

Sistema de visión por computadora para la detección de objetos esféricos a través de la transformada de Hough

Teddy V. Rojas Z⁽¹⁾, Wilmer Sanz F.⁽²⁾, Francisco Arteaga⁽³⁾

⁽¹⁾ Universidad de Carabobo, Centro de Investigación y Tecnología en Automatización, Electrónica y Control

⁽²⁾ Dpto. de Sistemas y Automática. Bárbula, Edo. Carabobo, Venezuela

Email: tvrojas@uc.edu.ve, wsanz@uc.edu.ve, farteaga@uc.edu.ve

Resumen

Este trabajo muestra el desarrollo de un sistema de visión por computador para lograr la detección de formas circulares en imágenes capturadas mediante una cámara web convencional. Se trata de una aplicación de la herramienta de segmentación por detección de bordes conocida como Transformada Circular de Hough, como base del sistema de visión artificial conformado en una interfaz gráfica de usuario Matlab, desarrollo realizado en el Laboratorio de Robótica y Visión Industrial de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Carabobo para el robot antropomórfico RHINO XR-3.

Palabras clave: Visión artificial, detección de bordes, transformada circular de Hough.

Vision system by computer for the detection of spherical objects using the circular Hough transform

Abstract

This work shows the development of a vision system by computer to achieve the detection of circular shapes in images captured by means of a conventional webcam. This is an implementation of the segmentation tool by edges detection known like Circular Hough Transform, as base of the system of artificial vision, made up in a Matlab graphical user interface, built in the Laboratory of Robotics and Industrial Vision of the Electrical Engineering School of the University of Carabobo for the anthropomorphic robot RHINO XR-3.

Keywords: Computer vision, edge detection, circular Hough transform.

1. INTRODUCCIÓN

La visión por computador, también denominada visión artificial, puede definirse como el proceso de extracción de información del mundo físico a partir de imágenes capturadas y transferidas a un computador. La información o tareas que un sistema de visión artificial puede realizar van desde la simple detección de objetos sencillos en la imagen, hasta la interpretación tridimensional de escenas complicadas [1, 2]. El procesamiento digital de imágenes se presenta como una piedra angular en el proceso de toma de decisiones llevado a cabo en las unidades de control de los sistemas, por ejemplo la robótica [3], que cuentan con elementos de captación de imágenes como parte de su instrumentación.

Entre los procedimientos más utilizados para procesar imágenes digitalmente se encuentran las técnicas de segmentación, las cuales consisten en la división de la imagen capturada en regiones donde los píxeles que las constituyen poseen características semejantes. Una de las formas más interesantes de lograr la segmentación es mediante la detección de bordes o fronteras de objetos dentro de la imagen. Dicha detección suele lograrse mediante la aplicación de operadores y filtros como el Sobel, el Prewit y el Canny. Mucho menos conocida que estos es la herramienta denominada Transformada de Hough, cuya robustez y adaptabilidad la hacen altamente confiable y valiosa al momento de elegirla frente a otros métodos de segmentación por detección de fronteras.

2. TRANSFORMADA DE HOUGH

Como se anticipó en la introducción, se trata de una herramienta computacional utilizada para detectar líneas de alguna clase determinada, presentes en una imagen digital. En general, su aplicación implica el uso de una formulación de parámetros específica al tipo de línea que se desea detectar (usualmente rectas, círculos o elipses). No obstante, la transformada puede ser generalizada para aplicarse a objetos de forma arbitraria [4, 5].

2.1 Formulación clásica

La forma clásica de la transformada fue originalmente propuesta por Paul Hough (1959) en la conferencia internacional sobre aceleradores de alta energía del CERN, bajo el título original "Machine Analysis of Bubble Chamber Pictures" [4]. Al utilizarla para detectar líneas rectas en una imagen, la transformada puede basarse en los dos parámetros implícitos en la ecuación de la recta según la representación pendiente-ordenada en el origen, $y = ax + b$.

Independientemente de la formulación de parámetros empleada, la transformada siempre utiliza lo que se conoce como **Arreglo de Acumulación**, donde se totalizan los "votos" que dan el resultado de los parámetros más apropiados al tipo de línea que se desea detectar.

La transformada de Hough plantea que es en el espacio de los parámetros a y b o espacio de Hough, donde se determina la recta característica de una línea de puntos dados. Sin embargo, esta formulación tiene algunos inconvenientes numéricos: para rectas horizontales, cuando $a = 0$ y con rectas verticales, cuando $a \rightarrow \infty$. Para evitar estos inconvenientes se ha de reformular la transformada en la representación de coordenadas polares o radio-ángulo tal como se explica en la sección 2.2

2.2 Formulación en coordenadas polares

La transformada de Hough universalmente utilizada en la actualidad fue desarrollada por Richard Duda y Peter Hart (1972) [4], quienes sugirieron el uso de los parámetros polares radio-ángulo en lugar de los parámetros pendiente-ordenada, para la representación de las rectas (Figura 1).

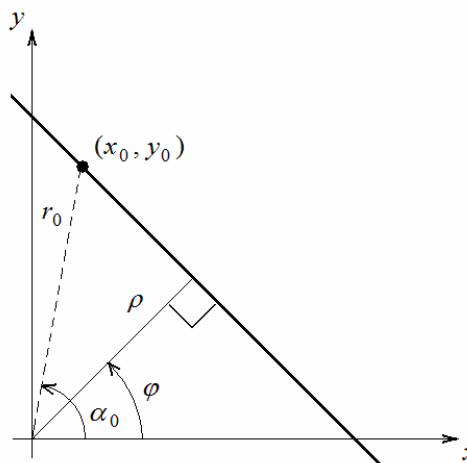


Figura 1. Formulación en coordenadas polares. Fuente: Lee K. (2006) [4]

La nueva forma de parámetros de la recta es,

$$\rho = x \cos \varphi + y \sin \varphi \quad (1)$$

Con esta nueva definición de parámetros se tiene el rango natural de $\varphi \in [0, 2\pi]$. Luego, se transforma cada punto (x, y) de la imagen de origen, en los puntos (φ_i, ρ_i) del espacio de Hough mediante la función de la recta en coordenadas polares. Cuando se genera la familia de rectas coincidentes para un punto en particular, se obtiene una curva sinusoidal (Figura 2).

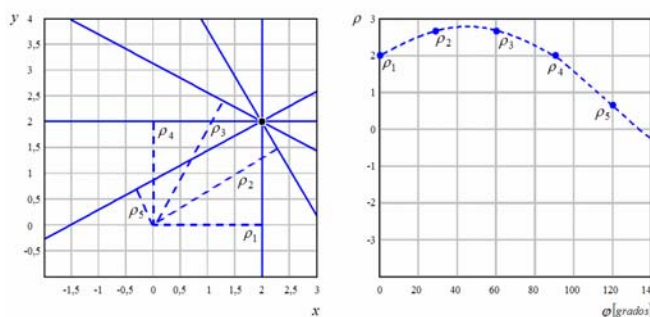


Figura 2. Transformada de Hough de un punto. Fuente: Lee K. (2006) [4]

Supóngase ahora que se tienen los tres puntos A (0,2) , B(2,0) y C(1,1) en la imagen de origen. Con la transformada de estos tres puntos se producen las tres sinusoides indicadas a continuación,

$$\text{Para A}(0,2) \rightarrow \rho = 2 \cdot \text{Sen } \varphi$$

Para B(2,0) $\rightarrow \rho = 2 \cdot \text{Cos } \varphi$
 Para C(1,1) $\rightarrow \rho = \text{Cos } \varphi + \text{Sen } \varphi$

cuya gráfica es como se muestra en la Figura 3.

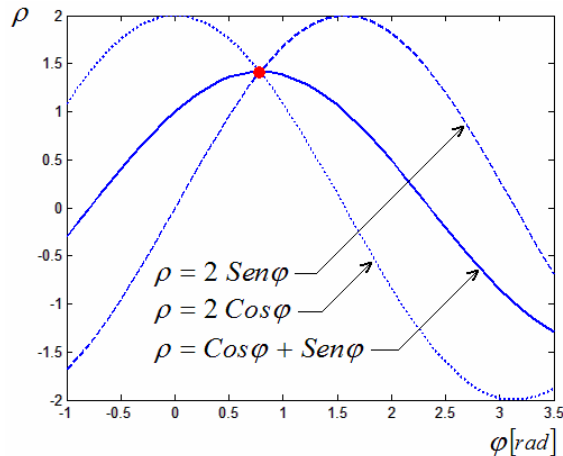


Figura 3. Transformada de Hough de tres puntos.
 Fuente: Lee K. (2006) [4]

Se observa que las tres sinusoides se intersecan en $(\varphi, \rho) = (\pi/4, \sqrt{2})$ en el espacio de Hough, lo que significa que la recta que une los tres puntos A, B y C es $\sqrt{2} = x \text{Cos}(\pi/4) + y \text{Sen}(\pi/4)$, o lo que es igual a $x + y = 2$ en el espacio cartesiano original. Esta última operación se conoce como la Transformada Inversa de Hough.

2.3 Definiciones básicas de la Transformada de Hough

Función de Parámetros de la Transformada:

Es como se ha de describir el tipo o forma de las líneas a detectar en una imagen (rectas, círculos, elipses, etc.). En general, el tipo de línea a detectar puede ser descrito implícitamente por la ecuación

$$f(x, y, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = 0 \quad (2)$$

o descrito explícitamente por la función

$$y = f(x, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \quad (3)$$

donde x y y son las coordenadas cartesianas de los puntos en la imagen, mientras que $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ es el conjunto de parámetros que especifican el aspecto o tipo de líneas a detectar.

Transformada Directa de Hough: Cada punto en el espacio de dos dimensiones de la imagen, es transformado en una hiper-superficie en el espacio de parámetros de Hough - dimensional.

Transformada Inversa de Hough: Cada punto en el espacio de parámetros describe una instancia específica del tipo de línea de interés en el espacio bidimensional de la imagen.

Sobre la base de lo anteriormente señalado, cuando la descripción de parámetros utilizada corresponde específicamente a la detección de líneas rectas, se puede afirmar que la intersección de sinusoides en el espacio de Hough determina los parámetros de la recta que une ciertos puntos en el espacio de la imagen, sólo aquellos puntos que han generado las sinusoides intersecadas.

2.4 Transformada circular de Hough

El nombre dado a la transformada se deriva del tipo específico de figuras a detectar en la imagen: círculos [6]. Para ello, la descripción de parámetros utilizada es,

$$f(x, y, x_0, y_0, r) = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2 = 0 \quad (4)$$

donde la terna (x_0, y_0, r) conforma el conjunto de parámetros que expande el espacio de Hough a uno tridimensional; luego el arreglo de acumulación $H(x_0, y_0, r)$ será de dimensión 3D.

La dirección del gradiente $\angle G$ puede ser utilizada para reducir los cálculos en el espacio de parámetros de Hough [7-9] y por tanto tener una más eficiente detección, limitando el proceso de votación sólo para los valores de los parámetros que sean más consistentes con la orientación de los bordes de las figuras buscadas en una imagen. Así, en lugar de seleccionar votos para todas las rectas que pasan por un punto determinado, se puede escoger votar solamente por aquellas cuya orientación φ esté dentro de cierto rango $\phi - a \leq \varphi \leq \phi + a$, donde ϕ es la dirección del gradiente.

Téngase en cuenta que la dirección del gradiente siempre es perpendicular a la dirección tangente de una curva dada por $f(x, y) = 0$, como se muestra en la Figura 4 [8].

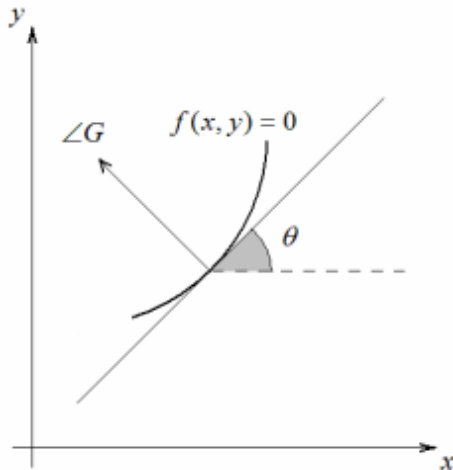


Figura 4. Dirección del gradiente .
Fuente: Calic J. (2005) [8]

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} = - \frac{f'_x(x, y)}{f'_y(x, y)} \equiv g(x, y) \quad (5)$$

siendo que $\phi = \angle G$ y $\theta = \phi \pm \pi/2$

En forma general, para cualquier tipo de función de parámetros resulta:

$$\begin{cases} f(x, y, \alpha_1, \dots, \alpha_n) = 0 \\ g(x, y, \alpha_1, \dots, \alpha_n) = - \cot \phi \end{cases} \quad \text{Para todo } r \text{ tal que: } \begin{cases} x_0 = x \pm r \cos \phi \\ y_0 = y \pm r \sin \phi \end{cases}$$

Cualquier punto (x, y) en la imagen de origen, corresponde con una superficie en forma de cono en el espacio tridimensional, tal como se observa en la Figura 5.

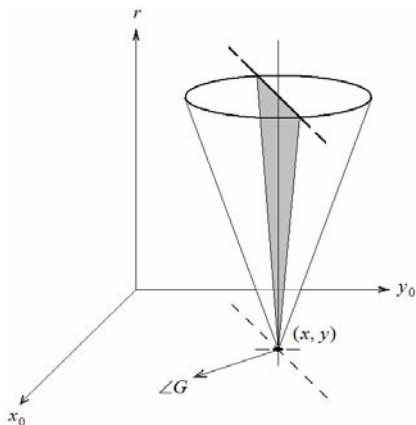


Figura 5. Espacio 3D de la transformada circular
Fuente: Calic J. (2005) [8]

Sobre la base de esta figura y teniendo en cuenta la dirección gradiente en los cálculos, según la ecuación 5, se tiene:

$$\begin{cases} (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 - r^2 = 0 \\ (x-x_0)/(y-y_0) = \cot \phi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_0 = x \pm r \cos \phi \\ y_0 = y \pm r \sin \phi \end{cases} \quad (6)$$

$$\phi = \angle G = \tan^{-1} \left(\frac{y_0 - y}{x_0 - x} \right) \quad (7)$$

Ahora el algoritmo de detección de círculos será:

- I. Iniciar el arreglo de acumulación bidimensional del espacio de parámetros de Hough, cuya cantidad de elementos va en función de la resolución de la imagen de origen.
- II. Para cualquier píxel que satisfaga (valor de referencia del campo gradiente, ajustable experimentalmente), incrementar en uno todos los elementos del arreglo de acumulación, que cumplan con las dos ecuaciones simultáneas,

- III. Cualquier elemento $H(x_0, y_0, r) > T_h$ (umbral de detección, también asignado experimentalmente) representará un círculo de radio r y centro en (x_0, y_0) contenido en la imagen de origen.

3. LA INTERFAZ VISION_XR3

En el diseño de la interfaz gráfica Vision_XR3 en MATLAB [10] para la aplicación de la Transformada Circular de Hough, es necesario tener cargado los complementos utilitarios siguientes:

Image Acquisition Toolbox,
Image Processing Toolbox
Signal Processing Toolbox.

La interfaz gráfica de usuario Vision_XR3 fue diseñada siguiendo el diagrama de flujo de la Figura 6.

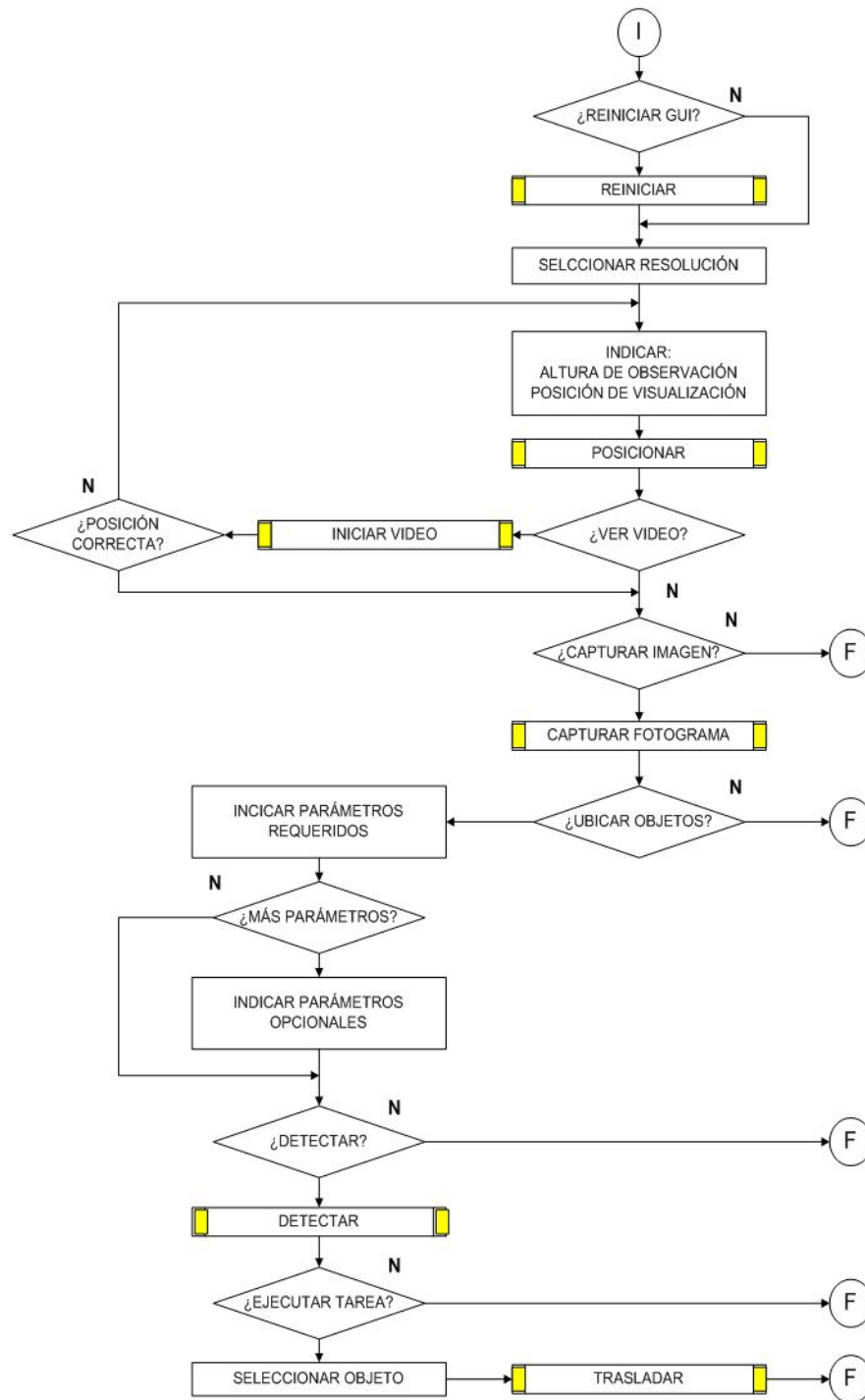


Figura 6. Diagrama de flujo para Vision_XR3.

En el diagrama de flujo se pretende destacar los ‘botones’ de ejecución presentes en la interfaz de usuario mediante rectángulos de extremos sombreados, para dife-

renciarlos de los bloques de acción generales. En la ventana de comandos de MATLAB, al invocar el comando >>Vision_XR3, aparece la interfaz mostrada en la Figura 7.

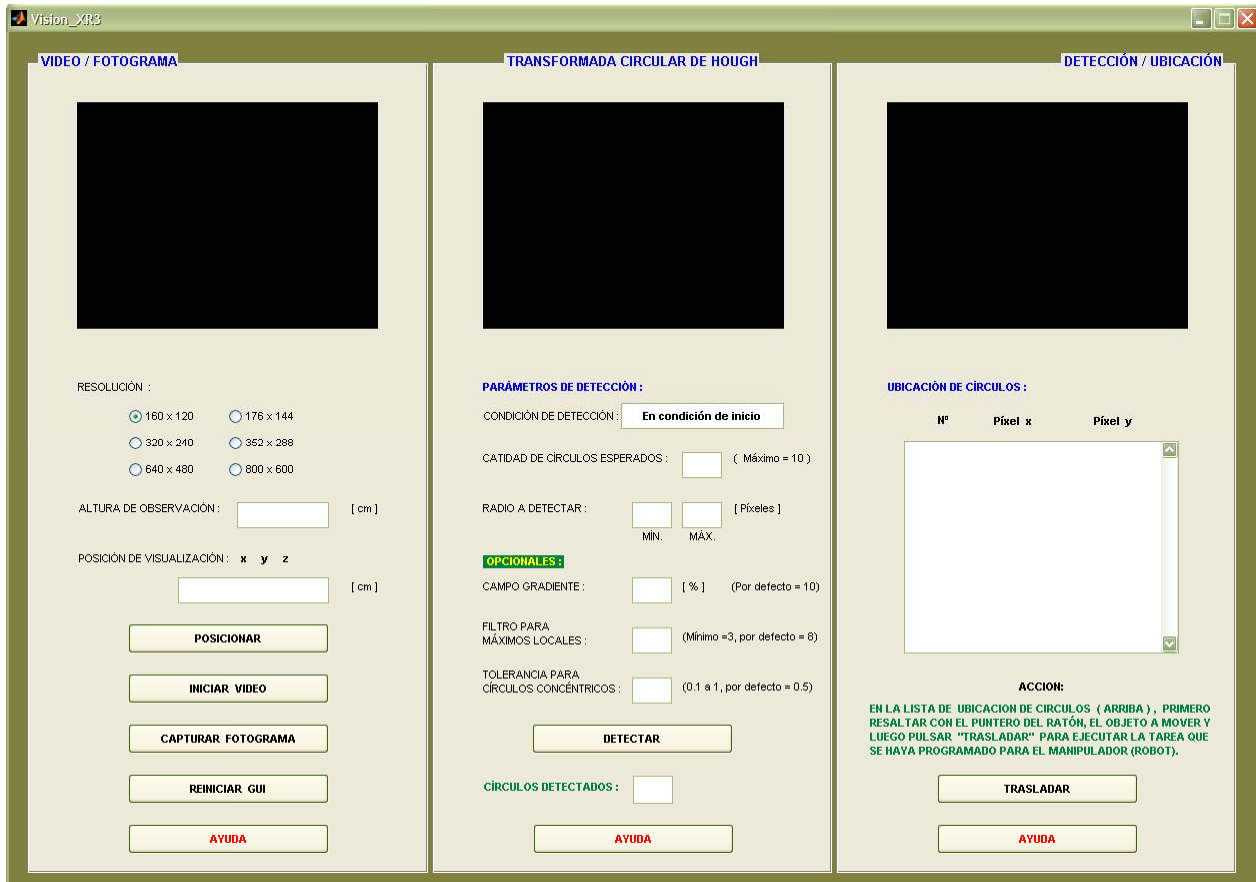


Figura 7. Interfaz gráfica de usuario Vision_XR3.

Se observa en esta figura, que la interfaz consta de tres paneles que agrupan las tareas que se han de seguir para lograr la ubicación de un objeto circular detectado. Estos paneles están identificados con los títulos: “VIDEO/FOTOGRAMA” “TRANSFORMADA CIRCULAR DE HOUGH” “DETECCIÓN/UBICACIÓN”, y muestran una pantalla de color negro porque la imagen corresponde al inicio de la aplicación, cuando no existe información que mostrar.

Cada panel tiene un área rectangular a manera de visor o pantalla, donde se puede observar lo que en el panel está ocurriendo, según las tareas que se estén ejecutando. La idea es que el usuario siga una secuencia natural de pasos con un mínimo de de confusión.

El primer panel de tareas contiene las funciones requeridas para la configuración de la resolución de imagen, el inicio del video y la captura de un fotograma para procesar.

La resolución por defecto cuando se inicia la interfaz es de 160x120 píxeles. Después de instalar el

“controlador” suministrado por el fabricante de la cámara a utilizar, se sugiere que se establezca el funcionamiento monocromático para el dispositivo con la finalidad que la Transformada Circular de Hough procese una matriz de píxeles en la escala de grises (0 a 255 de intensidad, 0= Negro) en lugar de tres para el sistema de color RGB, por ejemplo. Como el diseño de la interfaz gráfica supone un sistema de visión artificial donde la cámara estaría colocada verticalmente para tomar imágenes de un plano de trabajo, se proveen dos campos para asignar los valores de la altura de observación (desde la cámara al plano de trabajo) y la posición de observación, en coordenadas (x,y,z) respecto al sistema cartesiano en la base del soporte, todo en centímetros. De acuerdo a la sintaxis de MATLAB, las coordenadas de posición de observación se suministran con los tres valores separados por espacios. El panel cuenta con los botones ‘INICIAR VIDEO’ para activar la cámara y ‘CAPTURAR FOTOGRAMA’ para la obtención de una imagen digital. La transformada requiere de un archivo matricial específico de la imagen para su procesamiento. La

creación, utilización y eliminación de ese archivo en el área de trabajo de MATLAB es totalmente transparente para el usuario.

El panel central es el “núcleo” de la interfaz y por supuesto de toda la aplicación. Aquí se ejecuta el código que detecta y ubica los objetos circulares presentes en una imagen digital, mediante la Transformada Circular de Hough.

Mientras en el panel de tareas “VIDEO/FOTOGRAMA” esté presente un fotograma capturado, se puede modificar cualquier parámetro para la transformada y realizar la detección. El fotograma es eliminado una vez culminado el proceso de detección. En este panel central están dispuestos seis campos para parámetros, tres requeridos y tres opcionales: Cantidad de círculos esperados, Rango del radio a detectar (valor mínimo y máximo), Campo gradiente, Filtro para máximos locales y Tolerancia para círculos concéntricos.

La cantidad de círculos esperados provee una cifra límite al programa para que cuando, ante imágenes muy complejas, se detecta una gran cantidad de círculos (muchos de ellos inexistentes), se puede dar el resultado de falla de detección de círculos reales. Un caso típico de esta situación ocurre cuando se intenta procesar una escena vacía (que no es lo mismo que una imagen en blanco con todos sus píxeles en 255), el programa puede devolver cantidades excesivas de círculos detectados (30, 40 o más). No es un defecto del algoritmo; recuérdese que la transformada intenta detectar contornos circulares mediante campos gradientes y estos no están claramente definidos en imágenes complejas o vacías. Por otro lado, la especificación de rango de los radios de los círculos a detectar provee la restricción necesaria para hacer más eficiente la búsqueda de los objetos en la imagen.

El primero de los parámetros opcionales es el campo gradiente, que establece el límite inferior para que el cambio de intensidad entre dos píxeles contiguos en la imagen no sea considerado como parte del contorno de un objeto: Un cambio de intensidad menor a este límite se considera como una continuidad de fondo de la imagen. El segundo parámetro opcional es el valor del radio del filtro aplicado para la búsqueda de máximos locales en el arreglo de acumulación de la transformada. El último parámetro opcional tiene que ver con la capacidad del programa para detectar círcu-

los concéntricos presentes en una imagen dada.

Es en el tercer panel donde se presentan los resultados de la detección de objetos y se puede optar por la ejecución de la tarea de traslado de un objeto seleccionado. Este panel muestra la ubicación en píxeles con respecto a la esquina superior izquierda de la imagen, de los objetos circulares detectados. Una vez concluida la detección, quedan en el “Workspace” o área de trabajo de MATLAB los arreglos matriciales que se explican a continuación:

El arreglo `accum` es el Arreglo de Acumulación de la transformada, donde se encuentran los votos para los centros de los círculos detectados; se deja disponible al usuario para cualquier análisis que se quiera realizar a posteriori. El arreglo `circen` corresponde a las coordenadas de los centros de los círculos detectados (en píxeles) tal como se muestra en el panel de tareas, mientras que `circen_base` y `circen_imagen` son los arreglos que contienen las coordenadas de los mismos círculos en centímetros, relacionados con la base del robot y con el centro del plano de observación, respectivamente. Por último, `cirrad` contiene los valores de los radios de los círculos detectados. Estos radios son necesarios para “dar volumen” a las coordenadas de los objetos, con la finalidad de que las pinzas del robot alcancen la altura correcta para tomar un objeto.

El botón ‘TRASLADAR’ genera un archivo de datos de simulación para comprobar el funcionamiento de robots virtuales con el programa RoboWorks [11], dado que la aplicación tiene una clara orientación a ser un sistema de detección de objetos para la robótica [12, 13].

4. ENSAYOS CON VISION_XR3

En esta sección se presentan algunos ensayos hechos con la interfaz Vision_XR3, con figuras que muestran los resultados que se obtuvieron en la experiencia. La captación de imágenes se logró a través de una cámara web adherida al elemento terminal de un robot antropomórfico de 5 grados de libertad (RHINO XR-3), ya que el objetivo original de esta investigación era dotar al nombrado robot de un sistema de visión artificial [12, 14].

Primeramente se ha de seleccionar la resolución a utilizar. Cuando se inicia el GUI, la resolución por defecto es 160x120 píxeles. Un aspecto importante a

considerar es que a menor resolución, más rápido es el procesamiento por el algoritmo de la transformada programado, sin embargo aumenta la posibilidad de que no sean detectados círculos realmente existentes en la imagen. Por el contrario, a mayor resolución se mejora la cantidad de detección, tanto que es posible que se detecten círculos aparentemente inexistentes, además de aumentar el tiempo de procesamiento de la transformada. Un ejemplo de lo descrito se muestra en las Figuras 8 y 9.

La aplicación de la transformada a un fotograma capturado con una resolución de 160x120 píxeles produjo la detección de seis círculos claramente visibles en la escena. La imagen es compleja en cuanto a presentar diversas formas y patrones (realmente es la imagen capturada de una sección de la caja de empaque de la cámara web utilizada). Ciertamente existen más formas circulares en el fotograma, pero a la resolución utilizada y con los parámetros por defecto dados al momento de correr el programa de detección, sólo los seis círculos mayores o más “evidentes” son detectados (ver Figura 8).

Manteniendo la misma escena pero usando la mayor resolución de 800x600 píxeles, la transformada con el nuevo fotograma, produce la detección de diez círculos todos aparentemente inexistentes (ver figura 9). Nótese que para lograr alguna detección “razonable” se cambiaron los valores de los parámetros opcionales, ya que al dejarlos en los valores por defecto, ocurren detecciones de hasta más de cien círculos. La experiencia indica que a la menor de las resoluciones y con los valores por defecto para los parámetros opcionales, la detección funciona bien para casi todas las condiciones de operación.

5. ENSAYO DE DETECCIÓN CON UNA ESFERA REAL

En este ensayo se muestra la detección de un objeto esférico real, colocado junto a otros objetos tridimensionales comunes, según se muestra en las Figuras 10 y 11 (las figuras presentan los tres visores de Visión-XR3 simultáneamente, con la detección lograda para una misma escena). La experiencia indica que siempre es posible lograr un ajuste adecuado de los parámetros opcionales de la transformada para po-

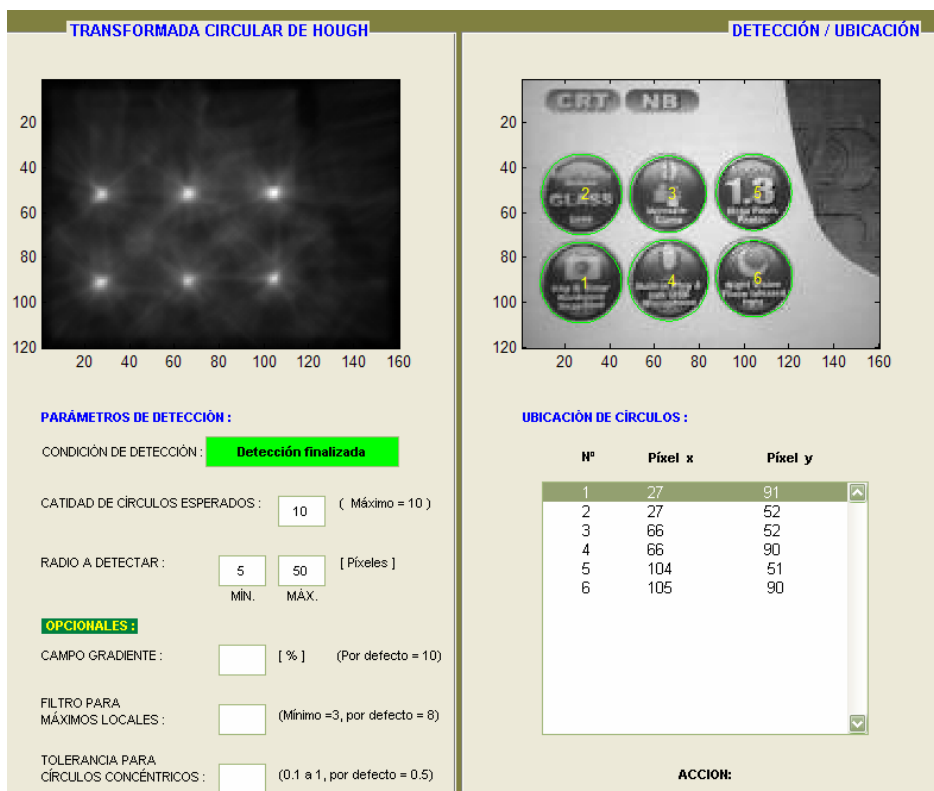


Figura 8. Seis círculos detectados con una resolución de 160x120 píxeles.

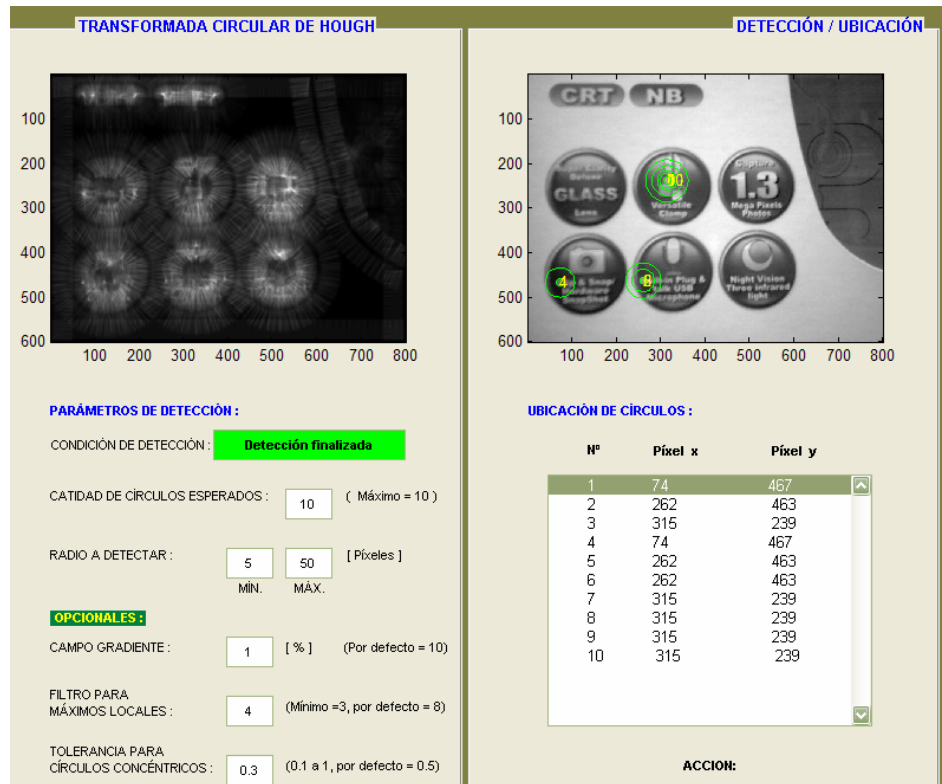


Figura 9. Diez círculos detectados con una resolución de 800x600 píxeles.

der detectar una forma circular principal presente en el fotograma capturado, no obstante lo compleja que pueda parecer la escena. También la experiencia muestra que a mayor resolución se hace más difícil el ajuste óptimo de esos parámetros opcionales y la tendencia es a tener una detección exagerada de círculos, a veces inexistentes.

El visor central en ambas figuras muestra el espectro generado por la ejecución de la transformada y se pueden notar trazos difusos de los posibles centros de objetos circulares detectables; es el ajuste de los parámetros opcionales lo que evita que sean identificados como círculos presentes en la imagen. Resulta inútil pretender conseguir una más precisa ubicación de los objetos con mayores resoluciones de la imagen; en la práctica esto es irrelevante según el tamaño de los objetos a manejar y dada la propia resolución del movimiento del brazo del robot (también existe una resolución o “sensibilidad” para el movimiento de las articulaciones de un robot). En todo caso es seguro que a mayor resolución, mayor es el tiempo de procesamiento del programa y mayor el requerimiento de

ajuste de los parámetros opcionales de la transformada.

De esta manera se logra comprobar el correcto funcionamiento de la interfaz gráfica de usuario Vision-XR3 diseñada como sistema de visión artificial para la detección de objetos esféricos mediante la Transformada Circular de Hough.

5. CONCLUSIONES

Se comprobó la eficacia de la Transformada Circular de Hough como método numérico para la detección de objetos esféricos presentes en una imagen digital.

Se verificó la rapidez de la Transformada, siendo el tiempo empleado para la detección del orden de las décimas de segundos, a la más baja resolución y en un computador personal con procesador Intel Centrino de doble núcleo.

También se verificó que aumentar la resolución empleada no mejora sensiblemente la exactitud de la ubi-

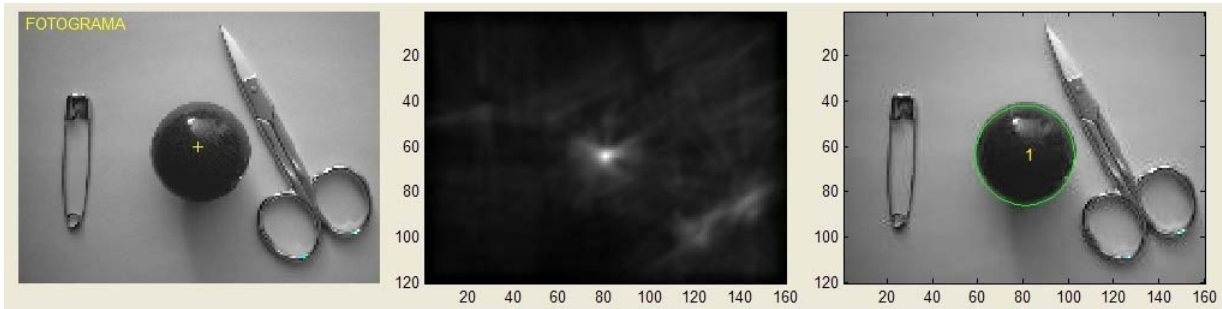


Figura 10. Detección de una esfera real a la resolución de 160x120 píxeles.

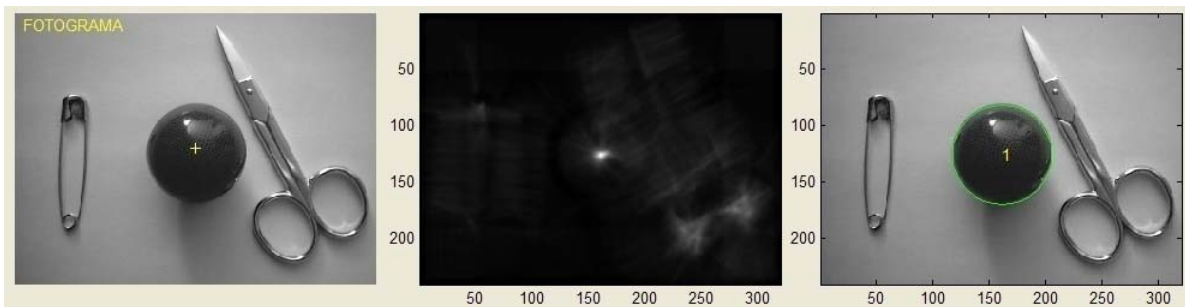


Figura 11. Detección de una esfera real a la resolución de 320x240 píxeles.

cación de los objetos, teniéndose como consecuencia directa un aumento del tiempo de procesamiento de la Transformada y una mayor dificultad de alcanzar un ajuste óptimo de los parámetros de detección.

La información que un sistema de visión artificial logra proveer es particularmente aplicable en robótica para la ejecución de tareas autónomas por parte de los manipuladores industriales, cuando estos son adecuadamente programados.

6. REFERENCIAS

- [1] DE LA ESCALERA Arturo (2001) :Visión por Computador. Prentice Hall.
- [2] GONZÁLEZ Javier (2000). Visión por Computador. Editorial Paraninfo.
- [3] COLINA Faustino (2006). Interfaz Controladora para el Manipulador Robótico RHINO XR-3. Universidad de Carabobo.
- [4] LEE Kyewook (2006). Application of the Hough Transform. University of Massachusetts, Lowell. teaching.cs.uml.edu/~heines/techrpts/Papers/LeeKyewook_HoughTransform.pdf [En línea]. Último acceso: Mayo 2008.
- [5] AGUADO A. y NIXON M (1995). A new Hough Transform mapping for ellipse detection. University of Southampton. <http://www.ecs.soton.ac.uk/publications/rj/1995-1996/isis/asag93r/albrj.htm> [En línea]. Último acceso: Mayo 2008.
- [6] Rizon M., Yaszid H. y otros (2005). Object detection using Circular Hough Transform. American journal of applied sciences. www.scipub.org/fulltext/ajas/ajas2121606-1609.pdf [En línea]. Último acceso: Mayo 2008.
- [7] BOROVICKA Jaroslav (2003). Circle Detection using Hough Transform. University of Bristol. U.K. linux.fjfi.cvut.cz/~pinus/bristol/imageproc/hw1/report.pdf [En línea]. Último acceso: Mayo 2008.
- [8] CALIC Janko (2005). Lecture on the Hough Transform. University of Bristol. U.K. <http://www.cs.bris.ac.uk/Teaching/Resources/COMS30121/slidesIP/Lecture04.pdf> [En línea]. Último acceso: Mayo 2008.
- [9] PENG Tao (2006). Detect circles with various radii in grayscale image via Hough Transform. Matlab® Central. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/loadFile.do?objectId=9168> [En línea]. Último acceso: Mayo 2008.

- [10] The MathWorks (2006). MATLAB Image Acquisition Toolbox User's Guide.
- [11] FRANCO Ana, RODRÍGUEZ Carlos (2005). Modelación y Animación con el RoboWorks. Universidad EAFIT. Colombia.
- [12] SANZ Wilmer (2006). Apuntes sobre Robótica y Visión Industrial. Área de Estudios de Postgrado Universidad de Carabobo.
- [13] CRAIG John (2006). Robótica. Prentice Hall.
- [14] TORRES Fernando, POMARES Jorge (2002). Robots y Sistemas Sensoriales. Prentice-Hall.