

Estudio de la incertidumbre mediante una herramienta computacional

Jorge Emir Romero*, María de Lourdes Ochoa

Laboratorio de Predicciones, Facultad de Ingeniería. Universidad de Carabobo. Valencia, Venezuela

Resumen.-

Este artículo pretende ofrecer una herramienta computacional, que mejore el proceso manual y contribuya al estudio y análisis de la incertidumbre, basado en los fundamentos estadísticos. El programa se desarrolló compatible con Windows mediante el lenguaje de programación Visual Basic 6.0 y tomando en consideración los pasos siguientes: definir el proceso de medición, identificar las fuentes del error y distribución, estimar la incertidumbre, combinar las incertidumbres y reportar los resultados del análisis. Se realizaron pruebas al programa, mostrando en todo momento su versatilidad puesto que realiza simultáneamente los cálculos estadísticos previos y el análisis de incertidumbre (sistemática, al azar, estándar, combinada ISO y RSS, no simétrica, simétrica, grados de libertad y la distribución t student) contribuyendo sustancialmente a mejorar la precisión de los resultados en el proceso de toma de decisiones.

Palabras clave: incertidumbre, medición de datos, modelo y simulación

Study of the Uncertainty by means of a Computational Tool

Abstract.-

This article seeks to offer a computational tool that improves the manual process and contribute to study an analysis of the uncertainty, base on the statistical basics. The program was developed compatible with Windows by means of the programming language Visual Basic 6.0 and tanking in consideration the following steps: to define the measurement process, to identify the sources of the error and distribution, to estimate the uncertainty, to combine the uncertainties an report the results of the analysis. They were carried out test to program, showing in all moment its versatility since carries out the statistical previous calculations and the analysis of uncertainty (systematic, random, standard, combined ISO and RSS, not symmetrical, grades of freedom and the distribution t student) simultaneously contributing substantially to improve the precision of the result in the process of taking of decisions

Keywords: Uncertainty, measurement, data, error, accuracy, model and simulation

1. Introducción

En las aplicaciones en general, la incertidumbre es lo común y no la excepción y ésta puede ser definida como la *falta de conocimiento preciso o desconocimiento de las causas que determinan el comportamiento de un sistema real o las variables que definen un modelo respectivo, sea éste cualitativo o cuantitativo*. Por ejemplo, una pregunta típica en un diagnóstico médico es: dado que el paciente presenta unos síntomas, ¿cuál de las enfermedades posibles, es la que presenta el paciente?; esta situación implica incertidumbre, puesto que: los hechos o datos pueden no ser conocidos con exactitud y por otra parte, el conocimiento no es determinista [1]. Medinilla y Gutiérrez (2007), apuntan que

la incertidumbre es inherente a la actividad de diseño, sea o no conocido el problema y que esto se debe a dos causas, la primera, porque está presente en cualquier aspecto novedoso, por nimio que sea. Segundo, porque hay incertidumbre en todas las decisiones de diseño y en cada decisión hay que elegir una alternativa [3]; en cada decisión hay riesgo. La magnitud de la incertidumbre asociada con el diseño influye sobre su proceso de realización [2].

En la ingeniería al efectuar mediciones experimentales, en primer lugar, se está identificando numéricamente un estado proveniente de un proceso físico y la data generada, puede ser o no correcta y aún para algunas condiciones en las que nunca se ha presentado estimaciones de incertidumbre y en segundo lugar, permite desarrollar conocimientos sobre procesos universales, permitiendo con ello tomar decisiones mucho más adecuadas [4]. En la vida de las organizaciones o

* Autor para correspondencia

Correos-e: joromer@uc.edu.ve (Jorge Emir Romero),
mochoa@uc.edu.ve (María de Lourdes Ochoa)

del individuo, se presentan situaciones problemáticas que deben ser resueltas y en el caso que exista diversas alternativas de solución, es razonable pensar en seleccionar la mejor de ellas, tomando en consideración los recursos de los que se dispone y obviamente los objetivos propuestos [5].

Un problema tiene seis componentes [5]: la persona que lo enfrenta, las variables controladas por el mismo, las variables no controlables por el entorno, las alternativas, las restricciones y la decisión (se trata de escoger una alternativa que sea lo más eficiente, que produzca resultados satisfactorios, en relación con lo que la persona valora o aprecia). La toma de decisiones puede dividirse en dos clases: las decisiones programadas (donde se suelen usar algunos procedimientos estándar para tomarlos y esto ocurre principalmente en empresas) y las decisiones no programadas (donde cada decisión implica un nuevo conjunto de alternativas que pueden ser difíciles de analizar y los encargados tienden a aplicar su criterio, experiencia, intuición y reglas empíricas) [5].

Las decisiones programadas han permitido a los gerentes moverse en dirección a las decisiones óptimas, uno de estos desarrollos se ve reflejado en el uso de la computadora que permite tener un fácil acceso a datos estadísticos o también una técnica numérica que cada vez es más utilizada, la simulación, que facilita la manipulación de una o más variables y parámetros que se encuentran asociadas a un problema determinado y resulta muy útil a través del computador permitiendo procesar los datos y probar los cursos de acción alternativos [5]. Existen varios tipos de modelos en la toma de decisiones [5]: los modelos matemáticos los cuales se clasifican a su vez en determinísticos (dado un valor de entrada, se obtiene un único valor de salida o respuesta cada vez que se corre el modelo) y probabilísticos o estocásticos (dado un valor de entrada se obtiene una respuesta diferente cada vez que se corre el modelo); los comportamientos se muestran en la Figura 1.

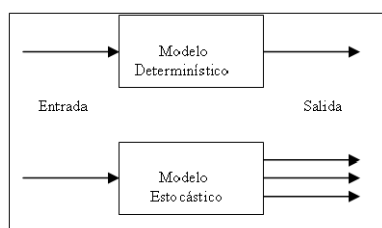


Figura 1: Modelos en la toma de decisiones [5]

Un modelo matemático determinístico, es un enun-

ciado expresado con ecuaciones relacionadas entre las variables y constantes asociadas con un problema y éste predecirá los resultados exactos bajo ciertos hechos y suposiciones. Mientras que un modelo probabilístico o estocástico, es un enunciado de las relaciones entre variables y constantes a las que se asocia probabilidades estadísticas, o sea que existe la probabilidad de ocurrencia asociada al comportamiento de las variables y se describe como Incertidumbre, la salida del modelo estará expresado en n resultados [5].

En muchas aplicaciones a menudo es necesario proporcionar un intervalo en torno al resultado de medición en el que se espera encontrar la mayor parte de la distribución de datos, que pueden ser razonablemente atribuidos a la magnitud a medir.

El método ideal para evaluar y expresar la incertidumbre de medida debe ser capaz de proporcionar tal intervalo, en particular aquel con la probabilidad o nivel de confianza realista requerido [4].

El método básico para evaluar y expresar la incertidumbre es universal, es decir, aplicable a todo tipo de datos de entrada. Sin embargo, en el caso particular de experimentación a nivel de ingeniería, evaluar y/o expresar la incertidumbre de medida es un proceso complejo, considerando que las magnitudes de salida son por lo general función de muchas otras variables independientes, medidas directamente durante el proceso, ensayo experimental o caso de estudio y se requiere del investigador la experiencia en cuanto a los detalles del proceso, con el propósito de detectar y sobretodo estimar de manera objetiva, las diferentes contribuciones a la magnitud de salida requerida y poder de esta manera establecer entre otros aspectos, conclusiones fiables de las pruebas o ensayos realizados, con el fin de mejorar un determinado diseño, producto o servicio [4].

En el análisis de incertidumbre, se lleva a cabo una serie de cálculos estadísticos, los cuales representan el fundamento y el punto de partida para caracterizar el estado y las actividades de los procesos.

Así que existe una amplia información analítica, que a veces resulta muy ambigua, por lo que este trabajo pretende de manera práctica, directa y con la profundidad correspondiente, el estudio de la incertidumbre en la medición a través del desarrollo de un programa computacional donde se visualice el conocimiento del proceso en estudio y por ende los límites de confianza entre otros.

2. Consideraciones teóricas que intervienen en el análisis de la incertidumbre

El procedimiento general para el análisis de la incertidumbre consiste en los pasos siguientes [6]:

1. Definir el proceso de medición.
2. Identificar las fuentes del error y distribución.
3. Estimar la incertidumbre.
4. Combinar las incertidumbres.
5. Reportar de los resultados del análisis.

A continuación se describirá superficialmente cada uno de estos pasos, puesto que en las referencias [7] y [8] se desarrollan claramente. El primer paso en cualquier análisis de la incertidumbre es, identificar la cantidad física que valor se estima en la medida. Esta cantidad, puede ser un valor directamente medido. Alternativamente, la cantidad se puede determinar indirectamente con la medida de otras variables, como en el caso de estimar el volumen de un cilindro midiendo su longitud y diámetro. El tipo anterior de medidas se llama *medidas directas*, mientras que el último, *medidas multivariantes*. En cualquier escenario dado, cada cantidad medida es una fuente de error potencial. Lo primero que hay que hacer al iniciar un proceso de análisis de incertidumbre es decidir si la fuente de error es sistemática o al azar. Algunos de los errores encontrados frecuentemente en el proceso de medición incluyen, pero no están limitados a lo siguiente [7]:

1. La desviación o sesgo en la medición.
2. Error al azar o en la capacidad de repetición el error se asocia a medidas de la repetición.
3. Error de adquisición, el error resultado de la resolución finita del aparato de medición y/o de la cantidad que son medidas.
4. Error de muestreo digital, es el error introducido convirtiendo una señal digital a analógica.
5. Error por el operador, es el error introducido por la persona que hace las mediciones y está relacionado con la habilidad del instrumentista.
6. Error en los factores ambientales, el error introducido por variaciones en condiciones ambientales o corrigiendo las condiciones ambientales.

Otro aspecto importante en proceso del análisis de la incertidumbre es el hecho, de que, los errores de medida se pueden caracterizar por distribuciones estadísticas. La distribución estadística para un tipo de error de medida es una descripción matemática que relaciona la frecuencia de la ocurrencia de valores con los valores

ellos mismos. Las distribuciones del error incluyen, pero no se limitan a la normal, *lognormal*, a la rectangular, triangular, cuadrático, del coseno, exponencial, trapezoidal y la de *t Student's*[8].

Cada distribución es caracterizada por un sistema de estadística. La estadística más usada frecuentemente en el análisis de la incertidumbre es la media, o el modo y la desviación estándar. Con la distribución *lognormal*, un valor límite y el de la media, son también usados.

Estimar la incertidumbre [6,7]

Según lo indicado previamente, todas las medidas son acompañadas por error. La carencia del conocimiento sobre la muestra y de la magnitud del error de medida se llama incertidumbre de la medida. La incertidumbre u , en una medida es la raíz cuadrada de la variación en el error de medida. Por lo tanto, se puede escribir la Ec. (1)

$$u_x = \sqrt{\text{var}(x)} = \sqrt{\text{var}(\varepsilon_x)}. \quad (1)$$

Esta ecuación proporciona el enlace entre el error en la medida y la incertidumbre en la medida [6].

Incetidumbre sistemática o tipo B, proviene de desconocer (o no poder controlar) todos los factores que afectan a un experimento. Si se pudiesen reproducir las condiciones *exactas* cada vez que se realiza una medición, entonces la incertidumbre sistemática sería cero. Sin embargo, es imposible reproducirlas exactamente.

Algunas pautas permiten estimar esta incertidumbre. En una gran cantidad de casos un efecto particular puede dominar la incertidumbre sistemática. Si se encuentra cuál es y se estima cuánto puede haber afectado el resultado, esto será un estimado de la incertidumbre. Avanzando un poco más, tal vez, se puede determinar cuánto y cómo fueron afectadas las medidas por este efecto. Si esto provoca un corrimiento del valor central, y se sabe cómo compensarlo, esto nos permite una nueva estimación de la incertidumbre sistemática. Evidentemente, si se desea tener un experimento más y más preciso, el camino a seguir es identificar las fuentes de error sistemático y reducir su efecto de alguna forma.

Incetidumbre al azar (tipo A) se define, como una estimada obtenida de los datos de una muestra. El muestreo de datos involucra hacer medidas repetidas de las cantidades de interés y es importante que cada medida repetida sea independiente, representativa y tomada aleatoriamente.

El muestreo al azar es una piedra angular para la obtención de información estadística relevante. Así de es-

ta manera, la estimada del tipo A, se aplica usualmente para la incertidumbre en errores aleatorios o repetitivos.

Así que, $\bar{x}$ es el promedio o average de los datos tomados de la muestra. Y se puede definir por medio de la Ec. (2) [6],

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum i = 1nx_i \quad (2)$$

Y la desviación estándar de la muestra, se define por medio de la Ec. (3), tal que

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum i = 1n(x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

Donde $n - 1$, representa los grados de libertad de la muestra, x_i es el valor de cada dato de la muestra y $\bar{x}$, es el *average* de los datos tomados de la muestra. La incertidumbre del *average* está definido por la Ec. (4)

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}. \quad (4)$$

Donde, S_x representa la desviación estándar de los promedios ($\bar{x}$) y n el número de datos promediados.

Una vez, las estimaciones de la muestra mala y de la desviación de estándar se han obtenido y los grados de libertad se han observado y es posible, computar los límites que limitan el medio de la muestra con un cierto nivel especificado de la confianza. Estos límites se llaman los límites de confianza y el grado de confianza se llama el nivel de la confianza. Los límites de confianza se pueden expresar como múltiplos de la desviación de estándar de la muestra.

Combinar las incertidumbres [6] [7]

En este aspecto cabe destacar que en un proceso de medición, se presenta la combinación para la evaluación de la incertidumbre sistemática y al azar; la incertidumbre sistemática puede ser generada desde varias fuentes de error y puede ser evaluada y expresada como simétrica o no simétrica.

Combinando incertidumbre al azar, no es necesario determinar la combinación de los errores al azar, una vez que el ensayo se ha iniciado. La dispersión de los datos es la misma producida por todas las fuentes de error al azar.

La desviación estándar de la dispersión dividida entre la raíz cuadrada del número de datos es la incertidumbre al azar, $(\frac{S_{\bar{x}}}{\sqrt{n}})$.

Combinando grados de libertad (t_{95}), cada fuente elemental de incertidumbre tiene asociado su propio grado de libertad ν . Estos grados de libertad corresponden a las desviaciones estándar del promedio para la

fuente de error ($S_{\bar{x},i}$) y cuando se combina, es necesario combinar los grados de libertad también; así que los grados de libertad para los resultados de una prueba son dados por la Ec. (5);

$$V_R = \frac{\left[\sum (S_{\bar{x},i})^2 \right]^2}{\left\{ \sum \left[\frac{(S_{\bar{x},i})^4}{\nu^2} \right] \right\}} \quad (5)$$

Combinando incertidumbre sistemática simétrica; la incertidumbre es generada desde varias fuentes de error y sus efectos combinados, pueden ser evaluados.

Cada incertidumbre sistemática, b_i , debe tener su efecto combinando sobre los resultados evaluados, esta combinación de efectos está determinada por la Ec. (6)

$$B_R = \pm \left[\sum (b_i)^2 \right]^{1/2}, \quad (6)$$

donde, B_R es la incertidumbre sistemática de los resultados de la prueba y es el componente básico de la incertidumbre en el informe y su valor es el utilizado para la sistemática simétrica. Para obtener la incertidumbre al azar, se determina por medio de la Ec. (7))

$$S_R = \pm \left[\sum (S_{\bar{x},i})^2 / (N_i)^{1/2} \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Modelo de la raíz cuadrada (combinada); se define como Ec. (8)

$$U_{RSC} = \pm \left[(B_R)^2 + (t_{95} S_R)^2 \right]^{1/2}, \quad (8)$$

donde U_{RSC} , es la incertidumbre de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados. Y ésta, propicia un intervalo alrededor del promedio de la prueba que introduce el valor verdadero el 95 % de las veces. Por lo que el valor verdadero (μ) se encuentra en el intervalo

$$(\bar{x} - U_{AD}) \leq \mu \leq (\bar{x} + U_{AD})$$

Modelo de incertidumbre U_{ISO} , está definido por la Ec. (9)

$$U_{ISO} = K \left[(U_A)^2 + (U_B)^2 \right]^{1/2}, \quad (9)$$

donde K , puede tomar el valor de 2, el cual corresponde al valor de t_{95} . Todo esto dependiente de los grados de libertad y del nivel de seguridad que se posea.

Modelo de combinación, el cálculo de la Incertidumbre se resume en la determinación de $(B/2)^2$ y $(S_{\bar{x}})^2$.

Reportar los resultados del análisis

El reporte de los resultados del análisis de incertidumbre de una prueba es conveniente hacerlo por separado, o sea que, debe existir el reporte de incertidumbre sistemática, al azar y los grados de libertad asociados.

3. Herramienta computacional

La implementación del análisis de incertidumbre requiere de un fundamento matemático y estadístico muy completo; por consiguiente, la disponibilidad de una herramienta efectiva mejora en gran parte su análisis y facilita los cálculos correspondientes. Así que, se desarrolló una herramienta computacional con interfase amigable, donde se implementan los conceptos matemáticos y estadísticos para el análisis de incertidumbre en la medición directa. Esta herramienta se ha llamado *Análisis de Incertidumbre*.

4. Capacidad y características del programa

La herramienta desarrollada permite el análisis básico de mediciones directas (de una variable) de uso universal. La aplicación se desarrolló compatible con Windows mediante el lenguaje de programación Visual Basic 6.0 y en el laboratorio de predicciones de la escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Carabobo. El algoritmo simplificado se muestra en la Figura 2 y el programa se presenta en la Figura 3.

A continuación, se lista un resumen de sus características técnicas y capacidad.

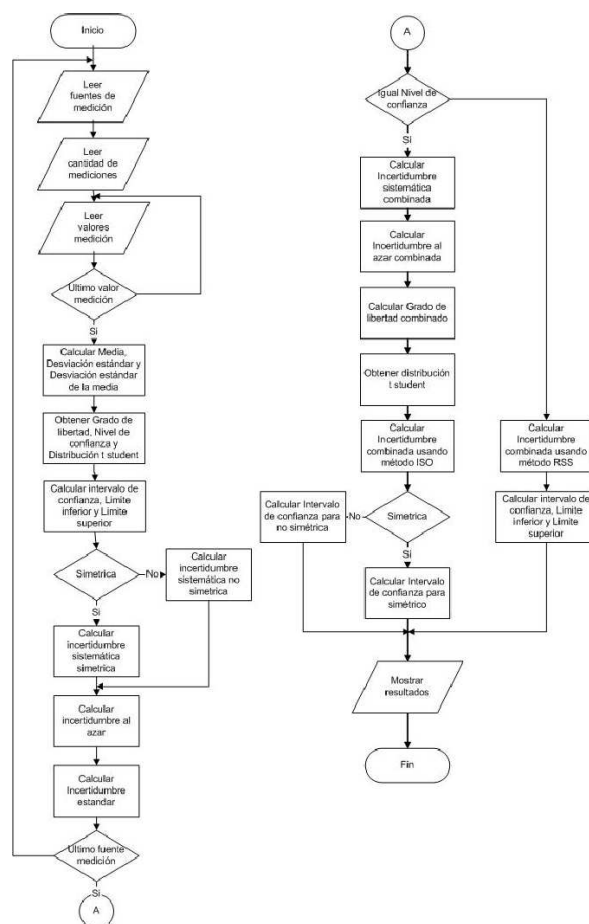


Figura 2: Diagrama de flujo del programa.

Características generales

- Se realiza el análisis de mediciones directas.
- Entrada de datos y análisis de la información directamente en una misma ventana (Figuras 4 y 5).
- Se muestra la tabla del sumario del análisis.



Figura 3: Inicio del programa.

Identificación y distribución de la fuente de error

- Se permite hasta cinco fuentes de error.
- Se identifica las fuentes de error de manera directa.
- Sólo se dispone del análisis para la distribución normal y *t Student's*.
- La distribución *t Student's* disponible hasta con 60 grados de libertad y cuatro niveles de confianza (50, 90, 95 y 99).

Estimación de la incertidumbre

- Se realizan los cálculos estadísticos de la medición: media, desviación, desviación estándar de la medición e intervalo de confianza.
- Se determina la incertidumbre al azar, sistemática, simétrica y no simétrica (Figura 6).
- Se determina la combinación de la incertidumbre por el método ISO y el método RSS.
- Se obtienen los límites de confianza.

Figura 4: Ventana-Estadísticos.

Figura 5: Ventana – Ejemplo incertidumbre simétrica.

- Se reportan los resultados del análisis en una sola ventana.

Figura 6: Ventana – Ejemplo incertidumbre no simétrica.

5. Validación

La validación del programa se realizó por comparación con la data tomada de [8], obteniendo como resultado, una precisión de un 99,9 %. Los cálculos realizados simultáneamente y en menos de 1 segundo, se llevaron a cabo con un nivel de confianza de 95 %, correspondiendo a los valores de: media, desviación estándar, desviación estándar de la media, grados de libertad, límite inferior y límite superior (Figura 7).

Observación: en esta herramienta computacional de-

Figura 7: Cálculos estadísticos en pantalla.

sarrollada en Visual Basic 6.0, es difícil introducir virus, a diferencia de lo que sucede con la hoja de cálculo y Lotus que son muy vulnerables [9].

6. Conclusiones

- Se dispone de una herramienta para el análisis de la incertidumbre (mediciones directas) con una confiabilidad del 95 %.
- Disminuye el tiempo de análisis en un 99,9 % con respecto al proceso manual.
- La carga de datos (entrada) y el cómputo estadístico, permite resultados más precisos y simultáneos (haciéndolo versátil), logrando resultados en menos de un segundo, contribuyendo sustancialmente a mejorar la calidad de los mismos, en el proceso de toma de decisiones.
- La herramienta trabaja con cinco fuentes de error (calibración, adquisición de datos, reducción de datos y otro método electivo), y maneja hasta 6 decimales.

Referencias

- [1] Medinilla N. y Gutiérrez I (2007). *Sistemas expertos basados en probabilidad*. Universidad de Cantabria. España.
- [2] —.(2007). *La incertidumbre como herramienta en la ingeniería del software*. IEEE Latin America Transactions, Vol. 5. No. 4, July 2007.
- [3] Blas L. (1991). *La decisión un problema contemporaneo*. Espasa Calpe. España.
- [4] Orozco C.; Fonseca N. (2006). *Análisis Experimental de Datos en Ingeniería con Estudios de Caso*. Scientia et Técnica. Año XII, no. 32. ISSN 0122-1701.
- [5] Sottile A. (2002) *Decisiones bajo condiciones de incertidumbre análisis de riesgo y simulación de montecarlo*. Cooperadora de la Facultad de Ciencias Económicas UNC.
- [6] Castrup S. (2004). *A Comprehensive Comparison of Uncertainty Analysis Tools*. Measurement Science Conference.
- [7] Vallés L. (2001). *Análisis de Incertidumbre*. Apuntes de Clase. Universidad de Carabobo.
- [8] s.a, *Hand book of Industrial Metrology*(1967).American society of tool and Manufacturing Engineers.
- [9] Castrup S. (2004). *Why Spreadsheets are Inadequate for Uncertainty Analysis*. Presented at the Eighth Annual Test Instrumentation Symposium.