INGENIERIA UC
Organo de Divulgación Cientifica y Tecnológica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo
FACULTAD DE INGENIERIA U.C.

MODELACIÓN ESTOCÁSTICA DE DBO Y OD. CASO ESTUDIO RIO CABRIALES

Edilberto Guevara (1) y Marco Carrasco (2)
(1) Director Ejecutivo del CDCH-W. Universidad de Carabobo. Mail : eguevara@thor.uc. edu.ve
(2) Programa de Maestría de Ingeniería Ambiental - Universidad de Carabobo. Mail: mcarrascr@hotmail. com

Resumen

Las principales fuentes de abastecimiento de agua para consumo humano son los ríos y las aguas subterráneas. La calidad del agua en estas fuentes de abastecimiento está siendo afectada por contaminación urbana e industrial. La presencia de productos tóxicos en los ríos y lagos dificulta el tratamiento del agua en las plantas de potabilización. Actualmente, el servicio de agua potable no cubre la demanda actual afectando de manera directa la salud humana de algunas zonas. Contar con información respecto a la difusión de contaminantes en los ríos es de gran ayuda para buscar alternativas de solución a los problemas ambientales. La Demanda Bioquímica de Oxígeno y el Oxígeno Disuelto son los parámetros químicos más importantes que reflejan la calidad del agua. Este trabajo presenta la modelación mediante métodos estocásticos de la difusión de la DBO y la OD en el río Cabriales en el Estado Carabobo en Venezuela.

Palabras Claves : Métodos estocásticos, Demanda Bioquímica de Oxigeno (DBO), Oxígeno Disuelto (OD).

Summary

The main sources of water supply are lakes, rivers and groundwater. The quality of water in those sources is being affected by domestic and industrial pollution. The presence of toxic components in lakes and rivers hinder the treatment of the water in potabilization plants. At the present, the services of water supply do not cover all the demand, affecting the human health in many places. Therefore to have information about the diffusion of toxics in rivers is very important in order to find solutions for the environmental issues. The Biochemistry Oxygen Demand (BOD) and Dissolved Oxygen (OD) are important water quality parameter. This work deals with the simulation of the diffusion of BOD and OD in the Cabriales River in the Carabobo State in Venezuela, using stochastic methods.

Keys Words: Stochastic Methods, Biochemistry Oxygen Demand (BOD),Dissolved Oxygen (OD).

INTRODUCCIÓN

La importancia del agua para el hombre se ha incrementado en los últimos años. Las fuentes de abastecimiento de agua para consumo humano se encuentran principalmente en los ríos, los lagos y las aguas subterráneas. La cantidad de agua en los ríos y lagos representan aproximadamente el 0.26 por ciento de toda el agua dulce disponible en el planeta (United Nations Environment Programme - UNEP, 1994). Estas dos fuentes de abastecimiento son los más importantes recursos de agua para el ser humano.

Los lagos y ríos no sólo son fuentes de abastecimiento de aguas, sino que constituyen una importante fuente de proteínas materializadas en la fauna ictiológica, la cual alcanza hasta el 25% de la magnitud total en muchos países en desarrollo.

Las mencionadas fuentes de agua están siendo seriamente contaminadas por las actividades humanas, tal como los sedimentos, descargas agrícolas y químicos tóxicos. Los análisis más comunes para determinar la calidad de agua se refieren a la Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO) y al Oxígeno Disuelto (OD). También, permiten conocer el sistema de tratamiento al que debe someterse al agua antes de su uso. La DBO y OD son los parámetros base para los sistemas de Tratamiento secundario de las aguas. Entre los sistemas de tratamiento secundario se encuentran: Sistema de tratamiento vía Iodos activados, aireación prolongada, balsas estabilizadoras, biodiscos, tratamiento anaerobio de aguas.

En los procesos de contaminación se hace necesario conocer los fenómenos de difusión y decaimiento de los contaminantes. La modelación es una herramienta útil para simular el comportamiento de dichos fenómenos.

La modelación de los contaminantes en un cuerpo de agua permite tomar acciones correctivas respecto a la recuperación de la calidad de agua. En este trabajo se realizara la modelación del decaimiento de la DBO y el OD a lo largo del cauce del río Cabriales utilizando métodos estocásticos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En los últimos años, las presiones demográficas y de la industria han hecho que disminuya el consumo de agua por habitante en la tierra, a tal punto que, en algunas zonas el consumo de agua es mínimo. Se estima que 1400 millones de humanos no tienen acceso al agua potable (Le Monde Diplomatique, Noviembre 1997).

Existen muchos compuestos químicos que contaminan los cuerpos de agua, mayormente debido a las actividades del hombre. Como se ha mencionado, algunas fuentes son los sedimentos, fertilizantes, contaminación térmica y descargas domésticas. Estas ultimas se incrementan con el urbanismo, como es el caso del río Cabriales, el cual atraviesa la ciudad de valencia en el Estado Carabobo.

La preocupación de la Universidad de Carabobo por la contaminación del río Cabriales debido a las actividades urbanas e industriales ha conducido a diferentes investigaciones. Así, Briceño, Brito y Taberoa (1999), efectuaron análisis físicos y químicos de las aguas a lo largo del río Cabriales para determinar la influencia del urbanismo sobre la calidad del agua. Los resultados de dichos análisis se usan como datos básicos para esta investigación.

Los niveles permitidos en las descargas realizadas en este río se encuentran publicadas en la Gaceta Oficial de la Republica de Venezuela No 5.021 Extraordinario. Decreto No 883 del 11 de octubre de 1995.

Siendo la DBO y el OD los principales parámetros que permiten rápidamente determinar la calidad del agua, se hace necesario modelar el comportamiento a lo largo del río. Por ello se utilizan los métodos estocásticos, los que se espera sean fuente de información aplicada de tal modo que provean más elementos de juicio para la toma de decisiones respecto al control de la contaminación de otros cuerpos de agua.

OBJETIVOS

Objetivo General

Modelar el comportamiento decía DBO y OD en el río Cabriales utilizando métodos estocásticos y los datos de análisis químicos de sus aguas a lo largo de su recorrido.

Objetivos Específicos

- √ Describir los métodos estocásticos para modelar el comportamiento de DBO y OD.
- √ Describir los perfiles de DBO y OD en el río Cabriales.
- √ Aplicar los métodos estocásticos para modelar el comportamiento de la DBO y OD en el río Cabriales.
- √ Analizar los resultados obtenidos mediante los métodos estocásticos.

2. MARCO TEORICO

Los principales indicadores que se utilizan para establece la calidad del agua son la DBO, el OD, contaminante: orgánicos e inorgánicos. Estos indicadores no pueden ser medidos en forma precisa debido a incertidumbres en la naturaleza, estructura de modelos, estimación de parámetro: y validación, así como errores numéricos de muestreo y análisis.
El comportamiento de la DBO y OD se puede describir mediante métodos estocásticos, los cuales se suelen usar para predecir la media y desviación estándar de dichos parámetros, después de la descarga en el cuerpo de agua.
En este trabajo se analizan los siguientes modelos estocásticos: Método de Montecarlo (MC), Método de Ecuaciones de Momento (ME), Método de función de densidad probabilidad (PDF), Método de Simulación de Montecarlo (MCS), Análisis de primer orden aplicado en ecuación lineal (FOALE), Análisis de primer orden aplicado en ecuación nolineal (FOANLE).
Estos métodos se aplican para modelar el decaimiento de la DBO y la OD en el cauce del río Cabriales. Los datos basicos para estas simulaciones se presenta en la Tabla1, los cuales provienen de Briceño et al (1999).
El trabajo considera el problema de simulación como perfiles aleatorios de los componentes tomando características estadísticas de funciones simples. Por ejemplo el cambio de velocidad de la DBO se representa como una ecuación simple de primer orden:

$$dX(t)/dt = a\,X(t) \qquad (1)$$

donde a describe la velocidad constante de decaimiento del componente, el cual en el modelo determinístico es siempre menor a 0. Por tanto, el modelo simple con una tasa de decaimiento

constante será capaz de reproducir la naturaleza variante de funciones de DBO y OD. Permite entonces considerar el modelo estocástico dado en (2):

$$dX(t)/dt = (\mu_a + \epsilon_t) X(t) \qquad (2)$$

Donde ϵ_t es asumido como un proceso de Gauss N(0, σ^2), independientemente distribuido en el tiempo y con media cero y varianza σ^2. Esta asunción de Gauss es una idealización justificada por que muchos de los factores variables afectan la constante de decaimiento y de acuerdo al teorema de distribución de probabilidad de limite central, las variables aleatorias tiende a ser un proceso gaussiano.

2.1 Método de Montecarlo (MC).

El método de Montecarlo utiliza la ecuación (2) para la simulación del cambio de la concentración del Oxigeno Disuelto (OD) o la Demanda Bioquímica de Oxigeno (DBO) en el tiempo. Integrando la ecuación (2) resulta la siguiente expresión:

$$X(t + dt) = X(t)[1 + \mu_a \Delta t] + X(t)\,\Delta\beta \qquad (3)$$

X (t + dt)= DBO en el tiempo t + dt. (modelado)., X(t)= DBO en el tiempo t., μ_a.= promedio de la serie de valores., Δ_t = gradiente de intervalo de tiempo., $\Delta\beta$ = N(0, σ^2. Δ_t)

2.2 Método de Ecuaciones de Momento (ME).

El método de Ecuaciones de Momento (ME) se basa en la ecuación diferencial de Ito, la que muestra la solución de las partes determinísticas de ecuaciones de primer orden. Por integración de las variables x y x2, respectivamente, y cálculo de la varianza en varios tiempos se puede estimar la varianza de proceso estocástico:

$$dx = \mu_a x\, dt \qquad x = E(X) \qquad (4)$$

$$dx^2 = 2\mu_a x^2 dt + \sigma^2 x^2 dt \qquad x^2 = E(X^2) \qquad (5)$$

2.3 Método de la función de densidad de probabilidad (PDF)

Benjamín y Cornell (1970) describen el método de análisis de primer orden para aproximar soluciones de variables aleatorias, las cuales son variables dependientes, como una función de variables independientes. Este modelo es muy utilizado para relaciones de variables dependientes e independientes lineales y no lineales. Para relaciones no lineales los errores podrían ser altos. Según Burges y Lettenmaier (1975); Chaddemton (1982); Tung y Hathhom (1988) y Song y Brown (1990), (referido por Ponnamblan y Curi,1991)el análisis de primer orden se aplica mostrando la solución determinística de la ecuación de primer orden como: t2

$$X(t) = Xo\, e^{\mu_{a+1}} e^{0.5\sigma^2 t^2} \quad (6)$$

$$V[X(t)] = Xo^2\, e^{2\mu_{a+1}} [e^{2\sigma^2 t^2} - e^{\sigma^2 t^2}] \quad (7)$$

2.4 Método de Simulación de Montecarlo como definido en Zielinski (MCS).

El Método de Simulación de Montecarlo fue usado por Padgett (1977), Song y Brown (1990) y Zielinski (1991). En Zielinski (1991), cuando el parámetro "a'' de la ecuación (1) es considerado aleatorio con una distribución normal N (μ_a, σ_a^2), la solución de la ecuación deterministica resulta ser:

$$X(t) = Xo\, e^{[\mu_{a+1} + r\sigma_a]} \quad (8)$$

X(t)= DBO en el tiempo t.; Xo= DBO en el tiempo t=0.; μ_a = Promedió de la serie de valores.; t = Tiempo; r = variable aleatoriamente generada de N(0,1); o = Desviación estándar de valores.

2.5 Análisis de primer orden aplicado a ecuaciones lineales (FOALE).

Usando el análisis de primer orden para ecuaciones lineales, se muestran las relaciones de la media y la varianza para valores de X, y la covarianza de X y a. Hay que notar que la ecuación $X(t + 1) = X(t)\ [1+ a\Delta_t]$ es la integración de la fórmula del método de Euler explícito para el análisis de la ecuación de primer orden determinística.

$$X(t + 1) = X(t)\ [1+ \mu_a \Delta t] + \Delta t\ Cov\ [X(t), a\ ] \quad (9)$$

$$V[X(t+1)] = [1+ \mu_a\ \Delta t]^2\ V[X(t)] + [X(t)\ \Delta t]^2\ \sigma^2 + 2 \quad (10)$$

$$[1+ \mu_a\ \Delta t]\ [X(t)\ \Delta t]\ Cov\ [X(t), a] \quad (11)$$

2.6 Análisis de primer orden aplicado a ecuaciones no lineales (FOANLE).

Usando el análisis de primer orden para ecuaciones no lineales se puede estimar el valor de la variable X para un tiempo t según las siguientes correlaciones.

$$X(t) = Xo\, e^{\mu_a t}\ [1+ 0.5\ \mu_a^2 \sigma^2] \quad (12)$$

$$V[X(t)] = Xo^2\ \mu_a^2\ e^{2\mu_a t} \sigma^2] \ldots \quad (13)$$

X(t)= DBO en el tiempo t.; Xo= DBO en el tiempo t=0.; μ_a = Promedio de la serie de valores.; t = Tiempo.; o = Desviación estándar de valores.; V[X(t)]=Varianza de los valores.

3. METODOLOGÍA

El trabajo se desarrolla como sigue: En primer lugar se lleva acabo una descripción de la situación actual del río; luego se presentan los datos de DBO y OD en el río Cabriales. A continuación se realiza cálculos utilizan los métodos estocásticos descritos para modelar el

comportamiento de la DBO y OD en el río Cabriales. Finalmente se discuten los resultados obtenidos mediante los métodos estocásticos.

Situación general de la cuenca del río Cabriales.

La cuenca del río Cabriales se encuentra ubicada en el Estado Carabobo, el nacimiento del cauce se encuentra en la vertiente sur de la serranía del litoral a una cota aproximada de 1.650 msnm; recorre la ciudad de Valencia de norte a sur hasta llegar a su desembocadura en el Lago de Valencia; tiene una longitud de 33 Km y drena un área de 140 Km2. De sus condiciones climáticas se puede decir que posee una precipitación promedio anual de 1.000 mm (Estación Bárbula), con un periodo lluvioso entre los meses de abril y octubre, y un periodo seco que se extiende desde noviembre hasta marzo. La temperatura de media anual de 23.4 oC (Estación Guataparo - Dique). En su recorrido el río Cabriales recibe descargas domésticas provenientes de zonas urbanas. En los últimos años la cuenca del río Cabriales ha sido sometida a un proceso de urbanización sin sistemas de disposición de las aguas servidas.

Descripción del muestreo.

Información básica

La información básica proviene de un trabajo de investigación anterior de Briceño, Brito y Taberoa (1999) desarrollado en el Departamento de Ingeniería Hidráulica de la escuela de Ingeniería Civil, Universidad de Carabobo.

Para llevar acabo la modelación de la DBO y el OD se utilizaron datos provenientes del análisis de muestras tomadas en las estaciones: (1) Hospital Universitario Angel Larralde (Hospital Carabobo). (2) Puente Barbula. (3) Urbanización los Guayabitos. (4) Parque Fernando Peñalver. (5) Parque los Enanitos. (6) Distribuidor los Samanes. (7) Plaza de Toros. Los datos experimentales obtenidos en las estaciones antes mencionadas se presentan en la Tabla 1 (Datos correspondientes al periodo lluvioso).

Tabla1. Información básica sobre la calidad del agua del río Cabriales correspondientes a la estación húmeda.

Estación	DIST (km)	CAUDAL (m^3/S)	OD (mg/l)	DBO (mg/l)
1	3	0,14	6,6	3
2	6	0,104	6,5	3
3	8,8	0,248	5,8	4
4	16,4	0,716	2,5	16
5	20	1,22	4,6	14
6	23,4	1,516	3,9	20
7	27,6	2,014	5,8	10

* Fuente : (Briceño, Brito y Taberoa, 1999)

4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.

Según la normativa ambiental venezolana (Decreto No 883) el agua del río Cabriales es considerada del Tipo1, es decir aguas destinadas a uso doméstico y al uso industrial que requiera de agua potable, siempre que forme parte de un producto o sub producto destinado al consumo humano o que entre en contacto con él. En tal sentido el OD presente en este tipo de agua debe ser mayor a 4 mg/I. De los datos presentados en la Tabla1 se deduce que, sólo se producen

descargas de OD menores a 4mg/I en las estaciones (4) Parque Fernando Peñalver y (6) Distribuidor los Samanes. En las otras estaciones los vertidos de OD son mayores a 4mg/I.
Para la modelación estocástica de la DBO y OD, los valores presentados en la Tabla1 se consideran como descargas en el río Cabriales. En general, los métodos estocásticos permiten conocer el valor de la DBO y OD después de la descarga contaminante.
A continuación, se presentan en forma gráfica los resultados de la modelación estocástica de los datos en la Tabla 1.
Como se ha indicado antes, los valores de OD y DBO medidos en cada estación de muestreo se comportan como entradas al sistema fluvial. De acuerdo con los modelos estocásticos, las magnitudes de entrada a cada estación, se agotan totalmente antes de llegar a la estación siguiente. El agotamiento de OD es más lento que el DBO.
En las Figuras 1 y 2 se muestran los resultados correspondientes a la concentración del OD y DBO vs. la distancia del recorrido del río Cabriales respectivamente utilizando el método MC.

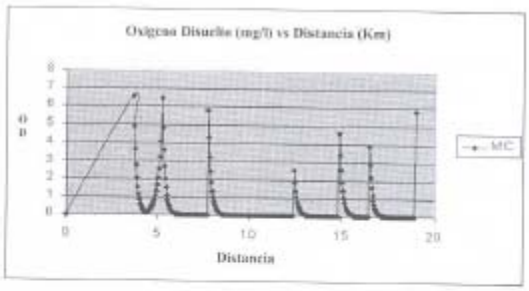

Figura 1. Curva de Oxígeno Disuelto (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con MC.

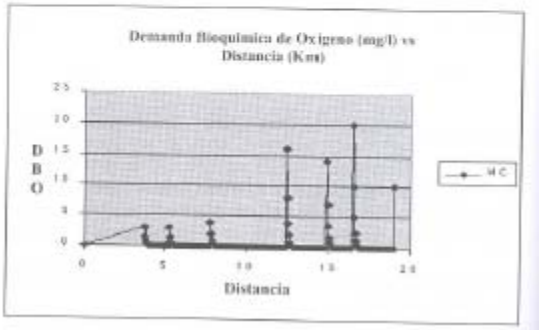

Figura 2. Curva de Demanda Bioquímica de Oxígeno (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con MC.

Utilizando el método MC para simular datos de laboratorio obtenidos en el río Cabriales, se observa una disminución acelerada de OD y DBO. Según este método, las descargas producidas en cada estación, consumen el oxígeno presente en el río en forma rápida. Esto justifica el valor de cero del oxígeno presente en el agua.
En las Figuras 3 y 4 se muestran los resultados correspondientes a la concentración del OD y DBO vs. la distancia del recorrido del río Cabriales respectivamente utilizando el método ME.
Figura 3. Curva de Oxígeno Disuelto (mg/1) vs distancia (Km) obtenida con ME.

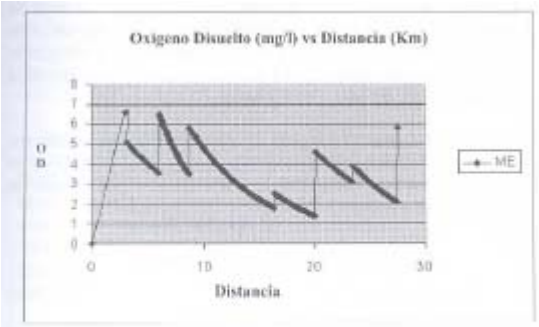

Figura 3. Curva de Oxígeno Disuelto (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con ME.

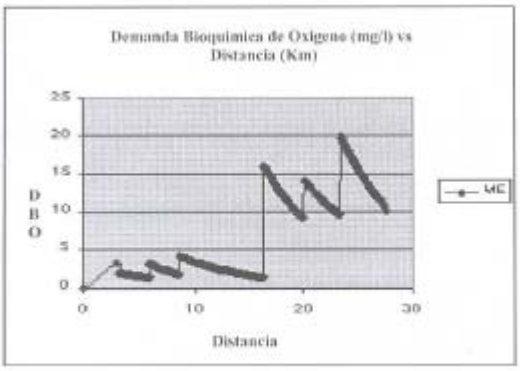

Figura 4. Curva de Demanda Bioquímica de Oxígeno (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con ME.

El método ME muestra perfiles de OD y DBO con disminución ligera. El consumo de oxígeno en las aguas del río Cabriales es más lenta. Los valores de OD y DBO alcanzados después de las descargas en el río no alcanzan el valor de cero. El valor mínimo alcanzado para el OD es 1.5 mg/I correspondiente a la descarga en el Parque Fernando Peñalver y el valor mínimo alcanzado para la DBO es 1 mg/I. en la Urbanización los Guayabitos.

Desde el punto de vista ambiental, los valores de OD y DBO según el método ME muestran la existencia de impacto ambiental, debido a las actividades humanas en la zona.

En las Figura 5 y 6 se muestran los resultados correspondientes a la concentración del OD y DBO vs. la distancia del recorrido del río Cabriales respectivamente utilizando el método PDF.

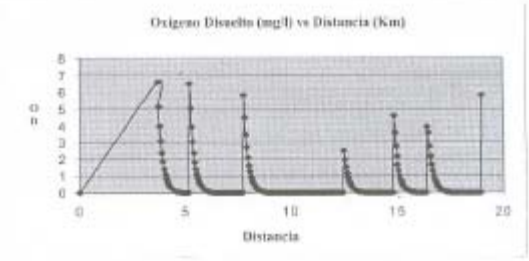

Figura 5. Curva de Oxígeno Disuelto (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con PDF.

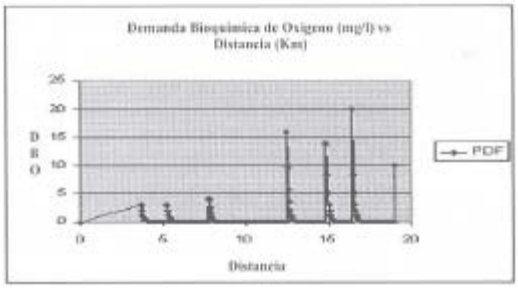

Figura 6. Curva de Demanda Bioquímica de Oxígeno (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con PDF.

El comportamiento de la distribución de los contaminantes en el río Cabriales según el método PDF muestra una tendencia a disminuir el valor de la DBO y OD en forma rápida. El OD y la DBO alcanzan valores de cero a pocos Km. de producida la descarga. La carencia de oxígeno en las aguas del río alteran la vida acuática y el ecosistema.

En las Figura 7 y 8 se muestran los resultados correspondientes a la concentración del OD y DBO vs. la distancia del recorrido del río Cabriales respectivamente utilizando el método MCS.

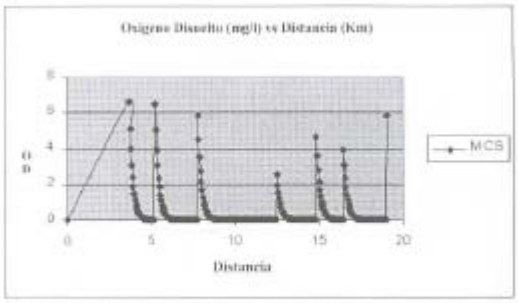

Figura 7. Curva de Oxígeno Disuelto (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con MCS.

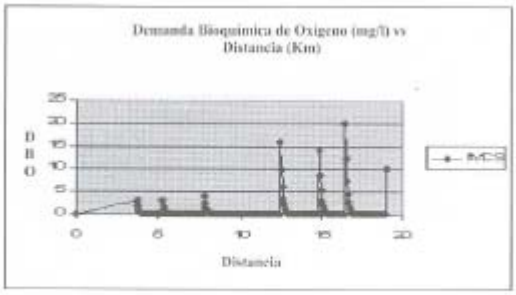

Figura 8. Curva de Demanda Bioquímica de Oxígeno (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con MCS.

El método de Simulación de Montecarlo (MCS) permite observar la disminución rápida de los valores de OD y DBO después de producida la descarga de contaminantes. El comportamiento de las sustancias contaminantes según este modelo se asemeja al obtenido según el métodos MC y PDF. El OD y la DBO alcanzan valores de cero a distancias cercanas a la fuente de contaminación.

En las Figura 9 y 10 se muestran los resultados correspondientes a la concentración del OD y DBO vs. la distancia del recorrido del río Cabriales respectivamente utilizando el método FOALE.

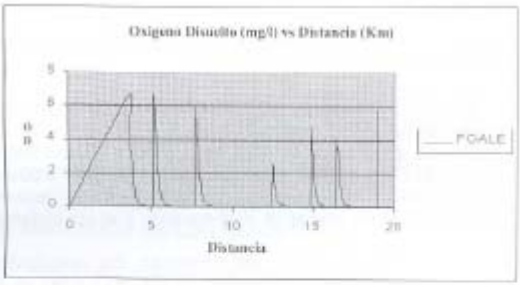

Figura 9. Curva de Oxígeno Disuelto (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con FOALE.

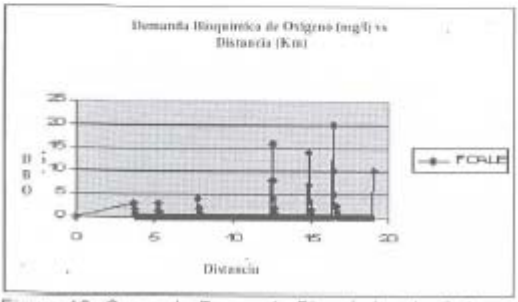

Figura 10. Curva de Demanda Bioquímica de Oxígeno (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con FOALE.

El método FOALE permite visualizar la pérdida acelerada en los valores de OD y DBO en el río Cabriales. Estos parámetros de calidad de agua alcanzan valores de cero, a pocos Km. después de disponer los contaminantes en el cuerpo de agua. Según este método la distribución de los contaminantes en el río es similar a los obtenidos según el método MC, PDF y MCS.

En las Figuras 11 y Figura 12 se muestran los resultados correspondientes a la concentración del OD y DBO vs. la distancia del recorrido del río Cabriales respectivamente utilizando el método FOANLE.

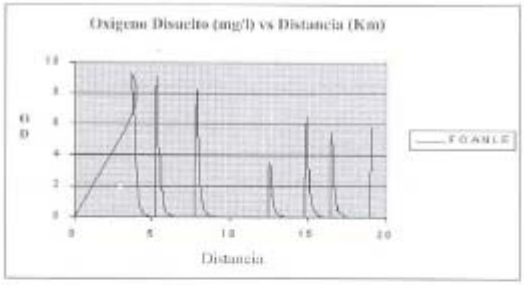

Figura 11. Curva de Oxigeno Disuelto (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con FOANLE.

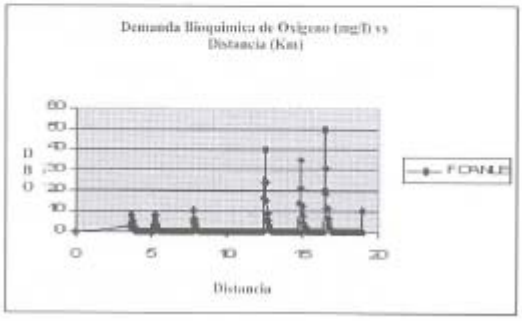

Figura 12. Curva de Demanda Bioquímica de Oxigeno (mg/l) vs distancia (Km) obtenida con FOANLE.

El método FOANLE presenta disminución acelerada en los valores de OD y DBO en el río Cabriales. La DBO y OD alcanzan valores de cero cerca de la estación en la cual se produjo el vertimiento de contaminantes.

Según los métodos estocásticos utilizados para el análisis de soluciones de ecuaciones de primer orden se observa que mediante el Método de Montecarlo (MC), Método de función de densidad probabilidad (PDF), Método de Simulación de Montecarlo (MCS), Análisis de primer orden aplicando en ecuación lineal (FOALE), Análisis de primer orden aplicado a ecuaciones no lineales (FOANLE), los valores simulados muestran una tendencia similar para todos los procedimientos. Se inicia con un valor máximo asociado a una descarga contaminante y luego disminuye hasta cero en la concentración de OD y DBO. El comportamiento de los métodos hace suponer que la carga contaminante se va diluyendo durante el transporte en el río. Estos modelos permiten conocer la concentración del OD y DBO en el recorrido del río Cabriales.

Los resultados obtenidos con el Método de ecuaciones de momento (ME), a diferencia de los anteriores, el OD y DBO tiene un valor inicial y disminuye progresivamente hasta llegar a un valor diferente de cero. Se observa que una disminución en la concentración de la carga contaminante más lenta comparada con los métodos antes descritos. El Modelo ME asemeja al comportamiento real del río Cabriales.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- √ Los modelos estocásticos permiten conocer la posible distribución de los contaminantes en el río Cabriales y el agotamiento a lo largo del tiempo.
- √ Se puede estimar los valores de la DBO y OD después de una descarga en el río vía los métodos estocásticos, ya sea en función del tiempo transcurrido o la longitud del cauce, aguas abajo.
- √ El Método de Momentos (ME) es el que más se acerca al comportamiento del OD y DBO en el río Cabriales en la realidad.

6. REFERENCIAS

- √ Bejamin, J.R., and C.A. Cornell (1970) : Probability, Statistics, and Decisions for Civil Engineers, Mc Graw Hill, Inc., N.Y.
- √ Briceño. Mariangela, Brito Yris y José Taberoa (1999) Estudio del impacto urbanístico sobre la escorrentía y la calidad del agua en la cuenca del río Cabriales, Universidad de Carabobo, Marzo 1999.
- √ Burges, S.j and D. P. Lettenmaier (1975) : Probabilistic methods in stream quality management, Water Resour, Bull.
- √ Chadderton, R.A., A.C. Miller, and A.J. Mc Donnell (1982): Uncertainty analysis of dissolved oxygen model, ASCE J. Env. Eng.
- √ Padgett,W.J., G. Shultz, and C.P. Tsokos (1977) : A random differential equation approach to the probability distribution of BOD and DO in streams, SIAM J. Appl. Math.
- √ Ponnambalam K, Wilson Curi (1991) : Stochastic BOD-DO Modeling Revisited, Department of Systems Design Engineering - University of Waterloo, Technical Report No. 184 - X - 240791.
- √ Song, Q., and L.C. Brown (11990): DO model uncertainty with correlated inputs, ASCE J. of Env. Eng.
- √ Tung, Y. K., and W. E. Hathhom (1988) : Assessment of probability distribution of dissolved oxygen deficit, ASCE J. of Env. Engg.
- √ United Nations Environmental Programme (1994) : The pollution of lakes and reservoirs.
- √ Zielinski, P.A. (1991) : Meaning of randomness in stochastic environmental models, Water Resour. Res.