diez grados. Esta respuesta, aunque bastante buena, no es muy superior a la que se puede obtener mediante alguna técnica clásica de diseño lineal, como LGR, aplicada al modelo variacional anteriormente presentado. Donde la mejoría si es sustancial es en la respuesta optimizada para cambios en la carga. En la Figura 5 se muestra la respuesta optimizada para un cambio en el

Tabla 2. Archivo .m que ejecuta la optimización.

```
TS=1;
% Período de muestreo se hace igual a 1
set_param('reactorcccontrol3/DeltaTref','After','10');
% Cambio de 10 grados en la temperatura de referencia
set_param('reactorcccontrol3/PIDdiscreto/
In1','SampleTime',num2str(TS));
set_param('reactorcccontrol3/PIDdiscreto/
UnitDelay','SampleTime',num2str(TS));
set_param('reactorcccontrol3/PIDdiscreto/
UnitDelay1','SampleTime',
num2str(TS));
% Parámetros del Controlador
% KC=Ganancia Controlador
% TR=Reset Time
% TD=Derivative time
KC=60;
TR=4;
TD=1;
set_param('reactorcccontrol3/PIDdiscreto/
UnitDelay2','SampleTime',
num2str(TS));
M0=47.5; % M0 es el reset inicial del controlador
set_param('reactorcccontrol3/PIDdiscreto/Unit
Delay2','X0',num2str(M0));
ParCont=[KC TR TD];
[ParCont,ValorOptimo,exitflag,output]=fminsearch
('optparametrico3modos', ParCont,[],TS);
set_param('reactorcccontrol3/DeltaTref','After','0');
% Esta ultima instrucción prepara el sistema para la simula-
ción con otro tipo de variación perturbante o cambio de set
point.
ValorOptimo
ParCont
output
```

flujo de suministro de reactante del 25%. A pesar de lo significativo de la perturbación, la máxima variación de temperatura no alcanza ni el medio grado y cualquier efecto desaparece en apenas diez minutos. Una respuesta como ésta no fue posible obtener mediante LGR, porque el paradigma de ubicación de los polos del modelo variacional en cadena cerrada nos conduce a una ubicación conservadora de los polos dominantes (se persigue una buena estabilidad relativa), mientras que, como lo demuestra nuestra solución optimizada la mejor respuesta para cambios en la carga se obtiene para unos ajustes de los parámetros del controlador mucho más agresivos. Se justifica este calificativo en cuanto a que con ellos se obtiene una ubicación de algunos polos mucho más cercana al lindero de inestabilidad. Los ajustes óptimos para los dos casos son radicalmente distintos. Tanto la ganancia Kc como Tr

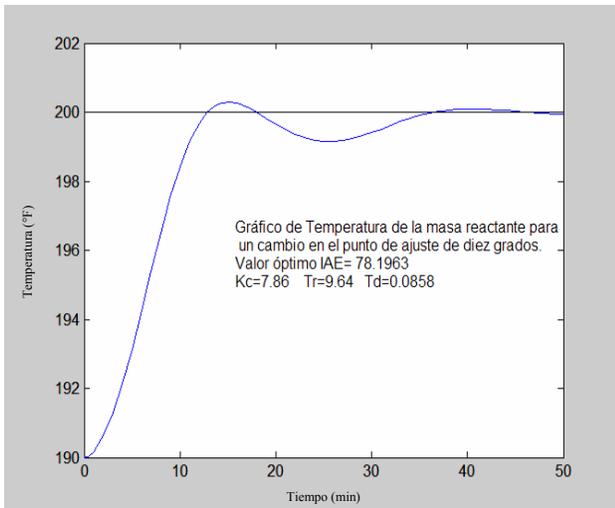


Figura 4. Respuesta optimizada IAE para un cambio en la referencia de diez grados.

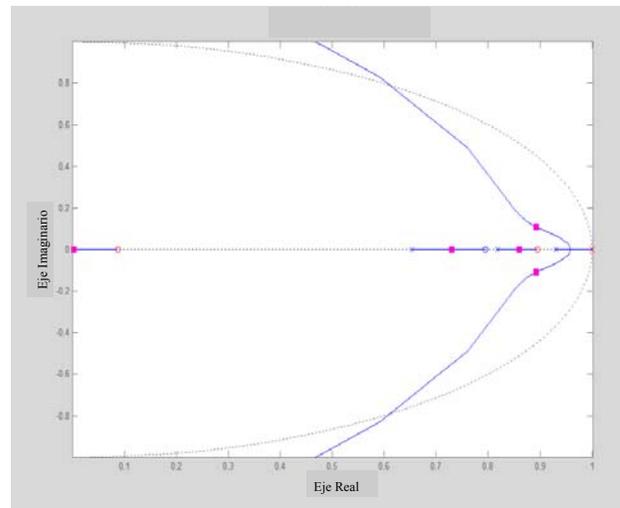


Figura 6. LGR resultante con el ajuste optimo para cambios en la referencia.

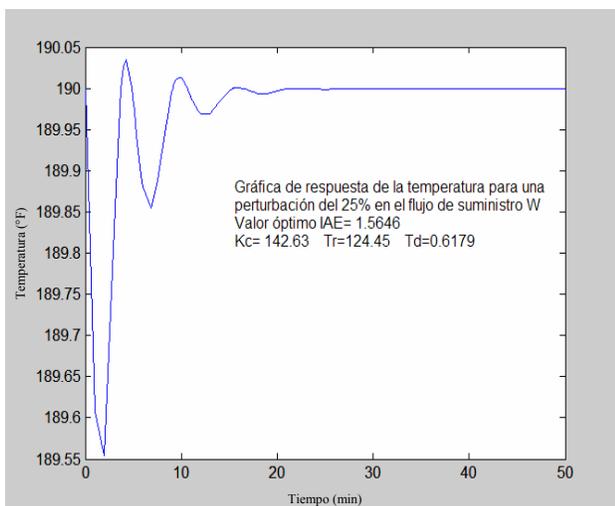


Figura 5. Respuesta optimizada IAE para un cambio en la carga del 25%.

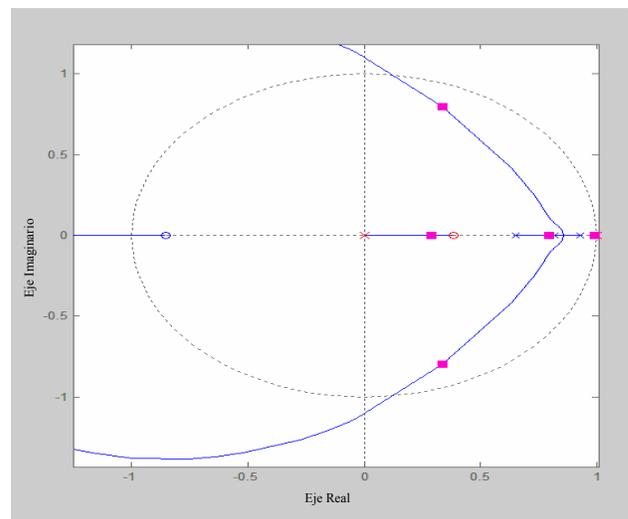


Figura 7. LGR resultante con el ajuste óptimo para cambios en la carga.

resultan mucho mayores en el ajuste óptimo para cambios en la carga, como consecuencia de que la integral del valor absoluto del error tiende a ser mucho más pequeña. Así, estos experimentos demuestran lo que ha sido reportado en reconocidos textos de control digital [15, 19, 20]: la optimización paramétrica conduce a distintos resultados dependiendo de si se desea optimizar la función servo o la reguladora. En estos textos, se apela a reglas de sintonización como las que ya hemos mencionado en la introducción y el cálculo respectivo arroja también diferencias significativas entre los dos ajustes óptimos. En la Figura 6 se muestra el lugar geométrico de las raíces, y la ubicación de

los polos cerrados para los ajustes óptimos correspondientes a cambios en el punto de ajuste ( $K_c= 7.86$ ,  $T_r= 9.64$  y  $T_d= 0.0858$ ). Mientras que en la Figura 7 se muestra la ubicación correspondiente al ajuste óptimo para cambios en la carga ( $K_c= 142.63$ ,  $T_r= 124.45$  y  $T_d= 0.6179$ ).

La inclusión de los dos LGRs resultantes para los dos ajustes óptimos, si bien escapa al enfoque metodológico de este trabajo, permite aseverar que el paradigma tradicional de ubicación de los polos dominantes no resulta tan efectivo cuando se trata de

privilegiar el comportamiento regulador de un lazo de control. El enfoque de optimización paramétrica aplicado a este caso, nos ha permitido desvelar este fenómeno que, por otra parte, no resulta tan evidente en el contexto del análisis lineal. Una nota de advertencia debería producirse, en este sentido, en el ámbito de los cursos básicos de teoría de control.

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Mediante este trabajo se ha demostrado que la técnica de optimización paramétrica puede ser, muy fácilmente, generalizada a cualquier modelo matemático de proceso y cualquier controlador de estructura predeterminada trabajando en ambientes de diseño tipo MATLAB-SIMULINK, y que ello no requiere de un número excesivo de horas de trabajo ni de sofisticados conocimientos de optimización.

De la observación sobre el comportamiento de los procedimientos utilizados desde el punto de vista numérico, cabe señalar algunas conclusiones adicionales que pueden servir de recomendaciones a quienes quieran enfrascarse en la búsqueda de soluciones de este tipo:

1. Se observó que la rutina “**fminsearch**” puede converger a soluciones bastante alejadas del mínimo global para algunos vectores de inicio.
2. Se optó por lo tanto en programar otro procedimiento muy sencillo para evaluar el funcional IAE sobre una matriz tridimensional de resolución gruesa, construida dándole a cada parámetro siete valores distintos, elegidos de manera tal de cubrir todo el dominio a explorar en su correspondiente dimensión. Las doscientos cuarenta y tres simulaciones, realizadas en pocos minutos, nos permitió identificar la región donde podía ubicarse el mínimo global. Arrancando desde diversos vectores de inicio, ubicados todos en los linderos de la región identificada, sí se observó consistencia del algoritmo en cuanto a la convergencia hacia el mismo mínimo.
3. El poder de cálculo que nos brinda MATLAB nos permitió la obtención de curvas de contorno del funcional IAE en el espacio paramétrico. Se observó: que en el entorno alrededor del mínimo global el funcional es bastante sensible a las variaciones en el parámetro  $T_d$ , cualquier ligero cambio en este

parámetro del controlador produce una variación apreciable en el funcional y la respuesta dinámica, no así en el caso de  $K_c$  y  $T_r$ . Esto lo que produce es superficies de contorno relativamente más elongadas en dos dimensiones que en la correspondiente al parámetro de la acción derivativa. El mínimo global, más que en un valle redondeado, se ubica en un cañón [21, 22]. Ello explica que la búsqueda de este mínimo amerite en promedio unas trescientas simulaciones, aun así y a pesar de lo que pudiera impresionar esta cifra, una vez montados y validados los procedimientos, en una computadora de escritorio la obtención del mínimo para un cambio de referencia o de carga no toma más de un cuarto de hora.

## REFERENCIAS

- [1] O’Dwyer, A.: “PI and PID controllers tuning rules for time-delayed processes: a summary. Parts I and II”. Proc. of the 1999 Irish Signals and Systems Conference. NUI Galway, 1999. pp. 331-346.
- [2] Rovira A.A, Murrill,P.W.and Smith,C.L.: “Tuning controllers for setpoint changes”. Instruments and Control Systems. Diciembre 1969. pp. 67-69.
- [3] López,A.M., Smith,C.L. and Murrill, P.W.: “An advanced tuning method”. British Chemical Engineering. Vol. 14, #11. 1969. pp. 1553-1555.
- [4] Zhuang,M. and Atherton,D.P.: “Automatic Tuning of optimum PID controllers”. IEE Proceedings Part D. 1993. Vol. 140, #3. pp. 216-224.
- [5] Huang,C.T., Chou,C.J. and Wang,J.L.: “Tuning of PID controllers based on second-order model by calculation”. Journal of the Chinese Institute for Chemical Engineers”. 1996. Vol. 27, #2. pp. 106-120.
- [6] Khan,B.Z. and Lehman,B.: “Setpoint Controllers for Systems with Large Normalized Dead Time”. IEEE Transactions on Control Systems and Technology. 1996. Vol. 4, #4. pp. 459-466.
- [7] Wang,F.S., Juang,W.S and Chan C.T.: “Optimal Tuning of PID controllers for single and cascade control loops”. Chemical Engineering Communications. 1995. Vol. 132. Pp. 15-34.
- [8] Witt,S.D. and Waggoner,R.C.: “Tuning parameters for non-PID three mode controllers”. Hydrocarbon Processing. Junio 1990. pp. 74-78.
- [9] Kaya,A. and Scheib,T.J.: Tuning of PID controls of different structures”. Control Engineering. Julio 1988. pp. 62-65.

- [10] Sung, S. W., Lee, O. J., Lee L. B., Lee J. and Yi, S.H.: "Automatic Tuning of PID controller using second-order plus time delay model". Journal of Chemical Engineering of Japan. 1996. Vol. 29, #6. pp. 991-999.
- [11] Polonyi, M.J.G.: "PID controller using standard form optimization". Control Engineering. Marzo 1989. pp. 102-106.
- [12] Huang, C.T. and Lin, Y.S.: "Tuning PID controller for open loop unstable processes with time delay". Chemical Engineering Communications. 1995. Vol. 133. pp. 11-30.
- [13] Table Curve. "Jandel Scientific TableCurve". Ca: ASIN software, Versión 3.01. 1991.
- [14] Arthur E. Bryson, Jr.: "Dynamic Optimization". Addison Wesley. 1999. ISBN 0-201-59790-X.
- [15] Cecil L. Smith: "Digital Computer Process Control". Intext Educational Publishers. 1972. ISBN 0-7002-2401-7.
- [16] The MathWorks Inc.: "Simulink Reference". 2002.
- [17] Lagarias, J. C., J. A. Reeds, M. H. Wright, P.E. Wright: "Convergence Properties of the Nelder Mead Simplex Algorithm in Low Dimensions". SIAM Journal of Optimization. 1998. Vol. 9, #1. pp. 112-147.
- [18] J.A. Nelder y R. Mead. "A simplex method for function minimization" The Computer Journal. Vol. 7, # 4. pp. 308-313. 1965
- [19] Isermann, Rolf. "Digital Control Systems. Volume I: Fundamentals, Deterministic Control". 2nd revised edition. Springer Verlag. 1989.
- [20] Aström, Karl.J y Wittenmark, Bjorn. "Computer Controlled Systems. Theory and design". Prentice Hall International Editions. Second edition. 1990.
- [21] Mokhtar S. Bazaraa, Hanif D. Sherali, C.M. Shetty. "Non linear programming. Theory and algorithms". Second edition. John Wiley & Sons. 1993.
- [22] Luenberger, David G. "Introduction to linear and non linear programming". Addison Wesley. 1973.