

## Trazado de rayos sísmicos usando un algoritmo genético

Omar A. Contreras <sup>(1)</sup>, José R. Pacheco <sup>(2)</sup>, Germán Larrazábal <sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Departamento de Física, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia-Venezuela.

<sup>(2)</sup> Centro de Procesamiento de Imágenes, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia-Venezuela.

<sup>(3)</sup> Centro Multidisciplinario de Visualización y Cómputo Científico (CeMViCC)  
Facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo, Valencia-Venezuela.  
Email: ocontrer@uc.edu.ve, jpacheco@uc.edu.ve, glaraza@uc.edu.ve

### Resumen

En la prospección sísmica, especialmente en la exploración petrolera, se necesita saber el camino que siguen los rayos sísmicos en el subsuelo, tomando en cuenta las diferentes capas geológicas presentes. Como cada capa tiene su propia impedancia característica, la velocidad de propagación de las ondas varía con la profundidad. Adicionalmente se producirán reflexiones en aquellas interfases entre las capas, donde hay cambios bruscos de la velocidad. En este trabajo, se implementó un algoritmo genético para simular el camino que siguen los rayos, llegando finalmente a la conclusión que esta herramienta reproduce los caminos de los rayos con muy buena precisión y con tiempos de procesamiento aceptablemente cortos.

**Palabras clave:** Sismología, ondas sísmicas, velocidad de propagación.

## Seismic ray tracing using a genetic algorithm

### Abstract

In seismic prospection is required to know the seismic ray trajectory in the subsoil considering the different geological layers. Each layer has its own characteristic impedance, so propagation speed of waves varies with the layer depth. Furthermore, will exist reflections on those layer interfaces where a sudden change in depth happens. In this article, we describe a genetic algorithm that simulates the pathway followed by rays of a seismic ray. We conclude, the application of the algorithm reproduces the ray pathways with precision and acceptable processing times.

**Keywords:** Seismology, seismic waves, propagation speed.

### 1. INTRODUCCIÓN

El trazado de rayos sísmicos consiste en determinar el camino que sigue una onda sísmica desde un lugar del suelo donde se genera (fuente) hasta otro punto de la superficie donde se recibe (sensor). La propagación de la onda sísmica por el subsuelo esta determinada por las condiciones locales del terreno y por lo tanto, es posible obtener información de dichas condiciones estudiando los tiempos de propagación y las amplitudes de las ondas sísmicas, siendo en muchos casos este modo de detección el único modo de obtenerla.

El trazado de rayos sísmicos ha sido ampliamente usado como una técnica de exploración del subsuelo, produciendo con una explosión una onda que luego es recibida por varios sensores repartidos apropiadamente sobre la superficie del terreno. Las aplicaciones de esta técnica van desde la exploración petrolera y en general en toda la minería, ver por ejemplo [1], así como en sismología donde se ha usado para el estudio de la corteza, el manto y el núcleo terrestre usando como fuente el hipocentro de terremotos [2,3,4], hasta otros campos del conocimiento como la Ingeniería Civil, como es mostrado por [5], para esclarecer los tipos de suelos donde se van a construir estructuras; en la arqueología que la ha utilizado para mejorar el conocimiento de civilizaciones y tesoros

enterrados [6], o en detección de fracturas escondidas [7], en estudios de sonares, detección de objetos tridimensionales con ondas sónicas o electromagnéticas (GPR), diseño de equipos ópticos, diseño de redes WAN, etc.

Siendo el problema del Trazado de Rayos extraordinariamente complejo, su solución solo puede obtenerse usando técnicas numéricas computacionales. En este sentido se han usado una gran cantidad de modelos y técnicas que incluyen parametrizaciones de la ecuación del rayo [8], coordenadas locales rotadas [9], Perturbaciones geométricas [10], Optimizaciones no lineales [11], Diferencias finitas [12] y optimizaciones heurísticas como es el caso del uso de algoritmos genéticos [13].

El Algoritmo Genético se ha usado para resolver problemas de cálculo variacional [14], el cual se basa en la manera como las poblaciones de especies en la naturaleza se adaptan a un medio ambiente, optimizando su capacidad de supervivencia. En particular se ha usado en el trazado de rayos [15,16,17] con muy buenos resultados.

En este trabajo introducen las principales dos diferentes técnicas de trazado de rayos, y se explican las características de los algoritmos genéticos. Seguidamente, se desarrolló un algoritmo genético que se validó con una serie de funciones objetivo standard, comprobando así su funcionamiento. Posteriormente fue adaptado dicho algoritmo al trazado de rayos, modificándole el mecanismo de mutaciones, lo cual mejoró notablemente el comportamiento de la simulación. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones.

## 2. TRAZADO DE RAYOS

Dos métodos se han utilizado para encontrar el camino que siguen los rayos. El primero, llamado de disparo, supone un ángulo de salida y usando la ecuación del rayo [18]:

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{1}{c(\vec{x})} \frac{d\vec{x}}{ds} \right) = \vec{\nabla} \left( \frac{1}{c(\vec{x})} \right) \quad (1)$$

se llega a la posición final sobre la superficie, siendo  $c(\vec{x})$  la velocidad local de la onda,  $ds$  la longitud diferencial del arco del rayo y  $\vec{x}$  la posición, como se presenta en la Figura 1. Si la posición final no coincide

con el receptor se modifica adecuadamente el ángulo de salida del rayo y se vuelve a recalcular. El segundo método (bending) utiliza el Principio de Fermat. En 1662 Pierre de Fermat enunció su famoso principio, según el cual los rayos de luz viajan entre dos puntos del espacio de forma tal que el tiempo total de viaje, respecto a cualquier otra posible trayectoria, es un valor estacionario, usualmente un mínimo [18]. Es decir,

$$t_{AB} = \int_A^B \frac{ds}{c(\vec{x})} = \text{extremum}. \quad (2)$$

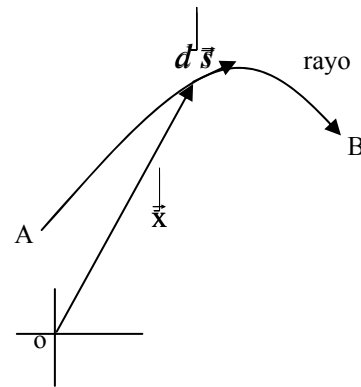


Figura 1. Parámetros para el cálculo de un rayo que va desde A hasta B.

La aplicación del principio de Fermat explica el comportamiento de la luz al refractarse cuando pasa entre dos medios de diferente índice de refracción o equivalentemente entre dos medios con diferente velocidad de propagación (Ley de Snell). También explica que en la reflexión especular el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

Su validez no explica los fenómenos de interferencia y difracción que solo fueron interpretados con la Teoría ondulatoria de la luz [19]. Sin embargo, si la longitud de onda es mucho menor que las distancias involucradas en el experimento, el trazado de rayos es una muy buena representación del camino que efectivamente sigue la luz. Siendo la óptica geométrica una aproximación de la teoría ondulatoria de la luz, este mismo principio puede aplicarse para determinar el trazado de los rayos en el caso de ondas sísmicas. En la exploración sísmica se utiliza una explosión como fuente de ondas sísmicas y a unas ciertas distancias se colocan varios sensores receptores que miden los tiempos de llegada de las ondas que se reflejan en los

cambios de velocidad ( o de impedancia ) de las diferentes capas geológicas del subsuelo.

En este trabajo usaremos el método de Fermat junto con un algoritmo genético para encontrar el rayo que produce el tiempo mínimo.

### 3. EL ALGORITMO GENÉTICO

El objetivo de los algoritmos de optimización es encontrar los valores de las variables que minimizan una cierta función, llamada apropiadamente función objetivo. En el caso del algoritmo genético se genera una cierta población inicial de valores de variables usando un generador de números al azar (Método de Monte Carlo). Seguidamente se prueba la función objetivo en cada uno de los elementos de la población y se clasifican ordenándolos ascendentemente en base al valor obtenido de la función objetivo.

Imitando el proceso de selección natural de las especies, se toman dos elementos de la población para formar dos nuevos elementos hijos los cuales heredarán la información genética de sus padres. Para ello, se divide por la mitad el valor binario de cada progenitor y se intercambian sus partes más y menos significativas, como se indica en la Figura 2. Posteriormente se calcula la función objetivo de cada hijo a fin de ubicarlos en la secuencia ordenada anterior. La forma de escoger los padres es usando un generador de números al azar cuyos valores estén distribuidos dando más probabilidad de reproducción a los que minimizan la función objetivo, o sea, los primeros del clasificación ordenada. De esta manera se producen nuevas generaciones que tienden a lograr el objetivo de la optimización. Como en nuestro caso no queremos que la población crezca indefinidamente, cada vez que se generan dos hijos también se eliminan dos elementos de la población.

Para acelerar el proceso de convergencia se decidió eliminar a los dos últimos de la secuencia. A fin de evitar que la población inicial converja hacia un mínimo local se generan cambios en la población llamadas acertadamente mutaciones las cuales producen saltos en los valores de la población con la esperanza que algunos de ellos mejoren la raza. Sin embargo, muchas mutaciones impiden que el algoritmo converja, por eso es conveniente que la tasa de mutación disminuya a medida que el algoritmo converge.

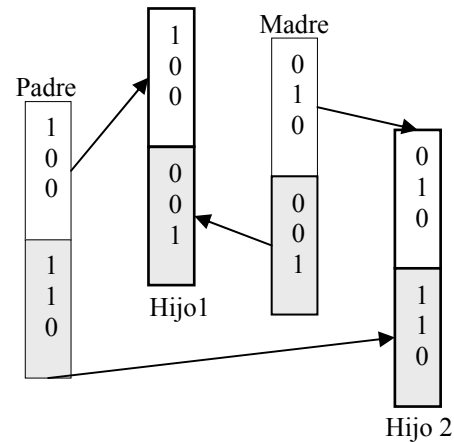


Figura 2. Dos progenitores en binario comparten sus cromosomas para formar dos hijos que heredarán parcialmente sus características.

### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados de la simulación numérica se presentan a continuación. Primeramente se implementó el Algoritmo Genético y se probó su ejecución con unas funciones objetivo standard. Posteriormente se adaptó al caso específico del Trazado de Rayos en dos dimensiones.

#### 4.1 Validación de la Implementación

Se programó el algoritmo genético y para validarlo se generó una población de variables X-Y para graficarlas en dos dimensiones. Primero se probó con una función objetivo paraboloide, como se presenta en la figura 3. En la Figura 4 se presenta un ejemplo de la población inicial de 800 elementos, y en la Figura 5 se muestra la tendencia a converger hacia el mínimo central. A la postre toda la población llega a un único punto central.

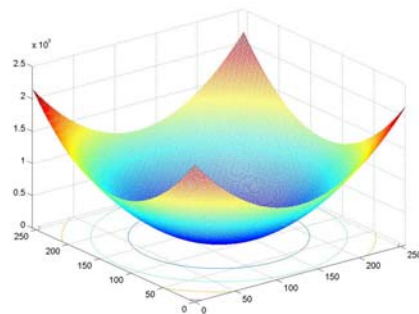


Figura 3. Función objetivo paraboloide.

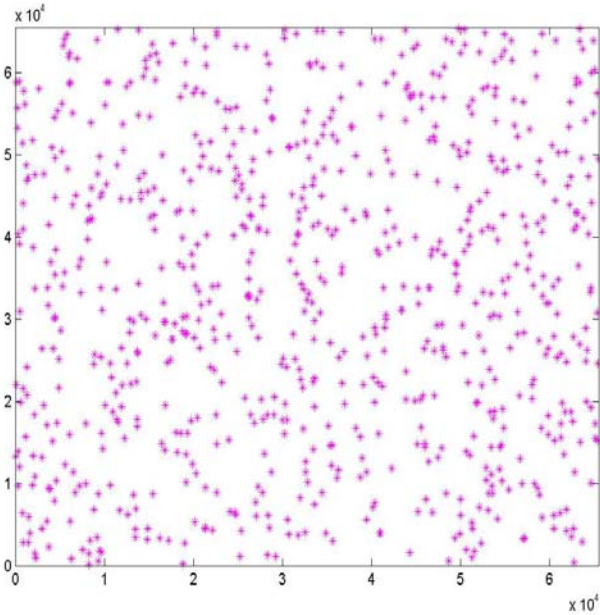


Figura 4. Población inicial.

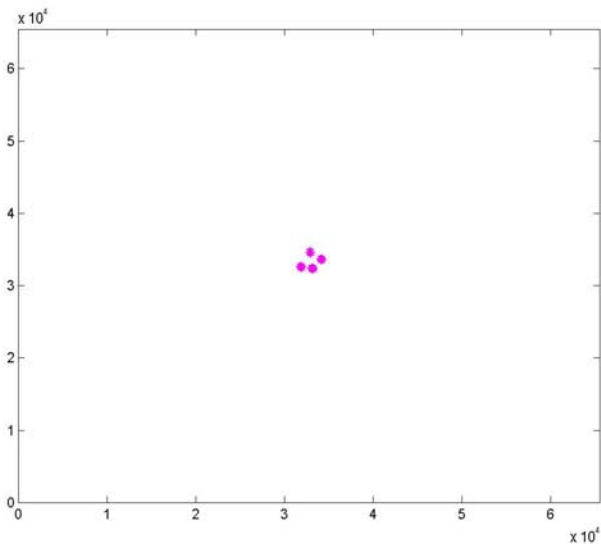


Figura 5. Evolución convergente de la población.

Seguidamente se cambió la función objetivo por una del tipo “cartón de huevos”, como se presenta en la Figura 6, la cual presenta varios mínimos locales y un mínimo global central. Para una simulación más real se usó una población inicial en las inmediaciones del punto (0,0). Aún cuando allí hay un mínimo local las mutaciones en la población, representadas en la Figura 7, se encargan de localizar el mínimo global,

cuya evolución se presenta en la Figura 8.

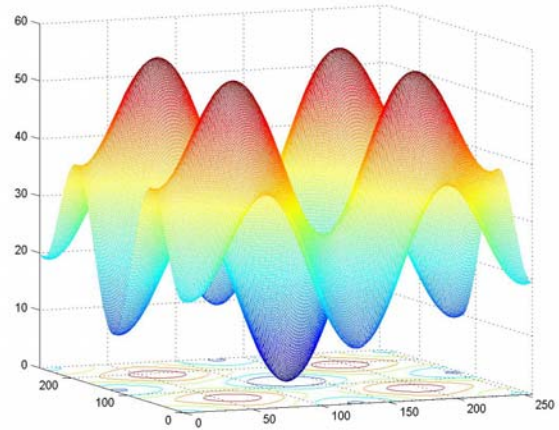


Figura 6. Función objetivo cartón de huevos.

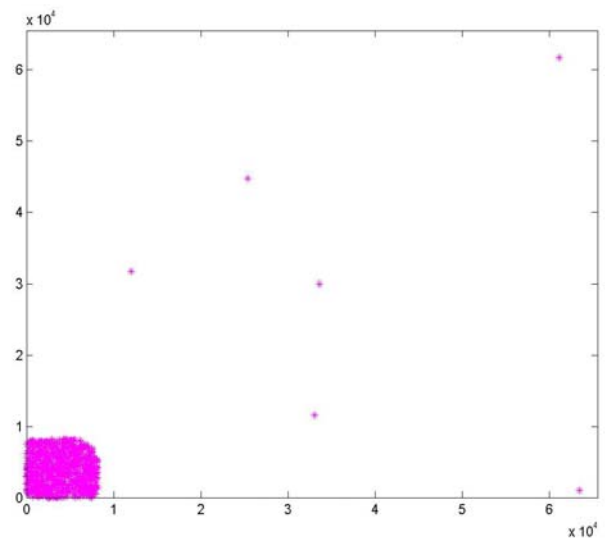


Figura 7. Población inicial y primeras mutaciones.

#### 4.2 Trazado de rayos 2D.

Para el caso de los rayos se trabajó con un máximo de cinco capas geológicas planas, no horizontales, con lo cual un rayo saldrá de la fuente, considerada como el origen de coordenadas en la esquina superior izquierda de todas las siguientes figuras, se refractará hacia abajo en las cuatro siguientes interfases entre capas geológicas, se reflejará especularmente en la última interfase y subirá refractándose en cada nueva interfase hasta llegar al micrófono receptor en la esquina superior derecha de las figuras, situado a una

distancia nominal de 65535 m desde el origen (Maxx). Para considerar diferentes posibles situaciones las capas geológicas se generaron al azar, con una profundidad nominal máxima de 65535 m. De esta manera la resolución en la posición es de 1 / 65535. Cada capa geológica tiene definida una velocidad de la onda que la caracteriza y dichas velocidades son consideradas como datos en el cálculo de los tiempos de viaje. Para los medios homogéneos e isotrópicos que calculamos el tiempo de viaje es simplemente la distancia recorrida entre la velocidad.

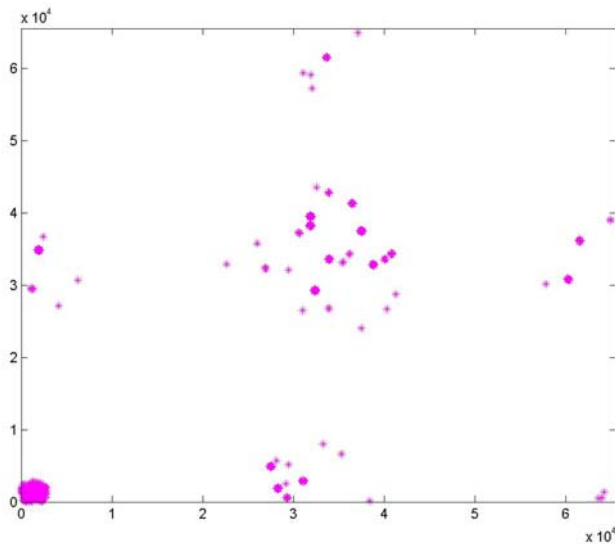


Figura 8. Evolución hacia el mínimo global..

En el algoritmo genético se tomó cada rayo (desde la fuente hasta el micrófono) como un solo elemento de la población. Las coordenadas  $X_i$  de los diferentes puntos de contacto con las interfases se generaron al azar, de tal manera que  $X_i \leq X_{i+1}$ . Las coordenadas  $Y_i$  se calcularon con la ecuación de la recta de las interfases. El cálculo del tiempo de viaje de cada elemento de la población fue el parámetro que permitió ordenar ascendentemente a los elementos. Para escoger a los padres se generaron números al azar distribuidos normalmente con promedio cero y dispersión igual a un quinto de la población; a los números negativos de la distribución se les cambió el signo. Las mutaciones se generaron cambiando alguno de los  $X_i$ , seleccionado al azar; el valor del cambio también se generó al azar pero nunca mayor que el 5% de  $X_i$ .

La convergencia se terminaba cuando el promedio de tiempos de todos los elementos multiplicado

por diez a la menos ocho era menor que la diferencia entre el tiempo más grande y el menor:

$$10^{-8} * Pr om < ( t_{max} - t_{min} ) \quad (3)$$

En la Figura 9 se presenta un ejemplo de la población inicial para el caso de reflexión al final de la quinta capa.

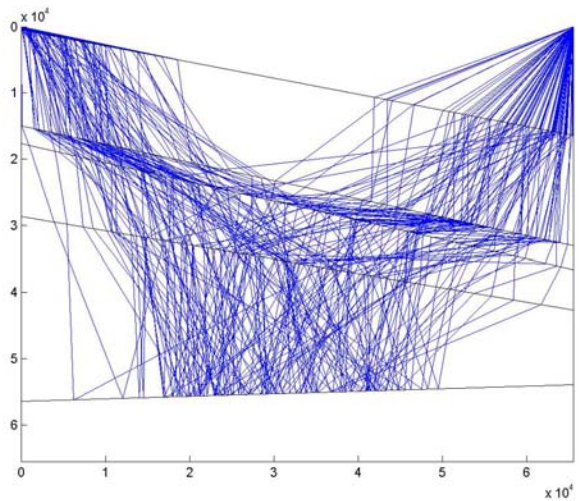


Figura 9. Población inicial con cinco capas.

Para validar el algoritmo se consideraron tres situaciones:

- En la primera se trabajó con una sola capa, ya que como se indica en la Figura 10, el valor  $X_o$  de la posición donde se refleja el rayo se puede determinar analíticamente para una reflexión especular en un medio homogéneo e isotrópico, donde consideramos que los valores de la coordenada  $X$  van desde cero hasta  $Maxx$ ,  $Y_i$  es la coordenada  $Y$  de la capa geológica para  $X = 0$ , y  $Y_d$  es la coordenada  $Y$  de la capa geológica para  $X = Maxx$ . Este cálculo se presenta en la siguiente ecuación:

$$X_o = \frac{y_i Maxx}{y_i + y_d} \left( 1 + \frac{2 y_d (y_i - y_d)}{(y_i - y_d)^2 + Maxx^2} \right) \quad (4)$$

En la Figura 11 se presenta el resultado de dicha simulación que convergió después de 380 iteraciones y una mutación en cada iteración. La velocidad de la onda fue de 1000 m/s. El tiempo total de viaje fue de 70.62 s. El valor teórico de  $X_o$ , dado por la ecuación (4) fue de 49372 m. y el arrojado por la simulación fue

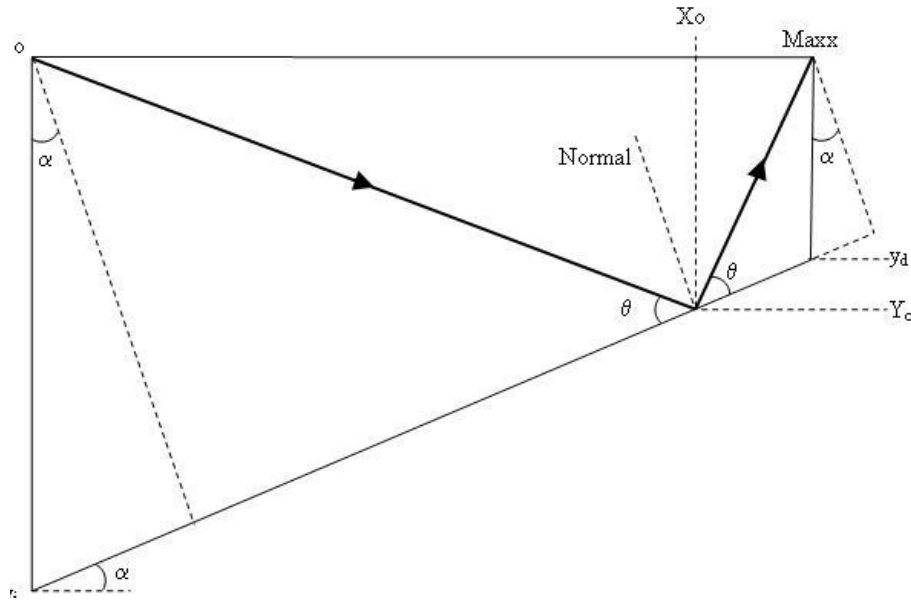


Figura 10. Trayectoria de un rayo sísmico a través de un medio homogéneo e isotrópico que se refleja al en-contrar un segundo medio de características diferentes.

$X_0$ : 49381 m., es decir menor que el 0,02 %.

conducta. El tiempo total de viaje fue 128,88 s., con 4851 iteraciones para converger. La población inicial fue 100 caminos, con una mutación cada iteración.

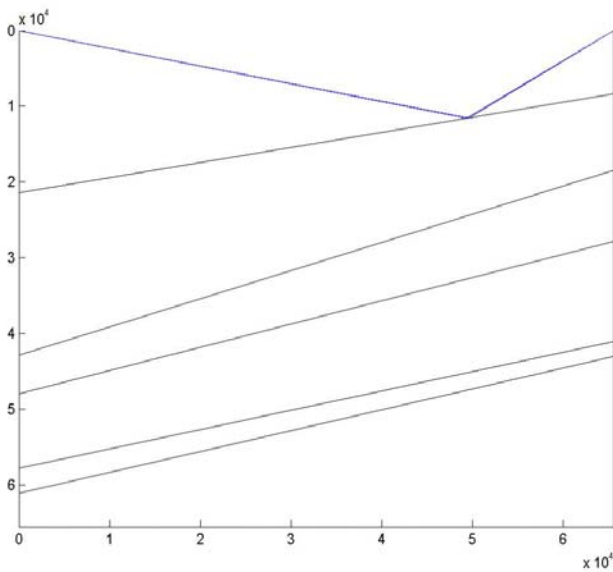


Figura 11. Reflexión en una sola capa.

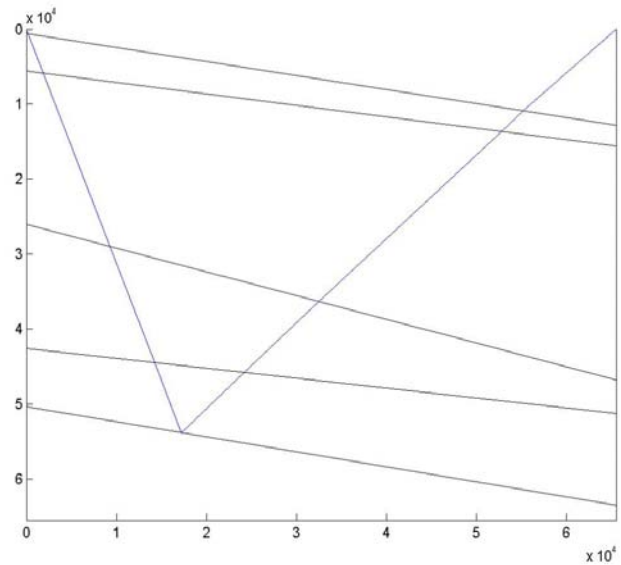


Figura 12. Capas con igual velocidad.

•En la segunda validación se trabajó con cinco capas pero todas con la misma velocidad de propagación de 1000 m/s. Es decir, efectivamente funcionaría como una sola capa y el rayo debe ser recto bajando y subiendo. En la Figura 12 se observa claramente esta

•Como última validación se repitió el caso anterior pero sin usar mutaciones, sin embargo, para mejorar la resolución se aumento la población a 1000 rayos. El número total de iteraciones aumento hasta 7775 y el

tiempo total de viaje 129.77 s. En la Figura 13 se presenta el resultado de esta simulación, en la cual los rayos están lejos de ser rectas, afirmando así la necesidad de las mutaciones en el algoritmo genético.

A continuación, en las Figuras 14, 15, 16 y 17 se presentan aplicaciones del algoritmo para el caso de reflexiones en la segunda, tercera, cuarta y quinta capa. Las velocidades de propagación fueron de 2000, 3000, 4000 y 5000 m/s respectivamente. En todos los casos la población fue de 100 elementos. El total de iteraciones fue, en cada uno de estos casos: 1251, 1651, 2957 y 8009. Los tiempos de viaje respectivamente fueron de 45,66 s., 44.04 s., 47,47 s. y 49,71 s.

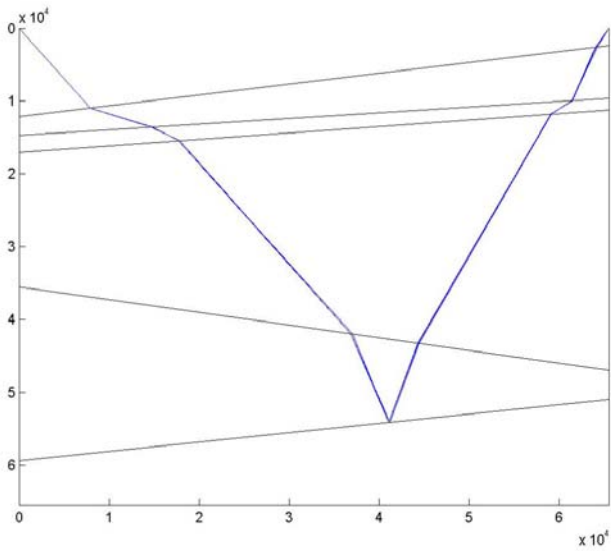


Figura 13. Simulación sin mutaciones.

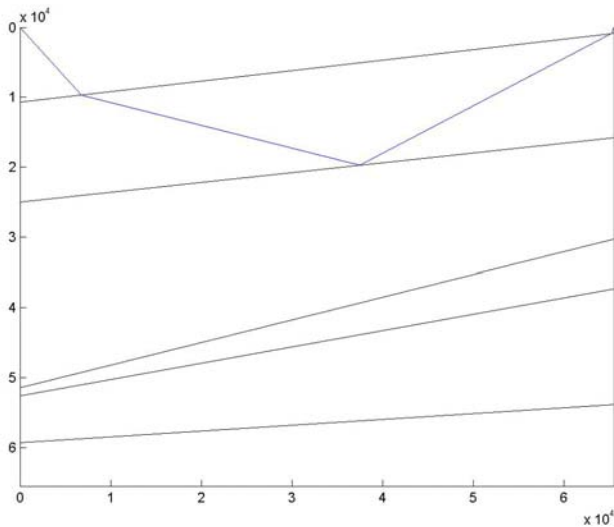


Figura 14. Trayectoria para dos capas.

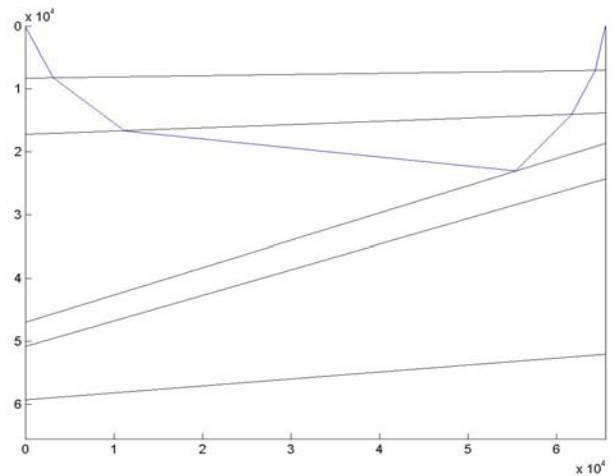


Figura 15. Trayectoria para tres capas.

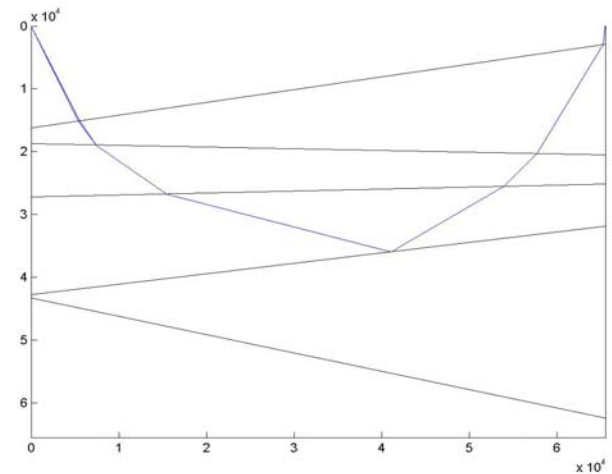


Figura 16. Trayectoria para cuatro capas.

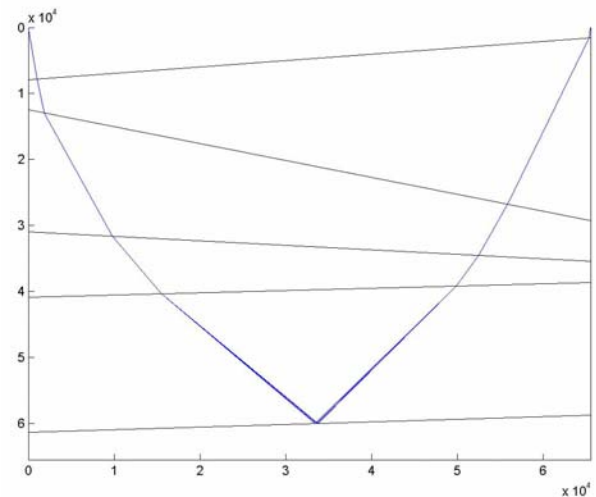


Figura 17. Trayectoria para cinco capas.

Para probar la potencia del algoritmo se simuló la reflexión de una onda S convertida a partir de una onda P, en una sola capa. Para ello se usaron diferentes velocidades en la onda que baja y en la que sube. La velocidad de la onda P fue 7700 m/s. y la velocidad de la onda S 4300 m/s. El tiempo total de viaje 24.49 s. La convergencia se logró con 695 iteraciones. En la Figura 18 se representa dicho caso, donde lo más notable es que la reflexión no es especular, debido a las diferentes pendientes (velocidades) entre la onda que baja (P) y la que sube (S).

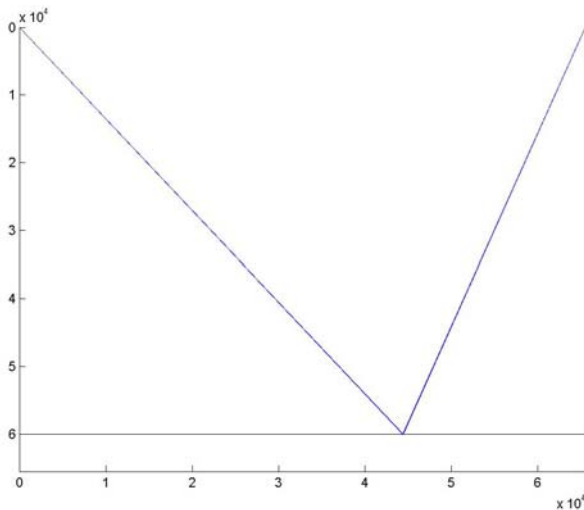


Figura 18. Onda P-S reflejándose en una capa.

Finalmente se simuló la reflexión de una onda S generada por una onda P después de atravesar cinco capas. Las velocidades de la Onda P en las cinco capas fueron 4000, 5000, 6000, 7000 y 8000 m/s. Las velocidades de la Onda S en las mismas cinco capas fueron 3000, 3200, 3400, 3600 y 3800 m/s. Tiempo total de viaje fue de 30,96 s., siendo necesarias 14933 iteraciones para lograr la convergencia. Los resultados se presentan en la Figura 19.

**5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Hemos demostrado que, por su precisión y el número relativamente bajo de iteraciones para lograr la convergencia, el Algoritmo genético es una poderosa herramienta para encontrar el trazado de rayos sísmicos. La facilidad de modificar las velocidades del rayo bajando y subiendo le permitieron extender su aplicación al trazado del rayo convertido PS. Adicionalmente se demostró que la manera sui géneris de manejar las mutaciones en la población de rayos, con-

dujo a resultados muy satisfactorios. El siguiente paso será utilizar este método para trabajar rayos en tres dimensiones, pero como el rayo incidente, el reflejado y el transmitido están siempre en el mismo plano, la generalización tridimensional del algoritmo se reduce solo a una rotación de las coordenadas. La construcción modular del algoritmo permite modificar la subrutina del cálculo de los tiempos (función objetivo) para considerar capas no homogéneas y/o anisotrópicas, los resultados de los cuales serán reportados en una subsiguiente publicación. En resumen, los resultados obtenidos convierten al Algoritmo Genético en un buen candidato para implementar paquetes más complejos de prospección sísmica.

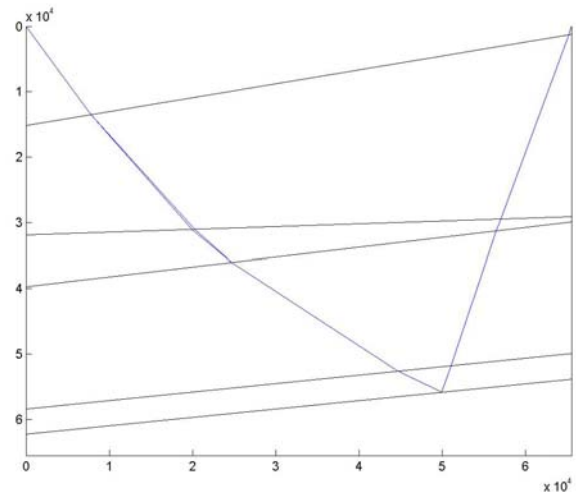


Figura 18. Onda P-S reflejándose en la quinta capa.

**6. AGRADECIMIENTOS**

Los autores del presente trabajo agradecen al Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad de Carabobo por la subvención de los proyectos CDCH-UC No. 2005-010 y CDCH No. 0657-2005.

**7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] Datta-Gupta A., Kulkarni K., Yoon S., Vasco D. (2001) Streamlines, ray tracing and production tomography: generalization to compressible flow. Petroleum Geoscience, Vol 7, Supplement.  
 [2] Storchak, D.A., Schweitzer, J. and Bormann, P., 2003. The IASPEI Standard Seismic Phase List. Seismological Research Letters, 74, 761-772.

- [3] Song J., Brink U. (2005) Graphical User Interface for interactive seismic ray tracing. *Eos Trans. AGU*, 86(9), 90.
- [4] Tian Y., Hung S., Nolet G., Montelli R. Dahlen F. (2007) Dynamic ray tracing and travel time corrections for global seismic tomography. *Journal of computational physics*, Vol 226.
- [5] Hernández, J.J., Schmitz, M., Audemard, F., (2006) Marco conceptual del proyecto de microzonificación de Caracas y Barquisimeto. VIII Congreso Venezolano de Sismología e Ingeniería Sísmica, Valencia, 2006.
- [6] Karastathis V., Papamarinopoulos S., Jones R. (2001) 2-D velocity structure of the buried ancient canal of Xerxes: an application of seismic methods in archaeology. *Journal of Applied Geophysics*, Vol 47.
- [7] Banerjee S., Kundu T. (2008) Semi-analytical modeling of ultrasonic fields in solids with internal anomalies immersed in a fluid. *Wave Motion*, Vol 45.
- [8] Debsky W., Ando M. (2004) Spectral ray tracer: a class of accurate two point ray tracers. *Acta geophysica polonica*. Vol 52 No. 1.
- [9] Iversen E., Psencik I. (2007) Ray tracing for continuously rotated local coordinates. *Studia Geophysica et geodaetica*. Vol 51, No. 1.
- [10] Um J., Thurber C. (1987) A fast algorithm for two-point seismic ray tracing. *Bulletin of the seismological society of America*, Vol 77. No. 3.
- [11] Reyes A. (1999) Algoritmo trazador de rayos sísmicos en medios heterogéneos débilmente anisotrópicos usando técnicas de optimización no lineal. Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de Computación.
- [12] Yang W. (2003) A Basic Studio on two-point Seismic Ray Tracing. New Mexico Tech Earth and Environmental Science, <http://www.ees.nmt.edu/Geop/Classes/GEOP523/Docs/yang.pdf>
- [13] Sambridge M., Drijkoningen G. (1992) Genetic algorithms in seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*. Vol 109 Issue 2.
- [14] Toledo C. (2008) Genetic Algorithm for the numerical solution of variational problems without analytic trial functions. Cornell University Library. arXiv:physics/0506188v1 [physic.comp-ph].
- [15] Horne S., MacBeth C. (1994) Inversion for seismic anisotropy using genetic algorithms. Vol 42, Issue 8.
- [16] Qin Y., Zhang Z., Xu S. (2003) CDP mapping in tilted transversely isotropic (TTI) media. Part II: Velocity analysis by combining CDP mapping with a genetic algorithm. *Geophysical prospecting*. Vol 51 Issue 4.
- [17] Matschek R. (2005) A geometrical optics and uniform theory of diffraction based ray tracing optimization by a genetic algorithm. *Comptes rendus physique*. Vol 6. Issue 6.
- [18] Born M., Wolf E. (2003) *Principles of Optics*, 7a Edición, Cambridge University Press.
- [19] Spetzler J., Sneider R. (2004) *Geophysics*, Vol 69, No. 3.