

Herramienta matemática para la construcción de horarios. Caso de estudio en el postgrado de una institución tecnológica mexicana

(Mathematical tool for building schedules. Study case at the graduate school of a Mexican technology institute)

José Hernández, Salvador Hernández, Susana Goytia, Idalia Flores, Esther Segura

Palabras Clave: herramienta de decisión, programación de horarios, programación entera, heurísticas, matriz de coeficientes

Key Words: decision tool, timetabling, integer programming, heuristics, matrix of costs

RESUMEN

Una definición general del problema de programación de horarios es aquella donde se asignan un conjunto de eventos (encuentros, asignaturas, salones, profesores, entre otros) dentro de un número limitado de periodos de tiempo sujeto a un conjunto de restricciones. El desafío en la construcción de estos horarios radica en proponer una planificación que cumpla con todas las restricciones impuestas y obtenga una solución óptima en un tiempo razonable, dado que se trata de un problema catalogado como NP-duro la tarea no es sencilla. En este trabajo se presenta una herramienta para el análisis y la construcción de los horarios en el postgrado de una institución educativa mexicana: Se obtiene un modelo de programación entera binaria para representar el problema y se aplica un procedimiento heurístico para obtener una solución. Se trata de un desarrollo tecnológico que permite una toma de decisiones más ágil minimizando la incertidumbre asociada.

ABSTRACT

The timetabling problem requires assigning a set of events (meetings, courses, classrooms, teachers, among other things) within a limited number of time periods subjected to a set of constraints. The challenge in building a timetable lies in proposing a plan that meets with all restrictions and obtain an optimal solution in a reasonable time, since it is NP-hard problem the task is not simple. This paper presents a tool for analysis and construction of the timetabling in a graduate school of Mexico: it is obtained a binary integer programming model for representing the problem and it is applied a heuristic procedure to obtain a solution. This is a technological development that allows for quicker decision-making while minimizing the associated uncertainty.

INTRODUCCIÓN

En Ingeniería Industrial, uno de los problemas que con frecuencia se debe resolver es el de asignación de horarios.

Una definición general del problema de programación de horarios es aquella donde se asignan un conjunto de eventos (encuentros, asignaturas, salones, profesores, entre otros) dentro de un número limitado de periodos de tiempo sujeto a un conjunto de restricciones. Las restricciones son generalmente clasificadas en dos tipos: duras y blandas. Se trata de un problema que se presenta en sistemas como instituciones educativas, deportivas, industrias, gobierno y de transporte. Las restricciones duras bajo ninguna circunstancia deben ser infringidas y son utilizadas para modelar aspectos como el no programar materias en la misma sala a la misma hora, y las restricciones blandas son deseables de cumplir, dicha restricción es utilizada por ejemplo para modelar la capacidad máxima de asientos en una sala (De Werra, 1996).

El desafío en la construcción de estos horarios radica en proponer una planificación que cumpla con todas las restricciones impuestas y obtenga una solución óptima en un tiempo razonable. Sin embargo estos problemas son difíciles de resolver y pueden ser consumidores de tiempo por lo que se requiere de herramientas que agilicen su construcción.

El problema de programación de horarios pertenece a la categoría de problemas NP-duros, (no se ha desarrollado un algoritmo para resolverlo en tiempo polinomial), lo cual

impulsa a utilizar métodos de búsqueda que entreguen una buena solución en un tiempo adecuado (De Werra, 1996, 1997, Hernández, Miranda, Rey, 2008).

En el ámbito educativo esta actividad se presenta cada semestre y se asocia a la labor de organizar una secuencia de asignaturas, en un período de tiempo determinado, satisfaciendo un conjunto de restricciones. Las restricciones comprenden hechos como evitar los choques de horario, capacidad de salones, carga de trabajo y disposición para estudiantes y profesores, asignación de recursos o equipos, entre otros. Las restricciones provienen de reglas que impone la administración, requerimientos de la asignatura así como las condiciones incluidas por los estudiantes. Aunque cada problema es diferente, las restricciones más comunes son (Daskalaki, Birbas y Housos, 2004, Hernández, Miranda, y Rey 2008):

- Asignación de recursos: se refiere a la oferta de recursos, dependiendo de las necesidades de la asignatura, por ejemplo, requerimientos de equipos o una sala especial.
- Asignación de tiempo: una asignatura y/o recurso debe tener asignado un período de tiempo.
- Dispersión de las asignaturas: las asignaturas deben estar espaciadas, por ejemplo, un estudiante no puede tener dos exámenes el mismo día.
- Coherencia de las asignaturas: estas condiciones son creadas para generar un horario con mayor organización y más

conveniente por ejemplo, considerar las condiciones particulares de los participantes.

- Capacidad de los salones: para llevar a cabo una asignatura se debe considerar que el número de los estudiantes no exceda la capacidad del salón.

Cuando todas las restricciones no pueden ser satisfechas simultáneamente, lo común es dividir las en requerimientos fuertes que deben cumplirse obligatoriamente y requerimientos suaves que únicamente son deseables. La calidad de la programación obtenida dependerá del grado de cumplimiento de estas condiciones. Hay variantes en los problemas de programación de horarios de acuerdo con el tipo de institución involucrada (universidad o escuela) y de sus restricciones. De acuerdo con estos se pueden identificar tres tipos de problemas (Saldaña, Oliva, y Pradenas 2007):

1. Programación de horarios de clases para colegios: algunas variantes de este problema son sesiones simultáneas, profesores para más de una asignatura, salas especiales.

2. Programación de horarios de clases para instituciones de educación superior o universidades: variaciones de este tipo de problemas son donde existen períodos de tiempo variables, o bien el sub-problema de asignación de salas.

3. Programación de horarios de evaluaciones y exámenes: en el tercer grupo el problema consiste en asignar el horario a los exámenes, determinando la

cantidad de salas y tiempo para realizar el examen. La cantidad de exámenes depende de los requerimientos de las instituciones para evaluar los conocimientos de los alumnos que cursan la asignatura. A pesar que este tipo de problema se presenta en el mismo ámbito que el problema de la asignación de asignaturas, posee sus diferencias, de los cuales se puede mencionar: se realizan la cantidad total de exámenes exigidos para todas las asignaturas, los conflictos en general son estrictos (un estudiante puede faltar a una sesión por problemas de choques de horario, pero no puede hacer lo mismo con dos exámenes), el tiempo requerido para los exámenes es variable y se puede realizar más de un examen por sala.

Revisión de la literatura

La literatura existente sobre este problema es abundante, por lo que únicamente se referenciarán algunos trabajos importantes y/o recientes.

A diferencia de otros problemas, cada aplicación o modelo de generación de horarios construido varía de una institución a otra en términos de los requerimientos que deben satisfacerse. Para plantear y resolver esta clase de problemas se ha empleado el enfoque de simulación, coloreo de gráficas y programación matemática

El enfoque de programación matemática (Programación entera, mixta entera, mixta entera no lineal) se ha comenzado

a explotar con mayor frecuencia, ya que se aprovechan de las ventajas de trabajar con un modelo que permite la obtención de una asignación óptima y además se pueden realizar un análisis de distintos escenarios para estudiar su influencia en el sistema. Las aplicaciones en el ámbito universitario se pueden consultar en los trabajos de Trypathy (1984), Dammak, Elloumi y Kamoun (2007), Daskalaki, Birbas y Housos (2004), Hernández, Miranda y Rey (2008), Saldaña, Oliva y Pradenas (2007), Yakoob y Sherali (2007), y Soria-Alcaraz, et al. (2011), en todas ellas se resalta el desarrollo de modelos que permiten una toma de decisiones más eficiente y rápida ya que se trata de problemas de gran tamaño, además en todas se utiliza una función objetivo basada en el costo e igualmente resalta la representación de los requerimientos y políticas de operación en forma de restricciones duras y blandas.

Dado que la asignación es un problema NP-duro y con frecuencia se debe dar solución a instancias en gran escala, la investigación se ha extendido también a la implementación de nuevas técnicas de solución como recocido simulado (Abramson, Krishnamoorthy y Dan, 1999), algoritmos genéticos (Beligiannis, Moschopoulo, y Likothanassis, 2009, Flores, et al. 2003), búsqueda tabú (De Werra, 1996), o redes neuronales (Smith, Abramson y Duke 2003), así como algoritmos menos conocidos pero muy efectivos: enjambres de partículas

(Shiau, 2011) y colonia de hormigas (Ayob y Jaradat 2009) así como hiper-heurísticas en Soria-Alcaraz, et al. (2011). En Dimopoulou y Miliotis (2002) además de programar los cursos, el modelo incluye la programación de los exámenes finales de las asignaturas. En cuanto a aplicaciones fuera del ámbito escolar se mencionarán a modo de ejemplo los siguientes: Castillo. et al (2011) donde emplean un modelo mixto-entero lineal para la programación de trenes y Rangel-Valdez y Torres-Jiménez (2009) donde se resuelve un caso de horarios para un Centro de Atención Telefónica (Call center).

Conviene mencionar los trabajos desarrollados con el enfoque de coloreo de grafos (se sugiere al lector consultar por ejemplo a Yáñez y Ramírez, 2003 para profundizar en este tipo de problemas matemáticos). En éste sentido se pueden mencionar los trabajos de De Werra (1996), Burke, et al. (2007), Dammak, Elloumi y Kamoun (2007), Qu, Burke y McCollum (2009), y Yáñez y Ramírez(2003).

Se pueden consultar los trabajos de Burke. et al (1998), Burke y Petrovic (2002) y Boland.et al (2008) y para conocer la forma en la que han evolucionado las investigaciones en distintos períodos en relación a los esfuerzos en investigación de éste problema, como la cuestión de un modelo general de Programación de Horarios o bien un medio que permita seleccionar el algoritmo adecuado para

dar solución a un problema en particular de forma eficiente y de manera automatizada.

Esta investigación se encuadra en la línea de trabajo de programación matemática donde la principal contribución es mostrar el proceso de análisis, modelado y solución del problema de construir los horarios del postgrado en una institución mexicana utilizando un modelo de programación entera binaria y representando las políticas y requerimientos de operación como restricciones duras y blandas. Además, se utiliza un algoritmo heurístico que simplifica el problema a uno de asignación, posteriormente el modelo se codifica en un paquete de optimización y se obtiene una solución del problema. Se ejemplifica su aplicación resolviendo el problema de construcción del horario de las materias de postgrado, que si bien es de tamaño modesto (20 materias), el número de combinaciones lo hacen prohibitivo para resolverlo de manera óptima mediante prueba y error. Se trata de un desarrollo tecnológico que agiliza la toma de decisiones sobre los horarios.

METODOLOGÍA

Problemática

La asignación de horarios tiene un grado de complejidad alto en cuanto a la cantidad de alternativas de solución que existen, por lo que además de la construcción del modelo, encontrar la

solución óptima no es una tarea fácil. La asignación de horarios es una actividad que se presenta cada semestre en las universidades e instituciones educativas. Actualmente, en la Maestría en Ingeniería Industrial del Instituto Tecnológico de Celaya, no se cuenta con una herramienta de decisión que permita la asignación rápida y eficiente de los horarios de las materias ofrecidas cada semestre. El proceso de la asignación de horarios es realizado cada semestre de forma manual generando distintas combinaciones utilizando como herramienta únicamente hojas de cálculo. El proceso de generación del horario definitivo requiere alrededor de 15 días.

Los factores que deben tomarse en consideración en la preparación de los horarios son los siguientes:

- Las materias se imparten una vez a la semana de 6:00pm a 9:00pm.
- Hay sólo 4 salones.
- Se dispone de cinco días (de lunes a viernes).
- Las materias deben ser impartidas por maestros concernientes a su área o especialidad
- Los alumnos que se encuentran rezagados deben tomar además, las materias que les falten sin que coincidan con materias que llevan regulares.
- Materias de los semestres 1ro a 4to deben ser aginadas en días distintos.
- En 3er y 4to semestre, el alumno cursa materias correspondientes a su especialidad, por lo que deben

programarse dichas asignaturas de tal manera que no coincidan en el mismo día.

•Existen materias comunes de las especialidades de Manufactura (M) y Calidad (C) que deben ser asignadas en un día específico tomando en cuenta las restricciones anteriores.

En la tabla 1 se muestra un ejemplo del grupo de materias que debe impartirse en un semestre, una vez que se ha conjuntado la información de materias solicitadas y disponibilidad de profesores.

Tabla 1. Demanda de grupos y disponibilidad de profesores

Tipo de alumno: Nuevo ingreso (NI), Reingreso (R)
Especialidad: Manufactura (M), Calidad(C)

No. de materia	Clave de materia	Iniciales del Profesor	Semestre	Tipo de alumno	Especialidad
1	ADP	VF	SEM1	NI	M y C
2	IDEO	SH	SEM1	NI	M y C
3	EST1	AR	SEM1	NI	M y C
4	SEM1	JV	SEM1	NI	M y C
5	ET	EF	SEM2	R	M y C
6	AE	JP	SEM2	R	M y C
7	EST2	AR	SEM2	R	M y C
8	SEM2	SH	SEM2	R	M y C
9	IDEO2	MTV	YSEM3 SEM3	R	M y C
10	ID	JFR	SEM3	R	M
11	PDI	MT	SEM3	R	M
12	TIC	DH	SEM3	R	C
13	TEST	RR	SEM3	R	C
14	PI	JFR	SEM4	R	M y C
15	SEM3	DH	SEM4	R	M y C
16	MIC	FF	SEM4	R	M
17	SM	TT	SEM4	R	M
18	SIM	SG	SEM4	R	C
19	SC	MT	SEM4	R	C
20	P	AS	SEM0	R	----

Existe un tronco común de asignaturas para los alumnos de nuevo ingreso (materias 1, 2, 3 y 4), aunque para el semestre Agosto – Diciembre del 2011 y dadas las necesidades del

Departamento, fue necesario ofrecer dos grupos de la materia 2, lo cual es una consideración adicional. También se observa que existen profesores que imparten dos materias (véanse por

ejemplo 3 y 7, o bien 10 y 14) por lo que se deberán programar en días distintos. La materia 8 requiere impartirse, en este semestre en específico, a alumnos de dos semestres diferentes y en un mismo grupo. Las materias 8, 9, 14 y 15 se imparten a los alumnos de ambas especialidades (Manufactura y Calidad), dado que sólo se autorizó un grupo.

Finalmente existen alumnos que son de reingreso y de nuevo ingreso.

Formulación del modelo matemático para el problema de la asignación de horarios

El coordinador de postgrado clasifica las salas y días disponibles de acuerdo a la tabla 2; a cada par aula – día se le debe asignar una materia y es la respectiva variable de decisión.

Tabla 2. Clave de aulas y días.

No.	Aula	Día	Variabl e	No.	Aula	Día	Variab le
1	A	lunes	A1	11	C	lunes	C1
2	A	martes	A2	12	C	martes	C2
3	A	miércoles	A3	13	C	miércoles	C3
4	A	jueves	A4	14	C	jueves	C4
5	A	viernes	A5	15	C	viernes	C5
6	B	lunes	B1	16	D	lunes	D1
7	B	martes	B2	17	D	martes	D2
8	B	miércoles	B3	18	D	miércoles	D3
9	B	jueves	B4	19	D	jueves	D4
10	B	viernes	B5	20	D	viernes	D5

Las variables de decisión A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} y D_{ij} denotan el par (aula-día)-asignatura, su valor será 1 se asigna al par aula-día i la materia j y 0 en otro caso, por lo que se trata de variables de tipo binario. El modelo de optimización basado en programación entera binaria es el siguiente:

Maximizar

$$Z = \sum_i \sum_j \alpha_{ij} A_{ij} + \sum_i \sum_j \beta_{ij} B_{ij} + \sum_i \dots 1$$

(1)

Sujeto a:

$$\sum_j A_{ij} \leq 1, \quad (2)$$

$$\forall i = 1,2,3,4,5$$

$$\sum_j B_{ij} \leq 1, \quad \forall i = 1,2,3,4,5$$

(3)

$$\sum_j C_{ij} \leq 1, \quad \forall i = 1,2,3,4,5$$

(4)

$$\sum_j D_{ij} \leq 1, \quad \forall i = 1,2,3,4,5$$

(5)

$$\sum_i A_{ij} + \sum_i B_{ij} + \sum_i C_{ij} + \sum_i D_{ij} \leq 1, \\ \forall j = 1, 2, \dots, 20$$

(6)

$$A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij} \in \{0, 1\}$$

(7)

Por el momento, no se tienen considerados los costos operativos, en su lugar, se desea programar la mayor cantidad de materias en las salas y los días, cumpliendo con los requerimientos y las capacidades actuales del sistema. La función objetivo (1) debe maximizarse (se deben programar la mayor cantidad de materias en la semana), en este orden de ideas las constantes tienen un valor de 1.

Las restricciones (2-5) corresponden a la capacidad diaria del aula: cada aula puede recibir una materia; sin embargo, el requerimiento es buscar el mejor acomodo, si la consideración fuera la de mantener ocupadas las salas, entonces la restricción se hubiera manejado como igualdad. La restricción (6) corresponde a la oferta de materias en la semana, las cuales se imparten una vez a la semana. Esta restricción se manejó originalmente como suave, ya que existía incertidumbre sobre la factibilidad de poder ofrecer todas las materias durante la semana aún después de realizar la simplificación, y además considerando los cursos propedéuticos para el día sábado. Se consideraba que en caso de no existir una solución factible (por ejemplo, sin coincidencias) entonces la

materia o materias que no pudieran impartirse serían ofrecidas los sábados.

Dado que se trata de variables de decisión binarias, (7) restringe el dominio de las variables a los valores 0 y 1.

En general el modelo se diferencia de otras implementaciones, en cuanto a que el objetivo es programar la mayor cantidad de materias en el período, y por el momento no se toman en cuenta los costos (Dammak, Elloumi y Kamoun 2007, Hernández, Miranda y Rey 2008, Saldaña, Oliva y Pradenas 2007). La segunda diferencia consiste en que previo a resolver el modelo se construye la tabla de coeficientes de la función objetivo utilizando un procedimiento heurístico, esto reduce el tamaño del problema y se muestra a continuación.

Método heurístico para la construcción de la tabla de coeficientes

Si bien el tamaño del problema es modesto, aun así el número de combinaciones es muy grande para resolverlo mediante prueba y error.

Para simplificar el modelo, se emplea el siguiente procedimiento, desarrollado para construir un conjunto de soluciones factibles, y que reduce el número de posibilidades mediante la construcción de bloques de asignación de materias directamente sobre la matriz de coeficientes C . Se define como bloque a la submatriz C' de la matriz de coeficientes C , donde el número de columnas (materias) es igual al número de renglones (aula-día).

El elemento c_{ij} de la sub-matriz contendrá 1 si la asignación (día-aula)-materia es factible, y 0 otro caso. Los pasos para generar esta tabla se ejemplifican a continuación:

Iteración 1

Se tomará el primer bloque de materias correspondientes al primer semestre el cual comprende 4 materias, posteriormente se escribirá un 1 en la tabla que definirá la función objetivo partiendo de la esquina superior izquierda y ocupando las primeras 4

posibilidades de aula – día y 4 materias. Como las materias 2 y 3 son impartidas por profesores que tienen asignadas 2 materias adicionales, se colocarán ceros en dos días de asignación para tener posibilidad de ocupar estos días en la asignación de las otras materias que imparten, la elección del día depende de los lineamientos particulares al momento de la preparación del horario. En este ejemplo se seleccionan las entradas correspondientes a A22, A23, A32 y A33 (Figura 1).

		MATERIAS																			S (suministro)	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		20
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5																					1

Figura 1. Asignación de materias 1-4

Iteración 2

Continuando con las asignaturas de 2do semestre, no se tomará en cuenta la materia 8 ya que ésta se imparte también al 3er semestre, por lo cual el siguiente bloque a asignar será sólo de 3 materias. Como ya se vio en el paso anterior, el número de materias a asignar será igual al número de posibles aulas a ocupar.

Por lo cual se toman las siguientes 3 materias y las siguientes tres posibles aulas a ocupar y se coloca un 1. Note que las materias 3 y 7 son impartidas por el mismo maestro por lo que se asigna el valor 0 en la entrada B17, ya que el día 1 ya está considerado como factible para el profesor (Figura 2).

		MATERIAS																			S	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		20
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5					1	1	1														1
	B1					1	1	0														1
	B2					1	1	1														1

Figura 2. Asignación de materias 5-7

Iteración 3

La materia 8 se imparte a 2do y 3er semestre, y además se imparte a ambas especialidades (Manufactura y Calidad), solo se colocará un 1 en una casilla, es decir el bloque ahora será de 1 materia y una posible aula - día a ocupar. Note además que esta materia 8 es impartida

por el mismo maestro de la materia 2. En este caso le corresponde el valor 1 en al elemento B38, como se observa el día 3 es factible ya que todavía no se ha considerado (Figura 3). De la misma manera, la materia 9 es impartida por un solo profesor, en este caso se asigna un bloque que en este ejemplo es el B44 (Figura 4).

		MATERIAS																			S	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		20
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5					1	1	1														1
	B1					1	1	0														1
	B2					1	1	1														1
	B3									1												1

Figura 3. Asignación de materia 8. Dado que el maestro también imparte la materia 2, se asigna sólo en el aula B3 para romper el conflicto con el aula A.

Para el resto de los profesores es el mismo proceso. Todas las celdas no seleccionadas corresponden a

asignaciones que no son factibles, y se deben completar con ceros.

		MATERIAS																				S
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5					1	1	1														1
	B1					1	1	0														1
	B2					1	1	1														1
	B3								1													1
	B4									1												1

Figura 4. Asignación de la materia 9

En la figura 5 se muestra la asignación de las asignaturas 10 y 11, la figura 6 muestra el correspondiente proceso para las materias 12 y 13, la figura 7 presenta

la asignación para la materia 14 y la figura 8 muestra la asignación de las materias 15, 16 y 17.

		MATERIAS																				S
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5					1	1	1														1
	B1					1	1	0														1
	B2					1	1	1														1
	B3								1													1
	B4									1												1
	B5										1	1										1
	C1											1	1									1

Figura 5. Asignación de las materias 10 y 11

		MATERIAS																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	S
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5					1	1	1														1
	B1					1	1	0														1
	B2					1	1	1														1
	B3								1													1
	B4									1												1
	B5										1	1										1
	C1										1	1										1
	C2												1	1								1
	C3														1	1						1
	C4																					1
	C5													1	1							1
	D1																					1
	D2																					1
	D3																					1
	D4																					1
	D5																					1
D	(demanda)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20

Figura 6. Asignación de las materias 12 y 13. Son materias que se imparten a alumnos de 3er semestre, para romper el empate con las materias 8 y 9 se asignan a las aulas C2 y C5

		MATERIAS																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	S
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5					1	1	1														1
	B1					1	1	0														1
	B2					1	1	1														1
	B3								1													1
	B4									1												1
	B5										1	1										1
	C1										1	1										1
	C2												1	1								1
	C3														1	1						1
	C4																					1
	C5												1	1								1
	D1																					1
	D2																					1
	D3																					1
	D4																					1
	D5																					1
D		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20

Figura 7 Asignación de la materia 14

		ASIGNATURAS																			SUMINISTRO	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		20
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																1	
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5					1	1	1														1
	B1					1	1	0														1
	B2					1	1	1														1
	B3								1													1
	B4									1												1
	B5										1	1										1
	C1										1	1										1
	C2												1	1								1
	C3														1							1
	C4															1						1
	C5												1	1								1
	D1																1	1				1
	D2																1	1				1
	D3																					1
	D4																					1
	D5																					1
DEMANDA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20	

Figura 8. Asignación de las materias 15, 16 y 17.

Las materias 18 y 19 requieren un comentario especial. Al definir el bloque de materias 18 y 19 que son materias del cuarto semestre de la especialidad de Calidad, se debe cuidar no ocupar los días de la materia 14 y 15 que son del mismo semestre, por lo cual los días 1 y

5 no deben ser considerados y además se debe cuidar que la materia 19 no quede en los días asignados para la materia 11 ya que es impartirá por el mismo maestro.

		MATERIAS																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	S
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1
	A2	1	0	0	1																	1
	A3	1	0	0	1																	1
	A4	1	1	1	1																	1
	A5					1	1	1														1
	B1					1	1	0														1
	B2					1	1	1														
	B3								1													
	B4									1												
	B5										1	1										
	C1										1	1										1
	C2												1	1								1
	C3														1							1
	C4															1	1					1
	C5																	1	1			1
	D1																		1	1		1
D2																					1	
D3																					1	
D4																				1	1	
D5																				1	0	
D	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20	

Figura 9. Materias 18 y 19. Se muestra el movimiento hacia otras aulas para romper el conflicto

Se puede apreciar que las materias 14 y 15 ocupan los días 3 y 4 lo cual hace imposible construir el bloque para 18 y 19 ya que estos requieren de al menos dos posibilidades de días y sólo se tendría disponible el día 5 (Figura 9).

De lo anterior surge la necesidad de modificar las materias correspondientes al cuarto semestre, para lo cual se propone modificar las materias 15,16 y 17 buscando un nuevo acomodo que permita abrir las posibilidades de días para las materias 18 y 19.

El cambio que se propone es en los bloques de las materias 15, y 16-17.

Además se definió el bloque de materias 18 y 19 que son materias del cuarto semestre de la especialidad de Calidad, pero cuidando no ocupar los días de la materia 14 y 15 que son del mismo semestre, por lo que el día 3 y 1 no deben ser considerados, y además se debe cuidar que la materia 19 no quede en los días asignados para la materia 11 ya que es impartirá por el mismo maestro (Figura 9).

		MATERIAS																					
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	S	
AULA - DIA	A1	1	1	1	1																	1	
	A2	1	0	0	1																	1	
	A3	1	0	0	1																	1	
	A4	1	1	1	1																	1	
	A5					1	1	1														1	
	B1					1	1	0														1	
	B2					1	1	1														1	
	B3								1													1	
	B4									1												1	
	B5										1	1										1	
	C1										1	1										1	
	C2												1	1								1	
	C3														1							1	
	C4															1	1					1	
	C5											1	1									1	
	D1															1						1	
	D2																1	1				1	
	D3																					1	
	D4																			1	1	1	
	D5																			1	0	1	
	D	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20

Figura 10. Materia 20.

El siguiente paso es asignar la materia 20 que es del semestre cero en la fila D3 que es la casilla que queda disponible

(Figura 10). La tabla final de asignaciones se obtiene colocando ceros en todas las celdas no consideradas.

RESULTADOS

Solución del modelo: construcción del horario del postgrado

El siguiente paso consiste en la construcción del horario a partir de la tabla de la figura 10, que es resultados del procedimiento heurístico. Una alternativa obvia para el ejemplo desarrollado en este trabajo, es obtener el horario mediante simple inspección, eliminando 1's de las entradas de la matriz de tal forma que la materia j quede asignada al día i; sin

embargo, para problemas más grandes esto nuevamente resultaría poco práctico, siendo recomendable emplear un paquete especializado.

Sobre esta idea, el modelo se implementó en el paquete GAMS, paquete de optimización que cuenta con varios algoritmos para resolver problemas de programación matemática. Para esta aplicación se contó con la correspondiente licencia del algoritmo OSL. Los resultados se muestran en las tablas 3 y 4.

Tabla 3. Resultado de la asignación de aula por materia y profesor

Día	Aula	Asignatura	Profesor	Día	Aula	Asignatura	Profesor
Lunes	A	IDEO	SHG	Lunes	C	ID	JFR
Martes	A	SEM1	JV	Martes	C	TEST	RR
Miércoles	A	ADP	VF	Miércoles	C	PI	JFR
Jueves	A	EST1	AR	Jueves	C	SM	TT
Viernes	A	EST2	AR	Viernes	C	TIC	DH
Lunes	B	AE	JP	Lunes	D	SEM3	DH
Martes	B	ET	EF	Martes	D	MIC	FF
Miércoles	B	SEM2	SHG	Miércoles	D	P	AS
Jueves	B	IDEO2	MTV	Jueves	D	SC	MT
Viernes	B	PDI	MT	Viernes	D	SIM	SG

Tabla 4. Horario para el semestre

Aula	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
A	IDEO	SEM1	ADP	EST1	EST2
B	AE	ET	SEM2	IDEO2	PDI
C	ID	TEST	PI	SM	TIC
D	SEM3	MIC	P	SC	SIM

En el horario obtenido, quedan asignadas las materias de los cuatro semestres un solo día, esta situación si bien era deseable en el postgrado para favorecer la interacción entre los alumnos de distintos semestres, no se incluyó como parte de los requerimientos.

De igual forma, se imparten por ejemplo en días diferentes los dos grupos de Investigación de Operaciones considerados para el semestre, lo mismo que los grupos de Estadística.

En términos prácticos, el tiempo invertido para obtener el horario fue de 16 horas, tomando en cuenta que primero se realizó un análisis junto con el coordinador del postgrado para verificar las políticas de operación de las actividades del semestre

Enero – Junio 2011, se construyó la matriz de coeficientes y se cargó el modelo en el paquete GAMS (el solver requirió menos de 1 segundo dado que se trata de un modelo de tamaño reducido). Para realizar los cálculos se utilizó una computadora personal con procesador de doble núcleo con 3Gb de memoria RAM y sistema operativo de 64 bits.

Con el sistema se construyó el horario del postgrado para el semestre Agosto – diciembre 2011, en esta ocasión solamente se necesitó analizar la información pertinente, realizar las modificaciones necesarias y se construyeron y evaluaron varias propuestas de horarios; en otras palabras, el trabajo ahora se enfocó en construir y analizar una variedad de

escenarios en menos de la mitad del tiempo invertido anteriormente, en donde un horario requería varios días y la posibilidad de analizar otras alternativas quedaba muy limitada.

También se resolvió una cuestión largamente discutida en el departamento, en el sentido de que la capacidad existente (aulas y profesores) era insuficiente para organizar los cursos, sin empates de horario; finalmente se debe señalar que el sistema es un desarrollo tecnológico que permite ahorrar recursos a la institución, y por el momento queda descartada la necesidad de adquirir un paquete.

CONCLUSIONES

El uso de herramientas como programación matemática, permite realizar la actividad de la toma de decisiones de manera más eficiente y rápida, reduciendo así el tiempo de espera en dar una respuesta a problemas administrativos que se presentan de manera corriente en el manejo de los sistemas como son la construcción y asignación de horarios.

El desafío en la construcción de horarios radica en proponer una planificación que cumpla con todas las restricciones impuestas y obtenga una solución óptima en un tiempo razonable, sin embargo por la cantidad de restricciones son difíciles de resolver y además son consumidores de tiempo.

El problema de programación de horarios pertenece a la categoría de problemas NP-

duros, (no se ha desarrollado un algoritmo para resolverlo en tiempo polinomial), lo cual impulsa a utilizar métodos de búsqueda que entreguen una buena solución en un tiempo adecuado.

Utilizando un enfoque de programación entera binaria, se desarrolló una herramienta tecnológica que permite construir los horarios del postgrado del Departamento de Ingeniería Industrial del Instituto Tecnológico de Celaya y empleando un procedimiento heurístico se reduce el problema a uno de asignación.

Se construyó el horario del semestre Enero – Junio de 2011 el cual requirió alrededor de 16 horas, tomando en cuenta que se revisaron las políticas de operación del semestre y posteriormente se debió cargar el modelo en GAMS, el paquete requiere menos de 1 segundo para dar una solución del modelo. En comparación, obtener la solución a mano por prueba y error requería invertir alrededor de 15 días y a lo sumo se podían evaluar dos alternativas de horario para el postgrado.

En este sentido se debe resaltar que el modelo permite a los responsables de la toma de decisiones invertir el tiempo en el análisis de escenarios para evaluar distintas alternativas de horarios, en lugar de realizar los cálculos a mano.

Los trabajos futuros pueden encaminarse en varias direcciones: investigar un enfoque de coloreo de gráficas o bien implementar y comparar procedimientos metaheurísticos para resolver el problema, así mismo el sistema se encuentra en una fase que busca ampliarse para tomar en

cuenta la carreras a cargo del Departamento de Ingeniería Industrial e incorporarse al sistema de administración.

Agradecimientos

Los autores agradecen las facilidades proporcionadas por la coordinación de la maestría en Ingeniería Industrial del Instituto Tecnológico de Celaya, en especial al profesor M.C. Vicente Figueroa. De igual forma agradecen a los árbitros por sus valiosas observaciones, que permitieron mejorar sustancialmente este trabajo.

El Dr. Salvador Hernández agradece a la Dirección General de Educación Superior Tecnológica su apoyo al proyecto de Ciencia Básica 4266.11-P.

La Dra. Idalia Flores agradece a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico su apoyo al proyecto PAPIIT IN116012 del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica.

Referencias Bibliográficas

- Abramson D., Krishnamoorthy M. y Dan H. (1999). Simulated annealing cooling schedules for the school timetabling problem. *Asia – Pacific Journal of Operational research*, 16, 1 – 22.
- Ayob M. y Jaradat G. (2009). Hybrid Ant Colony systems for course timetabling problems. *Conference on Data Mining and Optimization*, 120 – 126, University of Kenbaysina, Malasya.
- Beligiannis G., Moschopoulo C. y Likothanassis S. (2009). A genetic algorithm approach to school timetabling. *Journal of the Operational Research Society*, 60(1), 23 – 42.
- Boland N., Hughes B.D., Merlot L. y Stuckey P. (2008). New integer linear programming approaches for course timetabling *Computers & Operations Research*, 35, (7), 2209-2233
- Burke E., Jackson K., Kingston J. y Weare R. (1998). Automated university timetabling: the state of the art. *The computer journal*, 40 (9), 565-571.
- Burke E., McCollum B., Meisels A., Petrovic S., Qu R. (2007). A graph-based hyper-heuristic for educational timetabling problems *European Journal of Operational Research*, 176 (1), 177-192.
- Burke E., Petrovic S. y Qu R. (2002) Case-based heuristic selection for timetabling problems. *Journal of Scheduling*, 9(2), 115 – 132.
- Castillo E., Gallego I., Ureña J.M. y Coronado J.M. (2011). Timetabling optimization of a mixed-double and single-tracked railway network. *Applied mathematical modeling*, 35(2), 859 – 878.
- Dammak A., Elloumi A. y Kamoun H. (2007). An enterprise system component based on graph colouring for exam timetabling. A case study in a Tunisian university. *Transforming government: people, process and policy*, 1(3), 255 – 270.
- Daskalaki S., Birbas T. y Housos E. (2004). An integer programming formulation for a case study in university timetabling. *European Journal of Operational Research*, 153(1), 117 – 135.
- De Werra D. (1996). Extensions of coloring models for scheduling purposes. *European Journal of Operational Research*, 92(3), 474 – 492.
- De Werra D. (1997). The combinatorics of timetabling. *European Journal of Operational Research*, 96(3), 504 - 513.

- Dimopoulous M. y Miliotis P. (2002). Implementation of an university course and examination timetabling system. *European Journal of Operational research*, 130 (1), 202 – 213.
- Flores P., Brau E., Monteverde J. A., Salazar N. F., Figueroa J., Cadena E. (2003). Experimentos con algoritmos genéticos para resolver un problema real de programación Maestros-Horarios-Cursos. *Revista Iberoamericana de sistemas, cibernética e informática*, 1 (2), 42 – 46.
- Hernández R., Miranda J. y Rey P. (2008). Programación de horarios de clases y asignación de salas para la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales mediante un enfoque de programación entera. *Revista Ingeniería de sistemas*, XXII, 121 – 141.
- Qu R., Burke E. y McCollum B. (2009). Adaptive automated construction of hybrid heuristics for exam timetabling and graph colouring problems. *European Journal of Operational Research*, 198 (2), 392-404.
- Rangel-Valdez N. y Torres-Jiménez J. (2009). Solving Employee Timetabling in a Call Center of a Telecommunications Company in Mexico with Simulated Annealing. *Artificial Intelligence, MICAI*, 170 – 175.
- Saldaña A., Oliva C. y Pradenas L. (2007). Modelos de programación entera para un problema de programación de horarios para universidades. *Ingeniare, Revista chilena de ingeniería*, 15 (3), 245 – 259.
- Shiau D. (2011). A hybrid particle swarm optimization for a university course scheduling problem with flexible preferences. *Expert Systems with Applications: An International Journal*, 38(1), 235 – 248.
- Smith K.A., Abramson D., y Duke D. (2003). A Hopfield Neural Networks for timetabling: formulations, methods and comparative results. *Computers and Industrial Engineering*, 44(2), 283 – 305.
- Soria-Alcaraz J.A., Carpio-Valadez J. y Terashima-Marin H. (2011). Academic Timetabling Design Using Hyper-Heuristics. *Studies in Computational Intelligence*, 318, 43-56.
- Tripathy A. (1984). School Timetabling: A Case In Large Binary Integer Linear Programming. *Management Science*, 30 (12), 1473 – 1489.
- Yakoob S., Sheraly H. (2007). A mixed-integer programming approach to a class timetabling problem: A case study with gender policies and traffic considerations. *European Journal of Operational Research*, 180(3), 1028 – 1044.
- Yáñez J. y . (2003). The robust coloring problem. *European Journal of Operational Research*, 148 (3), 546-558.

Autores

José Israel Hernández. Ingeniero Industrial, Instituto Tecnológico de León, Guanajuato. Departamento de Ingeniería Industrial, Instituto Tecnológico de Celaya, México.

Email: israel_leon12@hotmail.com

Salvador Hernández. Ingeniero Químico, Maestría y doctorado en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Departamento de Ingeniería Industrial, Instituto Tecnológico de Celaya, México.

Email: salvador.hernandez@itcelaya.edu.mx

Susana Goytia. Departamento de Ingeniería Industrial, Instituto Tecnológico de Celaya, México.

Email: susana.goytia@itcelaya.edu.mx

Idalia Flores. Doctora en Investigación de Operaciones (Universidad Nacional Autónoma de México). División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Email: idalia@unam.mx

Esther Segura. Ingeniero Industrial, profesora Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.

Email: esthersp_1976@yahoo.com.mx

Recibido: 14/07/2011

Aceptado: 30/12/2011