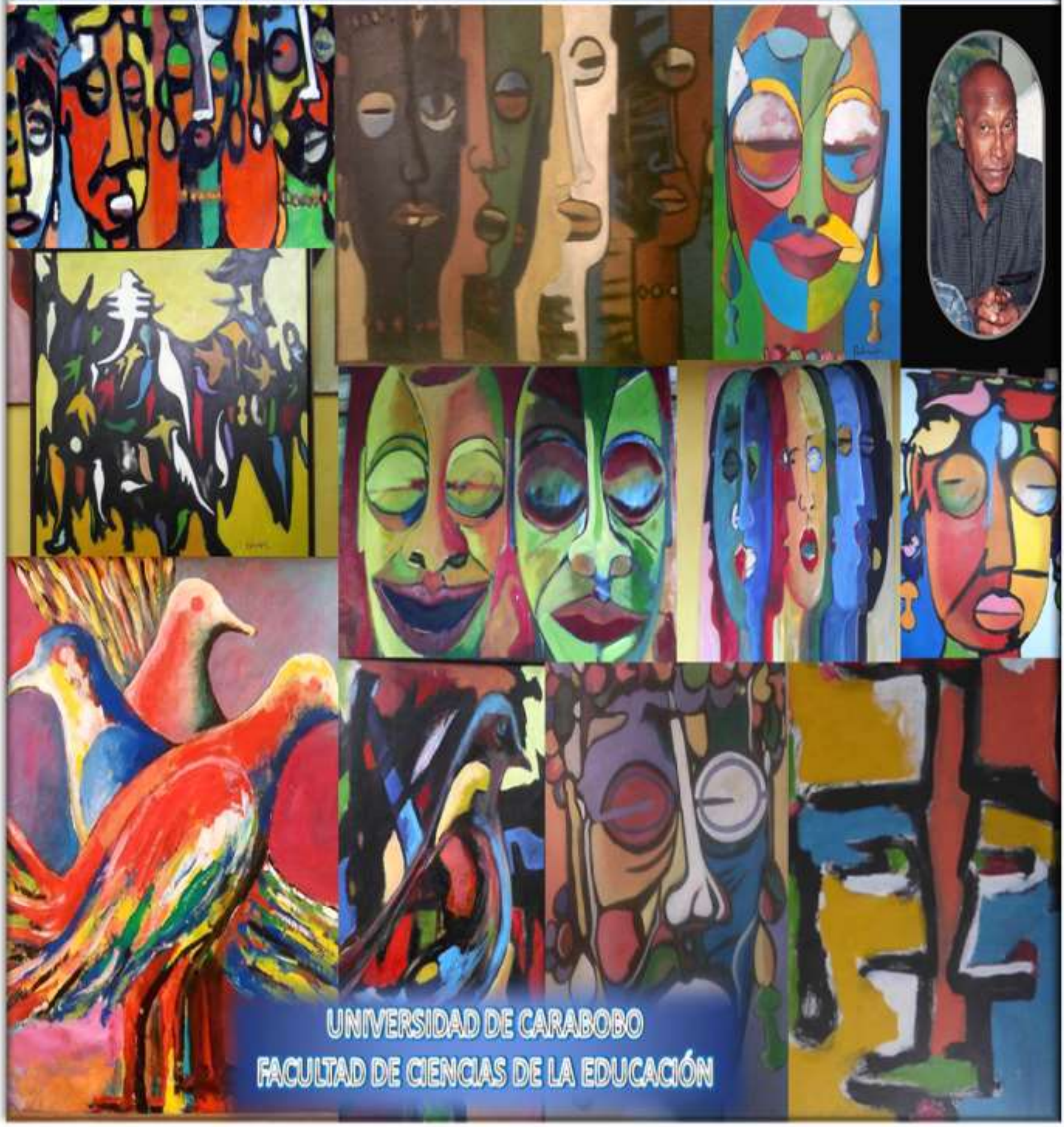
HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

 Depósito Legal: PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385

E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 2 – AÑO 21 Valencia, Miércoles 1º de Febrero de 2023



Índice

Revista HOMOTECIA
© Rafael Ascanio H. – 2009
Hecho el Depósito de Ley.
Depósito Legal:
PPi2012024055
I. S. S. N.: 2244-7385

e-mail:
homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual
Revista de acceso libre

Publicada por:
CÁTEDRA DE CÁLCULO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

Nº 2- AÑO 21 - Valencia, Miércoles de 1º Febrero de 2023

Diseño de Portada y Montaje Gráfico: R. A. A. H. Tema imagen: Collage de obras del destacado artista venezolano, Maestro Policarpo Contreras (foto esquina superior derecha de la imagen). El Maestro Policarpo Contreras falleció en Ecuador el 1º de marzo de 2020, después de varios años residenciado en ese hermano país.
La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google, Facebook y MSN, vía Internet.
Para el acceso a todos los números publicados de la Revista HOMOTECIA, conectarse al enlace: http://servicio.bc.uc.edu.ve/homotecia/index.htm

EDITORIAL

Siguiendo la línea editorial de nuestras últimas entregas, hoy trataremos sobre las diferentes ideas y pensamientos relacionadas con la llamada *psicología humanista* de *Abraham Maslow*, y sobre cómo sus aportes influyeron en la enseñanza.

Abraham Maslow nació el 1º de abril de 1908 en Brooklyn, Nueva York y falleció, por un infarto al miocardio, el 8 de junio de 1970 en Palo Alto, California; ambas localidades en EE. UU. Fue psicólogo, profesor universitario y sociólogo, conocido como uno de los fundadores y principales exponentes de la psicología humanista, una corriente psicológica que postula la existencia de una tendencia humana básica hacia la salud mental, la que se manifiesta como una serie de procesos de búsqueda de auto-actualización y auto-realización. Su posición se suele clasificar dentro de la psicología como una *"tercera fuerza"*, y se ubica teórica y técnicamente entre los paradigmas del conductismo y el psicoanálisis. Sus últimos trabajos lo definen además como pionero de la psicología humanista. El desarrollo teórico más conocido de Maslow es la *pirámide de las necesidades*, modelo que plantea una jerarquía de las necesidades humanas, en la que la satisfacción de las necesidades más básicas o subordinadas da lugar a la generación sucesiva de necesidades más altas o superordinadas. Sin embargo según Maslow únicamente aquellas necesidades no satisfechas generan una alteración en la conducta ya que una necesidad suplida no genera por sí misma ningún efecto. Otro principio fundamental de su teoría es el que sugiere que las únicas necesidades que nacen con el individuo son las de la base, es decir las necesidades fisiológicas y que las demás surgen a partir de estas necesidades una vez que ya han sido suplidas.

Maslow y el diseño de experiencias de aprendizaje

Incentivar a los alumnos hacia el aprendizaje es uno de los factores que marcan fuertemente los esfuerzos del docente en su trabajo diario.

La motivación extrínseca, y también la intrínseca, de los estudiantes se convierte en una fuerza que emerge en el aula para originar y mantener un comportamiento positivo de los alumnos hacia el aprendizaje.

Qué enriquecedor resulta mirar hacia teorías que nos ayudan a reflexionar sobre nuestro trabajo. Es lo que ocurre con la teoría de la jerarquía de las necesidades de Maslow, donde se encuentran paralelismos muy interesantes que se pueden aprovechar para el diseño de experiencias educativas gratificantes, apoyados incluso en una **perspectiva de gamificación del aprendizaje**. (NOTA: hoy en día, una dinámica gamificadora se entiende como un método interactivo, ameno, online, que fortalece la concentración, disciplina y hábito de estudio ya desde los cinco años).

Lo que se aprende de Maslow para diseñar experiencias de aprendizaje.

El esquema sobre "**la jerarquía de necesidades de Maslow**" es una conocida ayuda visual que clarifica su teoría sobre las necesidades humanas, físicas y psicológicas. El objetivo que persiguió Maslow con este estudio fue establecer y jerarquizar las diferentes necesidades que poseen los humanos. Así estableció, por ejemplo, que las personas tienen una mayor necesidad de comer que de relacionarse con otras personas. Casi obvio, puede pensarse, pero la realidad es que las personas lo olvidan.

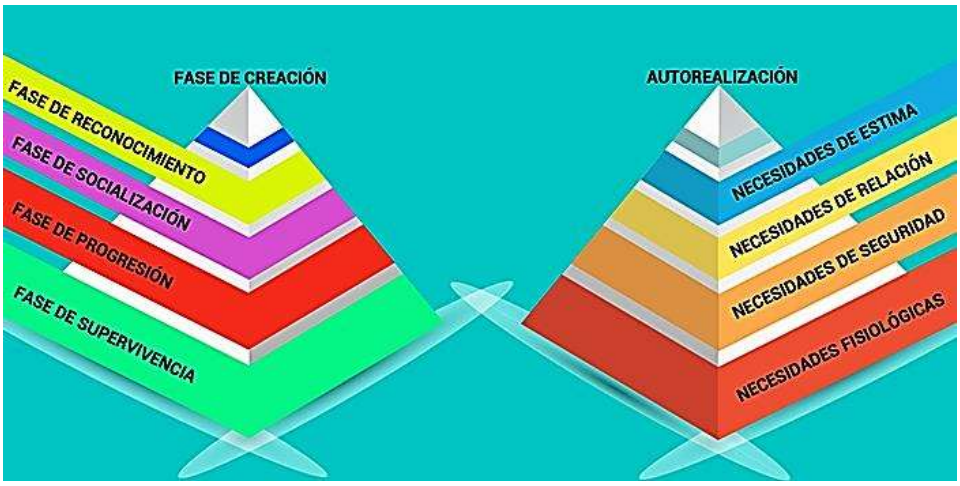
Según esta clasificación las personas tienen unas necesidades de nivel inferior (representadas en las dos zonas más bajas de la pirámide) y que se satisfacen externamente. Unas necesidades de nivel superior que corresponde con los tres niveles más altos (que se satisfacen internamente). Para poder satisfacer una necesidad superior es preciso tener las anteriores cubiertas.

Por otro lado, como las circunstancias contextuales, personales y sociales cambian, también se modifican las necesidades satisfechas. De este modo, una necesidad que estuvo compensada anteriormente, puede no estarlo en el momento del nuevo proceso didáctico y ser necesario comenzar por ella para continuar el camino hacia la autorrealización, teniendo en cuenta a cada uno de los individuos que conforman el grupo en el que se desarrolla. Siguiendo esta idea, los docentes deben atravesar una primera etapa compleja que consiste en conocer las necesidades de sus alumnos, para así (y sólo así) poder hacer prototipos, posteriormente, de experiencias de aprendizajes auténticos, en una planificación que, en caso necesario y desde una perspectiva inclusiva, siempre partiría de la base del esquema de Maslow.

Cómo equilibrar las experiencias de aprendizaje de los alumnos de manera que tengan una progresión acorde con los niveles que propone Maslow.

Seguir esta jerarquía y adaptarla a un diseño de experiencias educativas ayudará a crear un proceso de aprendizaje más atractivo para los estudiantes. Un proceso, que sin ser en absoluto dogmatizante, sí puede ayudar a la reflexión, evaluación y mejora de cada actividad, de cada secuencia y de proyecto para llevar a cabo un aprendizaje auténtico.

Proceso para un aprendizaje auténtico, partiendo de la Teoría de Maslow.



1.- Fase de Supervivencia

Se empieza por la base de la pirámide, lo que Maslow denomina “necesidades fisiológicas”. Su homólogo para el aprendizaje autentico es el referente a **la supervivencia.**

¿Cómo se pueden diseñar experiencias que se correspondan con el “nivel sobrevivir”? En esta etapa de la secuencia se debe hacer que los alumnos conozcan las reglas que se han generado alrededor de la actividad y sus contenidos.

Dos aspectos son fundamentales: Saber lo que tienen que hacer (diseñar un proceso o secuencia), conocer qué logros u objetivos tienen que conseguir. Además, si se ha diseñado una experiencia gamificada, deben quedar claros los motivos por los que perderán o ganarán puntos, badges o premios.

Si se habla de un entorno virtual, durante esta fase además los alumnos conocerán todo lo relacionado con el interfaz o el uso de las herramientas necesarias (en caso de no estar integrada en su PLE). Si se trata de un entorno presencial, además, en esta fase se debe proporcionar a los alumnos toda la información sobre los espacios, recursos con los que se cuenta, cronograma, etc. Se trata, al fin y al cabo, de hacer partícipe y consciente a todo los estudiantes de su propio aprendizaje como forma de supervivencia.

Los alumnos tienen que tener muy claro desde el primer momento tres cuestiones:

a.- Hacia donde se dirigen.

b.- Cómo pueden conseguir sus retos.

c.- Cómo será su evaluación.

En esta línea hay que destacar la importancia del uso de las **rubricas de evaluación**. Éstas le sirven de guía al alumno y le permiten orientar su tarea hacia el éxito: **Buscando la victoria en el juego de aprender.**

2.- Fase de progresión

La fase de progresión tiene su homóloga en la jerarquía de las necesidades de Maslow, en la que se habla de protección, se aporta la idea sobre la necesidad de los alumnos de sentirse seguros.

Se comienza por crear una experiencia educativa en la cual el objetivo es claro: **que los alumnos aprendan y progresen**. Para ello, el clima de clase, los afectos y las emociones juegan un papel trascendental. Los alumnos deben sentirse cómodos y protegidos, tienen que tener **la seguridad del acompañamiento proactivo del docente** en el momento que empiezan a progresar y a descubrir nuevas metas, otros campos donde explorar, diferentes espacios donde aprender.

Desde una visión "gamificadora" de las experiencias de aprendizaje, en esta fase se ve que ya saben controlar el juego para no ser penalizados, pero ahora tienen que dedicar esfuerzos a mejorar sus habilidades. Es el momento de lanzar retos cada vez más complicados que ayuden a los alumnos a progresar en creación de conocimiento.

Será esencial, dentro de una evaluación de proceso, preguntarse sobre si los retos lanzados son proporcionados y alineados con los objetivos de aprendizaje que se persiguen.

Para alcanzar esta fase es importante que los alumnos entre en un estado "de inmersión" en la actividad que realice. Es el momento de la reflexión, el análisis y el debate. Dentro de una actividad de gamificación, Mihály Csíkszentmihályil denomina a este momento cómo **el estado de flujo.**

Pero esto no se consigue únicamente con seguridad y progresión, es necesario planificar experiencias de aprendizaje que mantengan un equilibrio entre el nivel de habilidad y el desafío. Es decir, las tareas, y las actividades que la componen, no deben ser demasiado fáciles ya que producirían aburrimiento en los alumnos, ni demasiado complicadas llevando a la frustración del alumno. Conexión lógica y conexión psicológica de un aprendizaje significativo.

3.- Fase de socialización.

En este nivel Maslow hace referencia a las necesidades de relación.

Para una experiencia de aprendizaje auténtico se debe diseñar secuencias y dinámicas en las que los alumnos trabajen en equipo y tengan experiencias de socialización rica (hacia dentro y hacia fuera del aula). En este sentido, las TIC son un recurso de gran valor para el proceso.

Durante las primeras fases del desarrollo de una experiencia de aprendizaje auténtico han aprendido cómo se debe actuar; después cómo conseguir progresar en el proceso y, llegado este punto, es donde **deben unir energías y trabajar por un objetivo común**. En esta fase es muy importante que se permita a los alumnos que creen un vínculo de pertenencia a un grupo, el gran grupo de toda la clase y los subgrupos que dentro de esta se pueden formar.

El trabajo cooperativo se transforma en un aliado metodológico de gran valor para avanzar sobre esta fase y superarla.

4.- Fase de reconocimiento.

En esta zona de la pirámide, Maslow hace referencia a las necesidades de **sentirse aceptado y reconocido**. Se trata de potenciar el desarrollo de la autoestima, tan importante para alcanzar aprendizajes con valor añadido.

Es interesante tomar del campo de la gamificación y de los diseñadores de juegos, ideas como la de utilizar diferentes elementos de juego para que los jugadores (alumnos) sientan empatía, creen equipo y adquieran un estatus. Es el momento de crear medallas, recompensas como bienes virtuales, establecer niveles a superar, asignar roles en el trabajo, crear mecanismos de apoyo entre los miembros del grupo, etc. A la hora del diseño de actividades de aprendizaje auténtico, esta fase es clave para que los alumnos sientan que son reconocidos en su experiencia de aprendizaje. Por ello es necesario pensar cómo se van a recompensar, qué les va a permitir sentirse respetados y qué premio tendrá su esfuerzo.

5.- Fase de creación

En la cúspide de las jerarquías de las necesidades se encuentra **la autorrealización**.

Maslow define este nivel como el deseo de lograr todo de lo que cada quien es capaz de lograr. Se trata de conseguir motivación hacia el desarrollo de las competencias.

Lo que se puede aprender de este nivel y llevarlo al diseño de las propias experiencias con los Proyectos y la Tarea final, es que a partir de esta fase, los alumnos toman las riendas y es el momento donde poner en práctica lo aprendido, pero enfocado a aquello que les apasiona. Es el momento de la construcción de nuevo conocimiento, de la creación, exposición y comunicación de expresiones artísticas, descubrimientos, documentos, artilugios o servicios: **Es la hora de crear y compartir.**

Esta fase es compleja y debe continuar siendo guiada y planificada. Si se ha sido capaz de generar un interés por aprender y prestado atención a las pasiones de los alumnos, serán ellos mismos los que decidan cómo poner en práctica sus competencias con aquello que más le gusta. Esta es la fase que les permitirá afianzar los contenidos y asegurar el aprendizaje.

En definitiva, ajustar los procesos psicológicos y pedagógicos que se ponen en juego en el aula a las necesidades de los alumnos, y a la propia forma de enseñar, es clave para acompañarlos en la aventura de conseguir aprendizajes auténticos, únicos y personalizados.

¿Cuál es la combinación que podrías planificar para generar en los alumnos una motivación hacia el aprendizaje auténtico? Encontrarla amerita el intentarlo.

RESUMEN.-

Sugerencias para la aplicación de la Teoría de Maslow en la educación (Pirámide de Maslow).

La meta más importante para el estudiante es APRENDER. Esto resulta en que el Conocimiento va ser retenido y será útil en su vida. Esta meta va conectada con la motivación. Si el estudiante no está motivado el aprendizaje no tiene lugar.

En el caso de los profesores.

El maestro es quien realizará en el alumno ascenso o descenso de aprendizaje y si hace o no niños humanizados o deshumanizados. Cómo maestros dirigirán sus aulas, es el factor de alto rango, que dirige la motivación de los estudiantes.

El profesor debe entender el concepto de jerarquía de Maslow para desarrollar sus programas de enseñanza de acuerdo con los estados de ánimo, en la escena educativa el profesor tiene la responsabilidad de desarrollar situaciones que animen, que refuercen y mantengan la motivación en el estudiante.

Fisiológico.
Descansos para el baño.

Seguridad.
Lecciones bien planeadas.

La estima.

La pirámide de Maslow dice que el ser humano no aspira a las necesidades de la parte alta de la pirámide sin tener primero cubiertas la de la parte inferior: 1) la fisiología, 2) la de reconocimiento, 3) la de afiliación, 4) la de reconocimiento y finalmente la de autorealización.

Programas de almuerzos libres.

Disciplina.

Amor y pertenencia.

Relaciones de maestro-estudiante.

Involucrar a todos los estudiantes en la participación de clases.

El material utilizado para elaborar este editorial, se obtuvo en gran parte, del artículo *Maslow y el diseño de experiencias de aprendizaje* publicado por **Juan Fernández Galera y José Blas García Pérez** en el Blog *"INED21"*, y de la *Enciclopedia Wikipedia de Internet*.

Reflexiones

"Educar a un niño no es hacerle aprender algo que no sabía, sino hacer de él alguien que no existía".

John Ruskin (1819-1900)

Escritor, crítico de arte, sociólogo, artista y reformador social británico, uno de los grandes maestros de la prosa inglesa. Influyó notablemente en Mahatma Gandhi. Abogó por un socialismo cristiano.

Los Grandes Matemáticos

CHENG DAWEI
(1533 - 1606)

Nació el 3 de mayo de 1533 y murió el 18 de septiembre de 1606, ambos momentos en China.

Cheng Dawei es también conocido como **Da Wei Cheng** o **Ch'eng Ta-wei**. Publicó la *Suanfa tongzong* (Fuente general de métodos computacionales) en 1592 y casi todo lo que se sabe sobre su vida se encuentra en un pasaje escrito en el prefacio del libro por uno de sus descendientes cuando el libro fue reimpreso. Se reproduce aquí (leer referencia [7] y también las [1] y [2]):

> *En su juventud, mi antepasado Cheng Da Wei fue dotado académicamente, pero aunque él era muy versado en asuntos académicos, continuó desarrollando su profesión como un sincero Agente Local, sin ser un erudito. Él nunca se rezagó con respecto a los clásicos o con los antiguos escritos con caracteres de viejo estilo, pero fue particularmente dotado en aritmética. En la plenitud de su vida visitó las ferias de Wu y Chu. Cuando llegó a través de libros que hablaban sobre "campos cuadrados" o del "grano con la cáscara removida"... nunca se fijaba en el precio cuando decidía comprarlos. Preguntaba a respetables ancianos que tenían experiencia en la práctica de la aritmética e incansable y gradualmente formó su propia colección de problemas difíciles.*

¿Qué se puede deducir de esta descripción? En primer lugar se sabe que Cheng Da Wei vivió en la segunda mitad de la dinastía Ming, el cual fue un periodo de prosperidad por el aumento del comercio. Fue también un período de gobierno estable relativamente bueno. Un complejo sistema de impuestos a la tierra llevaba a la cuenta de impuestos de un granjero la acumulación de diferentes impuestos por muchos diferentes artículos. Esto dio lugar a que ambos tuvieran la necesidad de muchas personas con habilidades matemáticas y también llevó a los funcionarios locales a esforzarse en simplificar el impuesto sobre la tierra. Cheng Da Wei estuvo probablemente directamente involucrado en estos esfuerzos, pero si no lo estuvo, lo estaba ciertamente indirectamente involucrado. La necesidad de habilidades aritméticas, condujo a la invención del ábaco y al libro de Cheng Da Wei, *Fuente general de métodos computacionales*, que era un libro diseñado para la aritmética a utilizar con el ábaco. No fue un trabajo académico sobre matemáticas, sino que era un libro práctico destinado a ayudar a los que necesitaban hacer cálculos.

Cheng Da Wei no fue un matemático profesional, que era lo típico esperar de este período en China. Su ocupación en el gobierno local también es típica, el tipo de profesión que congregaba a matemáticos altamente calificados. Aunque la matemática no era altamente tarifada como una disciplina académica, como se indicó anteriormente era fundamental para muchas personas poseer habilidades aritméticas. De las ferias que registran su asistencia, estas se realizaban en provincias muy distanciadas entre ellas como Jiansu y Hubei, se puede deducir que viajó mucho. También se puede deducir que estaba bien económicamente ya que no se ponía límites al comprar libros, posiblemente nada baratos. Se evidencia que era un ávido coleccionista de libros sobre matemáticas y esto es avalado por su libro *Fuente general de métodos computacionales* que aun no siendo particularmente original, es una importante compilación de problemas contenidos en obras anteriores.

Cheng Da Wei escribió *Fuente general de métodos computacionales* en 1592. Para este tiempo ya era de avanzada edad y hacía uso de la gran colección de obras que él había coleccionado a lo largo de su vida. Está escrito en el estilo de los Nueve Capítulos sobre el Arte Matemático y contiene 595 problemas en 12 capítulos. Martzloff escribe:

> *... a diferencia de los autores del clásico venerable, Cheng Dawei no temía a lo superfluo o a la verborrea. Su libro es un mezcolanza enciclopédica de ideas que contenía todo desde la A hasta la Z relacionando a los números místicos chinos (cuadrados mágicos,... generación de los ocho trigramas, tubos musicales), cómo debía ser enseñado y estudiado el cálculo, el significado de las condiciones aritméticas técnicas, cálculo sobre el ábaco con sus tablas las cuales debían ser aprendidas de memoria, la historia de las matemáticas chinas, recreaciones matemáticas y curiosidades matemáticas de todo tipo.*

Dando ejemplos de los problemas, el primero de ellos aparece en el capítulo 10.

> *El joven pastor B con su única oveja detrás de él, preguntó al pastor A "¿hay 100 ovejas en tu rebaño?". El pastor A respondió "Aun tengo el mismo rebaño, pero cuando tomo el mismo rebaño, lo agrego nuevamente, después le agrego la mitad, luego la cuarta parte y de último agrego la tuya, entonces es cuando tendré 100 ovejas".*

Hay que calcular cómo muchas ovejas están en el rebaño del pastor A.

Aquí está una solución moderna. Sea x es el número de ovejas en el rebaño del pastor A. Entonces

$$x+x+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+1=100 \text{ hasta } \frac{11x}{4}=99 \text{ dando } x = 36.$$

¿Cómo Cheng Da Wei solucionó el problema? Básicamente utiliza suponiendo que la solución al problema es que A tiene 10 ovejas. El número total de "añadir el mismo rebaño, el rebaño mismo otra vez, la mitad, una manada de barrio" es 10 + 10 + 5 + 5/2 = 55/2 ovejas. Esto da como respuesta 99, no 55/2, por lo que el número correcto no es 10 sino $\left(10\div\frac{55}{2}\right)\times 99=36$.

En el capítulo 2 del texto de Cheng Da Wei hay el siguiente problema.

> *Un montón de arroz está apilonado contra la pared con una circunferencia por base de 60 chi y una altura de 12 chi. ¿Cuál es el volumen? Otra pila está en una esquina interior, con una circunferencia por base de 30 chi y una altitud de 12 chi. ¿Cuál es el volumen? Otra pila está en una esquina exterior, con una circunferencia por base de 90 chi y de altura 12 chi. ¿Cuál es el volumen?*

Cheng Da Wei va a explicar lo que se espera de la altura del grano por una base circunferencial dada. Por supuesto, en la práctica, dependerá del grueso del grano, pero los valores de Cheng Da Wei están muy cerca de lo que la evidencia experimental sugiere. Él escribe:

En problemas de montones apilonados en el suelo contra una pared, en una esquina interna o una esquina exterior, los antiguos siempre medían su altura y luego calculaban. En vez de medir la altura ahora tomamos tanto $\frac{1}{10}$ *de la circunferencia en la base como la altura de la pila en el suelo; tomamos tanto* $\frac{1}{5}$ *de la circunferencia en la base como la altura de unos de los montones apilonados contra la pared, ya que es la mitad de un cono; ahora tomamos* $\frac{10}{25}$ *de la circunferencia en la base como la altura de unos de los montones apilonados contra la pared, por un montón en una esquina interior, pues es la cuarta parte de un cono; ahora tomamos tanto* $\frac{10}{75}$ *de la circunferencia en la base como la altura, por un montón en una esquina exterior, ya que es tres cuartas partes de un cono.*

Como se puede observar, al detallar el problema, estos son precisamente los valores que Cheng Da Wei utiliza en el mismo. Aquí hay otros dos de los problemas de *Fuente General de Métodos Computacionales*:

Un río pequeño atraviesa rectamente un campo circular cuya área es desconocida. Dado el diámetro del campo y el ancho del área del río que se encuentra no indudada.

En el triángulo rectángulo con lados de longitud a, b y c con $a > b > c$ *, sabemos que a + b = 81 ken y a + c = 72 ken. Encontrar a, b y c.*

[Respuesta: a = 45 ken, b = 36 ken, c = 27 ken]

Un descendiente de Cheng Da Wei escribió en 1716 sobre la reputación de *Fuente General de métodos computacionales*:

Un siglo y varias décadas han transcurrido desde la primera edición de "Suanfa tongzong" que durante este trabajo se ha mantenido en boga. Prácticamente todos los implicados en las matemáticas tienen una copia y lo consideran un clásico...

En 1964 dos autores de un libro sobre la historia de la matemática China escribieron:

En la actualidad, varias ediciones de la "Suanfa tongzong" pueden todavía ser encontradas en China y algunos ancianos todavía recitan las fórmulas versificadas y hablan sobre sus problemas.

Referencias.-

Libros:

1. J-C Martzloff, *A history of Chinese mathematics* (Berlin-Heidelberg, 1997).
2. J-C Martzloff, *Histoire des mathématiques chinoises* (Paris, 1987).

Artículos:

3. P Jin and Z R Ding, A new investigation of Da Wei Cheng and his Suanfa tong zong (Chinese), *J. Northwest Univ.* **25** (1) (1995), 91-94.
4. P Jin and Z R Ding, A discussion of the problem of appraising Da Wei Cheng and his *Suanfa tong zong* (Chinese), *J. Central China Normal Univ. Natur. Sci.* **28** (3) (1994), 424-428.

D Liu, 400 years of the history of mathematics in China - an introduction to the major historians of mathematics since 1592, *Historia Sci. (2)* **4** (2) (1994), 103-111.

K Takeda, The characteristics of Chinese mathematics in the Ming dynasty (Japanese), *J. Hist. Sci. Tokyo* **28** (1954), 1-112.

K Takeda, The characteristics of Chinese mathematics in the Ming dynasty (Japanese), *J. Hist. Sci. Tokyo* **29** (1954), 8-18.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Cheng Dawei" (Diciembre 2003).
FUENTE: MacTutor History of Mathematics. [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Cheng_Dawei.html].

GANADORES DEL PREMIO ABEL EN EL SIGLO XXI.

Año 2022: Dennis Sullivan

Por: MANUEL ANSEDE

TOMADO DE: El País–España / 23 de marzo de 2022

DENNIS SULLIVAN

CRÉDITO FOTO: JOHN GRIFFIN / UNIVERSIDAD DE STONY BROOK.

Dennis Sullivan, capaz de ver mundos abstractos en su mente, ganó el Premio Abel en 2022, considerado el 'Nobel' de matemáticas, por el estudio de los objetos que no cambian cuando se deforman.
Se le considera un revolucionario de la topología, rama matemática que no distingue una taza de una rosquilla.

Un día de 1966 hubo un naufragio intelectual en el Mar del Norte. El matemático estadounidense Dennis Sullivan iba en la cubierta de un barco hacia Escandinavia y aprovechaba el tiempo para intentar resolver, con papel y bolígrafo, un problema endiablado en un inimaginable espacio de ocho dimensiones. Tenía 25 años y un cerebro excepcional en ebullición, pero se topó con un resultado inesperado. En un arrebato, tiró su cuaderno por la borda, pero enseguida siguió pensando y perseveró. En 2022, Sullivan, nacido en Port Huron hace 81 años, ganó el Premio Abel, dotado con 775.000 euros, premio considerado el Nobel de las matemáticas.

Aquel joven investigador se concentró en la topología, la rama de las matemáticas que estudia las características constantes de los objetos que se deforman. En un ejemplo clásico, un globo con forma de rosquilla se puede aplastar para obtener multitud de configuraciones, pero jamás podrá ser esférico. Su propiedad invariante es tener un agujero. Por eso los matemáticos suelen bromear con que, para un topólogo, una taza y una rosquilla son lo mismo. Sullivan, de la Universidad Estatal de Nueva York en Stony Brook, es uno de los mejores topólogos del último siglo. Ha brillado en la clasificación de complejísimas estructuras, en espacios con multitud de dimensiones.

El matemático español Daniel Peralta conoció a Sullivan en Stony Brook en 2014 y desde entonces se mantiene en contacto con él. "Es de los pocos matemáticos que, dentro de su mente, es capaz de ver mundos que, para la mayoría, son solo series de símbolos. Tiene una imagen mental de objetos mucho más abstractos que los objetos geométricos más cotidianos", explica Peralta, del Instituto de Ciencias Matemáticas, en Madrid.

La Academia Noruega de Ciencias y Letras, que concede el Premio Abel, destacó en un comunicado que Sullivan ha saltado una y otra vez entre las diferentes ramas de las matemáticas, como el álgebra y la geometría, construyendo puentes inéditos entre ellas. Como si un mismo músico fuese un virtuoso tocando la guitarra eléctrica, el clavicordio, el oboe, el cajón flamenco, el arpa y la corneta militar. Ese mestizaje ha hecho que sus *sinfonías* matemáticas sean inconfundibles, como subraya Peralta. "Su forma de entender los problemas es muy peculiar, muy original, no sigue los caminos habituales", alaba el investigador español.

Sullivan renovó la topología siendo un veinteañero y condensó sus ideas en un documento en junio de 1970, cuando investigaba en el Instituto de Tecnología de Massachusetts (MIT). Jamás publicó aquellos papeles, pero sus colegas comenzaron a fotocopiarlos y circularon por todo el mundo, en copias que cada vez se leían peor, pero mantenían un aura propia de un texto sagrado.

Las conocidas como *Notas del MIT* se publicaron por fin en 2005. El matemático británico Andrew Ranicki comentó entonces que aquellas fotocopias, ajenas a la cultura oficial, se tradujeron al ruso y se publicaron en la Unión Soviética en 1975, como una especie de *samizdat*, las ediciones clandestinas de obras prohibidas por la dictadura comunista. "La traducción no incluía los chistes y otros materiales intrascendentes que animaban la edición en inglés", lamentó Ranicki en el prefacio de la publicación de 2005.

Sullivan también es autor de la teoría de los ciclos foliados, según destaca Daniel Peralta, que recuerda sus resultados relacionados con las líneas geodésicas: el camino más corto entre dos puntos en una superficie curva. "La pregunta es cuándo un movimiento mecánico optimiza las distancias, cuándo está siguiendo los caminos más cortos con respecto a cierta métrica, que puede no ser la métrica habitual del espacio. Sullivan, con su teoría, es capaz de caracterizar estos campos geodésicos", explica Peralta.

La academia noruega aplaude que el matemático estadounidense haya "cambiado repetidas veces el panorama de la topología", introduciendo nuevos conceptos. Sullivan se pasea por mundos abstractos, pero la institución recalca que las herramientas para medir las propiedades de los objetos deformables "han sido de incalculable valor en todas las ramas matemáticas y en otros campos, con destacadas aplicaciones en física, economía y ciencia de datos".

Sullivan, cuenta Peralta, es un matemático de pizarra, que disfruta discutiendo ideas con sus colegas con la tiza en la mano. En los últimos años, además, se ha enfrentado a grandes desafíos matemáticos para intentar salvar vidas humanas. En 2014, tras ganar los más de 700.000 euros del Premio Balzan, anunció que pondría a un equipo de jóvenes investigadores a perfeccionar complejos algoritmos teóricos, con el fin de intentar predecir fenómenos como el comportamiento de los huracanes y la dispersión de contaminantes por el viento. "Es fascinante y estimulante que estos problemas sean, todavía, matemáticamente intratables", proclamó Sullivan, que sigue en forma, más de medio siglo después de haber tirado sus primeras ideas por la borda.

MODELO ENDOCRÍTICO

APROXIMACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICOS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO.
CAPÍTULO I. ESCENARIO DE INTERÉS INDAGATORIO. (Parte II).

Por: Dr. PEDRO ANGULO LANDAETA
(psjoseangulo@yahoo.com)

Tomado de:
Modelo Endocrítico. Aproximaciones teórico-metodológicos del pensamiento matemático. (Parte II). Capítulo I. Escenario de interés indagatorio. Pp. 1-14. Tesis Doctoral. Universidad de Carabobo. Valencia, junio de 2012.

Índice:

CAPÍTULO I
ESCENARIO DE INTERÉS INDAGATORIO

Conjeturas de la Investigación

Probablemente, en estos días el umbral sobre el constructo de la Sociedad del Conocimiento pudiera ser la referencia que con mayor fuerza haya captado la atención e interés en diversos sectores sociales. Así, se tienen testimonios culturales, tales como: la informática, la microelectrónica, la biotecnología, el descubrimiento de nuevos materiales, las telecomunicaciones, la búsqueda de energía alternativa, el empleo racional de innovadores medios de transportes y la química fina. Asientan manifestaciones singulares que revelan inmensos esfuerzos concentrados en la Investigación, Desarrollo e Innovación (I+D+i) para el uso inteligente de las transferencias tecnológicas (en especial, el panorama de las tecnologías nanoscópicas), la circulación mundial de redimensionados modelos científicos y la difusión de información digital.

La Sociedad del Conocimiento gira en torno al capital cognitivo del género humano, el cual es dinamizado esencialmente por el desarrollo de nuevas tendencias en la generación, difusión y utilización del conocimiento. Al respecto, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y Cultura (UNESCO, 2005) sostiene que:

> La Sociedad del Conocimiento será la sociedad intelectual; el capital se convierte cada vez en un capital de conocimiento avanzado y de competencia para resolver problemas o crear soluciones nuevas (pp. 12).

Ahora bien, la afirmación precedente estimula la reflexión en postular a la Sociedad del Conocimiento como una sociedad con disposición y capacidad para generar, apropiarse, transformar y utilizar los saberes tanto científico-tecnológicos como histórico-sociales en búsquedas de estrategias prospectivas que conduzcan al desarrollo y progreso; además, reviste un espacio de reflexión y desafío que permite crear sensibilidad social en la generación de expectativas educativas y, cuya orientación está dirigida hacia el beneficio de progreso humano y avance cultural del Estado venezolano.

Así mismo, Matsuura (2005) afirma que la tercera revolución industrial está encabezada por las tecnologías convergentes (nanotecnología, biotecnología, infotecnología y cognotecnologia) las cuales se refieren a estudios interdisciplinarios y la contribución sinérgica del enfoque nanoscópico a otros espacios científicos. Esta orientación replantea un cambio de cómo hacer las cosas, puntualizando una metodología científica abierta hacia nuevos horizontes que permita la transición de lo moderno a lo postmoderno; en consecuencia, el modelo determinístico de la tradición inducción-analítico ha sufrido fracturas epistemológicas, remplazándose por la actitud crítica-hermenéutica ante lo posible y con ello el paso a un modelo probabilístico.

En este sentido, las comunidades científicas están cambiando y evolucionan en dirección a nuevos escenarios de encuentros que empiezan con una Sociedad de la Información para luego convertirse en la Sociedad del Conocimiento. Los cambios marcan horizontes a las comunidades, en la actualidad, ese norte está dirigido a consolidar un sistema interactivo entre ciencia y tecnología para hacer énfasis en la aplicación y transferencia de conocimiento como elemento generador de más conocimiento.

Esa dinámica de transformación continúa y sostenida construyen inmensos volúmenes de información, definen habilidades de avances y aportan capital cognitivo, con el fiel propósito de establecer alianzas estratégicas en la Sociedad del Conocimiento. Y sobre todo, constituyen impulsos de innovación-renovación que abre nuevos horizontes a más conocimientos; concretamente, la comunidad de Educación Matemática, está representada por educadores sensibilizados cuya intención explícita es, en lo posible, comprender e interpretar la naturaleza del conocimiento matemático escolar; y, tal vez hacer uso de esos hallazgos con el fin de diseñar prácticas en el contexto educativo formal, que no sólo nos entreguen seres sensiblemente humanos que sería lo propio de su función; sino que, además debería atesorar la formación teórica-práctica del carácter científico.

Los ensayos educativos que se impartan a determinadas comunidades, se supone que se convertirá en el reflejo socio-cultural del mañana. Pensar en el porvenir promisorio de progreso y bienestar de toda sociedad, es la preocupación de la Educación en la actualidad y, asimismo, se debe mantener la voluntad de servicio docente comprometida y ocupada en tal dirección. Por ello, Moreno (2005) apunta que el proceso del aprendizaje de la Matemática obedece a factores teleológicos impuestos por la dinámica social, y dentro los cuales podemos destacar, la importancia de generar conocimiento frente a la transmisión del mismo y, por otra parte, la exigencia a la que se enfrentan los nuevos profesionales en aras de adquirir y asimilar una formación más plural e integral. Reseñas historiográficas sobre el asunto son postuladas por Angulo (2008) que sostiene:

> …el conocimiento matemático es un esfuerzo de voluntad sobre la reflexión por comprender la naturaleza de lo explicado y el encuentro prospectiva de lo que se explica a los fines de producir proposiciones cada vez más complejas que las referencias originales; además, cónsonas a las demandas y exigencias de la sociedad de hoy (pp. 2).

Más aún, Montero (2006) afirma que el saber matemático aprendido en ambientes escolarizados probablemente fortalezcan los procesos de aprendizajes sociales como medios para asegurar la apropiación del conocimiento, y su transformación en resultados útiles, las cuales permitirán el desarrollo individual y colectivo. Pues bien, la calidad del aprendizaje matemático podría potenciar recursos humanos en la visión de marcar pautas de acción social, en términos específicos y con compromiso indagatoria por develarla, sería el argumento de **convertir la comunidad educativa en comprometidas sociedades del conocimiento**.

Posiblemente, en la búsqueda de transformación social se encuentren pistas para contextualizar un ambiente enriquecedor en materia de propuesta científica que permitiría gestar: a) categorías de análisis y formas de pensamientos del lenguaje matemático para la conceptualización de la realidad de un saber conocer y decir; b) repertorios de estrategias, decisiones y modelos para la resolución de problemas en un saber hacer; c) formas de trabajos individual y colectivo para un saber convivir; y, d) valoraciones sobre la importancia de la consistencia, rigurosidad, persistencia, curiosidad y consideraciones superfluas que afecten fuertemente a un saber ser.

Momentos históricos acaecen en la República Bolivariana de Venezuela, que estimulan y animan a la creatividad intelectual para reflexionar sobre las políticas públicas en materia científica y tecnológica con el fin de desarrollar y fortalecer programas que permitan la construcción de **referentes sociales orientadores**, en aras de ir articulando un país mejor y posible, tomando como fundamento y fin la ciencia, tecnología e innovación.

En virtud a ello, las razones probables de la justificación del texto anterior se encuentran plasmada en el documento oficial Plan Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación 2005-2030, cuya intención es estimular y desarrollar estrategias que generen procesos sociales que hagan de la ciencia y tecnología eventos ordinarios y cotidianos en ambientes escolarizados; entre sus señales tenemos: a) la puesta en órbita del satélite artificial Simón Bolívar que ha redimensionados los canales de comunicación tradicional permitiendo que el hecho educativo amplié su cobertura de penetración social; b) el estudio de prospectiva tecnológica en nanotecnología rectorado por la Fundación Instituto de Ingeniería; c) el Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE) ha convocado la apertura de concursos para desarrollar software educativos en el subsistema de Educación Básica denominado "Proyecto Canaima", entre otros.

Pintan un panorama de intención que por demás está sustentado en documentos legales, tales como: la Constitución Nacional, en su Artículo 110 el cual reconoce el interés público de la ciencia, la tecnología, la innovación y sus aplicaciones. El Decreto 825 y 2479 expresan la promoción de estrategias educativas para solidificar un sistema nacional de ciencia y tecnología no sólo en el uso, sino en la I+D+i de productos culturales cotidianos y ordinarios.

Aunado a ello, los fines educativos expresados en el Currículo y Orientaciones Metodológicas de la Educación Bolivariana (2007), sugieren la necesidad de impulsar proyectos metodológicos en el área de la Matemática, Ciencias Naturales y aspectos socio-culturales como herramienta instrumental que permita cobertura e implementación de fenómenos tanto tecno-científicos como socio-humanos del contexto Bolivariano.

Todo estos esfuerzos articulan planes de intenciones y acciones con el designio de consolidar un conjuntos de expectativas, expresadas en documentos oficiales, que permita crear y consolidar el sistema nacional de ciencia y tecnología; pero, esta investigación supone que más que un deseo social, dirige una definición bastante avanzada para orientarse a mejorar, cada vez más, procesos sociales y educativos, evidencias tales como: Fundación Infocentros, Centros Bolivarianos de Información y Telemática, Programas de Desarrollo de la Misión Ciencia, entre otros. Representan pronunciamientos significativos sobre programas y políticas destinadas a la socialización de saberes científicos; y, probablemente contribuyan de forma sustancial en la calidad de la Educación holística e integral, como elemento clave que permitiría leer realidades sociales del devenir de hoy para proyectar un mejor futuro de país en su desarrollo político, económico, científico y social.

Sin embargo, el investigador realizó revisiones documentadas sobre varias experiencias de trabajos escolares en el sistema educativo venezolano; de allí que, tomando como fundamentos esos hallazgos trasversales se organizó en dos bloques: subsistema de Educación Preuniversitaria y el subsistema de Educación Universitaria. El subsistema de Educación Preuniversitaria estuvo conformado por la Educación Básica, Media Diversificada y Profesional que consideró como contexto específico la Educación Matemática en esos niveles.

Entre los estudios del análisis, se menciona a: Méndez (2007) que llevó a cabo un proceso indagatorio en el subsistema de Educación Básica sobre la evaluación ejecutada por el Ministerio del Poder Popular para la Educación, a través del Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje en el año 2003. Concluyó que, el principal objetivo del proyecto Escuela Bolivariana era el de mejorar la calidad educativa, pero en el ejercicio de la praxis educativa reveló que dicha aspiración no fue alcanzada; en virtud que, sobre las pruebas del rendimiento matemático el promedio fue 43,2 puntos de 100 en colegios conocidos del sector privado y 13,78 en el sector oficial.

Otro estudio, es el referido por el Centro de Investigaciones Culturales y Educativa en el contexto de Educación Básica del año 2005 (CICE, 2005), el mismo dio cuenta: 1) El promedio de rendimiento estudiantil en Matemática del sector privado se encuentra muy por encima versus el sector oficial, pero ambos promedios están por debajo de 12 puntos en la escala de 1 a 20; 2) Actualmente 48 alumnos son promovidos de noveno grado de 100 que ingresan.

Lo verdaderamente impresionante es el profundo velo de silencio que el gobierno nacional de turno mantiene en materia educativa; al respecto Méndez (2007) señala que los organismos oficiales no publican ningún dato educativo desde 1999, se desconocen cifras concretas y puntuales acerca de los avances y progresos de la Educación Bolivariana y en general del todo el panorama del subsistema de Educación Preuniversitaria, solo hay publicaciones temerarias de algunos investigadores que, en todo caso, no provienen del sector oficial.

En el subsistema de Educación Media Diversificada se encontraron estudios en Educación Comparada, tales como: Duplá (2000) sostiene que en Venezuela se encuentra entre los países que ofrecen peor calidad educativa, solamente por encima de Nigeria, Botsware y Zumbaware. Rodríguez y Flores (s/f) analizaron los ambientes de enseñanza en el área de Matemática del sistema educativo venezolano con respecto al cubano, a la luz de sus descubrimientos sugirió al contexto educativo venezolano la implementación de metodologías orientadoras con un máximo nivel de concreción para subsanar las inmensas deficiencias cognitivas en el bloque de ciencia, tecnología y sociedad.

Igualmente, la Fundación Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia en el año 2006, (CENAMEC, 2006) exhortó a los docentes estudiar conceptos y procedimiento matemáticos en contextos reales y desde la perspectiva analítica-inductiva de su medio, ya que estas experiencias podría contribuir a que los estudiantes le den un significado diferente al que promueven las clases tradicionales de Matemática.

El subsistema de Educación Media Profesional es el eje rector de la Educación Técnica, la cual probablemente tampoco ha cumplido con el propósito de incorporar con niveles de éxitos a sus egresados en el mercado laboral y productivo que demanda la sociedad venezolana; en este sentido, Francés (2005) pronuncia que el sistema educativo venezolano técnico no tiene la capacidad para preparar a sus egresados en la conquista de un empleo bien remunerado y con ello conseguir movilidad social; también, Barrios (2006), afirma que los profesores de Matemática están poco preparados para construir un conocimiento verdaderamente significativo en su entorno laboral, porque la didáctica empleada no es convincente; además, el autor supone que no son capaces de aprender en la práctica de su trabajo y carecen de visión frente a los problemas y requisitos de la sociedad del mañana.

El subsistema de Educación Superior está conformado por tecnológicos, colegios universitarios, institutos militares y religiosos, politécnicos, pedagógicos y universidades en cuyo seno se llevan a cabo funciones de docencia, extensión, investigación y gestión del flujo de conocimientos de avanzada. Particularmente, el sentido de pertinencia y pertenencia social hace sospechar que es necesario introducir en este subsistema la innovación, tecnología digital y comunicación global para que los procesos de aprendizajes sean continuos en la manipulación, transformación y generación de conocimientos.

Principios, que en la práctica de la experiencia educativa universitaria de la sociedad venezolana pareciera recorrer otra dirección; por eso, Palencia (2002) afirma que las estructuras cognitivas de los estudiantes universitarios venezolanos presentan carencias epistemológicas en los contenidos matemáticos, la razón podría explicarse por el modo de mediar el aprendizaje matemático en correspondencia con las relaciones humanas asociadas a dichas prácticas.

Angulo (2008) sostiene que los futuros docentes en la especialidad de Matemática de la Universidad de Carabobo no logran adquirir en sus experiencias curriculares alto rendimiento competitivo, porque en el desempeño de su rol educador presentan contradicciones en el manejo formal de los conceptos y las representaciones simbólicas son ambiguas; ello, afecta la calidad de las asociaciones y conexiones de las estructuras matemáticas y, por ende producen formalizaciones inconsistentes cuyas influencias tienen significativas incidencias en los protocolos de comunicación y en la resolución de problemas.

García y Angulo (2009) afirman que las inconsistencias en las rutinas de procedimientos lógico-matemáticos que aplican los estudiantes frente a los problemas y ejercicios son consecuencias de severos bloqueos cognitivos productos de confinamiento de estructuras de conceptos inconsistentes adquiridos en escolaridades anteriores, las cuales obstaculizan el avance y progreso en el estudio de la Matemática superior.

Los párrafos anteriores, destellan un discurso argumentativo sobre posibles evidencias contrarias a los marcos normativos de las intenciones educativas en la República Bolivariana de Venezuela, particularmente, el interés del gobierno de turno en **construir una Sociedad del Conocimiento con notable expresividad científica** en la cotidianeidad de los diferentes espacios de encuentros socioeducativos. Además, todo parece indicar que las situaciones de aprendizajes al término de un proceso educativo en los distintos niveles del sistema formal revelan una atmósfera que compromete a la función teleológica de la expectativa.

Distintamente, el leguaje simbólico de la Matemática es un código de comunicación que brinda apoyo a otras ciencias para su desarrollo; en virtud que, se conviene que el lenguaje matemático es expresividad científica, no sólo para las ciencias fácticas, sino también para todas aquellas ciencias que requieran procedimientos lógico-matemáticos, consistencias en sus procesos y resultados. Además, el motor y la esperanza de la expectativa están “colgadas en las manos” de los que hoy son sus estudiantes y mañana serán los profesionales y trabajadores de relevo; esa semilla social, probablemente esté asimilando y acumulando estructuras cognitivas las cuales les confunden en sus decisiones científicas y, así mismo se incremente la vulnerabilidad ante todo tipo de seudo ciencia.

Tales deficiencias demandarían desafíos que exigen revisar de forma espiral condiciones y contenidos didácticos del proceso educativo relacionado con el saber matemático escolar, con el objeto de comprometer esfuerzos para atender dichos desafíos. Por lo tanto, el interés del proceso indagatorio en la presente tesis doctoral se vinculará directamente con la construcción de elementos teórico-metodológicos basados en los supuestos científicos e ideológicos del “Pensamiento Matemático en la actividad escolar”, con el fin de comprender e interpretar las prácticas educativas y, utilizar la referencia de ese conocimiento para postular referentes teóricos pensado en las necesidades y requisitos que demanda la dinámica social del contexto educativo venezolano.

Fundamentalmente, la intención de proponer conjeturas en el contexto de la Matemática escolar es para, en la medida de lo posible, convertir las comunidades escolares en sociedades que se comprometan en utilizar, transformar y generar conocimiento a partir de la divulgación y difusión del mismo. El investigador apuesta en la esperanza de articular un cuerpo de conjeturas que se transforme en un espacio de encuentro entre las cuales se generen referencias teóricas desde la relación educativa y en el posicionamiento socio-cultural; en este sentido, el proceso indagatorio considerará no solamente al constructo de la Sociedad del Conocimiento sino que también hará ahínco a las posiciones filosóficas del Existencialismo y las metáforas del Pensamiento Matemático Avanzado.

Así mismo, el tránsito de la idea a lo posible será a modo de riesgo un documento denominado **Modelo Endocrítico**, que en cuyo seno de su producción se investigará: a) la naturaleza didáctica de la Matemática escolar; b) el espíritu de acción didáctica para convertir a la Matemática en objeto de aprendizaje; y, c) las situaciones del saber conocer y decir, saber hacer, saber convivir y saber ser en el marco de las necesidades y requisitos de las expectativas venezolanas.

El develar la relación entre los dominios de competencias adquiridos por los estudiantes egresados en los diferentes subsistemas educativos con respecto a los desempeños profesionales dentro del contexto venezolano, hace gestar pistas indagatorias cuya preocupación se centra en las estructuras cognitivas complejas que vinculen el aprendizaje matemático y los contenidos que deben asimilar y apropiarse los estudiantes para hacer de esas estructuras verdaderos medios de transformación social.

Es por eso que, al investigador le surge la siguiente interrogante: ¿Cuál será el soporte teórico-metodológico del pensamiento matemático escolar que permitiría disminuir la distancia epistemológica entre los aprendizajes estudiantiles y los laboratorios de saberes requeridos para reconfigurar un camino de hechos hacia la Sociedad del Conocimiento en el contexto venezolano?

Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Construir los posibles soportes teórico-metodológicos del pensamiento matemático escolar en el contexto educativo venezolano.

Objetivos Específicos:

1. Realizar una revisión documental de la evolución y tendencia del constructo Educación Matemática, desde 1957 hasta el presente, para orientar la bitácora indagatoria en los procesos socio-epistemológicas que han definidos demandas y requisitos de modelos didácticos.
2. Reflexionar sobre los elementos teórico-metodológicos del pensamiento matemático escolar en el contexto educativo venezolano.
3. Construir el soporte teórico de elementos innovadores a partir de conjeturas existenciales registradas en el documento Modelo Endocrítico.
4. Someter a prueba las conjeturas del Modelo Endocrítico mediante un estudio local empírico-práctico educativo.
5. Interpretar las contrastaciones teóricas entre el Modelo Endocrítico y la experiencia del estudio educativo como hallazgos sustanciales del proceso indagatorio.

Justificación

La Educación Bolivariana es una reforma curricular orientada hacia la socialización de los saberes en tanto y en cuanto busca construir un nuevo ciudadano, aquel que sienta amor por el lugar donde se desenvuelve y se sensibilice con los vectores de necesidad social, tales como: 1) la búsqueda de alternativas de modelos innovadores en el campo de la ciencias y tecnologías; 2) la consolidación de un sistema alimenticio; y, 3) la redimensión de la infraestructura con el fin de ofrecer mejor calidad de bienes y servicios.

De allí que, la esperanza de atesorar un sistema interactivo de ciencia y tecnología se convierte en un propósito de alcance nacional con profundas transformaciones de carácter social, tal como lo expresan los documentos oficiales de la República Bolivariana de Venezuela, entre ellos: Constitución Nacional, Ley Orgánica de Ciencia, Tecnología e Innovación (LOCTI) y expectativas en materia educativa. Comunicaciones oficiales de intenciones que demandan acciones y actividades vinculadas al desarrollo científico, tecnológico y social, como también la formación y actualización del personal necesario para esas labores. Dibujan formulaciones de propuestas que vislumbren investigación, desarrollo e innovación frentes a la exposición de demandas sociales no alcanzadas; además, representan prioridades para el crecimiento de investigación científico en el país.

Consecuentemente, el investigador sospecha que un avance significativo en el sistema nacional de ciencia y tecnología se podría impulsar desde la actividad indagatoria sobre el Modelo Endocrítico, porque con él se pretende interpretar fenómenos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar para generar estilos de aprender a aprender en la vida de los estudiantes y, en forma consecuente se espera que esos estudiantes respondan con esquemas de acciones en correspondencia con las necesidades de los vectores sociales del ahora.

Probablemente, sea necesario repensar los argumentos y maniobras puntuales de ajustes empíricos en el marco de las relaciones educativas para llevar a cabo determinadas estrategias en el seno de ciertas instituciones y vinculadas con las expectativas demandadas por el contexto venezolano. Razones de inicios para atender el acto educativo de la Matemática escolar y todos sus procesos asociados; además, la relevancia social de este hecho permitirá congregar a educadores sensibilizados a fin de debatir los productos culturales como derivación de las estrategias implementadas y determinar los alcances en materia de alfabetización, utilización, transferencia y producción de conocimientos en los espacios formales de la vida escolar.

El proceso de construcción y evaluación educativas de elementos teórico-metodológicos perfila el marco metódico del dualismo crítico, cuyo propósito es conciliar entre leyes interpretadas en un esquema hipotético deductivo y la confrontación de dichas leyes en la experiencia o en otros referentes teóricos. Este proceso dialéctico de conjeturas en el contexto de las prácticas educativas posiblemente definirá nuevas dimensiones de constructos; en caso contrario, el tiempo empeñado se habrá invertido en conocer más sobre el asunto. Desde luego, los esfuerzos en pro de sus intenciones materializará dos aportaciones, sujeta a las siguientes consideraciones: a) Incorporará innovaciones teóricas al Pensamiento Matemático Avanzado renovando prácticas educativas; e, b) Indagará sobre el cómo hacer ajustes didácticos bajo un esquema de relación existencial.

Motivos que inducirán y guiarán el ciclo creativo de las conjeturas para prestar atención a esas razones, porque robustecerán una teoría ya existente y colocará en la sensibilización social el sentido de pertinencia de las expectativas emergente del ahora científico contextualizado en la sociedad venezolana.

REFERENCIAS

- ANGULO, P. (2002). **Efecto de la estrategia metodológica condicionamiento Piter (EMCOPI) en el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales de primer orden en el cuarto semestre de ingeniería mecánica.** Trabajo de grado de Magíster, UC. Valencia, Carabobo.
- ANGULO, P. (2008). **Nivel de Satisfacción en los estudiantes de Ingeniería que emplean el Sistema de Gestión Tecnológica Lema (SGTL) para el aprendizaje de las Integrales Curvilíneas. Caso: Centro Local Carabobo.** Trabajo final de Especialización, UNA, Caracas.
- BARRIOS, L. (2006). **Transformar la educación para reconstruir la nación**. *Diálogos*, año III, n°5.
- Centro de Investigaciones Culturales y Educativas (CICE). (2005). **Productividad Académica**. Año 2005 [Artículo].
- Currículo y Orientaciones Metodológicas (2007). **Subsistema de Educación Básica**. Caracas, septiembre de 2007. Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- DUPLÁ, J. (2000). **Mejorar la escuela es mejorar el país**. *Revista SIC*, n° 599.
- FRANCES, D. (2005). **El papel de la educación frente a los desafíos de las transformaciones científicos-tecnológicas**. *Revista de Tecnologías Educativa*, Vol XII, n° 4. Santiago de Chile.
- GARCÍA, D., ANGULO, P. (2009). **La matematización del pensamiento reflexivo en los estudiantes de la Universidad Nacional Experimental de las Fuerzas Armadas**. Trabajo de ascenso, UNEFA, Núcleo de Tinaquillo.
- MATSUURA, P. (2005). **La construcción de la Sociedad del Conocimiento**. México, 2005. Edición Pegaso.
- MÉNDEZ, J. (2007). **Revisiones metodológicas de la Educación Bolivariana**. Caracas: Ediciones IESA.
- MONTERO, P. (2006). **Investigar en Educación Matemática**. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- MORENO, M. (2005). **Fines de la Educación Matemática**. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- **Organización de las Naciones Unidas para la Educación, Ciencia y la Cultura (UNESCO)**. (2005). Hacia la Sociedad del Conocimiento. Paris 2005. Ediciones Unesco.
- PALENCIA, A. (2002). **La construcción del pensamiento matemático en el hombre anumérico**. Tesis doctoral, UC. Valencia, Carabobo.

Continuará en el próximo número…

RACIONALIDAD CONCEPTUAL EXISTENTE ENTRE LA GEOMETRÍA FRACTAL Y LA GEOMETRÍA HIPERBÓLICA. (Parte VI).

Línea de investigación: Epistemología de la Educación Matemática

Por: Dr. AHMAD OSMAN C.
(ahmadosman@gmail.com)

Tomado de:
Racionalidad conceptual existente entre la geometría fractal y la geometría hiperbólica. (Parte VI). Capítulo V. Fenomenología del contraste conceptual. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Bárbula, Febrero 2014.

Índice:

CAPÍTULO V

FENOMENOLOGÍA DEL CONTRASTE CONCEPTUAL

De los incentivos caotizantes referentes a la Geometría Fractal y a la Geometría Hiperbólica.

Con el objetivo de estudiar la formación de nuevos conceptos y evidenciar posibles enlaces conceptuales desde el punto de vista fenomenológico, se realizaron algunas entrevistas escritas con preguntas abiertas a estudiantes de ingeniería tanto del segundo como del quinto semestre que previamente asistieron al evento académico realizado en el Auditorio de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo el 25 de Abril del año 2013, titulado *Enlace conceptual existente entre la Geometría Hiperbólica y la Geometría Fractal.* Este evento, además de servir de insumo teórico para esta investigación, sirvió para emular durante 8 horas un campo energético cognoscible contenedor de un caudal incentivador cognitivo con el objeto de desencadenar cierto grado de caos cognitivo, y de manera consecuente una generación de nuevos conceptos, cambios en las estructuras cognitivas existentes y posibles enlaces entre los conceptos fundamentales de la Geometría Hiperbólica y loa conceptos fundamentales de la Geometría Fractal. (Flores, 2103; Ruggiero, 2013; Sanguino, 2013; Tesorero; 2013)

En el evento citado anteriormente, se disertó sobre los fundamentos de la geometría hiperbólica, los fundamentos de la geometría fractal, la fractalidad en la dinámica social a través de la historia, y por último, sobre el tránsito de la geometría euclidiana a otras geometrías. (Flores, 2103; Ruggiero, 2013; Sanguino, 2013; Tesorero; 2013).

Una vez que el alumno interactuó con ese campo energético cognoscible, se realizó la entrevista, con preguntas abiertas que cumplieron la función de incentivo caotizante incorporándose a las estructuras neurológicas en forma de campo energético para luego acoplarse con los campos receptores.

La incorporación de los incentivos caotizantes a las estructuras cognitivas forman un nuevo campo energético que se puede enfocar como Nodo. Este nodo será capaz de generar cierto grado de caos en su entorno que dependiendo de las personas se manifestará con distintas intensidades. A este caos a pequeña escala comúnmente se le denomina Murmullo. Si este Murmullo lograse generar cambios en las estructuras circundantes, se dirá que ha ocurrido un Murmullo Cuántico Significativo.

El acoplamiento de los incentivos caotizantes y la estructuras neurológicas del individuo se realiza en forma de sintonía, de acuerdo con las cualidades emocionales, por lo tanto, en este proceso actuarán de manera constante campos denominados Sintonizadores. Una vez sintonizado el incentivo caotizante, llega a los campos procesadores del conocimiento para luego interactuar con los campos de conocimiento previos, permitiendo la formación de nuevos constructos cuánticos llamados Campos Acumuladores Cognitivos.

El proceso que, de manera breve, se acaba de describir anteriormente es el que se considera subyacente en el individuo, una vez que interactúe con las preguntas abiertas. Una vez aplicado el incentivo caotizante se generarán nuevos campos acumuladores cognitivos referentes tanto a la Geometría Hiperbólica como a la Geometría Fractal. Estos campos generados por el individuo, serán plasmados por él mismo en forma de discurso escrito, en los que se analizarán los solapamientos conceptuales generados a partir de los conceptos generados por ambas geometrías.

La zona conceptual a estudiar vista desde el ángulo de la cognición cuántica es justamente la que constituye en nivel previo a la unificación, antes del proceso de abstracción que finalmente forma al campo totalizador. El conocimiento posee niveles energéticos, el primer nivel lo constituye el campo energético cognoscible de donde se desprenden los incentivos caotizantes formando el caudal incentivador cognitivo, también lo constituyen las estructuras energéticas en donde se realiza la sintonización, esto es los campos sintonizados y cualificados según la cualidad energética que posee, para luego conectarse con los campos procesadores del conocimiento que se ubica en la capa más profunda de la corteza.

El segundo nivel energético es el de la sabiduría, en donde paulatinamente se va adquiriendo mayor abstracción en los conocimientos; es un nivel de transición que permite el acoplamiento con el tercer nivel energético. El tercer nivel energético es el de la intuición, ésta se realiza en un campo totalizador del conocimiento. Las entrevistas que se mostrarán a continuación evidencian campos conceptuales generados en el primer nivel energético.

Entrevistas

Se realizó una entrevista personalizada a los estudiantes que participaron en el evento académico antes citado, se llevó a cabo a través de la plataforma virtual de Moodle, de donde se extrajo una serie de planteamientos representativos, que evidencian algunos enlaces conceptuales producto de esa generación del Murmullo Cuántico, así como también algunos vacíos conceptuales.

Se inició la entrevista con dos planteamientos por separado para no generar solapamiento previo y distorsión en el discurso. El primer planteamiento fue, describir la opinión sobre el término dimensión fraccionaria y el segundo fue, describir la opinión sobre el término espacio curvo, dos nodos conceptuales que representan cada uno conceptos subyacentes de la Geometría Fractal y conceptos subyacentes de la Geometría Hiperbólica respectivamente. Por ejemplo, uno de los alumnos cuando describía su nueva percepción de la dimensión dijo lo siguiente:

> "Mi punto de vista en cuanto a la dimensión es que, ésta está relacionada con la percepción del mundo físico, en este caso, a la medida de los objetos, su longitud, área y volumen...ahora bien, referente a las dimensiones fraccionarias no cuestiono su existencia...implican divisiones fraccionarias entre los valores enteros de las dimensiones y propone la medición mediante conteo de cajas".

Acá se manifiesta un enlace conceptual generado entre el concepto de dimensión y los conceptos de longitud, área y volumen, por el simple hecho de haber hecho referencia de estos términos en el discurso, haciendo hincapié en la relación existente entre la dimensión y los objetos reales. Representa una visión clásica de la geometría, aún y cuando pretende manifestar una conexión notoria entre el objeto sensible y la idea trascendental. Se evidencia de igual manera cierto vacío conceptual en lo que respecta al término dimensión fraccionaria.

Otro planteamiento referido al concepto de dimensión fraccionaria extraído de las entrevistas es el siguiente: "...debe cumplir ciertos axiomas para que exista". Se evidencia una clara subordinación axiomática por parte del individuo, generando un enlace conceptual ascendente entre el concepto de dimensión fraccionaria inherente a la Geometría Fractal y el concepto de axioma constituyente fundamental de la Geometría de Lobachevski.

El siguiente planteamiento representa los campos energéticos generados por un individuo al referirse al término de dimensión y su relación con los espacios curvos:

> "La dimensión es un espacio que ocupamos en un tiempo determinado, y que puede estar ocupado por otros seres de otras dimensiones sin que ambos interactúen ya que hay infinitas dimensiones...la dimensión fraccionaria es poco probable que exista... el espacio curvo lo forma cualquier línea que se encuentre en el espacio".

En esta cita se pueden observar múltiples fenómenos, en primera instancia se evidencian enlaces entre el concepto de dimensión fraccionaria y el concepto de espacio, así como también un fuerte enlace entre el concepto de espacio curvo y la línea recta. De manera concatenada, se manifiesta entonces un enlace entre el concepto de dimensión fraccionaria, inherente a la Geometría Fractal y el concepto de línea recta, siendo este último constituyente fundamental de la Geometría Hiperbólica. Así mismo, cuando el alumno se refiere a la ocupación en el tiempo de la dimensión, se pudiera interpretar un concepto dinámico del espacio o un proceso progresivo de ocupación espacial, lo cual constituye una característica esencial de la Geometría Fractal.

El siguiente testimonio también es interesante:

> "La dimensión 1 (uno) es un espacio definido por una línea ya sea recta o curva con ciertas coordenadas específicas las cuales determinan su tamaño, forma y estructura...el espacio curvo, aunque su nombre nos haga pensar que es una curva, no necesariamente es así, el espacio curvo son infinitas rectas o líneas que a través de la gravedad se mueven en el espacio hacia diferentes lados, no llevan un sentido específico."

Acá se observa en primera instancia fuertes enlaces entre los conceptos, dimensión, espacio y línea pero además de eso se evidencia de nuevo un concepto dinámico divergente del espacio. De alguna manera el alumno generó conceptos que no son estáticos en el tiempo con respecto al espacio y a la dimensión; es importante recalcar que en la fractalidad los objetos son considerados parte de un proceso de construcción dinámico y divergente.

Otro testimonio, referido a la dimensión, nos muestra los siguientes: "Son líneas divisorias, que conforman un sistema de referencia creado por el hombre en el cual es posible representar y ubicar puntos, conjuntos y elementos". Acá se puede observar un ejemplo de ligeras distorsiones en las formaciones primitivas de conceptos geométricos. Dependiendo de cómo estén conformados los campos cognitivos individuales previamente, habrá o no una formación de nuevos campos cognitivos distorsionados a raíz de la generación de murmullo cuántico.

En cuanto al término dimensión fraccionaria, un alumno dijo lo siguiente: "es una dimensión oculta, la que los fractales son puntos intermedios de una o varias dimensiones. Es demasiado irregular, son formas donde se aprecia la autosimilitud, su forma es hecha de copias más pequeñas de la misma figura". En este testimonio se observan enlaces entre el concepto de dimensión y autosimilitud. En la parte final también se perciben conceptos relativos a procesos de constricción progresiva. Esta misma persona afirmó lo siguiente: "Un espacio curvo es un espacio ajustable, el tiempo y el espacio son maleables". Acá se observa la existencia de conexiones entre el concepto de espacio curvo y el concepto de tiempo. Además, de nuevo se observa la generación de campos conceptuales dinámicos de características topológicas al utilizar términos como ajustable, flexible y maleable.

Los conceptos topológicos de flexibilidad y maleabilidad están relacionados en los campos conceptuales de este individuo, con el concepto de tiempo, que a su vez indica dinamismo en la Geometría fractal. Vemos como emerge un nuevo concepto enlazante no previsto, entre la Geometría Hiperbólica y la Geometría Fractal, este concepto es el de *Tiempo.* Es un elemento que presupone dinamismo en la fractalidad y maleabilidad en la geometría hiperbólica.

En la siguiente cita también se observa algo bastante interesante: "al referirnos a espacio curvo se me vino a la mente un área en la cual posee como una semicircunferencia o media luna, donde deja de ser una linea recta para convertirse en espacio quebrado". Se puede observar primeramente como el concepto de espacio curvo genera una idea, grosso modo, de uno de los modelos de la Geometría Hiperbólica enlazándose al mismo tiempo como el concepto de quebradura, muy propio de la Geometría Fractal.

El siguiente testimonio trata de expresar de una manera más general el efecto de asimilar una dimensión fraccionaria: "… es otra forma de ver algo, tal vez con ese tipo de geometrías se pueda llegar a romper lo establecido y agregar formas, dimensiones o maneras de ver algunas cosas". Se observa claramente el efecto caótico que genera el evocar el concepto de dimensión fraccionaria; de la misma manera expresa reordenamiento y reestructuración de los campos conceptuales individuales.

Otro alumno, al referirse al término dimensión fraccionaria, expresó lo siguiente: "Un caso sería si la sombra es un efecto creado únicamente por algo que se antepone a la luz creando un vacío o ausencia de la misma y de la misma manera un efecto ante la vista; no consta que esté ahí materialmente, pero si existiese podría ser una dimensión fraccionaria. No está del todo, pues depende de la luz y de lo que se le anteponga. Sin estos factores, este efecto no existiría". Se observa una postura totalmente empírica, así como también enlaces fuertes entre el concepto de dimensión fraccionaría y el concepto de luz. Generalmente el concepto de luz es usado en los espacios hiperbólicos; una vez más se evidencia un puente conceptual entre la Geometría Hiperbólica y la Geometría Fractal.

Otro individuo expresó lo siguiente:

> "...nada puede salirse de las medidas de una dimensión, es decir, que se salga de una dimensión y entre en la siguiente, sin dar cabida a la idea de que pase por un conjunto de dimensiones fraccionarias antes de llegar a la próxima dimensión entera, tampoco soy capaz de imaginarlo en un espacio curvo, entiendo por éste a un espacio similar al espacio en que vivimos, pero diferenciándose en la inexistencia de las líneas rectas, ya que hay líneas curvas en su lugar".

Este argumento fue planteado en negación, un tanto confuso y aislado distorsionado, pero de igual manera establece enlaces entre conceptos como dimensión, espacio, línea recta y líneas curvas, estableciendo conexión entre la fractalidad y la hiperbolicidad.

Otro estudiante expresa lo siguiente: “una dimensión fraccionaria a primera vista se ve como una locura ya que cada dimensión es una coordenada y al decir que existe una dimensión fraccionaria diríamos que de esa misma dimensión nace otra parte no completa...un espacio curvo para mí es el universo ya que si la geometría hiperbólica está basada en un espacio curvo... es curvo porque si el espacio contiene algún objeto, éste se distorsiona o amolda en ese mismo objeto”. Acá se observa una serie de argumentos que evidencias la generación de campos conceptuales referentes al dinamismo. Términos como “nace” al evocar el concepto de dimensión fraccionaria y “amolda” al evocar el concepto de espacio curvo, genera nuevamente un enlace conceptual dinámico de construcción progresiva y constante transformación.

Un extracto de otra entrevista se muestra a continuación:

> “La dimensión es el tamaño correspondiente a una figura, objeto o cosa, con ella podemos definir si algo es más grande que otro algo, por ejemplo: un elefante es mucho más grande que un perro, un ratón es mucho más pequeño que un ser humano. Hay muchas formas de poder calcular la dimensión que posee determinada figura y que podemos usar para ver con exactitud y sin tanteos. Si tenemos una dimensión fraccionaria podemos decir que un tamaño exacto para una figura que no conocemos, pero cuyo número determina ese tamaño; puede ser una línea recta que mide esa cantidad o cualquier otra cosa”.

Lo más significante en esta evidencia es que nuevamente el concepto de dimensión, se relaciona con el llenado del espacio físico, no es un concepto pulcro, es un concepto primitivo y un poco distorsionado también. Además establece un vago enlace entre el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de línea recta.

Otra entrevista arrojó lo siguiente:

> “Al escuchar la palabra dimensión lo primero que me viene a la mente es la imagen de un cubo, puesto que mi concepto de dimensión está referido al espacio, al tamaño, a objetos que ocupan un lugar en el espacio...nuestro amplio universo está formado por tres dimensiones y una cuarta que es completamente curvado”.

En este caso se manifiestan argumentos que nuevamente ratifican la tendencia a relacionar el concepto de dimensión con ocupación espacial concreta, de hecho tenemos vestigios de una metacognición realizada por el mismo individuo entrevistado. Al momento de argumentar con respecto al término espacio curvo, interpreta la cuarta dimensión como el inicio de un proceso dinámico de deformación topológica. Nuevamente se observan indicios de la existencia de un concepto más amplio en un nivel de energía superior que acopla los campos cognitivos generados al evocar conceptos de Geometría Hiperbólica y conceptos de la Geometría Fractal.

De nuevo en la siguiente evidencia se puede notar el carácter dinámico del concepto de dimensión por parte del siguiente individuo:

> “Puedo entender que un espacio curvo, hace referencia a un objeto con masa demasiado abundante; tanto que su dimensión va enroscando poco a poco, hasta hacerlo completamente redondo... El espacio curvo se enrosca hacia el tiempo, al que puedo mencionar como una cuarta dimensión incierta”.

También se observa conexión directa con el concepto de tiempo como ente atractor del fenómeno.

En el siguiente extracto se observa de manera clara como el individuo evoca conceptos relativos al infinito divergente: “Un espacio curvo para mi podría ser un lugar de forma hiperbólica que se expande al infinito y no se cierra en ninguno de sus puntos”

Otro alumno consideró lo siguiente: “...en lo que respecta a espacio curvo tiene que ver más o menos con infinidad de veces de las características de la curva Koch y la curva de Peano”. Acá se muestran enlaces fuertes entre el concepto de espacio curvo con el concepto de infinito. A su vez remite directamente a curvas fractales, intuyendo nuevas formas de espacio curvo irregular.

En el siguiente argumento se relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con los conceptos de tiempo y espacio:

> “Lo que entiendo de dimensión, según lo que he aprendido en geometría, es sobre el número distinto de ejes de coordenadas que puede tener un vector. Cuando hablo o pienso en distintas dimensiones, lo que me viene a la cabeza es que son mundos distintos y paralelos en la cual cada uno funciona independientemente del otro, lo que quiero decir es que no pueden interactuar entre ellos, aunque pienso que existen simultáneamente y por lo tanto diría que esa dimensión fraccionaria tiene su lugar en el tiempo y en el espacio”

Otro alumno manifestó lo siguiente:

> “La dimensión es el entorno comprendido en diferentes aspectos de la vida, el cual se ve afectado por diversos factores que definirán con claridad el ámbito de la dimensión. Los aspectos de la vida en el cual podemos ver la dimensión, pueden ser la: la vida familiar, política, social, ciencia. Pienso que la dimensión tiene un sin fin de aspectos dependiendo del espectador o protagonista, que se verá envuelto en la dimensión. La dimensión es infinita...”.

El extracto anterior es bastante interesante, ya que se establece una asociación entre el concepto de dimensión y varios términos pertenecientes a las ciencias sociales, es decir no se limita a relacionar a la dimensión con espacios matemáticos y físicos, sino con espacios derivados del análisis de los fenómenos sociales.

Por último tenemos el siguiente extracto:

> “Ahora bien, hablemos del espacio curvo, entiendo que todo lo que nos rodea tiene características curvas, así como se establece en el tríptico entregado en el evento, las montañas no son conos, los árboles no son lisos y las costas no son círculos, es cierto, el espacio tiene características curvas”-

Se observa en esta última evidencia que nuevamente se establece un enlace entre el término espacio curvo y frases correspondientes a la teoría fractal.

Todo lo mostrado anteriormente da pie a pensar que los enlaces existentes entre la Geometría Hiperbólica y la Geometría Fractal no surgen de manera forzada, sino que surgen de manera natural desde el caos generado por los incentivos caotizantes. En primera instancia se pudiera hablar de enlaces dinámicos y caóticos supeditados a ciertas interferencias y distorsiones en el proceso de percepción, pero de igual manera se muestran interconectados de forma jerárquica autosemejante. Se establecen enlaces en ramas alejadas de los nodos de la red, así como también enlaces en niveles energéticos superiores, es decir en campos conceptuales más genéricos, generando una trilogía conceptual Espacio-Tiempo-Transformación.

Se muestra claramente como el hecho de evocar conceptos en ambas geometrías, se manifiestan en la generación de nuevos campos cognitivos que se ven atraídos por estructuras conceptuales inherentes a la trilogía citada anteriormente.

De los incentivos caotizantes referentes a la fractalidad pura

Con el objetivo de estudiar la formación de nuevos conceptos, evidenciar posibles enlaces conceptuales desde el punto de vista fenomenológico, se realizaron algunas entrevistas escritas con preguntas abiertas a estudiantes de La Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo de los últimos semestres en un Taller académico realizado el 25 de Abril del año 2011 titulado *La Geometría Fractal.* Este evento, además de servir de insumo teórico para esta investigación, sirvió para emular durante 8 horas un campo energético cognoscible contenedor de un caudal incentivador cognitivo.

Se inició la actividad con una dinámica discursiva de tipo dialógica mediante la cual se le propuso al alumno participar empíricamente en la construcción de nuevas formas geométricas. Luego, se abordó un cuestionario de preguntas abiertas que incentivó, de forma bastante general, la generación de conceptos como *Dimensión* y *Forma*. Finalmente, se dejó manifestar al discente comentarios y observaciones referentes al proceso.

De las Formas

En la actividad, uno de los participantes expresó lo siguiente con respecto a la curva de Koch: “Se obtiene una estrella con 3 puntos definidos y 2 sin definir”. En esta proposición se observa, más que un concepto estructurado, un vacío conceptual de naturaleza topológica. El alumno trata de definir la forma observada de manera informal haciendo uso de características esenciales de una figura aproximada dejando en evidencia la “no posesión del concepto de”. El proceso intuitivo de aproximación a una forma geométrica conocida, es el mismo que fundamente la geometría euclidiana. La diferencia es que el atractor conceptual no pertenece a las formas clásicas fundamentales de la geometría de Euclides. El hecho, que el alumno haya enunciado la frase “con 3 puntos definidos y 2 sin definir” deja en evidencia el haber advertido grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas suaves y clásicas. El proceso no generó un nuevo nodo conceptual atractor. La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando alrededor de los conceptos clásicos de punto, línea recta y formas geométricas euclidianas fundamentales.

Otro grupo de alumnos afirmó lo siguiente con respecto a la curva de Koch: “Se obtienen varios triángulos formando una estrella”. En la cita anterior se observa el mismo rasgo topológico que el enunciado anterior, desconociendo la existencia de cualquier otro tipo de vestigio conceptual referentes a nuevas formas geométricas. Se muestra como rasgo predominante intuición geométrica basada en el concepto clásico pre- establecido que describe la forma de estrella. Además, el proceso no generó un nuevo nodo conceptual atractor, la red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando con elementos conceptuales clásicos como el punto, línea recta y formas geométricas euclidianas fundamentales representadas mediante el concepto de estrella. Deja en evidencia el no haber advertido grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas suaves y clásicas.

Otras personas, con respecto a la curva de Koch, expresaron lo siguiente: “Un copo de nieve”. En este caso, se observa un rasgo topológico distinto, mostrando posesión de un nuevo concepto geométrico haciendo referencia a formas generadas por la naturaleza. El proceso intuitivo de aproximación a una forma geométrica conocida, no es el mismo que fundamenta la geometría euclidiana, ya que se hace referencia a una forma no definida en las teorías geométricas clásicas. Se genera un enlace entre la idea y la sensación mostrando la existencia un nuevo atractor conceptual que no pertenece a las formas clásicas fundamentales de la geometría de Euclides. Deja en evidencia el haber advertido grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas suaves y clásicas.

Otras personas, con respecto a la curva de Koch, expresaron lo siguiente: “Forma de montaña”. En este caso, se observa un rasgo topológico similar al anterior, mostrando posesión de un nuevo concepto geométrico haciendo referencia a formas generadas por la naturaleza. El proceso intuitivo de aproximación a una forma geométrica conocida, no es el mismo que fundamenta la geometría euclidiana, ya que se hace referencia a una forma no definida en las teorías geométricas clásicas. Se genera un enlace entre la idea y la sensación, mostrando la existencia de un nuevo atractor conceptual que no pertenece a las formas clásicas fundamentales de la geometría de Euclides. Deja en evidencia el haber percibido grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas suaves y clásicas.

Otros participantes expresaron lo siguiente refiriéndose a la curva de Koch: “Segmentos de recta”. Se observan conceptos topológicos escasos, en una red conceptual reducida alrededor del concepto de línea. Se muestra un vago proceso de asociación sin hacer referencia a formas geométricas intuitivas. Además, el proceso no generó un nuevo nodo conceptual atractor. La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando con elementos conceptuales clásicos como la línea recta. Deja en evidencia el no haber percibido grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas suaves y clásicas. Solo cierto grado de dispersión geométrica.

Con respecto a la curva de Koch, otros participantes opinaron lo siguiente: “Son segmentos de recta cada vez más pequeños que el original”. Semejante al caso anterior, se observan conceptos topológicos escasos, en una red conceptual reducida alrededor del concepto de línea. Se muestra un vago proceso de asociación sin hacer referencia a formas geométricas intuitivas. Además, el proceso no generó un nuevo nodo conceptual atractor. La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando con elementos conceptuales clásicos como la línea recta. Deja en evidencia el no haber advertido grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas suaves y clásicas. Solo cierto grado de dispersión geométrica acompañado de ciertos rasgos de dinamismo al momento de enunciar la frase: “cada vez más”.

Otro grupo de participantes opinó lo siguiente: “Pirámide sobre pirámides”. Esta percepción de la curva de Koch muestra el mismo rasgo topológico que el enunciado de las estrellas, pero en este caso haciendo referencia a la forma de pirámide, desconociendo la existencia de cualquier otro tipo de vestigio conceptual referentes a nuevas formas geométricas. Se muestra como rasgo predominante intuición geométrica basada en el concepto clásico pre- establecido que describe la forma de pirámide. Además, el proceso no generó un nuevo nodo conceptual atractor. La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando con elementos conceptuales clásicos como el punto, línea recta y formas geométricas euclidianas fundamentales representadas mediante el concepto de pirámide. Deja en evidencia el no haber advertido grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas suaves y clásicas. Se evidencias leves vestigios de dinamismo.

Uno de los participantes expresó lo siguiente con respecto a la curva de Koch: “Estrellas que se van a ir disminuyendo cada vez...”. En esta proposición se observa, más que un concepto estructurado, un dinamismo conceptual basado en formas topológicas clásicas. El alumno trata de definir la forma observada de manera informal haciendo uso de términos que dejan en evidencia la presencia de un proceso de construcción progresiva.

El proceso intuitivo de aproximación a una forma geométrica conocida, es el mismo que fundamenta la geometría euclidiana la diferencia es que el atractor conceptual no pertenece a las formas clásicas fundamentales de la geometría de Euclides. No advierte grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas suaves y clásicas. El proceso no generó un nuevo nodo conceptual atractor, pero se manifiesta el concepto de convergencia. La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando alrededor de los conceptos clásicos de punto, línea recta y formas geométricas euclidianas fundamentales.

Por último, un grupo de alumnos plasmó un par de enunciados referentes a la curva de Koch que expresaban lo siguiente: "Varios segmentos de recta que forman algo parecido a una pirámide" y "Una semejanza a un copo de nieve...". En este caso, se observan rasgos topológicos, de intuición, de atracción y de generación nodal ya descritos anteriormente. Adicionalmente se manifiesta el haber percibido grados de imperfección y desacople con respecto a formas geométricas clásicas y con respecto a formas geométricas existentes en la naturaleza.

De la Dimensión

En la misma actividad anterior, los alumnos expresaron distintos argumentos enmarcados dentro del concepto de dimensión haciendo referencia al conjunto de Cantor. Algunos participantes expresaron lo siguiente: "mientras más dividimos el segmento de recta, mayor va a ser la dimensión". Acá se observan principios de reordenamiento de la estructura de la red conceptual que se genera al evocar el concepto de dimensión. Se manifiestan conceptos de espacio y dinamismo de manera simultáneas basadas en constituyentes fundamentales como el de línea recta. Se evidencia de igual manera el concepto de fragmentación basado en el término clásico de división regular.

Otro grupo de participantes afirmó lo siguiente: "La dimensión del conjunto de Cantor es menor que la dimensión del segmento inicial. Es mayor que la dimensión del punto y menor que la dimensión de la recta". Se observan, al igual que la experiencia anterior, principios de reordenamiento de la estructura de la red conceptual que se genera al evocar el concepto de dimensión. También se manifiesta la formación de un concepto de dimensión intermedia, apoyado en tres nodos conceptuales fundamentales como lo son el punto, la línea recta y la dimensión topológica.

Otro grupo de participantes afirmó lo siguiente: "Todos los segmentos de recta tienen la misma dimensión que la recta anterior". En este caso no se observa generación de nodos conceptuales nuevos. Se manifiestan conceptos inherentes a la geometría clásica sin vestigio alguno de formación ni reordenamiento conceptual. El concepto de dimensión topológica se mantiene constante en el proceso.

Integración de las unidades temáticas, tema central y descripción del fenómeno en lenguaje científico.

Una vez realizadas las entrevistas escritas a los discentes y grabadas en audio a los docentes, se extrajo las unidades temáticas más significativas para someterlas a un proceso de integración que pretende generar la descripción formal del fenómeno de manera individual para cada sujeto.

De los discentes:

Unidades temáticas.(Sujeto discente)	Tema Central	Descripción del fenómeno.
1) Mi punto de vista en cuanto a la dimensión es que, ésta está relacionada con la percepción del mundo físico, en este caso, a la medida de los objetos, su longitud, área y volumen...ahora bien, referente a las dimensiones fraccionarias no cuestiono su existencia...implican divisiones fraccionarias entre los valores enteros de las dimensiones y propone la medición mediante conteo de cajas.	El sujeto número 1 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con conceptos relacionados con espacio y magnitudes físicas concretas. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y el nodo referente a espacio concreto.
2) La dimensión Son líneas divisorias, que conforman un sistema de referencia creado por el hombre en el cual es posible representar y ubicar puntos, conjuntos y elementos.	El sujeto número 2 relaciona el concepto de dimensión con el concepto de línea, punto y conjunto. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y los nodos referentes a línea, punto y conjunto.
3) Un espacio curvo es un espacio ajustable, el tiempo y el espacio son maleables.	El sujeto número 3 relaciona el concepto de espacio curvo con los conceptos de tiempo, maleabilidad y ajuste.*	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a espacio curvo y nodos que refieren a conceptos de tiempo y transformación.
4)...nada puede salirse de las medidas de una dimensión, es decir, que se salga de una dimensión y entre en la siguiente, sin dar cabida a la idea de que pase por un conjunto de dimensiones fraccionarias antes de llegar a la próxima dimensión entera, tampoco soy capaz de imaginarlo en un espacio curvo, entiendo por éste a un espacio similar al espacio en que vivimos, pero diferenciándose en la inexistencia de las líneas rectas, ya que hay líneas curvas en su lugar.	El sujeto número 4 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de espacio y el concepto de línea. También relaciona conceptos de salida y entrada. Relaciona también el concepto de espacio curvo con el concepto de línea y espacio concreto. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y los nodos referente a espacio concreto, línea. También genera enlaces con nodos sistémicos como entrada-salida.
5)Una dimensión fraccionaria a primera vista se ve como una locura ya que cada dimensión es una coordenada y al decir que existe una dimensión fraccionaria diríamos que de esa misma dimensión nace otra parte no completa...un espacio curvo para mí es el universo.	El sujeto número 5 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de sistemas de referencia y el concepto de nacimiento. Además relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de universo. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión fraccionaria y el nodo referente a espacio concreto. De igual manera genera enlaces entre el nodo referente a espacio curvo y al nodo referente al infinito.
6) Al escuchar la palabra dimensión lo primero que me viene a la mente es la	El sujeto número 6 relaciona el concepto de dimensión con el concepto de espacio	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y los nodos referentes a espacio concreto y a infinito.

imagen de un cubo, puesto que mi concepto de dimensión está referido al espacio, al tamaño, a objetos que ocupan un lugar en el espacio...nuestro amplio universo está formado por tres dimensiones y una cuarta que es completamente curvado.	concreto y el concepto de curvatura. El concepto de dimensión lo relaciona con el concepto de universo *	
Un espacio curvo para mi podría ser un lugar de forma hiperbólica que se expande al infinito y no se cierra en ninguno de sus puntos.	El sujeto número 7, relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de hipérbola, punto, infinito y cerradura. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a espacio curvo y los nodos referentes a punto, hipérbola, infinito y cerradura topológica.
8)...en lo que respecta a espacio curvo tiene que ver más o menos con infinidad de veces de las características de la curva Koch y la curva de Peano.	El sujeto número 8 relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de infinito y el concepto generado por algunas estructuras fractales. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a espacio curvo y los nodos referentes a infinito y curvas fractales.
9)...diría que esa dimensión fraccionaria tiene su lugar en el tiempo y en el espacio.	El sujeto número 9 Relaciona el concepto de dimensión con el concepto de tiempo y el concepto de espacio. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y los nodos referentes a espacio y tiempo.
10) La dimensión es el entorno comprendido en diferentes aspectos de la vida, el cual se ve afectado por diversos factores que definirán con claridad el ámbito de la dimensión. Los aspectos de la vida en el cual podemos ver la dimensión, pueden ser la: la vida familiar, política, social, ciencia. Pienso que la dimensión tiene un sin fin de aspectos dependiendo del espectador o protagonista, que se verá envuelto en la dimensión. La dimensión es infinita...	El sujeto número 10 relaciona el concepto de dimensión con espacios de desarrollo humano, familia, política, ciencia. Relaciona de manera directa con el concepto de relatividad y con el concepto de infinito. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y los nodos referentes a espacios de desarrollo humano, relatividad e infinitud.

Cuadro 5.1 Integración discente
Fuente: Elaboración Propia

De los docentes especialistas en geometría:

Unidades temáticas.(Sujeto docente)	**Tema Central**	**Descripción del fenómeno.**
1) Cuando se habla de dimensión fraccionaria tiene que haber algo que lo mida, debe haber una métrica que establezca que es eso, debe existir esa definición. Cuando se habla de dimensión tiene que haber un espacio y ese espacio tiene que estar definido de alguna manera. Con respecto al término espacio curvo sigue habiendo un problema de definición.	El sujeto número 1 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con conceptos relacionados métrica y con el concepto de definición. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y el nodo referente a espacio métrico de tipo axiomático.
2) Con respecto a la dimensión fraccionaria me imagino la imagen que forman los fractales.	El sujeto número 2 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de fractal. ***	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y el nodo referente al término fractal.
3) La dimensión fraccionaria me da la idea de algo que modifica los ejes que haga que ya no sean perpendiculares, algo que no se pudiera llenar por completo. Con respecto al término espacio curvo pienso en una figura relacionada con una silla de montar.	El sujeto número 3 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria el concepto de línea, espacio y llenado. Relaciona espacio curvo con una función en el espacio concreto. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión con nodos referentes a línea, espacio y dinamismo espacial. Genera enlaces conceptuales entre el nodo referente a espacio curvo y nodos que refieren conceptos espaciales.
4) Al escuchar el término dimensión fraccionaria me imagino algo espacial. Y con respecto a espacio curvo, no tendría nada que ver con el espacio que conocemos, lo veo como algo abstracto.	El sujeto número 4 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de espacio. Relaciona también el concepto de espacio curvo con un ente abstracto.*	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y los nodos referente a espacio concreto. También genera enlaces con nodos referentes a entes abstractos sin definir.
5) El término dimensión fraccionaria geométricamente no lo puedo concebir. Al escuchar espacio curvo imagino una curva de R3 y un sistema de ejes cartesiano pero curvo.	El sujeto número 5 no relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con nada. Además relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de línea. *	No generan enlaces conceptuales en el nodo referente a la dimensión fraccionaria. Genera enlaces entre el nodo referente a espacio curvo y el nodo referente a línea.
6) Nunca había escuchado dimensión fraccionaria. Se debe definir las reglas. Espacio curvo lo relaciono con la teoría de la relatividad, espacio- tiempo, gravedad como consecuencia de la curvatura espacio-tiempo.	El sujeto número 6 no relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con nada. Refiere a alguna estructura axiomática. Además relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de espacio y de tiempo. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión y los nodos referentes a axioma. Genera enlaces conceptuales entre el nodo referente a espacio curvo y los nodos referentes a espacio tiempo.
7) Es un espacio pero en fracciones, un sistema fraccionario sería una parte del sistema lineal. Un espacio curvo es un espacio medido alrededor de una curva, espacio curvo serian líneas curvas.	El sujeto número 7, Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de línea. Relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de línea. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente dimensión y el nodo referente a línea. Genera enlaces conceptuales entre el nodo referente a espacio curvo y el nodo referente a línea.

8) Al escuchar dimensión fraccionaria imagino figuras que van transformándose, que haciendo un llenado parcial del espacio. Por ejemplo figuras que son de dimensión entre uno y dos. Un espacio curvo es una deformación del espacio, no existirían líneas rectas, solo líneas curvas.	El sujeto número 8 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria y el concepto de espacio, llenado y transformación. Relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de línea. *	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión fraccionaria y nodos referentes a espacio, llenado y transformación. Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a espacio curvo y el nodo referente a línea.
9) Para tener idea de una Dimensión Fraccionaria es necesario diferenciarla de una Dimensión Fraccionada ésta última es asi como si un TODO lo dividiéramos en varias partes (particiones) donde éstas se comportan como un conjunto para lo cual éste tiene en escencia menor número de elementos pero que al definir una unión de esas particiones, se obtiene el TODO.	El sujeto número 9 relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con los conceptos de espacio concreto y de superposición. De la misma manera relaciona el concepto de espacio curvo con vestigios de formas irregulares propias de la fractalidad que responden a estructuras de autosimilitud y divergencia	Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a la dimensión fraccionaria y nodos referentes a espacio concreto. Se generan enlaces conceptuales entre el nodo referente a espacio curvo y formas fractales.
El Espacio Curvo, en lenguaje coloquial, es algo así como que nos imagináramos todo tipo de objeto y superficies que tiendan a tener una curvatura, bien sea una curvatura finita o una curvatura infinita, en ambos casos, regular o irregular. Que significa eso?, bueno, si pensamos en la superficie de la tierra, si observamos la superficie de algunas frutas, o bien, la superficie de cualquier ente natural, nos damos cuenta que en dimensiones; macro o micro, la superficie tiende a ocupar un Espacio definidamente Curvo.		

Cuadro 5.2 Integración docente
Fuente: Elaboración Propia

Triangulación

Una vez realizada la integración de las unidades temáticas, tema central y descripción del fenómeno en lenguaje científico, se tomó el tema central correspondiente a cada unidad temática para someterlo al proceso de triangulación. A continuación se desplegará un cuadro donde se mostrará de manera explícita el punto de vista del alumno, el punto de vista del docente y el punto de vista del investigador. La comparación se realizará con los testimonios cuyo tema central pertenezcan a una misma clase. Se seleccionó cada tema central del dicente y se hizo un barrido de lista en los temas centrales del docente para buscar los argumentos, mediante asociación no biyectiva de elementos pertenecientes a la misma clase.

El número de unidades temáticas procesadas fueron 10 para cada informante, generando un ambiente de comparación que se considera completo en cuanto a los datos que lo constituyen ya que ningún testimonio adicional añade nada distinto de lo que aportaron los relatos precedentes. Se estaría en presencia de una saturación del tema. (Martínez, 2006)

Alumno	Docente	Investigador	Referente fenomenológico
Discente1: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con conceptos relacionados con espacio y magnitudes físicas concretas.	Docente 3: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria el concepto de línea, espacio y llenado. Relaciona espacio curvo con una función en el espacio concreto.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes visibles en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos de dimensión y de espacio concreto.	Se manifiesta un enlace conceptual generado entre el concepto de dimensión y los conceptos relativos a magnitudes físicas y a objetos concretos. Representa una visión clásica de la geometría. Se manifiesta una conexión notoria entre el objeto sensible y la idea trascendental. La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando alrededor de los conceptos clásicos de punto, línea recta y formas geométricas euclidianas ***fundamentales.***
Discente 2: Relaciona el concepto de dimensión con el concepto de línea, punto y conjunto.	Docente 7: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de línea. Relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de línea.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes visibles en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos de dimensión y de línea.	oserva como el nodo de espacio curvo despliega redes que generan enlaces indirectos con nodos conectados a la dimensión fraccionaria.
Discente 3: Relaciona el concepto de espacio curvo con los conceptos de tiempo, maleabilidad y ajuste.	Docente 5: No relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con nada. Refiere a alguna estructura axiomática. Además relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de espacio y de tiempo.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes visibles en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos de Espacio y tiempo. Presencia de vacío conceptuales en cuanto a dimensión fraccionaria.	Subord. axiomática por parte del individuo, generando un enlace conceptual ascendente entre el concepto de dimensión. Enlace entre los conceptos espacio y tiempo. Se manifiestan ejemplos de ráfagas de vacíos conceptuales en las formaciones primitivas de conceptos geométricos. Se evidencia de manera frecuente cierto vacío conceptual en lo que respecta al término dimensión fraccionaria.
Discente 4: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de espacio y el concepto de línea. También relaciona conceptos de salida y entrada. Relaciona también el concepto de espacio curvo con el concepto de línea y espacio concreto.	Docente 8: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria y el concepto de espacio, llenado y transformación. Relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de línea. Docente 6: no relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con nada. Además relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de línea.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes visibles en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos de dimensión espacio, línea y transformación. Presencia de vacío conceptuales en cuanto a dimensión fraccionaria.	Se observa en primera instancia fuertes enlaces entre los conceptos, dimensión, espacio y línea pero además de eso se evidencia de nuevo un concepto dinámico divergente del espacio. De alguna manera el alumno generó conceptos que no son estáticos en el tiempo como parte de un proceso de construcción dinámico y divergente. videncia de manera frecuente cierto vacío conceptual en lo que respecta al término dimensión fraccionaria. Este argumento fue planteado un tanto confuso aislado y distorsionado, pero de igual manera establece enlaces entre conceptos como dimensión, espacio. Se manifiestan ejemplos de ráfagas de vacíos conceptuales en las formaciones primitivas de conceptos geométricos.

Discente 5: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de sistemas de referencia y el concepto de nacimiento. Además relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de universo.	Docente 2: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de fractal.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes implícitos en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos de dimensión y transformación.	Evidente atracción hacia nodos referentes a transformación espacial.
Discente 6: Relaciona el concepto de dimensión con el concepto de espacio concreto y el concepto de curvatura. El concepto de dimensión lo relaciona con el concepto de universo.	Docente 2: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de fractal.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes implícitos en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos de dimensión espacio y transformación.	Se generan enlaces conceptuales con nodos divergentes y en constante transformación.
Discente 7: Relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de hipérbola, punto, infinito y cerradura.	Docente 1: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con conceptos relacionados métrica y con el concepto de definición. Docente4:Relaciona concepto de espacio curvo con un ente abstracto.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes implícitos en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos topológicos.	Subordinación axiomática por parte del individuo, generando un enlace conceptual ascendente entre el concepto de dimensión. La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando alrededor de los conceptos clásicos de punto, línea recta y formas geométricas euclidianas ***fundamentales.***
Dicente 8: Relaciona el concepto de espacio curvo con el concepto de infinito y el concepto generado por algunas estructuras fractales.	Docente 2: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria con el concepto de fractal.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes implícitos en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos de infinito y fractal.	Se generan enlaces conceptuales con nodos divergentes y en constante transformación.
Discente 9: Relaciona el concepto de dimensión con el concepto de tiempo y el concepto de espacio.	Docente 3: Relaciona el concepto de dimensión fraccionaria el concepto de línea, espacio y llenado. Relaciona espacio curvo con una función en el espacio concreto.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes visibles en la sintaxis del discurso. Enlace robusto común presente entre los conceptos de dimensión y de espacio concreto.	La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando alrededor de los conceptos clásicos de punto, línea recta y formas geométricas euclidianas ***fundamentales.***
Discente 10: relaciona el concepto de dimensión con espacios de desarrollo humano, familia, política, ciencia. Relaciona de manera directa con el concepto de relatividad y con el concepto de infinito.	No se encontró argumento de esta clase.	Se genera una red conceptual con elementos enlazantes visibles en la sintaxis del discurso. Enlace presente entre los conceptos de dimensión y de espacio desarrollo humano.	Se genera un campo energético entrópico representativo del caos generado por los incentivos caotizantes. Se generan campos energéticos a frecuencias distintas a las anteriores.

Cuadro 5.3 Triangulación
Fuente: Elaboración Propia

Categorización
Categorías Fundamentales

Categoría fundamental	Descripción	Referencia fenomenológica
Enlace métrico-dimensional (E.M.D.)	• Relación directa entre conceptos de dimensión y magnitudes geométricas.	• Se manifiesta un enlace conceptual generado entre el concepto de dimensión y los conceptos relativos a magnitudes físicas, con enlaces existentes entre la dimensión y los objetos reales. Representa una visión clásica de la geometría. Se manifiesta una conexión notoria entre el objeto sensible y la idea trascendental.
Enlace Fracto-Hiperbólico (E.F.H.)	• Relación indirecta entre conceptos fundamentales de la geometría fractal y conceptos fundamentales de la geometría hiperbólica.	• Se observa como el concepto de espacio curvo despliega redes que generan enlaces indirectos con nodos conectados a la dimensión fraccionaria.
Enlace axiomático-dimensional (E.A.D.)	• Relación directa entre conceptos de dimensión el conceptos de axioma.	• Subordinación axiomática por parte del individuo, generando un enlace conceptual ascendente entre el concepto de dimensión.
Enlace divergente (E.D.)	• Relación directa entre el concepto de espacio el concepto de infinito.	• Se observa en primera instancia fuertes enlaces entre los conceptos dimensión, espacio y línea pero además de eso se evidencia de nuevo un concepto dinámico divergente del espacio. De alguna manera el alumno generó conceptos que no son estáticos en el tiempo como parte de un proceso de construcción dinámico y divergente.
Enlace conceptual entrópico(E.C.E.)	• Enlace conceptual representativo de caos, libertad y transición dualidad orden-desorden.	• Se genera un campo energético entrópico representativo del caos generado por los incentivos caotizantes. Se generan campos energéticos a frecuencias distintas a las anteriores.
Trema conceptual (T. C.)	• Forma asociada a los vacíos existentes en estructuras conceptuales. Las tremas generan discontinuidades energéticas.	• Se evidencia de manera frecuente cierto vacío conceptual en lo que respecta al término dimensión fraccionaria.

Grumo conceptual (G.C.)	• Elemento primario conceptual energético presente en un coágulo conceptual.	• Este argumento fue planteado en negación, un tanto confuso aislado y distorsionado, pero de igual manera establece enlaces entre conceptos como dimensión, espacio.
Coágulo conceptual (C.C.)	• Forma asociada a la posesión estructuras conceptuales con ciertas discontinuidades energéticas.	• Se manifiestan ejemplos de ráfagas de vacíos conceptuales en las formaciones primitivas de conceptos geométricos.
Nodo Conceptual (N.C.)	• Cada concepto inicial emitido como incentivo caotizante genera conceptos con múltiples enlaces en la red conceptual, desencadenando un cambio entrópico en las estructuras cognitivas y por ende en las estructuras energéticas.	• La red conceptual generada con el enunciado se sigue desplegando alrededor de los conceptos clásicos de punto, línea recta y formas geométricas ***clásicas.***

Cuadro 5.4 Categorización específica.
Fuente: Elaboración Propia

Categorías Generales

Categorías Generales	Descripción	Referente fenomenológico
Atractor conceptual	• Campo energético conceptual al cual la red evoluciona en un tiempo suficientemente largo.	• Se muestra claramente como el hecho de evocar conceptos en ambas geometrías, se manifiestan en la generación de nuevos campos cognitivos que se ven atraidos por estructuras conceptuales inherentes a la trilogía Espacio-Tiempo-Transformación.
Atractor conceptual espacial	• Campo energético conceptual espacial al cual la red evoluciona en un tiempo suficientemente largo.	• Se manifiestan argumentos que nuevamente ratifican la tendencia a relacionar el concepto de dimensión con ocupación espacial concreta, de hecho tenemos vestigios de una metacognición realizada por el mismo individuo entrevistado.
Atractor conceptual Temporal	• Campo energético conceptual de tiempo al cual la red evoluciona en un tiempo suficientemente largo.	• Los conceptos topológicos de flexibilidad y maleabilidad están relacionados en los campos conceptuales, con el concepto de tiempo, que a su vez indica dinamismo.
Atractor conceptual de transformación	• Campo energético conceptual de transformación al cual la red evoluciona en un tiempo suficientemente largo.	• Se observa la generación de campos conceptuales dinámicos de características topológicas al utilizar términos como ajustable, flexible y maleable. • Se observan efectos caóticos que generan el evocar el concepto de dimensión fraccionaria; de la misma manera expresa reordenamiento y reestructuración de los campos conceptuales individuales. • Al momento de argumentar con respecto al término. espacio curvo, interpreta la cuarta dimensión como el inicio de un proceso dinámico de deformación topológica. • Se establece una asociación entre el concepto de dimensión y varios términos pertenecientes a las ciencias sociales, es decir no se limita a relacionar a la dimensión con espacios matemáticos y físicos, sino con espacios derivados del análisis de los fenómenos sociales. • Se observa una serie de argumentos que evidencian la generación de campos conceptuales referentes al dinamismo. Términos como “nace” al evocar el concepto de dimensión fraccionaria y “amolda” al evocar el concepto de espacio curvo, genera nuevamente un enlace conceptual dinámico de construcción progresiva y constante transformación.
Enlaces Conceptuales	Relación directa o indirecta de tipo referencial lingüístico, entre uno o más nodos conceptuales. Acoplamiento energético entre campos electromagnéticos conceptuales.	• En primera instancia se pudiera hablar de enlaces dinámicos y caóticos supeditados a ciertos grumos y tremas en el proceso de percepción, pero de igual manera se muestran interconectados de forma jerárquica autosemejante. Se establecen enlaces en ramas alejadas de los nodos de la red, así como también enlaces en niveles energéticos superiores, es decir en campos conceptuales más genéricos, generando una trilogía conceptual Espacio-Tiempo-Tranformación.

Cuadro 5.4 Categorización general.
Fuente: Elaboración Propia

Estructura de las categorías

A continuación se muestra la estructura jerárquica de las categorías establecidas en la sección anterior. Esta estructura no pretende expresar la forma de la red. Con lo expresado en las secciones anteriores se puede interpretar muy fácilmente que la red conceptual es de forma compleja y que posiblemente responda a modelos fractales. Esta estructura presentada más bien pretende establecer un nivel jerárquico energético de evolución de la red conceptual.

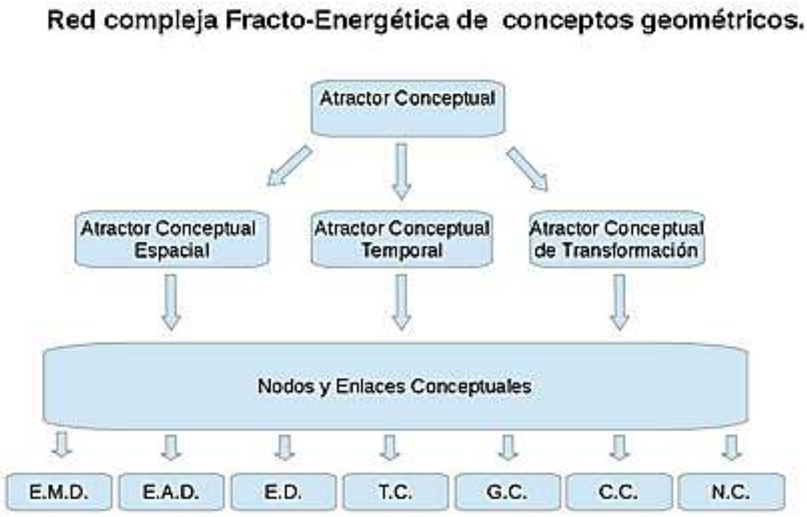


Figura 5.5 Red Fracto-Energética de Conceptos Geométricos
Fuente: Elaboración Propia

Referencias.-

- Flores, S. (2013). Estudio de la Geometría Hiperbólica. Conferencia: Enlace conceptual entre la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica. Auditorio de la Facultad de Ciencias de la Educación, 25 de Abril de 2013. Universidad de Carabobo.
- Ruggiero, R. (2013). Fundamentos conceptuales de la Geometría Hiperbólica y la Geometría Fractal. Conferencia: Enlace conceptual entre la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica. Auditorio de la Facultad de Ciencias de la Educación, 25 de Abril de 2013. Universidad de Carabobo.
- Sanguino, O. (2013). Geometría Fractal y Sociedad. Conferencia: Enlace conceptual entre la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica. Auditorio de la Facultad de Ciencias de la Educación, 25 de Abril de 2013. Universidad de Carabobo.
- Tesorero, J. (2013). Cambio de concepción geométrica a través de la historia; tránsito de la geometría euclidiana a otras geometrías. Conferencia: Enlace conceptual entre la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica. Auditorio de la Facultad de Ciencias de la Educación, 25 de Abril de 2013. Universidad de Carabobo.

Continúa en el próximo número…

CONSTRUCCIÓN DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS PARA LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO MATEMÁTICO DE LÍMITE. (Parte III).

Por: Msc. JAVIER BRIZUELA DÍAZ - javivi83@hotmail.com
FACE - UC

Tomado de:
Construcción de representaciones semióticas para la comprensión del concepto matemático de límite. Parte III. Capítulo II: Marco Teórico. Pp. 20-62. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación (FACE). Bárbula, Junio 2012.

Índice:

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

Antecedentes de la investigación

Cuando se desarrolla el contenido teórico que fundamenta toda actividad investigativa, es crucial hacer una revisión del conjunto de trabajos previos que, de manera directa o indirecta, tienen relación con el tema que se desea abordar, puesto que éstos pueden constituirse en guía u orientación en la ejecución de las acciones de indagación para la búsqueda apropiada de información. En este sentido, se mencionarán cronológicamente una serie de trabajos previos que aportan fundamentos epistemológicos y teóricos que sirven de soporte a esta investigación.

Blázquez y Ortega (2000) en su trabajo **"**Rupturas en la comprensión del concepto de límite en alumnos de bachillerato" del 2º curso de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales, indican que los alumnos olvidan rápidamente los conceptos estudiados y no permiten añadir a su estructura mental nuevos conceptos matemáticos para consolidar los ya obtenidos, erigiendo barreras para entender y comprender la noción del límite. Así mismo, constatan entre las debilidades con respecto a los diversos registros semióticos del límite las siguientes:

De índole numérica: Los alumnos tienen problemas con el orden cuando los números se expresan en forma decimal. Observan aproximaciones y dan poca importancia al error (se fijan en la forma del número y, así, cuando la parte decimal no son «nueves» suelen escoger una aproximación que no es la mejor). Tienen problemas con el cálculo de errores y, sobre todo, no siempre los utilizan para comparar aproximaciones (alguno de ellos compara dos aproximaciones restándolas entre sí, no restándolas del número que aproximan). Además, cuando tienen que buscar aproximaciones, éstas no son muy buenas, puesto que no aceptan los números racionales y suelen tomar números naturales (con lo cual no es posible aproximarse demasiado a números que no sean naturales).

De índole gráfico: Los alumnos se fijan en los puntos de la curva y no en los valores de los ejes cuando tienen que observar una aproximación, confirmándose que para ellos la gráfica sólo es un conjunto de puntos o un dibujo, pero no una forma de relacionar las variables.

En la ilustración numérica: Los alumnos tienden a seguir todos los pasos con algunas dificultades, como el paso de la observación de las aproximaciones de las imágenes a la observación de los valores de la variable independiente y la búsqueda de entornos. Son capaces de construir entornos adecuados en la ilustración numérica si son dirigidos adecuadamente a tal fin, sin embargo, en la división de la tarea en pequeños pasos hace que pierdan la visión global y no son capaces de enunciar la propiedad que cumple el límite.

Por otra parte los alumnos se resisten a aceptar la no-existencia de límite y, en consecuencia, la búsqueda del mismo lleva a una situación en la que afloran obstáculos como la identificación del límite con el valor de la función en el punto o la confusión entre el valor al que tiende la variable y el límite.

Lo expuesto en este trabajo investigativo connota la complejidad que envuelve en esencia el concepto de límite y su aprendizaje, en cuanto los sujetos cognoscentes se involucran en un contexto formalizado de aprendizaje memorístico y no logran emplear las múltiples representaciones semióticas implícitas en este concepto matemático y que es recurrente en la concepción esencial del mismo.

Blázquez y Ortega (2001) en su trabajo "Los sistemas de representación en la enseñanza del límite" (publicado en la Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Vol. 4, No. 3, p. 219-236) señalan que el aspecto de la representación tiene cada vez más peso en la enseñanza, y por tanto, es necesario utilizar sistemáticamente varias formas de representación e incidir en sus relaciones para que los alumnos no tengan una visión sesgada del concepto. Con base a este postulado elaboran la temática investigativa cónsona con la noción del límite en alumnos de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales en el Sistema Educativo Español.

Para ello realizaron una investigación cualitativa, incluyendo en las diversas tareas asignadas un considerable número de representaciones semióticas (verbal, algebraico, numérico y gráfico) con el fin de estudiar no sólo la comprensión en cada uno de ellos, sino de comprobar si la imagen conceptual que los alumnos tienen del límite se enriquece al considerar este desde distintas perspectivas.

Una vez culminada la investigación señalan de manera general:

1) La utilización de distintos sistemas de representación a la hora de trabajar el concepto de límite choca con las dificultades del cambio del sistema de representación, que puede ser, en parte, un obstáculo didáctico, puesto que en la enseñanza tradicional se ha abusado del registro algebraico y, además de descuidar el resto de la representaciones, no se ha incidido en los cambios entre ellos.
2) En la secuencia de enseñanza se puso de manifiesto cómo el uso de distintas representaciones favorece el aprendizaje, y lo hace de dos formas: por un lado compensa las limitaciones de unas representaciones con otras, y por otro, permite que los alumnos se formen una imagen conceptual más rica, pudiendo escoger la representación más apropiada para cada situación.

Este trabajo coloca de manifiesto el papel ilustrativo que evoca la utilización de diversas representaciones semióticas para lograr comprender un mismo problema desde múltiples puntos de vistas y confrontar la estereotipada enseñanza tradicional que privilegia la representación algebraica, por una concepción amplia que permita articular y emplear las representaciones semióticas presentes en la concepción del concepto de límite.

Páez (2002) elaboró una investigación sobre la “Reconstrucción del concepto del límite: estudio de un caso”. El objetivo de este estudio fue investigar la reconstrucción del concepto de límite en estudiantes de postgrado (17 estudiantes de una maestría de educación matemática que han ejercido como profesores de Matemática y/o Cálculo) - de la Universidad Francisco de Paula, Cúcuta-Colombia- en un ambiente de aprendizaje cooperativo, de debate científico y de autorreflexión, en la cual se expuso aspectos generales de lo investigado y un caso específico con uno de los alumnos.

Para ello diseñó veintidós actividades, las cuales incluían diferentes representaciones del concepto de límite (gráfica, numérica, algebraica y en el lenguaje natural) y para su resolución se verían obligados a realizar procesos de conversión entre representaciones.

Los resultados obtenidos en esta investigación los estratificó en dos rubros:

1. Las dificultades presentes en estos estudiantes son las siguientes:

- ✓ $\lim_{x\to c} f(x) = \infty$ Una dificultad, con respecto a la notación de límite; es que varios estudiantes creen que esto significa que el límite de la función cuando *x* tiende a *c*, existe; evidenciando la dificultad en la interpretación de una igualdad, en esta expresión.

2. Diferentes concepciones de límite que presentan los estudiantes:

- ✓ Algunos de los estudiantes tienden a la idea de considerar límite como el valor que toma la función en el punto que se está analizando, sin importar si la función es continua o no, en otras palabras, consideran el proceso al infinito como una simple sustitución, concepción que conduce a una respuesta correcta cuando la función es continua, pero en el caso contrario conlleva a una respuesta incorrecta.
- ✓ En el proceso de demostración, una concepción que se detectó en muchos de ellos, es que para cada épsilon basta tomar el delta igual a épsilon. Esta estrategia es correcta para el caso de algunas funciones.
- ✓ En cuanto a la construcción del concepto de límite también se constató que algunos estudiantes poseen concepciones no muy refinadas de este concepto, como por ejemplo la concepción de límite como aproximación, como una simple sustitución.

Esta investigación demuestra que aun cuando son profesionales en el área de matemática tienden a reflejar debilidades en la connotación del concepto de límite lo que conduce a una revisión epistemológica de los conocimientos adquiridos en referencia a la ontología de este concepto matemático y lo relativo al quehacer cotidiano en el aula de clases.

Porcel, Ramírez y Caputo (2003) investigaron los “Conocimientos previos sobre Límite Funcional y Continuidad en alumnos de un curso de Análisis Matemático de FACENA. Años 2002-2003” de la Universidad Nacional de Nordeste, Argentina. Tuvo como objetivo principal identificar las concepciones y obstáculos epistemológicos y didácticos que dificultan la construcción de este concepto matemático por parte de estudiantes universitarios de matemática.

Las pruebas diagnósticas aplicadas para la consecución de la investigación, implicaron la ejecución, por parte de los alumnos, de los procesos cognitivos de definir e identificar, explícitos estos términos por los autores como *definir* referido a establecer mediante una proposición las características necesarias y suficientes del objeto de estudio e i*dentificar* referente a distinguir el objeto de estudio matemático sobre la base de sus rasgos esenciales; determinar si el objeto pertenece a una determinada clase de objetos que presentan ciertas características distintivas; todo ello basándose en lo señalado por J.R. Delgado Rubí (1995) que la formación de ambas habilidades – definir e identificar - complementan al sujeto de un recurso teórico insustituible para la toma de decisiones y la resolución de problemas contribuyendo, por lo tanto, a la formación de un pensamiento matemático riguroso, reflexivo y profundo.

Entre las conclusiones más resaltantes a las que llegaron se tienen:

- ✓ Surgen marcadas deficiencias globales de la población en estudio en la comprensión y aplicación de los conceptos de Límite funcional y continuidad.
- ✓ Resulta llamativo que un elevado porcentaje de alumnos que han estudiado Límite Funcional y Continuidad no sólo en R, sino también en R^n, sólo trabaja en R o sin mencionar ningún espacio, lo que sugiere un marcado impacto del primer curso en una sola variable real en la construcción de estos conceptos y que cuentan sólo con ideas rudimentarias.
- ✓ En la población en estudio aparece como un obstáculo del aprendizaje la construcción del concepto de Límite Funcional, la omisión de considerar un entorno reducido del punto.
- ✓ Acerca de la noción de continuidad, aparece como un obstáculo del aprendizaje la omisión de una o más de las tres condiciones que deben cumplirse, limitando las posibilidades de comprensión y aplicación de este concepto.
- ✓ El análisis de variables referidas a habilidades procedimentales denota que los alumnos han desarrollado capacidad para la demostración pero más orientación al cálculo que al análisis, tal vez, a raíz del enfoque de los cursos anteriores.
- ✓ Las deficiencias en la comprensión y utilización del lenguaje simbólico, por ejemplo, para comprender el alcance de una expresión o su cambio de significado por diferencias sutiles en los cuantificadores, configuran uno de los obstáculos que dificultan la construcción del concepto de Límite funcional.
- ✓ Los alumnos tienden a trabajar con la noción de continuidad y no con la de continuidad local (continuidad en un intervalo/continuidad en un punto), aun conociendo ambas definiciones, lo que podría estar originado en el tipo de ejercitación de los cursos anteriores.
- ✓ La inexistencia de correlaciones estadísticamente significativas que hacen aparecer la resolución de los ejercicios de la prueba como fenómenos independientes, estaría denotando deficiencias en la utilización de los conceptos, conocimientos rígidos, memorísticos, de difícil transferencia, tal vez producto del estilo institucional de enseñanza y de evaluación.

La investigación revela que los sujetos cognoscentes al abordar el concepto de límite se parcializan únicamente en una representación semiótica aprendida y con ideas rudimentarias para comprender y usar el lenguaje formal particular de límite, tendientes al desarrollo simple del cálculo algebraico, dejando de lado las diversas representaciones semióticas que revisten ontológicamente el concepto matemático en cuestión, por lo que se erigen así, barreras para la articulación y coordinación de varias representaciones semióticas que dan curso a la construcción del concepto matemático.

Bejarano (2006) en su trabajo "Pensamiento matemático asociado al límite de funciones trigonométricas" señalan que existen debilidades en el proceso enseñanza aprendizaje con respecto al tema de límite de funciones reales de variable real, pues los alumnos que conformaron la muestra visualizaron el concepto de límite usual como una línea fronteriza que a su vez representó un tope máximo. Para ellos esta barrera que divide es infranqueable, debido a que asumen una posición invariante, así, la idea de aproximación implícita en el concepto de límite (acercarse por la izquierda y por la derecha) no la conciben dentro de un contexto no formalizado de la definición.

Las investigaciones descritas son relevantes para el desarrollo de este trabajo puesto que permiten evidenciar, en un primer momento, las debilidades presentes en el sujeto cognoscente al tratar con el concepto de límite y los obstáculos que implícitamente se encuentran en la naturaleza de dicho concepto; a su vez, enfatiza lo fundamental de aprender a realizar conversiones en distintas representaciones semióticas como una actividad necesaria, por lo que la coordinación entre dichas representaciones es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento matemático, dado que, entre las habilidades matemáticas necesarias para resolver un problema, se combinan generalmente, tratamientos y conversiones. La diferenciación de representaciones semióticas y la coordinación entre ellas son los puntos sustanciales para la aprehensión del concepto y el desarrollo de operaciones necesarias para combinar las distintas formas semióticas en la resolución presente en un problema determinado.

Bases Teóricas

La Educación Matemática constituye una disciplina que tiene como campo de estudio la problemática específica de la transmisión y adquisición de contenidos, conceptos, teorías, y operaciones matemáticas en el contexto de las diversas instituciones escolares y otras instancias educativas (formalizadas o no), y que se expresa en forma de conocimientos teóricos y prácticos. Por ello, para Ponte (1993) la Educación Matemática viene a ser:

> el área del saber que procura estudiar de modo sistemático y consistente los problemas que afectan la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática; así como también la formación de profesores y el contexto curricular, institucional, social y cultural en que se desenvuelve la acción educativa (p. 95).

Desde el punto de vista conceptual, la Educación Matemática, en principio, pretende construir explicaciones teóricas, globales y coherentes que permitan entender el fenómeno educativo en general y que, al mismo tiempo, ayuden a resolver satisfactoriamente situaciones problemáticas particulares. Para ello, se debe desarrollar técnicas de estudio y de investigación, así como encontrar formas propias de contrastar los resultados teóricos con la realidad que éstos pretenden modelar. La Educación Matemática no diferiría, en este sentido, de otras actividades científicas ni en sus propósitos ni en sus métodos y tendería a parecerse más a las ciencias empíricas que a las disciplinas especulativas.

Aprendizaje de las Matemáticas

El aprendizaje de las matemáticas constituye un campo de estudio privilegiado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales tales como: la conceptualización, el razonamiento, resolución de problemas y la comprensión de textos. La particularidad del aprendizaje de las matemáticas implica que estas actividades cognitivas requieran de la utilización de sistemas de expresión y de representaciones distintas a los del lenguaje natural o de las imágenes. ¿Es esencial esta utilización de varios sistemas semióticos de representación y de expresión, o al contrario, no es más que un medio cómodo pero secundario para el ejercicio y para el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales?

El primer argumento, es que no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un concepto de su representación. No confundir jamás los conceptos matemáticos (límite, derivadas, integrales y otros.) con sus representaciones, es decir, las escrituras, cuantificadores, símbolos, gráficos entre otros. Pues, un mismo concepto matemático puede darse a través de representaciones muy distintas. Toda confusión entre el concepto y su representación provoca, en un plazo más o menos amplio, una perdida en la comprensión.

El segundo argumento, es más psicológico, implica conceptos como:

Representaciones mentales: Todo aquel conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre aquellos que le está asociado.

Representaciones semióticas: Aquellas producciones constituidas por el empleo de signos, no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros.

En matemáticas, las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino que son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma. De manera más global, se puede constatar que el progreso de los conocimientos se acompaña siempre de creación y del desarrollo de sistemas semióticos nuevos específicos que más o menos coexisten con el primero de ellos, el de la lengua natural. Así la formación del pensamiento científico es inseparable del desarrollo de simbolismos específicos para representar los objetos y sus relaciones.

Por último, desde un punto de vista más genético, las representaciones mentales y las representaciones semióticas no pueden oponerse como dominios totalmente diferentes. El desarrollo de las representaciones mentales se efectúa como una interiorización de las representaciones semióticas de la misma manera que las imágenes mentales son una interiorización de los preceptos. A esto es necesario añadir el hecho de que la pluralidad de sistemas semióticos permite una diversificación tal de las representaciones de un mismo objeto, que aumenta las capacidades cognitivas de los sujetos y por tanto sus representaciones mentales.

Duval (1999) enfatiza la importancia de la representación en matemáticas, al explicar que no es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a ella, de la misma manera, establece que es posible representar un concepto matemático en diversos registros de representación. Por ejemplo, una palabra escrita, una notación, un símbolo o una gráfica representan a un objeto matemático. Asimismo, un registro está constituido por signos tales como símbolos, iconos o trazos, es decir, son medios de representación semiótica.

Representación en educación matemática.

En la década de los 80 del siglo XX, se detecta un empleo sistemático de la noción de representación en Educación Matemática. En estos trabajos, el concepto de representación se toma como equivalente a una señal externa que muestra y hace presente un concepto matemático, también como signo o marca con el que los sujetos piensan las matemáticas e, incluso, como aquellos esquemas o imágenes mentales con los que la mente trabaja sobre ideas matemáticas. Entre varias alternativas conceptuales similares pero no equivalentes: símbolos (Skemp, 1980), sistema matemático de signos (Kieran y Filloy, 1989), sistemas de notación (Kaput, 1992), sistema de registros semióticos (Duval, 1993), la comunidad se decantó por dar prioridad al uso del término representaciones.

Las representaciones matemáticas se han entendido desde entonces, en sentido amplio, como todas aquellas herramientas —signos o gráficos— que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y con las cuales los sujetos particulares abordan e interactúan con el conocimiento matemático, es decir, registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas.

Mediante el trabajo con las representaciones las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas (Radford, 1998), de aquí que, las representaciones se han considerado parte esencial del aparato conceptual necesario para analizar los procesos de aprendizaje y comprensión de las matemáticas.

Papel de las Representaciones en el acto de conocer y comprender.

La noción de representación es un concepto clave en la filosofía del conocimiento, que se ha manejado y sometido a crítica de manera sistemática, para entender e interpretar el modo en que los seres humanos conocen y comprenden, mediante estos y otros conceptos se aborda el estudio del conocimiento humano. La tradición racionalista ha postulado una entidad intermedia entre el sujeto y el objeto, a la que llama representación, ya sea intelectual o imaginativa.

Entender el conocimiento humano es un problema central en la reflexión filosófica: ¿Cómo es que el hombre puede tener presentes los objetos del mundo externo? ¿Dónde y cómo se ubican los conocimientos? Conocer consiste en tener la idea o noción de alguna cosa; llegar a saber por el ejercicio de las facultades intelectuales la naturaleza, cualidades y relaciones de las cosas; tener en la mente la representación de alguien o algo; percibir el objeto como distinto de todo lo que no es él; distinguir a alguien o algo entre otros semejantes (Cuervo, 1998; Seco, Andrés y Ramos, 1999).

En este mismo orden de reflexión, comprender significa percibir mentalmente algo, captar el significado de algo, entender con claridad lo que quiere decir alguien, conocer en un objeto todo lo que en él es conocible, llegar a conocer la naturaleza o modo de ser de una cosa (Cuervo, 1998; Seco, Andrés y Ramos, 1999). La comprensión resulta así un modo destacado del conocimiento.

Conocer es una actividad intencional, dirigida a un estado de cosas que debe aprehenderse, que tiene como resultado lo que se denomina saber disponible intersubjetivo, organizado y estructurado mediante representaciones (Krings, Baumgartner y Wild, 1979). El conocimiento humano es central en los procesos de enseñanza y aprendizaje, procesos que tienen como objetivo final el incremento de la comprensión sobre un campo concreto.

La historia de la filosofía y de la ciencia muestra la riqueza de sentidos e interpretaciones que tiene la noción de representación:

Platón (1988), en el mito de la caverna, postuló que nuestro conocimiento es representación de un mundo de ideas, a las cuales tenemos acceso indirectamente. Así mismo Descartes, en el discurso del método, cuando enuncia los principios que deben guiar su entendimiento, propone admitir exclusivamente en palabras de Descartes (1993) “aquello que se presentara tan clara y distintamente a mi espíritu que no tuviera motivo alguno para ponerlo en duda” (p. 55).

Kant (1978) sitúa la noción de representación en la base de su epistemología en la crítica de la razón pura:

> ¿Cómo podría ser despertada a actuar la facultad de conocer sino mediante objetos que afectan a nuestros sentidos y que ora producen por sí mismos representaciones, ora ponen en movimiento la capacidad del entendimiento para comparar esas representaciones, para enlazarlas o separarlas y para elaborar de ese modo la materia bruta de las impresiones sensibles con vistas a un conocimiento de los objetos denominado experiencia? (p. 1)
>
> Los sentidos representan los objetos tal como se manifiestan, mientras que el entendimiento los representa tal y como son. El entendimiento y la sensibilidad que nosotros poseemos sólo pueden determinar objetos si actúan conjuntamente, si los separamos tendremos intuiciones sin conceptos o conceptos sin intuiciones. (p. 314).

Para Kant no hay otro sujeto más que el que piensa y no hay otro objeto cognoscible que el que obedece a las exigencias de la representación. Muchos otros filósofos también se han ocupado de profundizar en la noción de representación, tratando de entender algunos de sus enigmas. Entre ellos han destacado Husserl, Heidegger y Wittgenstein (Llano, 1999). No es objetivo de este trabajo hacer un estudio filosófico sobre la noción de representación, sólo indicar su importancia en la historia de la filosofía, señalar algunas de sus dificultades y poner de manifiesto su complejidad.

Para Duval (1996) las representaciones son fundamentales en la comprensión de la matemática, pues sus objetos de estudio son construcciones de la mente y se requiere de representaciones para interactuar con ellos.

Diversidad de representaciones.

La representación es un acto creador, consiste en cambiar de aspecto un mismo dato para verlo de otro modo. No se trata de un cuadro mental, interior e incomunicable, sino el esfuerzo por recoger la polisemia de lo percibido, el desplazamiento que permite modificar su aspecto. No es un estado sino una práctica, una técnica, una manera de tratar lo percibido y lo pensado.

Cada tipo de representación se crea su propio objeto, sin medida común que permita reunirlos a todos, según Eaudeau (1999) señala que la disyunción entre lo que se ve allá, pero no se puede decir, y lo que se dice aquí sin hacerlo ver, no es más que la réplica en el seno mismo de la representación; Lo real no está dado, se confecciona en figuras cambiantes, ninguna será verdadera, la representación no tiene modelo, no reproduce nada, hace por sí sola todo el original, ella es la creación.

Siguiendo a Wittgenstein (1988) cuando reflexiona sobre los diversos juegos de lenguaje matemáticos, es posible sostener que cada concepto matemático viene establecido por sus diferentes significados y usos, y por tanto, por diversas representaciones. Son los usos de cada concepto los que establecen por extensión su campo semántico, y cada modo significativamente distinto de entender un concepto necesita de un sistema de simbolización propio, de algún modo de representación para ser distinguible.

Desde una perspectiva cognitiva esta reflexión implica que cada concepto o estructura matemática necesita para su total comprensión del empleo y juego combinado de más de un sistema de representación. No es usual considerar cuáles son los aspectos y propiedades de un concepto que se destacan mediante cada tipo de simbolización, cada uno de los modos de representación, junto con las reglas que los acompañan, propone una caracterización distinta del correspondiente concepto; Identificar los conceptos con cualquiera de sus representaciones es una simplificación escolar, inadecuada para la investigación en Educación Matemática, por ello se deben diferenciar varias representaciones en cada concepto.

Las características distintivas de los conceptos y estructuras matemáticas es lo que hace necesario emplear diversas representaciones distintas para captarlos en toda su complejidad, como han puesto de manifiesto varios investigadores (Castro, 1995; Goldin, 1993; Janvier, 1987; Kaput, 1987; Romero 1995; Ruiz, 2000). Duval (1993) sostiene la necesidad de diversos sistemas semióticos ligados a un mismo concepto matemático y establece que las diferentes representaciones semióticas de un concepto matemático son absolutamente necesarias; esto lleva a la necesidad de considerar las relaciones entre los diversos sistemas de representación para un mismo concepto.

Concepción de Límite

Los conceptos matemáticos implican el uso de registros semióticos para su apropiación cognitiva; pero no todos tienen el mismo grado de complejidad y generalidad, ni son igualmente centrales para la comprensión de la disciplina matemática, tal es el caso del concepto de límite cuya complejidad se expresa en una multiplicidad de registros y genera diferentes niveles de abstracción y de significados.

El concepto de límite puede ser expresado en varios sistemas de representación, por ejemplo, diversos registros tales como: Registro numérico, cuando mediante una tabla de valores, es posible acercarse a un determinado valor utilizando aproximaciones mayores por un lado y menores por el otro. Registro gráfico, cuando en un sistema de coordenadas cartesiana, puede representarse la función y las aproximaciones a un determinado valor o cuando en distintos gráficos se puede interpretar este concepto. Registro simbólico, cuando es posible definir el límite de una función aplicando la simbología adecuada, apoyado en la lógica formal. Registro verbal, cuando es posible definir el concepto utilizando palabras del vocabulario.

A su vez, el límite corresponde al empleo de diversos conceptos matemáticos entre estos se encuentran: variable, número, número real, axioma del supremo, entorno, sucesión, función, función continua, infinitesimal, continuo y otros, que son necesarios para su aprehensión.

Evolución histórica del concepto Límite

Puede observarse cómo la definición formal del límite, actualmente consensuada en la comunidad matemática y expresada en términos $\varepsilon - \delta$, tiene una historia llena de momentos acentuados por contextos sociohistóricos implícitos al paradigma e intereses propios de cada época. A través del tiempo, matemáticos como Newton, Wallis, D´Alembert, Cauchy y Weierstrass, entre otros, fueron proponiendo diferentes definiciones, no hay una más correcta que la otra, sino por el contrario, deben ser interpretadas en el contexto que le dio origen.

El pasaje evolutivo del concepto de límite responde al desarrollo de herramientas matemáticas sopesada por el paradigma en los que se situaban los matemáticos en cada época, es relevante explicitar la profundización de fundamentos a través de una introspección epistemológica que permita identificar las concepciones que transitó el concepto de límite hasta llegar a su versión actual.

Concepción geométrica

Está relacionada con situaciones ligadas al contexto geométrico. Se han considerado tres categorías de concepciones correspondientes a tres épocas:

Antigüedad Griega - Época Clásica (S. VI a.C – S. III a. C)

Rigurosa – Eudoxo – Euclides:

Método de exhaución

Se atribuye a Eudoxo, aunque su utilización más conocida la hizo Arquímedes sobre la Esfera y el Cilindro y en La cuadratura de la Parábola. El método se aplicaba al cálculo de áreas de figuras, volúmenes de cuerpos, longitudes de curvas, tangentes a las curvas, otros. Consiste en aproximar la figura por otras en las que se pueda medir la correspondiente magnitud, de manera que ésta vaya aproximándose a la magnitud buscada.

Por ejemplo para estimar la superficie del círculo se inscriben y circunscriben polígonos regulares de n lados cuya superficie se conoce (en definitiva es la de n triángulos isósceles) luego se duplica el número de lados de los polígonos inscriptos y circunscriptos hasta que la diferencia queda exhausta. Arquímedes halló la superficie del círculo con este método llegando a polígonos de noventa y seis lados.

Señala Sierpinska (1987) que el paso al límite no es una operación matemática, sino que está oculta en el método de exhaución, para probar ciertas relaciones entre magnitudes. (p.32).

Época Greco-Alejandrina (S. III a .C. – S. II)

Heurística – Rigurosa – Arquímedes:

En la época griega se presentan situaciones que dan oportunidad a las primeras manifestaciones intuitivas del concepto de límite. Tienen que ver con el encuentro de procesos geométricos infinitos que surgen de las paradojas de Zenón, el descubrimiento de los inconmensurables o irracionales y la comparación de áreas y volúmenes de figuras curvilíneas por aproximación de figuras rectilíneas. Cornu (1991) por su parte explica que el problema de calcular el área del círculo proporcionó una oportunidad para desarrollar herramientas muy similares al concepto de límite. (p.159).

El paso al límite está implícito en el método heurístico de aproximaciones sucesivas que conducen a hallazgos gracias a la intuición geométrica y conocimiento sobre mecánica y que luego demuestra por reducción al absurdo.

Renacimiento (S. XV. – S. XVII)

Heurística de Aproximación Finita- Cavalieri - Kepler:

A finales del siglo XVI y comienzos del siglo XVII, los matemáticos del renacimiento, basados en el método de Arquímedes, pero tratando de evadir la rigurosidad del método de exhaución y aprovechando la inserción del infinito en los razonamientos matemáticos por algunos filósofos escolásticos, surgen nuevos métodos para resolver problemas de área de figuras curvilíneas. Por ejemplo tanto Stevin (1548-1620) como Luca Valerio (1604) se aproximan a la idea de límite aunque en lo geométrico al indicar la condición necesaria para la existencia de un límite al saber “que la diferencia entre determinadas áreas puede hacerse menor que un área específica” Boyer (1959) (pp. 48,105-106).

Método de los indivisibles de Cavalieri (1598-1647). Fue utilizado para determinar áreas de figuras planas y volúmenes de cuerpos. Método que ocupa un lugar intermedio entre las rigurosas concepciones de Arquímedes y los nuevos métodos infinitesimales de Newton, Leibniz y Kepler (1571- 1630) inicia los planteamientos del infinitamente pequeño, para el cálculo de áreas, superficies, barridas en el movimiento planetario, volúmenes, estudio de curvas representando trayectorias de movimiento.

El paso al límite no es una operación matemática, pero está presente en el método heurístico que permite la búsqueda de lo que no conocemos más que aproximaciones. La heurística se acude a la intuición geométrica, al libre uso del infinito y extensos cálculos geométricos, para hallar resultados cuantitativos.

Invariantes de la concepción geométrica:

El límite se aplica a magnitudes geométricas, tales como: áreas, volúmenes, superficies, barridas, ángulos de rotación. En la época griega se considera como una aproximación de procesos geométricos infinitos, dada por la intuición geométrica o espacial y en el renacimiento el límite se considera como una aproximación finita, como que toma una de un número finito de cantidades que se aproximan al límite como la mejor aproximación, y no tanto como se desee. El infinito que es un concepto consustancial a la noción de límite se rechaza y evade en matemáticas, generándose el obstáculo "Horror al infinito" (Cantor) que impide ver el proceso de aproximación como una operación que llega a un resultado (límite).

Sistema de representación de la Concepción Geométrica:

Aproximaciones de áreas mediante construcciones geométricas con regla y compás, basadas en iteraciones indefinidas. Suma infinita de magnitudes infinitamente pequeñas. Aproximaciones de volúmenes mediante cálculos numéricos. Fracciones decimales y la notación decimal (Stevin).

Concepción Heurística de Aproximación Cinética Infinitesimal de Newton (1643-1727):

Uno de los aportes más relevantes de Newton a la evolución del concepto de límite, fue darse cuenta que para calcular una razón de cambio instantánea (velocidad instantánea) era importante considerar procesos infinitos entre dos valores suficientemente próximos. Su centro de interés fue la resolución de problemas de movimiento y variación que implican el cálculo de velocidades, distancias, aceleraciones y otros. Problemas de tangentes y cuadraturas. Rectificación de curvas, máximos y mínimos y series infinitas.

El concepto de límite transita tácitamente en sus métodos, específicamente cuando calcula la fluxión. La teoría de fluxiones resuelve dos problemas: la determinación de la relación entre fluxiones, conocidas la relación entre fluentes y el recíproco, dada la relación entre fluxiones, encontrar las fluentes. Para resolver estos problemas aplicó métodos rigurosos basados en el uso de cantidades infinitamente pequeñas. Para el propio Newton en estos métodos resolutivos no se explicaban de forma satisfactoria. En 1704 en su obra Tractatus quadratura curvarum en Boyer (1992), explicita el método de las "razones primeras y últimas", en la que el incremento de la variable se "desvanece", lo que supone la explicitación de una idea de límite y presenta la solución del problema de la siguiente manera:

> Fluya una cantidad x uniformemente; ha de encontrarse la fluxión de la cantidad x_n. En este tiempo, la cantidad x, al fluir, se convierte en $x+o$, la cantidad x_n resultará $(x+o)_n$; que por el método de las series infinitas es $x_n + nox_{n-1} + ((n_2 - n)/2)o_2x_{n-2} + \cdots$ y los incrementos o y $nox_{n-1} + ((n_2 - n)/2)o_2x_{n-2} + \cdots$; estarán entre sí como 1 y $nox_{n-1} + ((n_2 - n)/2)o_2x_{n-2} + \cdots$. Desvanézcanse ahora aquellos incrementos, y su última razón será 1 a nx_{n-1}; y por eso, la fluxión de la cantidad x es a la función de la cantidad x_n como 1 a nx_{n-1}. Pero en donde está más cerca la idea de límite lo describe en su principia así: Cantidades, y la razón de cantidades, que en cualquier intervalo finito de tiempo convergen continuamente a la igualdad, y que antes del final de dicho tiempo se aproximan una a la otra más que cualquier diferencia dada, se hacen finalmente iguales (p.289)

Concepción de Leibnitz (1646-1716):

Por su parte preocupado por la claridad de los conceptos y el aspecto formal de la matemática, Leibnitz contribuye al nacimiento del análisis infinitesimal con su teoría sobre los diferenciales. Se dio cuenta de que la pendiente de la tangente a una curva depende de la razón entre las diferencias de las ordenadas y de las abscisas, cuando se hacen infinitamente pequeñas estas diferencias.

Kline (1992), explicita que por razón última de cantidades evanescentes debe entenderse la razón de cantidades, no antes de que se anulen, no después, sino aquella con la que se anulan, señalando lo siguiente:

> Cocientes (o razones últimas) en las que las cantidades se anulan, no son estrictamente hablando, razones de cantidades últimas sino límites a donde se acercan las razones de esas cantidades, al decrecer sin límite, las cuales aunque pueden hacerse más próximas a sus límites que cualquier diferencia dada, no pueden ni sobrepasarlos ni alcanzarlos antes que las cantidades hallan decrecido indefinidamente. (p.482)

Invariante de la concepción de Newton:

El límite se aplica a "magnitudes variables" que involucran tanto a magnitudes geométricas como física. Se interpreta como aproximación infinitesimal cinética tanto como se desee, lo cual se traduce en una "aproximación infinita" equivalente a aproximar tanto como se quiera o a la aproximación con cualquier error. Aunque la concepción de Newton no acepta explícitamente el infinito actual, su actitud hacia el infinito puede considerarse "actualista potencial" en cuanto considera el límite como el último término surgiendo en el tiempo y cuando todos están, allí está el límite (Sierpinska, 1987), porque encuentra resultados de procesos infinitos como las razones de magnitudes evanescentes.

Sistema de representación de la concepción de Newton:

Razón de cambio instantáneo (razón última). Pendiente de tangentes a curvas. Suma de series infinitas, aproximaciones numéricas mediante procesos iterativos. Representación gráfica de curvas, algebraicas y numéricas.

Concepción algebraica infinitesimal de Leibniz:

Al respecto Boyer (1959) señala que Leibniz al igual que Newton, se interesó en resolver problemas de movimiento y variación, pero mientras que a Newton le interesaba la descripción científica de la generación de magnitudes, a Leibniz le preocupaba la explicación metafísica de tal generación. Sus métodos estuvieron más orientados por el trabajo aritmético de sucesiones de sumas y diferencias, reconoce la potencia del algebra y su simbolismo para el cálculo infinitesimal es el aceptado por la comunidad matemática. La idea de límite de Leibniz estuvo más orientada por su preocupación filosófica y la base de su principio de continuidad: Kline (1992) "en cualquier supuesta transición que acaba en un término, es válido elaborar un razonamiento en el que el término final quede incluido" (p. 510).

Invariante en la concepción de Leibniz:

El límite se aplica a cantidades variables, relativas a valores numéricos, las que considera con una visión estática en el sentido de valores fijos pero indeterminados. El modelo de límite es infinitesimalista por considerar diferencias infinitamente pequeñas. Su actitud hacia el infinito también es actualista potencial, por cuanto admite que después de un tiempo la sucesión infinita será completada y sus términos estarán disponibles. (Sierpinska, 1987).

Sistema de representación de la concepción de Leibniz:

Razones entre magnitudes, triángulo diferencial, simbología específica de derivada e integral. Series infinitas y representaciones geométricas, algebraicas y aritméticas. Representación gráfica de curvas.

Concepción algebraica:

La noción de límite transita en los algoritmos y las fórmulas algebraicas. Esta concepción está determinada por los trabajos de los matemáticos que usaron el álgebra como herramienta para obtener resultados a problemas que involucraban el concepto de límite.

Concepción Algebraica Finitista de Fermat (comienzos del S. XVII)

Fermat es el primer matemático que tiene la idea de tomar un incremento diferencial al cual denomina variable independiente y analiza el comportamiento de la variable dependiente en su método de "Adigualdad" para hallar máximos y mínimos de curvas polinómicas y que luego extiende a las tangentes. Este método no implica el concepto de límite sino que es algebraico.

En su idea bastante cerca del concepto de límite lo aborda en el método para buscar extremos de curvas. Lo aplicó a las "parábolas e hipérbolas de Fermat" y consiste en considerar que en una "cumbre" o en un "valle" de la curva, cuando E es pequeño, los valores de la función $f(x)$ y $f(x+E)$ están tan próximos que se pueden tomar iguales. El método consiste en hacer $f(x+E)=f(x)$ dividirlo por E y tomar $E=0$.

Método de las tangentes

Fermat envía a Mersenne en 1637 una memoria que se titula "Sobre las tangentes a las líneas curvas" donde parece plantear un método para calcular tangentes en un punto cualquiera de la curva, pero sólo de la parábola. En un intento de clarificar dicho método, Descartes citado en Sierpinska (1987) crea el suyo propio según reza en la carta que envía a Mersenne en Mayo de 1638 y, así, considera que la curva y su tangente en un punto coinciden en un entorno pequeño de dicho punto; lo que pretende es dibujar la recta tangente en el punto $P=(x, f(x))$ y, para ello, calcula la subtangente utilizando un criterio de semejanza de triángulos. En la práctica, para obtener los segmentos necesarios se consideraba $f(x+E)-f(x)$, se dividía por E y se tomaba $E=0$, lo que equivale a hallar el límite en la abscisa del punto P.

Concepción algorítmica algebraica de Euler (1701-1783):

Euler toma como punto de partida el cálculo diferencial de Leibniz y el método de fluxiones de Newton y los integra en una rama más general de las matemáticas, que, desde entonces, se llama Análisis y se ocupa del estudio de los procesos infinitos. Se plantea la regularidad de las funciones, introduciendo la función continua como sumas, productos y composiciones de funciones elementales.

Boyer (1959) señala que Euler y los Bernoulli tratando de resolver problemas de geodesia, física y mecánica, calendarios, movimiento de proyectiles, diseño de lentes, que exigen conocimiento cuantitativo desarrollaron y ampliaron el cálculo de Leibniz y generaron nuevas ramas de la matemática. Euler usa los diferenciales de Leibniz que los considera cero cuando es apropiado. El argumenta que $\frac{dy}{dx}$, que para él era $\frac{0}{0}$ podía ser un número bien definido, usando propiedades del álgebra finita. Euler citado por Boyer (1959) indica que le interesa más que a todos los resultados y poco los fundamentos de los métodos, tanto que dice: "para qué probar lo más evidente con lo que es lo menos evidente". (p.21)

El paso al límite queda disimulado cuando considera apropiado tomar las cantidades infinitamente pequeñas como ceros (finita) pero sus razones pueden ser finitas (límite).

Concepción Rigurosa Finitista de Lagrange (1736-1813):

Lagrange es el primer matemático que se interesa por buscar los fundamentos del cálculo infinitesimal de Newton y Leibniz. Pero como se ve influenciado por el "Horror al infinito", para deshacerse del infinito y los infinitesimales, busca la fundamentación del cálculo en el Álgebra en donde usa como herramienta las Series de Taylor. Su propuesta "Teoría analítica de funciones sin límites" contribuye a independizar el análisis de lo geométrico y lo mecánico. No se admite la idea del límite, ni transita implícitamente en los métodos algebraicos.

Invariante de la Concepción Algebraica

El límite se aplica a cantidades variables en expresiones analíticas $(y=f(x))$. Las cantidades variables hacen referencia a valores de magnitudes físicas o geométricas, en el sentido de valores fijos pero indeterminados. En esta idea hallar el límite consiste en aplicar algoritmos y artificios algebraicos. Predomina la actitud finitista ya que el infinito se considera como un número muy grande o se rechaza.

Sistema de representación

Incrementos fijos de las variables. Representaciones gráficas y algebraicas de curvas. Se introduce el símbolo $f(x)$ para función y esta se concibe como una expresión analítica $(y = f(x))$.

Concepción Aritmética:

Se consideran tres fases:

1. S. XVII Transición de la concepción geométrica a la Aritmética cuyo representante es Wallis.
2. S. XVIII siguiendo las líneas de la búsqueda de los fundamentos del cálculo infinitesimal, D´Alembert es el primero en proponer la teoría de límites como una alternativa de solución.
3. S.XIX Cauchy inicia el camino hacia la formalización del concepto.

Concepción Aritmética Heurística Infinitista de Wallis (1661- 1703)

Wallis citado en Sierpinska (1987) manifiesta que el paso al concepto de límite no es una operación matemática sino un método heurístico que conduce a hallazgos gracias a razonamientos basados en inducción incompleta, dando así, paso al temor infinito heredado por los griegos por una concepción infinitista que conduce al trabajo con el infinito en series infinitas e induce el símbolo . ∞

Concepción Geométrica-Aritmética-Dinámica de D´Alembert (1717-1783)

D´Alembert es el primero que propone explícitamente como una solución al problema de los fundamentos del cálculo infinitesimal "La teoría de Límites" siguiendo el arquetipo de cantidades variables. Así con base en las definiciones de Jurin (1734) y Robins (1735) que interpretan el concepto de límite de Newton, publica en la Enciclopedia de Diderot citada por Sierpinska (1985) la siguiente definición:

> Se dice que una cantidad es el límite de otra cantidad cuando la segunda puede aproximarse a la primera tan cerca como una cantidad dada, tan pequeña como se pueda suponer, sin que la cantidad que se acerca pueda sobrepasar la cantidad a la que se acerca; de suerte que la diferencia de una semejante cantidad a su límite es absolutamente inasignable. (p.49).

En esta definición las variables son monótonas y el límite unilateral, es decir, la magnitud que se aproxima no le puede superar, y así, aunque la aproximación es objetiva no se puede tener un control completo de la misma. Lagrange (1736-1813) trabajó con desarrollos de funciones en series de potencias los resultados conseguidos le hicieron creer que se podían evitar los límites y continuó haciendo desarrollos en series de potencias, sin darse cuenta de que la convergencia de las mismas necesitaba del concepto de límite.

A finales del siglo XVIII y comienzos del XIX las obras de un gran número de matemáticos ya reflejaban la necesidad objetiva de construcción de la teoría de límites como base del análisis matemático y una reconstrucción radical de este último, en la que fueron determinantes la clarificación del concepto de función, la aparición de nuevos problemas matemáticos y físicos, y la evolución de la enseñanza de las matemáticas, que tras la Revolución Francesa pasa de ser una disciplina obligatoria en la Escuela Normal Superior y en la Politécnica. Los matemáticos se ven obligados a enseñar análisis matemático y, por tanto, tienen que apoyarse en unas bases rigurosas.

Concepción Numérica dinámica infinitesimal de Cauchy (1789- 1857)

Cauchy retoma el concepto de límite de D'Alembert, rechazando el planteamiento de Lagrange, prescinde de la geometría, de los infinitésimos y de las velocidades de cambio, dándole un carácter más aritmético, más riguroso pero aún impreciso. La definición de límite que propone Cauchy citado por Boyer (1992), es la siguiente:

> Cuando los sucesivos valores que toma una variable se aproximan indefinidamente a un valor fijo, de manera que terminan por diferir de él en tan poco como queramos, este último valor se llama el límite de todos los demás. (p.647).

A él se le atribuye el honor de ser el primero en institucionalizar el concepto de límite como "concepto matemático" ya que el concepto de límite antes se usaba como una noción instrumental, en los procesos de aproximación. La principal situación que lleva a Cauchy a la búsqueda del rigor es su compromiso de enseñanza del curso de análisis, en la cual se propone alejarse de la manipulación de fórmulas y figuras geométricas. Empieza por definir variable, variable continua, límite e infinitesimal.

La noción de límite dada por D'alembert es más objetiva que la de Cauchy, ya que en ésta aparece el término "tanto como queramos" que la subjetiviza. Define además infinitésimos como una cantidad variable que converge a cero. Cauchy basa todo el análisis en el concepto de límite.

Por otra parte, Bolzano (1781-1848) da una definición de continuidad basada en la de límite. De hecho la obra de Bolzano se desarrolla de forma paralela a la de Cauchy, basada en la misma idea de límite.

Invariantes de La Concepción Aritmética:

Se habla de límite de una variable numérica dinámica, algunos autores como Kline (1992) interpretan la definición de Cauchy como Límite de una sucesión por aplicarla a los sucesivos valores que toma una variable y otros como límite de una función refiriéndose solo a la variable dependiente. El límite se ve como una aproximación tan precisa como se desee entre valores numéricos (aproximación infinita), y el uso de las expresiones dinámicas "aproximarse indefinidamente" y diferir tanto como se desee" empiezan a encapsular los procesos infinitos implicados, generando los modelos dinámicos de límite como frontera a veces alcanzables y otras veces inalcanzables.

Sistema de Representación

Simbología aritmética y algebraica, usada en procesos infinitos (suma, productos, cocientes, expansiones decimales). Definiciones verbales de límite. Notación de límite como operación y simbología de operaciones y relaciones entre números reales.

Concepción Analítica de Weierstrass (1815-1897)

El padre del rigor y la formalización de las matemáticas, Weierstrass, se encuentra en mitad del siglo XIX, cuando la matemática sufre la crisis de fundamentos. La base sobre lo cual estaba construida la Matemática, la Geometría, se desestabiliza, con la aparición de las Geometrías no Euclideas. Entonces, los fundamentos del Cálculo Infinitesimal no se podían buscar en la geometría y es Weierstrass quien inicia el programa "Aritmetización del Análisis", que consistía en fundamentarlo en el concepto de "número real".

Para llegar a la definición del límite, se requirió precisar "Número Real", para lo cual se necesita el concepto de conjunto infinito que incorpora el infinito actual, tarea que emprende simultáneamente Cantor, Dedekind, Weierstrass y Heme.

Weierstrass resuelve la cuestión de la existencia del límite de una sucesión convergente haciendo la sucesión en sí misma el límite o el número. Boyer (1959) indica que esta apreciación lleva implícita la consideración del infinito actual que le permite ver el "límite como el objeto creado por el proceso infinito terminado. Para Weierstrass la sucesión 0.3, 0.33, 0.333, 0.3333,…= 1/3." (p.254).

Y así Weierstrass, citado por Boyer (1959), presenta la siguiente definición de límite:

> L es el límite de una función $f(x)$ para $x = x_o$, si dado arbitrariamente cualquier número pequeño ε puede ser encontrado un número δ tal que para todo valor de x difiriendo x_o por menos que δ, el valor de $f(x)$ diferirá de L por menos el valor de ε. (p.287).

Esta definición la hizo más formal Heine citado por Boyer (1992), con la introducción de los cuantificadores y la definición de función de Dirichlet y Riemann como correspondencia arbitraria en 1872:

> Si dado cualquier ε existe η_0 tal que para $0<\eta<\eta_0$, la diferencia de $f(x_{0,} \pm \eta) - L$ es menor en valor absoluto que ε, entonces se dice que L es el límite de $f(x)$ para $x = x_o$. (p. 696).

Actualmente la η (de Weierstrass), se ha reemplazado casi universalmente por δ y la definición se conoce así:

> L es el límite de f en $x = p$ si $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ tal que $0 < |x-p| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

En esta definición no se da la imagen de cantidades en movimiento, o cantidades variables que se aproximan a un valor o de puntos moviéndose en una curva.

El límite es un concepto riguroso y estático en términos de números reales, sus relaciones y operaciones sirven para demostrar teoremas generales de clases de funciones.

Invariantes de la Concepción Analítica.

El límite se aplica a funciones, pero las funciones vistas como correspondencia arbitraria entre números, donde prima la unicidad. Esta concepción refleja una visión estática de límite. Se ocultan los procesos infinitos y se destierran las ideas de variabilidad continua, de aproximación e infinitésimos constante o variables.

Sistemas de Representación

A través de los números reales, de funciones reales. Definición simbólica $\varepsilon - \delta$.

Problemas conceptuales para la evolución de la noción de Límite.

La relación entre número (lo discreto) y magnitud (lo continuo):

Surgen las paradojas de Zenón y el descubrimiento de los inconmensurables, separando lo geométrico de lo numérico y a pesar de los aportes para solucionarlo como los de Stevin (s. XVI) con su planteamiento sobre el concepto de número, Descartes y Fermat con la geometría Analítica, Newton y Leibniz que asocian números a magnitudes viceversa y Cauchy que hace transferencia del continuo geométrico al numérico, solo es resuelto definitivamente por Dedekind (1831-1916) cuando define Continuo Numérico y Recta Analítica en donde coexisten lo discreto y lo continuo, y se es consciente que tanto los números reales como los puntos de la recta son construcciones intelectuales y no dependen de la intuición física o espacial.

Naturaleza de los elementos infinitesimales.

Nace con las primeras versiones de los métodos infinitesimales y se moviliza en los métodos de Newton y Leibniz, los cuales son cuestionados y criticados, por ej. Berkeley, se refiere especialmente a la naturaleza de los Incrementos Fijos o Incrementos Variables o Elementos Infinitesimales y se solucionan con Cauchy cuando define Infinitésimo y Límite en el marco numérico.

Búsqueda del rigor en el álgebra.

Es la tendencia de buscar el rigor de los métodos de cálculo en el álgebra, para huir del infinito y los infinitésimos, especialmente por Lagrange (S. XIX).

Razonamiento circular en las definiciones de límite y de número irracional.

Surge la definición de límite de Cauchy el cual asume la existencia de los números reales, para definir límite y luego define número irracional (real) como límite de sucesiones de racionales.

Obstáculos epistemológicos

Surge del problema entre lo discreto y lo continuo en la Matemática griega. Los griegos desterraron el concepto de infinito en matemáticas y todo lo que tuviera que ver con el infinito, y este fue el motivo para idear el método de demostración indirecta o por reducción al absurdo. Pero más que considerar el temor al infinito heredado de los griegos, el "Horror al Infinito", expresión acuñada por Cantor, se refiere a la no aceptación del "infinito actual" en matemáticas, es decir, la no aceptación de un proceso infinito completado o terminado.

Aunque se empieza a desmitificar el infinito en la Edad Media con los trabajos de Oresme y en el renacimiento con las reflexiones de Galileo sobre el infinito actual, solo hasta los trabajos de Wallis se manipula el infinito libremente, en el Cálculo infinitesimal de Newton y Leibniz y el Análisis Infinitesimal de Euler, las series infinitas se convierten en herramientas potentes para el desarrollo de las matemáticas, pero todos ellos incluso Cauchy se vieron afectados por este obstáculo, y solo es completamente superado con la teoría de conjuntos de Cantor y la aceptación de "infinito actual" en matemáticas el cual permite definir límite en el contexto numérico.

Superación de lo geométrico y lo numérico

Ligado a los problemas de la relación entre lo discreto y lo continuo y el descubrimiento de los inconmensurables.

Obstáculo Geométrico (paradigma Euclídeo)

Básicamente dificultó hacer transferir la idea de límite de lo geométrico a lo numérico. El modelo de razonamiento Euclídeo era el perfecto y a pesar de que se habían hecho trabajos para superarlo como los de Wallis, Newton, Leibniz, Euler, solo se logra superar totalmente con el descubrimiento de las geometrías no Euclídeas y la Aritmetización del Análisis.

Transferencia de lo finito a lo infinito

Se inicia desde la edad media, cuando Oresme y Calculator incorporaron el infinito en los trabajos de sumas infinitas y luego se acentúa en los trabajos sobre series infinitas de Wallis; por su parte Newton, Leibniz, Bernoulli, Euler encuentran inconsistencias con algunas series infinitas como la serie de Grandi: 1-1+1-1+1…y solo es librado por Cauchy quien reconoce que los procesos infinitos requieren tratamientos diferentes a los finitos y que el cálculo necesita razonamientos y tratamientos diferentes a los algebraicos y geométricos.

Principio de continuidad de Leibniz (transferir una propiedad de una sucesión convergente a su límite)

Por ejemplo, se manifiesta cuando se cree que el límite de 0.9, 0.99, 0.999 tiene la misma propiedad que sus términos y por consiguiente debe ser menor que 1. Este se extiende en los trabajos de Bernoulli, Euler y D'Alembert.

Obstáculo relativo a funciones.

Se genera de la concepción que tiene Euler de Función como expresión analítica $y = f(x)$, concepción que se puede extender a Newton y Leibniz en donde no se mira la naturaleza de los x y los y. Se supera cuando se precisa el concepto de función real de variable real, función continua y esto se logra simultáneamente con la institucionalización del concepto de límite.

Obstáculo de la simbología.

En palabras de Sierpinska (1985) es el producido por el uso de la simbología propia de las matemáticas y la inserción de cuantificadores de la lógica. La simbología utilizada denota semejanzas con el álgebra, esconde las diferencias llevando a una pérdida de significación; en ella se encapsulan los procesos infinitos y situaciones que le dan sentido a la noción de límite y oculta su complejidad.

De lo antes expuesto, se puede apreciar que la evolución epistemológica del concepto de límite no es el resultado de un proceso continuo y progresivo, por el contrario, requirió momentos de rupturas con conocimientos anteriores a lo largo de la historia, en el que se aprecian avances, retrocesos, desvíos, retornos, dependiendo de las dificultades por vencer y barreras por superar en cada contexto histórico; así mismo, se puede inferir que, la concepción actual de límite es producto de un arduo trabajo de más de dos mil años, propiciada por hallazgos de ilustres matemáticos denotado por el contexto en el que se situaban.

Representación y compresión matemática.

Para la comprensión de un concepto matemático es necesaria la coordinación de los diferentes registros de representación, ya que con la representación en un sólo registro (mono-registro) no se obtiene la comprensión integral del concepto.

La comprensión integral de un concepto está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación y esta coordinación se pone de manifiesto por medio del uso rápido y espontáneo de la conversión cognitiva, logrando articulaciones entre diferentes registros de representación semiótica.

Para Duval (1993) la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica ocupa un lugar central en el aprendizaje de las matemáticas. Entiende por representaciones semióticas a las producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento. Estas representaciones no son sólo útiles para fines de comunicación, sino que también son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento.

A través de las representaciones semióticas es posible la aprehensión de un objeto matemático, a este hecho lo denomina Duval (1993) paradoja cognitiva del pensamiento matemático, ya que la aprehensión conceptual de un objeto (noesis) es inseparable de la aprehensión o producción de una representación semiótica (semiosis). Para que los conceptos matemáticos no sean confundidos con sus representaciones, pero se les reconozca en cada una de ellas, es esencial poder movilizar varios registros de representación semiótica: lengua natural, escritura simbólica, gráficos, figuras entre otros.

Tratamiento y Conversión de Representaciones Semióticas.

Para que las representaciones semióticas puedan ser útiles en la actividad matemática, deben pertenecer a sistemas semióticos que sean registros de representación y para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación, debe permitir tres actividades cognitivas fundamentales asociadas a toda representación: 1. La formación, 2. Tratamientos, 3. Conversiones.

Duval (1999) afirma que las representaciones semióticas están asociadas a sistemas semióticos, los cuales no necesariamente cumplen una función de comunicación, sino que pueden desempeñar funciones de tratamiento y de objetivación (o toma de conciencia), la función de tratamiento está asociada a la actividad de tratamiento y la de objetivación está ligada a la conversión. A su vez sostiene que un sistema semiótico es un registro de representación semiótica si permite que se cumplan estas tres actividades cognitivas.

La **formación** de representaciones hace referencia a la selección de una marca o conjunto de marcas que permite expresar o evocar un objeto; debe cumplir con unas reglas de conformidad, por razones de comunicación y de transformación de representaciones. Estas reglas permiten identificar una representación como un elemento de un sistema semiótico determinado; hacen referencia a la determinación y combinación de unidades elementales para obtener unidades de nivel superior bajo las condiciones del sistema; por ejemplo una fórmula es identificable en el registro algebraico. Esta formación implica una selección de rasgos y de información en el contenido a representar, esto es, si se quiere representar el límite en el registro algebraico se identifica la siguiente representación: $\lim_{x \to a} f(x) = l$. La selección se hace en función de las unidades y reglas de formación que son propias de cada registro, esas reglas ya están dadas en el registro y lo importante es reconocerlas, no diseñarlas. Por ejemplo si se quiere representar el límite de la siguiente manera:

$\lim_{x=a} l = f(x)$ esta representación algebraica no sería coherente con las reglas de formación del registro algebraico.

El **tratamiento** es la formación de una representación en el mismo registro en el cual ha sido formada, haciendo uso sólo de las reglas propias a ese registro. El tratamiento es una transformación interna a un registro. Esta actividad puede verse con el siguiente ejemplo: $|f(x) - L| < \varepsilon$ y $L - \varepsilon < f(x) < L + \varepsilon$. Existen reglas de tratamiento propias de cada registro, su naturaleza y número varía de un registro a otro. Por último la tercera actividad asociada a la representación es la de conversión.

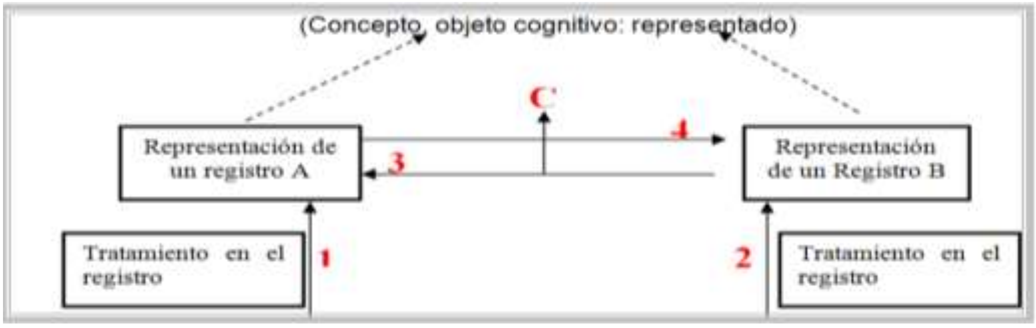
La **conversión** es una transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial pero al mismo tiempo da otras significaciones al objeto representado. Esta condición hace que la conversión sea una transformación externa al registro de partida. Se hace una conversión por ejemplo, cuando al tener una expresión algebraica del límite se construye una gráfica a partir de ella.

Duval (1999, p.46) afirma que la conversión de las representaciones semióticas constituye la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de adquirir para la gran mayoría de los estudiantes. Entre los aspectos que dificultan esta transformación menciona la comprensión de un contenido limitada algunas veces a la representación en que se aprendió, la falta de coordinación entre los registros, o el desconocimiento de alguno de los dos registros de representación.

Por lo que, la conversión es una actividad diferente e independiente de la de tratamiento. De las tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis, sólo las dos primeras, la de formación y tratamiento, según Duval (1993), son tomadas en cuenta en la enseñanza, ya sea que se trate de la organización de secuencias o de la construcción de cuestionarios de evaluación.

Al respecto Hitt (2000) expresa: la investigación en matemática educativa ha señalado la importancia del uso de varias representaciones en el aula para la formación de conceptos. El trabajo de Duval (1999), considera imprescindibles las tareas de conversión entre representaciones para la formación de conceptos (ver esquema).

Cuadro N° 1: Modelo de la representación centrado en la formación de conceptos.



Fuente: Duval (1999)

El esquema presentado traspone los procesos de transformación y a su vez la coordinación de los registros de una representación dada, así pues, las flechas: 1 y 2 hacen referencia a los tratamientos en un registro; 3 y 4 indican las conversiones por cambio de registro; C corresponde a la comprensión integradora de una representación, supone una coordinación de dos registros; y las punteadas señalan la clásica distinción entre representante y representado.

Si tomamos como base el esquema anterior en relación al problema que representa para el estudiante el aprendizaje del concepto de límite, a pesar del uso de los diferentes registros utilizados en la enseñanza, se reconoce que no se da de manera natural la coordinación entre esos dos registros, el estudiante no distingue el mismo concepto entre sus distintas representaciones (Duval, 1999) y esta deficiencia resulta del encasillamiento entre los registros de representación, esto significa que se trabaja con un registro y otro pero sin establecerse conversiones entre ellos. Se reconoce que la conversión favorece la coordinación entre registros, pero esa ausencia de coordinación no impide toda comprensión, al hacer uso de un sólo registro se limita la transferencia de los conocimientos adquiridos a otros contextos donde deberían ser utilizados por lo que esta comprensión monoregistro no da posibilidades de contrastar los resultados obtenidos con otro registro como los señala Duval (1999), esta comprensión monoregistro conduce a un trabajo a ciegas.

También señala que la conversión tiene dos características propias, la primera se refiere a que es orientada; es decir, se conoce el registro de partida así como el de llegada, y la segunda expresa que la conversión puede ser o no congruente. Vale la pena mencionar que no existen reglas de conversión que permitan hacer el paso de un registro a otro, lo cual puede dificultar su realización.

REFERENCIAS:

- Bejarano, M. (2006). **Pensamiento Matemático Asociado al Límite de Funciones Trigonométricas**. Universidad Nacional Experimental de Guayana. Venezuela.
- Boyer, C. (1959). **La historia del cálculo y su desarrollo conceptual**.New York.pp.696, 647.
- Boyer, C. (1992). **Historia de la matemática**. Madrid: Alianza Editorial.
- Blázquez, S. y Ortega, T. (2000). **El concepto del límite en la educación secundaria.** Cantoral. México.
- Blázquez, S y Ortega (2001).**Los sistemas de representación en la enseñanza del límite** [Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa], Vol. 4, No. 3, p. 219-236. Disponible en: http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33540302.(consultado: 2010, Octubre 11).
- Castro, E. (1995). **Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales**. Estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años). Granada, España: Comares.
- Cornu, B. (1991). **Limits. En: Advanced Mathematical Thinking**. Netherlands: Kluwer. Academic Publishers. (p.159).
- Cuervo, R. (1998). **Diccionario de construcción y régimen de la lengua castellana (Tomo II)**. Barcelona, España: Heder.
- Delgado Rubí, J.R. (1995). **Un sistema de habilidades para la enseñanza de la Matemática.** Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Prof. e Investigación en Matemática Educativa. La Habana, Cuba.
- Descartes, R. (1993). **Discurso del método**. Madrid, España: Espasa.
- DuvaL, R. (1993). **Sémiosis et Noésis**. Conference A.P.M.E.P, I.R.E.M., Trad. en Lecturas en didáctica de las matemáticas: Escuela Francesa, Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV del IP.
- DuvaL, R. (1996). **Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento**. Investigaciones en Matemática Educativa II. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- DuvaL, R. (1999). **Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking, basic issues for learning**. Actas del PME 23.
- Eaudeau, C. (1999). **La paradoja de la representación**. Buenos Aires: Paidós.
- Goldin, G. (1993). **Psicología de la Educación Matemática (PME) grupo de trabajo sobre las representaciones**. Actas de la 7 ª Conferencia Internacional para la Psicología de la Educación Matemática (Vol. 1, p. 96). Japón: la Universidad de Tsukuba.
- Janvier, C. (1987). **Los problemas de las representaciones en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**. New Jersey: Lawrene
- Kant, E. (1978). **Crítica de la razón pura**. Madrid: Alfaguara.
- Kaput, J. (1987). **Sistemas de Representación en matemáticas**. En C. Janvier (Ed.), Problemas de la representación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. New York.
- Kaput, J. (1992). **Tecnología y educación matemática**. Manual de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. New York.
- Kieran C. y Filloy, E. (1989). **El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica**. Enseñanza de las ciencias. pp. 229-240.
- Kline, M. (1992). **El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días**. Madrid: Alianza S.A
- Llano, A. (1999). **El enigma de la representación**. Madrid: Gredos.
- Páez, R. (2002). **Reconstrucción del concepto del límite: estudio de un caso.** Tesis de Doctorado. Cinvestav-IPN. México.
- Porcel, Ramírez y Caputo (2003). **Conocimientos previos sobre Límite funcional y Continuidad en alumnos de un curso de Análisis Matemático de FACENA**. Argentina.
- Ponte, J. P. (1993). **La Educación Matemática en Portugal**: Los primeros pasos de una comunidad de investigación. Cuadrante 2. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 2011, N#25 págs. 95-126.
- Platón (1988). **República**. Madrid, España: Gredos.
- Radford, L. (1998). **Signos y representaciones.** Ciencias de la pedagogía experimental. Canadá.
- Romero, I. (1995). **La introducción del Número real en educación secundaria**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. Granada.
- Ruiz, F. (2000). **La tabla-100: representaciones geométricas de relaciones numéricas. Un estudio con profesores de primaria en formación**. Tesis Doctoral, Universidad de Granada. Granada, España.
- Seco, M., Andrés, O. y Ramos, G. (1999). **Diccionario del español actual**. Madrid: Aguilar.
- Sierpinska, A. (1987). **Humanities students and epistemological obstacles related the limits**. Educational Studies in Mathematics 18, p.32-37
- Skemp, R. (1980). **Investigaciones filosóficas**. Madrid, España: Morata.
- Wittgenstein, L. (1988). **Investigaciones filosóficas**. Madrid, España: Alianza.

Continúa en el próximo número…

FÍSICOS NOTABLES

Ganadores del Premio Nobel en Física 1995:

Martin Lewis Perl y Frederick Reines

Fuentes: EcuRed - Wikipedia.

MARTIN LEWIS PERL
(1927 – 2014)

Martin Lewis Perl. Físico estadounidense de origen polaco. Nació el 24 de junio de 1927 en Manhattan, Nueva York, y murió el 30 de septiembre octubre de 2014 en Palo Alto, California; ambas localidades en EE. UU.

Provenía de una familia de judíos, que habían salido de la zona polaca de Rusia huyendo del antisemitismo; una vez en América, el padre montó una empresa pequeña que le dio cierta estabilidad económica, y le permitió educar a sus hijos, Lila y Martin, en buenas escuelas. Obtuvo su graduación en la Escuela de Brooklyn a la temprana edad de dieciséis años. Después de su graduación se inscribió en la Universidad Politécnica de Brooklyn y comenzó a estudiar Ingeniería química. Estos estudios fueron interrumpidos por la Guerra; se unió entonces a la marina de los Estados Unidos, y continuó en el ejército hasta finalizar su servicio militar, a pesar de que la bomba atómica había puesto fin a la guerra algunos meses antes.

En 1948 obtuvo el cum laude en Ingeniería Química en el Instituto Politécnico antes citado; con la experiencia allí obtenida y los conocimientos adquiridos, ingresó en la General Electric Company, y después pasó a Nueva York, ciudad en la que estuvo trabajando en el departamento de ingeniería de la Electron Tube Division, con la función de solucionar los problemas de producción de la fábrica y otros parecidos. Para realizar estas tareas tuvo que aprender cómo funcionaba un tubo de electrones en el que se había hecho el vacío, así que se vio obligado a tomar algunos cursos de Física Atómica y Cálculo Avanzado en la Universidad de Schenectady, también en Nueva York. En 1950 entró en el programa de doctorado de la Universidad de Columbia; se dedicó a la física experimental y centró su trabajo de investigación en el uso del método de los focos de resonancia atómica para medir el momento de los núcleos de sodio. Cinco años después recibió su título de Doctor en Física, y varias ofertas del Departamento de Física de Yale, de la Universidad de Illinois y de la de Michigan; encaminó sus pasos hacia este último lugar, en el que se encontraban los dos mejores departamentos de Física de Partículas Elementales. Trabajó en la cámara de burbujas con Donald Glaser, labor que abandonó para dedicarse, junto a Lawrence W. Jones, a la investigación de la cámara de partículas luminiscentes que en aquel momento pasó a ser llamada cámara de sparks; este paso de una a otra fue el tema de su discurso cuando recogió el premio Nobel.

Recibió el Premio Nobel de Física en 1995 por el descubrimiento de una nueva partícula subatómica, el tauón o leptón tau, que tiene la misma carga que el electrón y una masa 3.500 veces mayor.

FREDERICK REINES
(1918 – 1998)

Frederick Reines. Nació el 16 de marzo de 1918, en Paterson y murió el 26 de agosto de 1998, en Los Ángeles; ambas localidades en EE. UU. Notable científico estadounidense del siglo XX que hizo valiosos aportes a la física de las partículas elementales. Es considerado el único científico en la historia íntimamente asociado con el descubrimiento y la subsiguiente investigación de una partícula elemental. Ganador en 1995 del Premio Nobel en Física por la co-detección del antineutrino con Clyde Lorrain Cowan en el experimento del neutrino.

Nació en Paterson, Nueva Jersey, el 16 de marzo de 1918, de padres judíos emigrados desde Rusia a Estados Unidos y fue el más joven de cuatro hijos. Reines y su familia se mudó al estado de Nueva York, donde pasó mucho de su niñez en una pequeña ciudad, haciendo las festividades del 4 de julio. Tuvo una niñez sencilla, en la que la música constituyó casi su único interés poseía una hermosa voz de barítono y llegó a interpretar algún papel en el mesías de Handel hasta que, un día, observando el amanecer por la ventana, vio algo que no supo explicar en aquel entonces, el fenómeno de difracción de la luz.

Reines tenía una pasión por entender, crear, y construir cosas, y exhibió su amor a la ciencia desde su niñez. Se graduó de la escuela secundaria en 1935.

Sus intereses científicos comenzaron durante los primeros años de adolescencia, etapa en la que la familia había vuelto de nuevo a New Jersey, y el joven Frederick era un estudiante de la Union Hill High School de North Bergen. Ingresó en el Stevens Institute of Technology para continuar sus estudios de ingeniería científica, y allí, su interés por la música -que ya se había manifestado durante su niñez- le hizo replantearse su carrera, considerando seriamente la posibilidad de hacerse cantante lírico de forma profesional.

En el período comprendido entre 1939 y 1941 se graduó en ingeniería y en física matemática. Continuó los estudios de graduado en la Universidad de Nueva York, donde trabajó durante algún tiempo en la física experimental de rayos cósmicos bajo la dirección de S. A. Korff, y escribió su tesis doctoral, un trabajo teórico sobre la fisión nuclear.

Fue llamado del Laboratorio Científico de Los Álamos, para trabajar en el Proyecto Manhattan con los mejores científicos del momento. Después de quince años, pasó a ser director de la Operation Greenhouse, una serie de experimentos realizados por la Atomic Energy Comission; durante este tiempo los esfuerzos del investigador se centraron en comprender qué efectos causaban las explosiones atómicas, con tan buenos resultados que, en 1958, era delegado de la Conferencia de Átomos para la Paz, de Ginebra.

A partir de 1951, Reines decidió tomarse un año sabático y fue entonces cuando tomó la determinación de observar el neutrino, en una fructífera colaboración con Clyde Lorrain Cowan, otro de los miembros del staff de Los Álamos. Al principio empezaron a utilizar la bomba nuclear como la fuente de neutrinos, pero pronto decidieron que era preferible utilizar el reactor de Hanford, en Washington, aunque, a la postre, se trasladaron al laboratorio de Savannah River, que reunía las condiciones ideales para llevar a cabo el experimento. En 1956 observaron el electrón antineutrino y comenzaron a estudiar las propiedades del neutrino.

En 1959, Reines dejó Los Álamos para ser profesor del Departamento de Física del Case Institute of Technology de Cleveland. Durante los siete años que pasó allí, trabajó junto a su grupo en el reactor neutrino, y realizó otras investigaciones sobre la decadencia del electrón; además encabezó un ambicioso experimento en una mina de oro en Sudáfrica, en el que se observaron por primera vez los neutrinos producidos en la atmósfera por rayos cósmicos; gracias a este experimento fue posible enunciar las propiedades del neutrino, y se probaron los límites de los principios de simetría fundamentales y las leyes de conservación, como la conservación de la carga, el número de bario y el número del leptón.

La mayor parte de estos experimentos requerían la reducción del flujo de rayos de muón para tener éxito, así que el grupo se hizo un verdadero experto en estas operaciones. Otra de las contribuciones a la ciencia, directamente relacionada con este proyecto, fue que las técnicas del detector se innovaron mediante el uso de detectores Cherenkov de agua.

El grupo formado por Reines continuó en esta línea de investigaciones, y se marchó a la Universidad de California, ya que el científico iba a ocupar allí el cargo de decano; estuvo en este puesto hasta 1974, después de lo cual fue, sucesivamente, Profesor Distinguido de física y Profesor Emérito de dicha universidad. Enseñó también radiología en la Facultad de Medicina de esta misma universidad, mientras su grupo, el llamado "Grupo del Neutrino", continuaba trabajando en los experimentos relacionados con la física de partículas elementales, especialmente aquellos que probaban la decadencia del protón.

El equipo, que continuaba con los experimentos del reactor neutrino, fue el primero en observar la decadencia del doble beta en laboratorio. La Sociedad Astronómica concedió en 1989 el premio Bruno Rozzi de Alta Energía Astrofísica a este grupo de trabajo por su observación conjunta de los neutrinos en la supernova 1987A, trabajo que fue especialmente gratificante, porque los científicos del grupo siempre habían estado convencidos de la posibilidad de ver neutrinos en un colapso estelar que tuviera lugar en los grandes detectores.

En los últimos años, los trabajos de Reines se encaminaron a muy diversos temas: la búsqueda de neutrinos relic; el "efecto Mössbauer" en los neutrinos, durante el cual un fotón es reemplazado por un neutrino; la medida de la constante gravitacional G; las diversas constantes y magnitudes no nucleares; el telescopio espacial de lente esférica, y la exploración del cerebro mediante ultrasonidos.

Falleció, de causas naturales, en agosto de 1998 en Los Ángeles, Estados Unidos.

ESPECTROSCOPÍA DE EFECTO MOSSBAUER

QUÍMICOS DESTACADOS

Ganadores del Premio Nobel en Química 1997:

Paul Delos Boyer, John Ernest Walker y Jens Christian Skou

FUENTES: EcuRed - Wikipedia.

Paul Delos Boyer. Nació el 31 de julio de 1918, en Provo, Utah, y falleció como consecuencia de una insuficiencia respiratoria, el 2 de junio de 2018 en Los Ángeles, California; ambas localidades en EE. UU. Se graduó en la Universidad Brigham Young y realizó el posgrado en la especialidad de Bioquímica en la Universidad de Wisconsin, en Madison. Finalizó su doctorado en esa especialidad por la misma universidad en 1943. En 1965 fundó el Instituto de Biología Molecular de la Universidad de California en Los Ángeles.

En los años 1950 empezó a estudiar el funcionamiento de la ATP sintetasa y durante las décadas siguientes contribuyó a analizar su complicada estructura.

Sus estudios contribuyeron a explicar el complicado proceso molecular mediante el cual la enzima, llamada ATP sintetasa, convierte la energía en ATP, que las células utilizan como combustible.

En la década de 1980 Boyer propuso la teoría de que la ATP sintetasa funcionaba casi como un motor de tres cilindros. En un principio, sus ideas fueron recibidas con escepticismo, pero en 1994 un equipo de investigación dirigido por Walker fue capaz de confirmar la función de la ATP sintetasa y de explicar con mayor profundidad la estructura de la enzima y el mecanismo de rotación.

Recibió el Premio Nobel en Química 1997 por sus contribuciones a entender la manera como todos los organismos reciben la energía de sus entornos y la procesan para sostener la vida y alimentar sus actividades.

PAUL DELOS BOYER (1918-2018)

John E. Walker. Químico. Nació el 7 de enero de 1941, en Halifax, Reino Unido. Doctor en química orgánica por la Universidad de Cambridge, inició allí su actividad científica.

Fue uno de los cinco galardonados con el premio Príncipe de Asturias de Investigación Científica y Técnica de 2001.

Hijo de Thomas Ernest Walker y Elsie Walker. John creció junto a sus padres y sus hermanas, Judith y Jennifer, en un medio rural cerca de Elland y posteriormente se trasladaron a Rastrick, donde fue educado en el colegio Rastrick Grammar School, especializándose en Física y Matemáticas en los últimos tres años. Fue un buen deportista, llegando a liderar el equipo de fútbol y críquet. En 1960 se trasladó a St. Catherine's Collage, Oxford. En 1963 se casó con Christina Westcott. Tuvieron dos hijas, Esther y Miriam. En 1966 ingresó en el Salk Institute de La Jolla (California, EE.UU). Uno de sus grandes éxitos como investigador fue la secuenciación completa del genoma del nematodo Caenorhabditis elegans. En 1969 regresó al Consejo de Investigaciones Médicas de Cambridge; como director aquí del Sanger Center - desde 1992 -, impulsó la participación europea en el Proyecto Genoma Humano (PGH) creando el denominado campus del genoma.

JOHN ERNEST WALKER

En 1965, comenzó la investigación sobre antibióticos peptídicos con E.P. Abraham en el Sir William Dunn School of Pathology, Oxford, y consiguió el diploma D. Phil en 1969. Durante este periodo se dio cuenta de los espectaculares descubrimientos hechos en Cambridge en la década de los 50 y principios de los 60 en el campo de la biología molecular gracias a una serie de programas que se emitían en la BBC. Estos programas hicieron que John quisiera saber más sobre esta materia. Dos libros *"Molecular Biology of the Gene*" y *"Bacterial Genetics"* ayudaron a calmar su hambre de información sobre estos temas. Sus nuevos conocimientos sobre este nuevo campo fueron ampliados por Henry Harris, profesor de patologías. Después pasó un periodo de cinco años trabajando en el extranjero, primero desde 1969 hasta 1971 en la Escuela de Farmacia en la Universidad de Wisconsin, y después desde 1971 hasta 1974 en Francia, primero en el CNRS y después en el Instituto Pasteur. En 1974 participó en una investigación en Cambridge sobre el "análisis de secuencia de proteínas". Estaba subvencionada por EMBO (la Organización Europea de Biología Molecular) y conoció a Fred Sanger y Ieuan Harris los cuales lo contrataron para trabajar en la División Química de Proteínas y Ácidos nucleicos. John pasó 23 años de su vida trabajando en estos laboratorios.

Recibió el Premio Nobel en Química 1997 por el descubrimiento de la síntesis de la molécula de la adenosina trifosfato.

Jens Christian Skou. Químico y profesor universitario. Nació el 8 de octubre de 1918 en Lemvig y falleció el 28 de mayo de 2018 en Aarhus; ambas localidades en Dinamarca. Nació en una familia rica en Lemvig, una ciudad en la parte occidental de Dinamarca. Cuando tenía 15 años, fue a un "gimnasio" (escuela secundaria o liceo) en Haslev, un pequeño pueblo de Zelanda, en los últimos tres años en la escuela (examen de estudiante). Estudió medicina en la Universidad de Copenhague, donde se graduó en 1944 y se doctoró en 1954. En 1947 fue nombrado profesor de la Universidad de Aarhus, y en 1977 fue nombrado profesor de biofísica, cargo que ocupó hasta su jubilación en 1988. Su interés en la investigación se concentró alrededor de la estructura y la función del sistema de transporte activo, el Na^+, K^+-ATPasa.

JENS CHRISTIAN SKOU (1918-2018)

A principios de la década de 1950 el biofísico británico Alan Hodgkin y otros científicos habían descubierto que las concentraciones relativas de iones de sodio y potasio en una célula nerviosa cambiaban notablemente cuando el nervio es estimulado. Todos ellos demostraron que el mecanismo para transportar sodio fuera de la célula depende del trifosfato de adenosina (ATP). No obstante, nadie sabía el mecanismo exacto que utilizaba el ATP para expulsar el sodio de la célula.

A mediados de la década de 1950, Skou empezó a investigar una enzima que descomponía el ATP y podía estar conectada con el transporte de iones. Para investigar esa enzima utilizó membranas de nervios extraídas de las patas de los cangrejos. Al cambiar la concentración de iones sodio y potasio en la mezcla de nervios de cangrejo, observó que la actividad de una enzima particular cambiaba. Cuando la concentración de iones sodio era mayor que la de iones potasio, la actividad de la enzima aumentaba, haciendo que el sodio saliera de las células y entrara el potasio. En 1957 publicó un artículo sobre esa enzima, denominada ATPasa, estimulada por sodio y potasio, en el que explicaba que ésta funciona como una bomba cuando los niveles de sodio son más altos de lo normal en el interior de una célula.

Ganador del Premio Nobel en Química en 1997 por el descubrimiento de la enzima transportadora de iones de sodio y potasio, la bomba sodio-potasio.

Al anunciar el premio, la Real Academia Sueca de las Ciencias afirmó que el trabajo de Skou *"fue el primero en describir una enzima que promovía el transporte directo de sustancias a través de la membrana de la célula, una propiedad fundamental de todas las células vivas"*.

LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (Entrada 21)

El principio de equivalencia

Versión de la publicación hecha por ARMANDO MARTÍNEZ TÉLLEZ **el 18 Marzo de 2009**

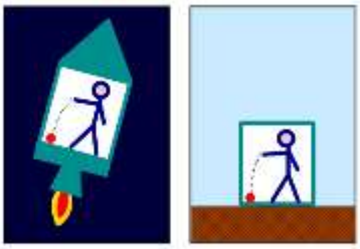
Documento en línea: http://teoria-de-la-relatividad.blogspot.com/2009/03/18-el-calculo-tensorial

Al estudiar la Teoría Especial de la Relatividad, había quedado un asunto pendiente, y este asunto era el de los observadores sujetos a cambios de velocidad. Un observador como lo es el caso de un astronauta que viaja en el espacio y que experimenta una aceleración al encender los motores para aumentar la velocidad de su nave la puede medir con instrumentos que tenga a la mano, y también puede sentir sobre su cuerpo los efectos de la aceleración. Esto parece colocarlo en un plano privilegiado sobre otro observador estático en el espacio que lo está viendo acelerarse y que no experimenta fuerza alguna y el cual de no ser por la confirmación visual de que el astronauta se está acelerando no se daría cuenta de ello.

Para resolver y estudiar esta cuestión, Einstein formuló un principio sobre el cual descansa toda la **Teoría General de la Relatividad** a la cual nos podemos referir simplemente como la **Relatividad General**: *el principio de equivalencia*, el cual nos dice lo siguiente:

Principio de Equivalencia: *Para una persona situada dentro de una caja herméticamente sellada, no existe diferencia entre el estar en el espacio con la caja acelerándose y otra persona situada en una caja similar reposando en un campo gravitacional.*

Puesto de otra manera, si la persona está encerrada en una caja blindada del exterior, la persona no tiene forma alguna de saber si la caja está en el espacio acelerándose o si la caja está en presencia de un campo gravitacional. Ambas condiciones son equivalentes para cualquier tipo de experimento que pretenda llevar a cabo. Esto lo podemos ilustrar de la siguiente manera:



En el dibujo de la izquierda, tenemos a un astronauta cuya nave espacial está acelerándose hacia arriba. Si el astronauta suelta una pelota, la pelota caerá hacia abajo como consecuencia de la aceleración. Y en el dibujo de la derecha, tenemos a una persona cuya caja en la que se encuentra está en reposo en un campo gravitacional. También esta persona, si suelta una pelota, la verá caer hacia abajo pero esta vez como consecuencia de la atracción ejercida por el campo gravitacional. Ambas personas ven caer la pelota hacia abajo. Y si la caja en la que están encerradas es una caja herméticamente sellada y blindada, no tienen forma de saber en base a cualquier experimento que pretendan llevar a cabo si están en una caja que se está acelerando en el espacio o si están en una caja que está en reposo en un campo gravitacional.

En el experimento hipotético considerado en la entrada “El germen de una idea” con nuestro proverbial viajero montado en un carrusel que va pasando a velocidades cada vez mayores frente a dos esferas metálicas que a causa de la contracción de longitud relativista propia de la Teoría Especial de la Relatividad parecen irse acercando la una a la otra como si hubiese una fuerza de atracción mágica entre ellas, la objeción podría formularse de que al pasar frente a las esferas metálicas el viajero está experimentando una aceleración *lineal*, constante, y lo que vería serían las esferas metálicas acercándose la una a la otra a una *velocidad* constante, no a una *aceleración* constante propia de una atracción gravitacional. Pero se recuerda aquí que la aceleración producida por la gravedad de la Tierra en su superficie (de 9,8 metros/segundo²) *es válida únicamente en la superficie de la Tierra*. A distancias cada vez mayores de nuestro planeta esa aceleración va disminuyendo hasta tomar prácticamente un valor de cero, de modo tal que esta aceleración gravitacional no es constante.

Del mismo modo, si la aceleración que experimenta el viajero cada vez que pasa frente a las esferas metálicas no es constante sino que va aumentando en forma graduada, el viajero verá a las esferas metálicas “atraerse” en forma acelerada, propia de un campo gravitacional. Y esto justifica ya la equivalencia de un campo gravitacional como consecuencia directa de efectos relativistas.

Detrás del Principio de Equivalencia subyace algo que inclusive el mismo Newton había ya sospechado y considerado en su época, la equivalencia entre la *masa inercial* y la *masa gravitacional* de un cuerpo. La **masa inercial** es esencialmente la resistencia que presenta un cuerpo flotando en el espacio a ser acelerado, precisamente es a lo que se refiere la ley de la inercia de Newton cuando nos dice que todo cuerpo de masa $\mathbf{m}$ presenta una resistencia a que se le cambie su cantidad de movimiento, resistencia al cambio ocasionada precisamente por su *masa inercial* $\mathbf{m_i}$. Por otro lado la **masa gravitacional** es la atracción que ejerce un campo gravitacional sobre un cuerpo que medida nos indicaría una masa $\mathbf{m_g}$ para dicho cuerpo. La masa inercial es la que posee un cuerpo que está flotando en el espacio vacío interestelar, es la característica propia del cuerpo que se resiste a ser acelerado sacándolo de su estado *inerte* o estado de reposo poniéndolo en movimiento (regresándolo “a la vida”) cuando se le aplica una fuerza, mientras que la masa gravitacional es la que determina el **peso** de un cuerpo en reposo descansando sobre la superficie de un planeta, es la que determina que una persona sea más ligera sobre la superficie de la Luna que sobre la superficie de la Tierra, y más pesada sobre la superficie de Saturno. Clásicamente, en el espacio vacío, la fuerza $\mathbf{F}$ requerida para provocar una aceleración $\mathbf{a}$ sobre un cuerpo está dada por la fórmula:

$$\mathbf{F = m_i\, a}$$

mientras que sobre la superficie de la Tierra el *peso* $\mathbf{W}$ de un cuerpo está dado por una fórmula semejante:

$$\mathbf{W = m_g\, g}$$

siendo $\mathbf{g}$ la aceleración que tendría un cuerpo al ser dejado caer en la superficie de la Tierra.

La masa inercial es una medida de la resistencia de una masa al cambio de velocidad, mientras que la masa gravitacional es la medida de la fuerza de atracción gravitatoria que experimenta una masa en relación a la demás de acuerdo con la fórmula Newtoniana para la fuerza gravitatoria entre dos partículas. Einstein lo que hizo fue, en efecto, adoptar matemáticamente la relación:

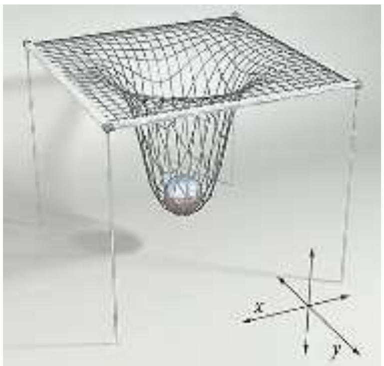
$$\mathbf{m_i = m_g}$$

elevándola al grado de postulado básico para usarla como punto de partida para su Teoría General de la Relatividad.

Es importante aclarar que no hay razón *a priori* para suponer que la masa inercial de un cuerpo sea igual a su masa gravitacional del mismo modo que no hay razón a priori para suponer que un kilogramo de masa gravitacional de un bloque metálico de hierro tenga las mismas propiedades físicas que la masa gravitacional de un bloque metálico de níquel (independiente del tipo de elemento del que está formado el bloque), y del mismo modo que no hay razón alguna para suponer de antemano que la cantidad de átomos que contenga un gramo de azúcar sea igual a la cantidad de átomos que contenga un gramo de agua. Este tipo de datos son información que se recaba experimentalmente, de la experiencia. Hasta donde nos lo han permitido numerosos experimentos efectuados con un grado de precisión muy alto, la masa inercial y la masa gravitacional se pueden tomar como si fueran iguales; si no lo son posiblemente no exista en la actualidad un experimento con la suficiente sensibilidad que nos permita detectar esa mínima diferencia que pudiera haber entre ambas (por ejemplo, de una parte en 10^{80}, lo cual estaría fuera de nuestro alcance).

El principio de equivalencia nos permite partir de la base que ya tenemos, la Teoría Especial de la Relatividad, en donde se ha supuesto que el espacio-tiempo es plano, considerando fenómenos de aceleración dentro de dicha teoría y dando por hecho que, si la aceleración es la misma, el comportamiento de un cuerpo será el mismo ya sea que esté siendo acelerado en el espacio libre mediante la aplicación de una fuerza (masa inercial) o que se encuentre en estado de reposo en un campo gravitacional que le pueda provocar la misma aceleración si se le deja caer (masa gravitacional). El efecto de las aceleraciones es incorporado dentro del modelo matemático de la Teoría de la Relatividad dejando atrás el modelo **plano** del espacio cuatri-dimensional propio de la Teoría Especial de la Relatividad, *para permitirle al plano tomar una curvatura*. En efecto, el continuum tiempo-espacio puede adquirir una curvatura. ¿Y qué es lo que puede provocar tal curvatura en un modelo plano en el que únicamente aplicaban los principios de la Teoría Especial de la Relatividad? **La presencia de masa**. En donde hay alguna masa, el espacio-tiempo resiente una deformación, la cual será mayor tanto mayor sea la masa que está produciendo la curvatura.

La imagen típica con la cual se intenta transmitir esta idea es la de una malla flexible con la cual se intenta simbolizar un espacio-tiempo plano de Minkowski, sobre la cual se coloca una esferita metálica que provoca el hundimiento que nos representa la curvatura:



Sin embargo, es importante no tomar muy a pecho esta representación pictórica de la curvatura introducida en un espacio-tiempo plano por la presencia de una masa, en virtud de que lo que se está tratando de representar es una curvatura que ocurre en *cuatro-dimensiones*, utilizando para ello no una representación gráfica cuatri-dimensional, ni siquiera una representación tri-dimensional, sino una representación plana como la que tenemos arriba. La imagen sirve únicamente para los fines de transmitir una idea, la idea de una curvatura en el espacio-tiempo plano, pero no tiene intención alguna de ser interpretada literalmente.

Como en base a uno de los resultados básicos de la Teoría Especial de la Relatividad, la masa y la energía son equivalentes, ambas son manifestaciones diferentes de la misma cosa, pudiendo referirnos a ambas como la **masa-energía**, dentro de la Relatividad General podemos afirmar que *toda presencia de masa-energía introduce una curvatura en el continuum espacio-tiempo*. En donde no hay masa-energía (en castellano, en donde no hay nada de masa ni de energía) cercana no habrá tampoco ninguna curvatura en el espacio-tiempo, y las fórmulas propias de la Teoría Especial de la Relatividad son las únicas que necesitamos para estudiar los fenómenos que se presenten en dicha región. Expresado sin recurrir a fórmula alguna:

curvatura = concentración de masa y energía

Esto es simbolizado de manera más formal con *la ecuación más importante de la Teoría General de la Relatividad*:

$$\boxed{\mathrm{G} = \frac{8\pi G}{c^4}\mathrm{T}}$$

Esta es la ecuación *dimensionalmente correcta*. Sin embargo, al igual que como ocurre en la Teoría Especial de la Relatividad para fines de análisis y para fines de representación esquemática en los diagramas espacio-tiempo de Minkowski, dada la enorme magnitud de la cifra que representa la velocidad de la luz se acostumbra por convención hacerla igual a la unidad, o sea $c = 1$, con lo cual tenemos a la ecuación en una de sus representaciones más populares:

$$\boxed{\mathrm{G} = 8\pi G\mathrm{T}}$$

En el lado izquierdo de la ecuación tenemos una entidad conocida como *la curvatura*, representada por el símbolo **G**. Y del lado derecho tenemos otra entidad que representa **todo** lo que tiene que ver con la masa-energía, absolutamente todo, simbolizada como **T**. La constante ***G*** es la constante de gravitación universal que en el sistema de mediciones métrico decimal es igual a $6{,}674215 \times 10^{-11}$ $m^3/kg\text{-}seg^2$, una constante que debe ser medida y obtenida experimentalmente; se trata de la misma constante universal que Newton requirió usar para que su fórmula de atracción gravitacional entre dos cuerpos concordase con los fenómenos astronómicos analizados bajo la mecánica Newtoniana.

Puesto que 8 y π son también constantes (numéricas) el factor $\mathbf{8\pi G}$ en sí no es más que una constante, de la cual si prescindimos tenemos una relación cualitativa que del lado derecho nos está simbolizando la curvatura en el espacio-tiempo y del lado derecho nos está simbolizando el contenido en masa-energía y *momentum* que está produciendo la curvatura señalada. Debe enfatizarse el hecho de que la curvatura en la **carta** *(manifold*) espacio-tiempo es una curvatura de un espacio *en cuatro dimensiones*, y por lo tanto no es una curvatura que podamos percibir geométricamente de manera directa. Esta curvatura la percibimos a través de los *efectos* que produce tales como la rotación de los planetas alrededor del Sol. La curvatura en el espacio-tiempo le dice a la masa-energía cómo y en qué sentido debe moverse, mientras que la masa-energía le dice al espacio-tiempo cuánto y de qué manera debe "curvearse".

Esta ecuación lo que nos está diciendo esencialmente es que cuando **T** no tiene un valor de cero (en todas sus componentes), **G** tampoco lo tendrá (en todas sus componentes) y por lo tanto habrá una curvatura en el *continuum* tiempo-espacio. El lector avispado tal vez empiece a percibir aquí un problema: si **A** le dice a **B** cómo debe moverse, y si **B** le dice a **A** cómo debe "curvearse" para que **B** a su vez le diga a **A** cómo debe moverse, ¿entonces cómo vamos a resolver las ecuaciones que nos describan cualquier tipo de situación? Es aquí que tenemos que confrontar una dura realidad: *los problemas postulados dentro del marco de la Teoría General de la Relatividad, hablando en términos generales, son irresolubles matemáticamente, sólo se pueden obtener soluciones exactas para casos particulares o recurriendo a aproximaciones*. Afortunadamente, hay algunos casos particulares, especialmente aquellos en los que tomamos ventaja de la simetría esférica, en donde podemos obtener soluciones exactas a las ecuaciones de Einstein. Pero el caso general, sobre todo el caso en el que tenemos que recurrir a simulaciones computarizadas a causa de la no-linearidad de las ecuaciones diferenciales involucradas, es algo que inclusive justifica el tener que recurrir a las supercomputadoras de hoy en día para poder encontrar soluciones razonablemente aproximadas.

Siguiendo una idea propuesta inicialmente por Max Planck de asignarle a las constantes físicas un valor unitario en vez de utilizar sistemas de medición concebidos artificialmente por el hombre que no están basados en algo válido en el Universo entero que sea independiente de criterios arbitrarios, en lo que Max Planck llamó "unidades naturales" y que en la Teoría de la Relatividad se conoce como *unidades geometrizadas* a la constante de gravitación universal *G* se le asigna también un valor de 1. Con esto, la ecuación más importante de la Teoría General de la Relatividad se nos presenta frecuentemente en muchos textos y trabajos científicos de la siguiente manera simplificada:

$$\boxed{G = 8\pi T}$$

Hay que tener mucha precaución con esta que podemos considerar *la fórmula fundamental de la Teoría General de la Relatividad*, porque es **una ecuación tensorial**, y el nombre correcto de **G** es el de *tensor de curvatura de Einstein*, mientras que el nombre correcto de **T** es el de *tensor energía-momentum o tensor energía-tensión o tensor energía-impulso*, y cada uno de ellos requiere para su especificación completa un total de 16 componentes. Las **ecuaciones del campo gravitacional** o simplemente **ecuaciones de campo** de la Relatividad General, expresadas en su forma más explícita, tienen el siguiente aspecto en notación tensorial:

$$\mathbf{R} - \tfrac{1}{2}\mathbf{g}R = 8\pi G\mathbf{T}$$

en donde **R** = $(R_{\mu\nu})$ es el *tensor de curvatura de Ricci*, R es el **escalar de Ricci**, **g**=$(g_{\mu\nu})$ es el **tensor métrico** y **T**=$(T_{\mu\nu})$ es el **tensor energía-tensión** o **tensor energía-impulso** (*stress-energy tensor*). En notación de sub-índices, la anterior ecuación se escribe de la siguiente manera:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

En un espacio de cuatro dimensiones, cada uno de los tensores representa una cantidad física que consta de 16 componentes y la cual puede ser representada como una matriz 4x4. A manera de ejemplo, las 16 componentes del tensor **T**=$(T_{\mu\nu})$, expresadas en forma de matriz, tienen el siguiente aspecto:

$$\begin{bmatrix} T_{00} & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{10} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{20} & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{30} & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}$$

En su formulación de la ecuación fundamental de la Teoría General de la Relatividad, Einstein siguió el ejemplo de Maxwell en su derivación de las cuatro ecuaciones básicas del electromagnetismo, para las cuales Maxwell utilizó notación **vectorial** con lo cual las fórmulas generales simplificadas se vuelven independientes del tipo de coordenadas (Cartesianas, polares, cilíndricas, esféricas, etc.) que se utilicen para describir algún fenómeno electromagnético en particular. Puesto que la formulación de la Teoría General de la Relatividad requiere de un espacio de cuatro dimensiones (cuatri-dimensional), el uso de vectores no es suficiente para la simplificación de todo hasta reducirlo a una fórmula (o a unas cuantas fórmulas), se requiere el uso de notación **tensorial**. Sin embargo, es importante señalar aquí que los vectores, esas magnitudes físicas que tienen dirección y sentido tales como la aceleración de un automóvil o la fuerza que se le aplica a una palanca, en realidad *también son tensores*, **tensores de orden uno**. Y de hecho, todas las demás magnitudes físicas conocidas como escalares, esas magnitudes físicas que no tienen dirección y sentido tales como la temperatura de un objeto, *también son tensores*, **tensores de orden cero**. Al estar hablando de tensores, debe ir quedando claro que tendremos que ir un paso más allá del cálculo infinitesimal ordinario que se enseña en los bachilleratos, tendremos que familiarizarnos con las técnicas del **cálculo diferencial absoluto**, hoy mejor conocido como el **cálculo tensorial**, inventado por el matemático italiano Gregorio Ricci y publicado por su alumno Tullio Levi-Civita en un libro que sigue siendo de actualidad hoy en día, *The Absolute Differential Calculus*.

La ecuación tensorial básica de la Relatividad General, expresada en función de coordenadas generalizadas (las cuales como ya se dijo pueden ser Cartesianas, polares, etc.) y escrita de la siguiente manera (usando subíndices):

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

adquiere su forma más sencilla cuando en el espacio circundante no hay nada de masa ni energía presentes, en cuyo caso todos los componentes del tensor $T_{\mu\nu}$ son iguales a cero, lo cual equivale a decir que el tensor **T**= $(T_{\mu\nu})$ es igual al **tensor cero 0**, o sea **T=0** lo que a su vez implica que **G=0**. *Para que el espacio-tiempo en alguna región del Universo sea plano, Lorentziano, propio de la Teoría Especial de la Relatividad, la condición fundamental es que el tensor de Einstein **G** sea igual al tensor cero.*

Como ya se mencionó, el conjunto de ecuaciones representadas de esta manera (tensorial) es conocido como las **ecuaciones de campo**. Si utilizamos **coordenadas Cartesianas** (x_1,x_2,x_3), entonces como una de las coordenadas es la coordenada que corresponde a la variable tiempo t tanto la variable μ como la variable ν pueden representar a cualquiera de las *cuatro* coordenadas del espacio-tiempo (x_1,x_2,x_3,t). Hasta aquí hemos estado utilizando coordenadas Cartesianas, rectangulares, pero podemos usar cualquier otro tipo de coordenadas adecuadas a nuestros propósitos. Si utilizamos **coordenadas esféricas** (r,θ,φ) para especificar la distancia radial, el ángulo del cenit θ y el ángulo azimutal φ, entonces en el espacio *cuatri-dimensional* (r,θ,φ,t) también tanto la variable μ como la variable ν pueden representar a cualquiera de las cuatro coordenadas en este espacio-tiempo especificado por estas coordenadas esféricas, de modo tal que varios valores típicos de $G_{\mu\nu}$ y de $T_{\mu\nu}$ vendrían siendo:

$$G_{r\theta}\ ,\ G_{\theta\varphi}\ ,\ G_{\varphi t}$$
$$T_{t\theta}\ ,\ T_{rr}\ ,\ T_{\varphi\theta}$$

Es importante resaltar aquí que, por simetría $G_{\mu\nu}= G_{\nu\mu}$, de modo tal que, por ejemplo:

$$G_{r\theta} = G_{\theta r}$$
$$G_{\varphi t} = G_{t\varphi}$$

Igualando los componentes respectivos de $G_{\mu\nu}$ y $T_{\mu\nu}$ en una ecuación tensorial para un caso particular, tenemos un sistema de ecuaciones con el cual en principio podemos resolver el problema matemáticamente, lo cual a primera vista parecería fácil. Desafortunadamente, las ecuaciones que involucran al *tensor de curvatura de Einstein* **G** son ecuaciones *diferenciales*, ecuaciones que involucran derivadas, así que el problema ya no es tan fácil. Peor aún, las ecuaciones diferenciales resultantes por lo general resultan ser ecuaciones diferenciales no-lineares, precisamente la situación matemática más difícil de todas. Para dar mayor detalle, la forma precisa de la curvatura del espacio-tiempo está determinada por un total de 12 ecuaciones del tipo que en matemáticas se conoce como ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas acopladas. Esto nos limita severamente la cantidad de problemas que pueden ser resueltos de manera *exacta* bajo algún sistema de coordenadas, llevándonos a considerar casos especiales como el caso en el que la masa de uno de un par de cuerpos es mucho mayor que la masa del otro cuerpo que tiene cerca.

Aun así, hay triunfos espectaculares, como el logrado por Karl Schwarzschild, el cual en una solución matemática dada a las ecuaciones de campo de Einstein (una solución que impresionó a este último porque no creía factible la posibilidad de encontrar soluciones exactas a sus ecuaciones de campo) sentó las bases para la predicción de la existencia de los **agujeros negros**, regiones del espacio-tiempo con un campo gravitacional tan intenso que ni siquiera a la misma luz puede escapar.

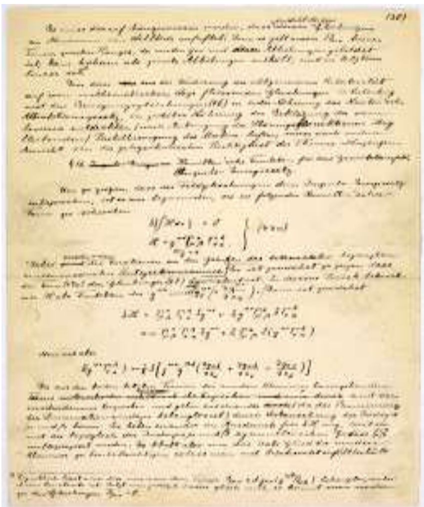
El que el espacio-tiempo pueda ser objeto de una torsión (curvatura) causada por la cercanía de masa-energía tiene implicaciones directas tanto para el *espacio* medido por diferentes observadores como para el *tiempo* medido por diferentes observadores. En el caso del espacio, éste va experimentando una *contracción relativista* conforme un cuerpo se va acercando a un objeto de masa apreciable como la Tierra:

Del mismo modo, en el caso del tiempo, éste va experimentando una dilatación relativista conforme el cuerpo se va acercando a la Tierra:

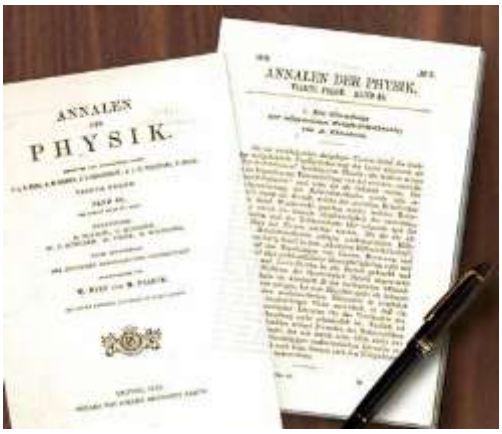
El principio de equivalencia nos permite entender mejor algo que había quedado en cierta forma inconcluso y pendiente en una entrada previa titulada “Una teoría libre de asimetrías y de paradojas”, *la paradoja de los gemelos*. En dicha entrada se había señalado que la razón por la cual uno de los gemelos envejece más que el otro es porque existe una asimetría en la cual uno de los gemelos permanece en estado de reposo mientras que el otro que viaja en una nave espacial experimenta una aceleración para ponerse en marcha hacia la estrella (o el planeta) distante, experimenta otra aceleración para detenerse y dar la vuelta en sentido contrario (lo cual equivale a un cambio en los marcos de referencia) y experimenta otra aceleración para encaminarse de regreso hacia la Tierra. Como lo acabamos de ver, en un campo gravitacional el tiempo se dilata. Pero de acuerdo con el principio de equivalencia, desde el punto de vista relativista no existe diferencia alguna entre el estar en un campo gravitacional y el estar en un marco de referencia acelerado (ambos con la misma magnitud de aceleración). Entonces el tiempo medido por un viajero en una nave espacial que se está acelerando está dilatado igualmente que si se encontrara situado dentro de un campo gravitacional. Con ello, queda explicada cualitativamente la paradoja de los gemelos.

Ponerle números al asunto requiere la formulación matemática precisa dada por Einstein, lo cual requiere acceder a las herramientas propias del cálculo tensorial.

A continuación tenemos una página del manuscrito escrito por Einstein dando forma a su *Teoría General de la Relatividad*:



En la misma publicación científica *Annalen der Physik* en donde en 1905 Einstein dio a conocer al mundo la Teoría Especial de la Relatividad, once años después se publicó en 1916 en Leipzig la primera introducción a la Relatividad General en el volumen 49 del *Annalen der Physik*, bajo el título "Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstheorie", un trabajo en la cual se avanzó por vez primera el concepto revolucionario de que la atracción de la gravedad es el resultado de una curvatura en el espacio-tiempo y no el resultado de una fuerza entre dos cuerpos como lo había propuesto Newton:



Por el interés histórico que pueda despertar en los estudiosos sobre el tema así como por la visión que nos puede dar sobre la manera en la cual Einstein fue dando forma matemática a su Teoría General de la Relatividad, se ha incluido como acompañante de esta obra un apéndice en el que se reproducen algunas de las páginas manuscritas del libro de apuntes (cuaderno de notas) de Einstein dentro del cual fue anotando las ideas conforme se iban desarrollando en su mente con el paso de los meses y los años, el cual ha sido puesto bajo el título "Relatividad General: Manuscritos originales".

Como ya se señaló, el salto de un espacio-tiempo *plano* a un espacio-tiempo *curvo* requerirá de un uso intensivo no sólo de las herramientas del cálculo infinitesimal, requerirá del manejo de cuatro dimensiones a la vez mediante el cálculo infinitesimal extendido a las cuatro dimensiones, lo cual requerirá sistematizar las herramientas que ya teníamos dentro de otro conjunto de técnicas conocidas como el *análisis tensorial* o *cálculo tensorial* en el cual extendemos el concepto de magnitudes físicas como la temperatura y la masa sin dirección y sentido (escalares) así como de la velocidad y la aceleración (vectores) que poseen dirección y sentido a una nueva cantidad física: los tensores.

Las ecuaciones de campo de Einstein no son la única teoría concebida para explicar matemáticamente el fenómeno de la gravedad. Un ejemplo de otras teorías alternas lo constituye la **teoría de gravitación Brans-Dicke** (el principal competidor) desarrollada en 1961, la cual también es capaz de explicar la deflexión de la luz en presencia de un campo gravitacional así como la precesión de las órbitas de los planetas en torno al Sol, y contiene además características muy peculiares tales como el hecho de que la constante de gravitación universal ***G*** no es realmente una constante e inclusive lo que la sustituye dentro de la teoría Brans-Dicke puede variar de lugar así como en el tiempo. Esta teoría, a diferencia de la Relatividad General de Einstein que es una teoría de índole puramente tensorial, es una teoría *escalar-tensorial* en el sentido de que la interacción gravitacional depende tanto de lo que llamamos un campo escalar así como del campo tensorial propio de la Relatividad General. Ambas teorías concuerdan con los datos observados experimentalmente hasta la fecha. Sin embargo, en comparación con la fórmula tensorial básica de la Relatividad General **G = 8π*G*T**, las dos ecuaciones de la teoría Brans-Dicke:

$$\Box\phi = \frac{8\pi}{3+2\omega}T$$

$$G_{ab} = \frac{8\pi}{\phi}T_{ab} + \frac{\omega}{\phi^2}(\partial_a\phi\partial_b\phi - \frac{1}{2}g_{ab}\partial_c\phi\partial^c\phi) + \frac{1}{\phi}(\nabla_a\nabla_b\phi - g_{ab}\Box\phi)$$

en donde T_{ab} es el tensor tensión-energía (o tensor energía-impulso) y φ es el campo escalar introducido en la teoría Brans-Dicke y que está ausente en la Relatividad General de Einstein, ciertamente muestran un aspecto mucho más intimidante. El consenso actual entre la mayoría de la comunidad científica es de que, a menos de que haya alguna razón importante para reemplazar a la Relatividad General Einsteniana con la más complicada teoría Brans-Dicke, no hay razones fundamentales de peso ni ventaja alguna en irnos de lo moderadamente complicado (Einstein) a lo más complejamente elaborado (Brans-Dicke y otras teorías) que, al menos filosóficamente, descansan sobre bases mucho más endebles.

Continúa en el próximo número…

Aún no se ha logrado descifrar qué es la gravedad.

Versión del artículo original de BALTASAR PÉREZ
TOMADO DE: QUO.es – 11 de diciembre de 2021

Todo lo que se ha contado hasta ahora sobre la gravedad puede estar equivocado o no ser del todo cierto. La física de partículas está 'empeñada' en hacer volar por los aires todas las certezas.

Según el físico teórico **Erik Verlinde**, de la Universidad de Amsterdam, la gravedad es una completa ilusión, es solo un espejismo, el resultado de interacciones mucho más complejas que aún no somos capaces de entender.

Pero comencemos por las bases. En el siglo XVI, Galileo Galilei descubrió que los objetos se mueven de forma horizontal gracias a la inercia, de tal modo que, si no hay otras fuerzas que los afecten, como el rozamiento, podrían continuar avanzando infinitamente. Bajo esta óptica, quiso averiguar qué ocurría con los objetos en caída libre e intuyó que tenían implicada una aceleración constante.

Para analizar si la intensidad de la aceleración dependía de la masa del objeto, hizo rodar bolas de cañón de aleaciones distintas por un plano inclinado y comprobó que la aceleración era la misma en todos los casos. El problema de Galileo para obtener un resultado completamente fiable era el rozamiento que ofrecía la rampa que utilizaba como plano inclinado.

En 1581 intentó solventarlo lanzando dos bolas de distinta densidad desde lo alto de la torre de su ciudad natal, Pisa, pero en este caso, el rozamiento vendría proporcionado por la atmósfera terrestre.

Lamentablemente, Galileo no pudo ser uno de los miles de espectadores que contemplaron la demostración de su teoría, televisada en julio de 1971 desde un ámbito óptimo: la superficie sin atmósfera de la Luna. El astronauta David R. Scott se situó ante la cámara del módulo lunar con una pluma de halcón en una mano y un martillo de geólogo en la otra. Soltó ambos objetos al mismo tiempo y demostró al mundo que ambos llegaban al suelo lunar a la vez.

El primer científico que, en el siglo XVII, dio solidez matemática al concepto de la gravedad fue Isaac Newton. De su famosa Ley de la Gravitación Universal y de sus leyes del movimiento se desprende que dos objetos se atraen entre sí con la misma fuerza, pero en direcciones opuestas y con una aceleración inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa, lo cual quiere decir que, aunque parezca increíble, nosotros atraemos a la Tierra exactamente igual que ella nos atrae a nosotros.

El secreto de que siempre seamos nosotros los que caigamos, y no al revés, está en la masa: cuanta más cantidad de materia tenga un objeto, mayor fuerza gravitatoria ejerce sobre otro. La teoría de Newton permitió explicar gran cantidad de fenómenos naturales que hasta entonces habían sido un misterio, como los movimientos de los planetas, las mareas, producidas por la acción gravitatoria de la Luna, o las leyes que rigen la caída de los cuerpos, y siguió vigente hasta que un nuevo genio de la ciencia vino a ocuparse de este fenómeno omnipresente.

EINSTEIN Y EL ESPACIO-TIEMPO

A principios del siglo XX, Albert Einstein interpretó la gravedad dentro de los parámetros de su teoría de la relatividad y la definió como una distorsión del espacio-tiempo provocada por los objetos existentes en él. El científico alemán consideraba la existencia de una especie de tejido espacio-temporal que los cuerpos masivos podrían deformar, como lo haría una bola maciza rodando sobre una sábana extendida. La curvatura que se produce en el espacio-tiempo es la que determina la trayectoria de los cuerpos en esa región. O, para utilizar la interpretación de los científicos C. Misner, K. Thorne y J. Wheeler, la materia le dice al espacio cómo curvarse y el espacio le dice a la materia cómo moverse. Einstein predijo fenómenos como que un campo gravitatorio muy potente puede llegar a desviar un rayo de luz, hecho que acaba de comprobarse una vez más durante un eclipse de sol que se pudo observar desde África.

En época más reciente, la física de partículas ha lanzado la hipótesis de la existencia de los gravitones, unas partículas que rodearían a los cuerpos y determinarían su gravedad, pero que, de momento, quedan confinadas al campo teórico, porque nadie ha conseguido verificar su existencia.

LA TEORÍA DEL FÍSICO HOLANDÉS QUE LO HA PUESTO TODO PATAS ARRIBA

Lo cierto es que la gravedad no ha sido nunca explicada del todo. Siempre ha habido piezas que no encajan. El físico teórico **Erik Verlinde**, de la Universidad de Amsterdam, lanzó una teoría que muchos consideraron fuera del tiesto, sin embargo, puede tratarse de una de las mayores revoluciones en nuestra comprensión de las fuerzas de la naturaleza. Según Verlinde, además, su teoría permite explicar alguno de los grandes enigmas del cosmos, como la materia oscura.

Verlinde centra su explicación en la termodinámica. Repasamos tres leyes fundamentales de la termodinámica: la conservación de la energía, la irreversibilidad de la naturaleza y algo fascinante, y es que todo tiende al desorden, la entropía. Verlinde afirma que «la gravedad no existe» y que la ciencia ha estado analizándola de manera incorrecta.

La idea de que la gravedad está relacionada con la entropía y que podría no ser una fuerza fundamental ha generado bastante controversia en el mundo científico y muchos tratan de demostrar si es cierta, o si es incorrecta.

Margot Brouwer, del Observatorio Leiden, ha puesto a prueba la nueva teoría de la gravedad del físico teórico Erik Verlinde, por primera vez a través del efecto de lente de gravedad. Brouwer y su equipo midieron la distribución de la gravedad alrededor de más de 33.000 galaxias para poner a prueba la predicción de Verlinde, científico de la Universidad de Amsterdam. Llegó a la conclusión de que la teoría de Verlinde está de acuerdo con la distribución de la gravedad medida. Brouwer llegó a la conclusión de que la teoría de Verlinde está de acuerdo con la distribución de la gravedad medida. **Los resultados fueron publicados en Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.**

Así, los manuales básicos para entender el mundo siguen con páginas por rellenar.

María Gracia Batista:
Una astrofísica venezolana que quiere saber el origen de las estrellas.

Texto elaborado por Efecto Cocuyo - @efectococuyo
22 de enero de 2021

Cuando usamos los telescopios, de los más pequeños a los más potentes para observar objetos en el espacio, en realidad estamos mirando al pasado. Pero, ¿cómo eso es posible?

Pues, sí. La luz viaja a una velocidad de 300.000 kilómetros por segundo. Parece que se mueve muy rápido, pero los cuerpos del espacio están tan lejos que su luz tarda mucho en llegar hasta nosotros.

Cuanto más distante está el objeto, más tiempo tarda en llegar la luz y, por lo tanto, lo que vemos está aún más lejos en el pasado.

Esta es una de las interrogantes que, con mucha emoción, responde María Gracia Batista, una astrofísica venezolana que en la actualidad es la coordinadora del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de Colombia.

Sí, leyó bien. Batista es de Valencia, estado Carabobo, y, al igual que la luz, viaja muy rápido en el fascinante estudio del universo, pero sus logros están cerca y no tardan en llegar hasta nosotros.

ASTRONOMÍA EN VENEZUELA PASO A PASO

Batista logró ejercer la astronomía en Venezuela. Pero, al igual que muchos profesionales en el país, tuvo que pasar por decisiones académicas para poder vislumbrar el rumbo de su carrera.

En 2011 se graduó como Licenciada en Física en la Universidad de Carabobo y, cuando estaba en proceso de su pregrado, debió decidir la especialidad. Desde la materia condensada o la física de partículas, ella decidió la óptica.

“Yo decidí irme por la parte de instrumentación, de la óptica. Básicamente, aprendí cosas relacionadas con deposiciones de películas delgadas para hacer los espejos, manejo de láser, óptica computacional, (…) Entonces, cuando termino mi tesis, es como ‘Ok, María sabe hacer instrumentos, muy bien, pero aplicados a qué’. De allí fue que con la maestría elegía el rumbo que iba a tomar en la parte de instrumentación. Ya tenía compañeros que estaban en el CIDA [Centro de Investigaciones de Astronomía], me dije «¿por qué no hacer instrumentación astronómica?»”, contó Batista a *Efecto Cocuyo* vía *Meet.*

Entre risas, cuenta que, cuando llegó al Centro de Investigaciones de Astronomía (CIDA) en Mérida, se sentía que estaba en un estado “híbrido” porque “no sabían si yo iba a apretar tornillos o si iba de verdad a hacer investigación. «No entendemos», me decían, estás como en un rol de ingeniera, pero al mismo tiempo como científica”.

Para ese entonces, la política académica del CIDA era formar a los estudiantes como investigadores. Y allí, estaba María Gracia Batista, creando –para su tesis de Maestría- un sistema correctivo a uno de los telescopios robotizados del Centro.

No, al final no estaba apretando tornillos.

“Para uno de los cuatro telescopios, el que está robotizado y cuya cúpula se mueve junto con el telescopio para que no se bloquee y que tiene metro y medio de diámetro, diseñé un sistema correctivo con el cual podíamos quitar los espejos y funcionaría con el sistema correctivo como un nuevo telescopio con un ancho más amplio”, explicó.

Es algo así como cambiar unas gafas o unos binoculares.

“Con el sistema original, veías un pedazo chiquito de cielo y con los nuevos lentes ya veías un campo más amplio del cielo con la misma calidad con la que veías el campo chiquito”, confirmó.

Un proyecto ambicioso, pero, tras las reducciones de presupuesto por las que ha pasado el CIDA, no pudo materializarse completamente y “quedó el modelo hecho”.

DE VENEZUELA A PANAMÁ Y COLOMBIA

A pesar de la situación presupuestaria en la institución de astronomía, Batista logró obtener conocimientos suficientes para ejercer su vocación en su país.

Sin embargo, un evento inesperado marcó un antes y después en su vida y se convirtió en uno de los motivos para migrar: el secuestro de su padre.

Ya como Magister en Física, terminó sus estudios en el CIDA en 2014, pero siguió asistiendo como observadora hasta 2015.

“De allí vino todo el tema de las guarimbas, el bloqueo en Mérida… En lo que tuve la oportunidad me regresé a Valencia, de donde soy, estuve un tiempo con mis papás (…) El día que me devolví a Mérida, intentamos salir a las 6:00 am al terminal de buses; en esa salida, cuando mi papá sacó la camioneta, yo me bajé para buscar a mi mamá que siempre se retrasa, pero en ese trayecto lo abordaron y lo secuestraron”, cuenta.

A Batista le tocó lidiar y resolver esa situación: “Fui la última llamada del celular de mi papá, se trataba de un secuestro exprés, por lo cual tienes 24 horas para bien o para mal. Fue todo un tema, pero finalmente lo rescatamos bien”.

“Como estuve dentro de todo el proceso, sabían todo de mí, así que cuando lo recuperamos, una semana después me fui a Mérida a buscar lo que pude”.

Por prevención, era hora de emigrar.

El 7 de octubre de 2015 ya estaba en Panamá, donde reside uno de sus hermanos.

“Yo llegué como turista, no llegué con visa para trabajar en Panamá. Recuerdo que mi hermano me dijo «bienvenida a Panamá, estoy bien, pero tampoco puedo asumir la totalidad de tu estadía». Le respondí «en lo que me toque trabajar, con gusto»”, rememoró.

Dos días después, su hermano le informó de una vacante laboral: sacando copias en un concesionario Mazda.

“Mi hermano me lo dijo como con pena, por todo lo de mi carrera y el posgrado, pero yo dije «bueno, está súper». Estaba anonadada, cuánta gente no llega aquí y pasan meses y todavía no encuentran trabajo”, relata.

Ya en el concesionario, donde había una María Gracia Batista decidida a “sacar las mejores copias, porque donde llegues tienes que hacerlo bien”, recibió un correo electrónico donde le informaban que la Universidad Nacional de Colombia estaba considerándola para el puesto que tiene actualmente.

Resulta que antes de emigrar a Panamá, una investigadora del CIDA envió un correo con esa vacante y Batista lo respondió con su currículum.

"Yo no había escuchado nunca de esa universidad. Envié mi CV y me postulé. Pensé «en Colombia y Venezuela hay un montón de gente que puede hacer esto», pero por qué no, vamos a intentarlo", dijo.

A partir de allí, vinieron las entrevistas y unas cinco etapas de prueba.

"Fueron muy empáticos, les hice saber desde el principio que no estaba en Venezuela. Pero luego de pasar las cinco etapas me dijeron que sí, que el nuevo semestre comenzaba en febrero y debía ir antes para lo del contrato, la visa (…) Fue demasiado impresionante para mí", narra, todavía, con una voz de sorpresa.

Aunque hizo sus maletas pensando en el clima tropical de Panamá, le tocó cambiar de equipaje a uno para el clima frío en Colombia, donde está ubicada la Universidad Nacional y su observatorio astronómico, su nuevo sitio de trabajo.

"NO SOY DELINCUENTE"

Como astrofísica, María Gracia Batista ha labrado una carrera exitosa en Colombia. Por casualidad, en sus palabras, se dieron cuenta de que es la primera mujer docente del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de Colombia y así la nombraron.

Pero, su reconocimiento tuvo un vuelco mayor cuando tuiteó con la etiqueta #NoSoyDelincuente, que salió minutos después de que la alcaldesa de Bogotá, Claudia López, comentó en una alocución que "hay venezolanos inmigrantes metidos en criminalidad que nos están haciendo la vida de cuadritos".

Aunque Batista confirma que el comentario de López no fue la razón para escribir con la etiqueta, su tuit tuvo más de 13.000 favoritos y casi 4.000 retuits, acompañados por miles de respuestas de otros connacionales que rechazaban las declaraciones de la alcaldesa.

"Simplemente, vi la tendencia. Había varios venezolanos diciendo «hey, no generalicen, soy venezolano y estoy aquí y no soy delincuente». De ahí fue que se me ocurrió poner el mío como uno más. Realmente surgió como una catarsis por lo que vi en las tendencias, pero miento si te digo que fue en respuesta a Claudia López. No estaba buscando ponerme en guerra con ningún dirigente político de Colombia, no me conviene. Pero sí fue en respuesta a las tendencias", explicó.

A partir de ese momento, Batista se convirtió en un ejemplo no solo para sus paisanos migrantes, sino para toda una generación de niños, niñas y adolescentes que al igual que ella, desean fascinarse por la pasión del universo.

DE LA ÓPTICA AL ESTUDIO DE LAS ESTRELLAS

Cuando estaba en primer grado de primaria, María Gracia Batista lloraba porque "me sentía bruta para las matemáticas; era tapadísima para los números". Quién diría que su futuro estaba centrado en los números.

"De tanta práctica, le agarré cariño a las matemáticas. Cuando estaba en sexto grado, me metí en las Olimpiadas de Matemática y llegué incluso al tercer puesto en Carabobo", relató.

Para ella, fue "la vuelta a la tortilla" pasar de odiar las matemáticas a que le gustaran. Incluso, primero quiso ser astronauta, pero luego quiso ser maestra de preescolar.

Aunque no se convirtió en maestra o astronauta, su pasión la lleva a viajar por todo el universo desde la Tierra.

Actualmente, estudia los objetos T Tauri, en la formación de estrellas, para lo cual le ha servido su experiencia en óptica.

"El tema de instrumentación te da esa noción de cuáles cosas son factibles y cuáles no son factibles de ver. Muchas veces uno lee y se pregunta «cómo lo vemos», eso requiere unos niveles de precisión y resolución".

La conexión entre la óptica y los objetos T Tauri fue Jesús Hernández, quien era profesor del CIDA y que "curiosamente" no le dio clases a Batista. Pero Hernández terminó por mostrarle dos opciones de temas a Batista para su tesis de doctorado.

"Yo nunca vi clases con él, ni siquiera [materias] electivas, pero era súper amigable y accesible, de esas personas que tienen buena relación con la investigación y con la instrumentación. Él viajó a Colombia y tuve el honor de que me mostrara dos propuestas", dijo Batista.

La física no tuvo dudas al elegir estudiar los objetos T Tauri, porque era su oportunidad para tener evidencia observacional de estos objetos cuasi invisibles.

"Para poner una perspectiva: una estrella como el Sol, en su primera fase, puede pasar 9.000 millones de años, y los objetos T Tauri tienen 2.000.000 millones de años, son muy jóvenes [en términos de astronomía]", explicó.

Justamente, sigue explicando Batista, el telescopio ALMA, que trabaja el nivel de radio y submilimétrico del espectro, "está logrando ver la formación de esos objetos T Tauri, todo el tema de los discos protoplanetarios y está empezando a resolver todos estos problemas que solamente estaban planteados en artículos".

"Ahorita tengo la oportunidad de manejar casi 10.000 objetos. Si no es la más grande, es una de las muestras más grandes que se van a reportar, unos 9.700 confirmados como T Tauri", adelantó Batista, con entusiasmo, a Efecto Cocuyo.

LOS SUEÑOS SÍ SE CUMPLEN

Según Batista, la astronomía "nunca ha sido una carrera que uno la piense por dinero, por fama, ni por múltiples opciones de trabajo. Es de esas carreras donde uno lo hace porque sientes que es lo que quieres hacer; es algo que comienza como un *hobby*, una duda o una curiosidad general del espacio y porque sientes que ser científico es un rol en el que sueñas y te visualizas estando ahí".

"Todas las carreras son necesarias. Contrario a lo que puedas pensar, no soy una evangelizadora de la ciencia o de la astronomía, sino que soy una fanática que creo que la gente tiene que hacer lo que le apasione porque eso es lo que la va a hacer buena", resaltó la física venezolana.

Batista reiteró que no basta con hacer las cosas bien, sino con pasión, entrega y ganas. Además, considera que los jóvenes deben tomarse el tiempo de ver todas las opciones, "las carreras que dan y las que no dan dinero".

Para ella, desde su experiencia como astrónoma y luego como migrante, "toda carrera tiene un sacrificio tremendo, incluyendo la astronomía. En mi caso, lo que me hace levantarme todos los días es saber que voy a hacer mi trabajo, saber que estoy haciendo lo que me apasiona. Ningún trabajo va a ser fácil o va a ser menos importante".

"Se necesitan todos: albañiles, científicos, heladeros, meseros, investigadores, todo para que la sociedad funcione y eso lo recordé cuando llegué a Panamá y me tocó sacar esas copias. Yo dije, «si voy a sacar copias, van a quedar centraditas, legibles, hermosas, preciosas, porque es mi trabajo y lo voy a hacer lo mejor que pueda»", detalla.

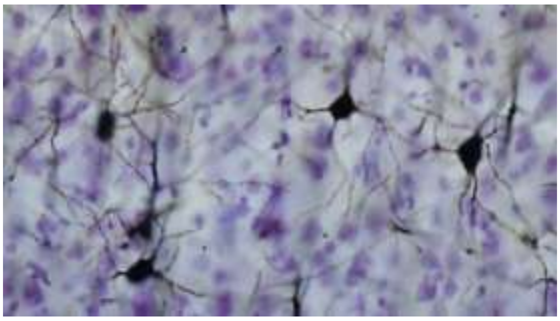
"Mi consejo para las personas es que sean las mejores personas y los mejores profesionales que puedan ser en el área que les apasione y si su área es la ciencia, no sientan miedo porque su pasión y su entrega por la ciencia –o por lo que elijan- es lo que le va a abrir las puertas para que encuentren el espacio para trabajar", concluyó.

Los neurocientíficos descubren un nuevo tipo de señal en el cerebro humano.

Versión del artículo original de: RYAN F. MANDELBAUN

FUENTE: GIZMODO

TOMADO DE: *MSN*



CRÉDITO IMAGEN: © Foto: BrainMaps.org/UC Davis.

Los científicos han descubierto un nuevo tipo de proceso eléctrico en el cerebro humano que podría desempeñar un papel clave en la forma única en que nuestros cerebros calculan.

Nuestros cerebros son ordenadores que funcionan usando un sistema de células cerebrales conectadas, llamadas neuronas, que intercambian información usando señales químicas y eléctricas llamadas potenciales de acción. Los investigadores han descubierto que ciertas células en la corteza humana, la capa externa del cerebro, transmiten señales de una manera que no se ve en las correspondientes células de roedores. Este proceso podría ser importante para comprender mejor nuestros cerebros únicos y para mejorar los programas que se basan en un modelo del cerebro humano.

"*Las neuronas humanas pueden ser dispositivos computacionales más potentes de lo que se pensaba anteriormente*", dijo a Gizmodo el autor correspondiente del estudio, Matthew Larkum, de la Universidad Humboldt de Berlín.

Los cerebros humanos tienen una corteza gruesa, especialmente la segunda y tercera capas (L2 / 3) de la superficie. Estas capas contienen células cerebrales con muchas ramas, llamadas dendritas, que las conectan e intercambian información con otras células cerebrales. Los investigadores adquirieron y analizaron cortes de tejido L2 / 3 de pacientes con epilepsia y tumores, enfocándose específicamente en estas dendritas. Larkum explicó por correo electrónico que las cirugías de epilepsia proporcionaron una cantidad suficiente de tejido de la corteza disponible, mientras que el tejido del paciente con tumor se utilizó para garantizar que las observaciones no fueran exclusivas de las personas con epilepsia.

El equipo conectó los tejidos a un sistema que construye un circuito eléctrico a partir de las células y un instrumento de medición, y utilizó un microscopio fluorescente para observar la acción de estas células L2 / 3. El equipo notó que las corrientes eléctricas introducidas encendieron más potenciales de acción de lo que lo harían en las células de roedores y que un químico que debería haber bloqueado la actividad de las dendritas no lo hizo por completo.

Los experimentos revelaron la presencia de un nuevo tipo de potencial de acción que viaja con la ayuda de iones de calcio, en lugar de iones de sodio y calcio. Es un tipo de potencial de acción nunca antes visto en las células de la corteza de los mamíferos, según el artículo que se publicó en la revista *Science*.

Pero los investigadores llevaron su experimento más allá. Después de estudiar el comportamiento de estos "potenciales de acción dendrítica mediados por el calcio", los modelaron en una simulación por computadora, y resultó que podían realizar una función computacional (llamada puerta XOR) que los científicos pensaban que requeriría una red de neuronas, en lugar de solo una. Proponen que una red neuronal artificial podría incorporar estos nuevos tipos de potenciales de acción para simplificar los cálculos.

Estudios como estos tienen sus limitaciones. Los investigadores no pudieron modelar toda la neurona, y el trabajo no se realizó en humanos, solo en células humanas. Quizás otros mamíferos disparan este tipo de potenciales de acción, pero no son visibles en muestras de tejido en el laboratorio.

"*Este es un estudio emocionante que explora una nueva frontera en nuestra comprensión de la función neuronal: las propiedades de las dendritas humanas*", dijo a Gizmodo Michael Häusser, profesor de neurociencia en el University College London que estudia computación neuronal. "*Las dendritas constituyen el 95% de la superficie de las células piramidales en la corteza, pero han permanecido como "territorio inexplorado" en el cerebro humano*".

Häusser, que no participó en la nueva investigación, le dijo a Gizmodo que el siguiente paso para este trabajo es determinar si estos potenciales de acción eran realmente únicos para estas dendritas y estudiarlas en un cerebro intacto. "Esto nos permitirá revelar si las propiedades eléctricas especiales de las dendritas humanas juegan un papel clave en hacer que los cerebros humanos sean especiales".

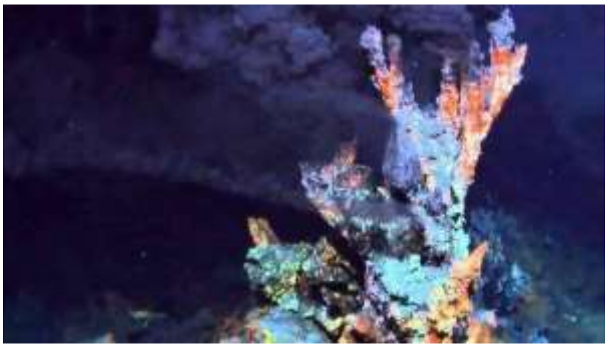
Los investigadores esperan continuar estudiando este potencial de acción y el comportamiento de las dendritas como una forma de entender la corteza y por qué funciona de la manera en que lo hace.

Cómo LUCA, el primer ser vivo de la Tierra, apareció de la nada.

La transición entre la materia inanimada y la vida se produjo en una horquilla de tiempo de unos 400 millones de años.

Versión del artículo original de PEDRO GARGANTILLA

TOMADO DE: ABC – 4 de diciembre de 2021



ALREDEDOR DE UNA CHIMENEA HIDROTERMAL COMO ESTA PUDO HABER SURGIDO LUCA, EL "PADRE" DE TODOS LOS SERES VIVOS QUE HOY PUEBLAN LA TIERRA. FUENTE FOTO: ARCHIVO ABC.

Pedro Gargantilla *es médico internista del Hospital de El Escorial (Madrid) y autor de varios libros de divulgación.*

El estudio del origen de la vida es un campo fascinante a la vez que complejo y ha inquietado a los científicos no solo por una mera curiosidad intelectual sino también como la senda que hay que seguir para entender cuáles son nuestros propios orígenes.

Uno de los primeros en abordar este tema fue el filósofo **Aristóteles** (384 a. de C. – 322 a. de C.) y lo resolvió a través de su teoría de la generación espontánea, según la cual la vida se genera a partir de materia inerte. Esta teoría no fue refutada hasta el siglo diecinueve por el científico francés **Louis Pasteur**.

LA QUÍMICA PREBIÓTICA

Se piensa que la Tierra se formó justo en el mismo momento que el sistema solar, hace ahora unos 4.500 millones de años, y que durante mucho tiempo hubo un continuo bombardeo de meteoritos, lo cual unido a la elevada actividad geológica hizo que se generasen presiones y temperaturas tan elevadas que la vida era absolutamente imposible.

El escenario comenzó a cambiar hace unos 3.900 millones de años cuando en nuestro planeta apareció una hidrosfera estable. En esta masa líquida aparecieron moléculas disueltas, fragmentos de minerales y rocas, así como burbujas generadas a partir de los gases expulsados desde los volcanes submarinos.

Unos cuatro millones de años después ya existían diferentes especies celulares que comenzaron a 'relacionarse' entre sí de una forma muy arcaica. ¿Qué fue lo que hizo que se pasara de un planeta inhóspito y exánime a la aparición de seres vivos perfectamente establecidos?

Para intentar responder a esa pregunta, a mediados del siglo pasado, el científico estadounidense **Stanley L. Miller** (1930-2007) realizó un experimento a partir del cual los componentes de la atmósfera terrestre primigenia (amoniaco, hidrógeno, metano y vapor de agua), con la participación de descargas eléctricas que simulaban de algún modo el aporte de energía que existió antes de la aparición de la vida, eran capaces de reaccionar y producir compuestos orgánicos.

En otras palabras, Stanley L. Miller demostró que era posible generar moléculas biológicas básicas a partir de compuestos químicos sencillos.

EL MUNDO DEL ARN

En la década de los ochenta se demostró y aceptó que todos los seres vivos procedemos de un único ancestro común al que se ha bautizado como **LUCA** -acrónimo en inglés de «único ancestro común universal»- y que vivió hace unos 3.500 millones de años, el cual llevaba a cabo todos los mecanismos básicos de un ser vivo.

LUCA era un ser vivo unicelular y sin núcleo, con una membrana plasmática lipídica y con un genoma de ADN. Se estima que pudo tener unos 600 genes y que a partir de él se formaron las bacterias, las arqueas y las ecuariotas.

Fue en ese momento cuando surgió una nueva pregunta: ¿cuál fue el acto intermedio entre la química prebiótica y LUCA?

Sabemos que las proteínas están codificadas en el ADN y que a, su vez, la replicación del ADN no puede llevarse a cabo sin la participación de proteínas con actividad '**ADN polimerasa**'. De alguna forma, este binomio representa la paradoja del huevo y la gallina a nivel molecular, siendo imposible saber si lo primero en hacer su aparición en el teatro de la vida fue el ADN o las proteínas.

Muy posiblemente no fue ni lo uno ni lo otro, el primer actor en aparecer en escena debió ser el ARN. La explicación hay que buscarla en que es la única macromolécula con la suficiente versatilidad como para funcionar como genotipo y fenotipo. El ARN es mucho más que una molécula intermedia en el flujo de información genética como se creyó durante algún tiempo, ya que es capaz de realizar las funciones del ADN y de las proteínas.

Muy posiblemente entre la química prebiótica y LUCA hubo lo que actualmente se conoce como 'mundo del ARN', es decir, protocélulas con ribozimas, ácidos grasos en sus membrana y un genoma ARN.

A pesar de todo lo que se ha avanzado en el conocimiento del origen de la vida, todavía quedan muchos interrogantes por resolver. Por ejemplo, si el ARN es una molécula muy susceptible a la hidrólisis entonces ¿cómo es posible que se formase en un planeta 'rebosante' de agua?

El ADN revela historia del caribe antes de la llegada de europeos.

FUENTE: Universidad Autónoma de Yucatán (UADY)

21 de enero de 2021

TRAZAN RUTA DE DOS GRANDES MIGRACIONES HUMANAS

La población caribeña prehispánica ha dejado marcas genéticas en la población moderna del Caribe, confirmando que entre un cuatro y 14 por ciento del ADN de los antiguos pobladores ha permanecido en la región por miles de años, reveló el profesor investigador de la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY) Andrea Cucina a través de la investigación *"La Historia del Caribe antes de los europeos vista desde el ADN antiguo"*.

En la investigación, publicada en la prestigiosa revista científica Nature, un grupo de más de 50 especialistas en genética, antropología y arqueología analizaron el ADN de 174 individuos que vivieron hace más de 2000 años en las que hoy se conocen como las islas Bahamas, Cuba, República Dominicana, Haití, Puerto Rico, Guadalupe, Santa Lucía Curazao y Venezuela.

Este análisis revela la estructura genética de los pobladores del Caribe entre 400 y 3100 años antes del presente, asimismo, hace que la región caribeña sea la primera en América donde los científicos han logrado obtener un nivel de tan alta resolución de ADN antiguo, que solo se pudo extraer en Eurasia occidental.

"Con la investigación logramos aclarar la herencia genética actual y alcanzamos varias conclusiones asombrosas sobre el tamaño de la población indígena antes de que las culturas caribeñas fuera azotadas por la colonización europea a partir de 1492", apuntó.

Además, se logró identificar la existencia de dos grandes migraciones, la primera corresponde a los Precerámicos y la segunda a los Cerámicos.

"Estos grupos cerámicos, al expandirse y asentarse en las islas caribeñas, remplazaron en su totalidad los antiguos pobladores del Periodo Precerámico; los resultados confirman lo extremadamente raro que era para los pobladores arcaicos mezclarse y tener progenie con los individuos asociados a la cultura cerámica", detalló.

Andrea Cucina subrayó que los estilos cerámicos del Caribe fueron caracterizados por profundos cambios a lo largo de 2000 años antes de la llegada de los europeos; la investigación indica que estas innovaciones durante el Periodo Cerámico se dieron a partir de las ideas que eran compartidas por los mismos pobladores de isla en isla, sin la necesidad que nuevas olas migratorias desde el continente estuvieron importando nuevas ideas.

Por otra parte, gracias al gran número de especímenes de ADN disponibles, los investigadores pudieron estimar el tamaño de esta antigua población caribeña antes de la llegada de los colonizadores europeos.

"Este método toma aleatoriamente determinados especímenes, evalúa su cercanía genética y a partir de esta información hace una estimación del posible tamaño poblacional", indicó Cucina.

Aclaró que, diferente a lo que se pensaba, los números estimados sugieren que entre unos 10 mil y 50 mil individuos vivían entre las islas de Haití, República Dominicana y Puerto Rico en los siglos antes del contacto.

"Estos números arrojan que son mucho más reducidos de los cientos de miles y hasta millones de individuos que se habían estimado con anterioridad, también con base en recuentos históricos", puntualizó.

Para finalizar, también destacó que la investigación confirma que la población actual del Caribe alberga ancestralidad, en diferentes proporciones dependiendo de las islas, de tres grupos humanos: indígenas prehispánicos, europeos y africanos, siendo los africanos los últimos en ser introducidos en la región como parte del comercio de esclavos.

Joseph Lister, el médico que tuvo la brillante idea de desinfectarse las manos.

Versión del artículo original de DALIA VENTURA

FUENTE: BBC NEWS | MUNDO

AQUELLO DE QUE LAVARSE LAS MANOS ERA UN IMPERATIVO NO CONVENCÍA A MUCHOS HASTA EL FIN DEL SIGLO XIX.

Era absolutamente insultante pretender que los doctores se lavaran las manos. Después de todo, eso era insinuar que las tenían sucias y, como dejó claro un obstetra del siglo XIX, "los médicos son caballeros y las manos de un caballero siempre están limpias".

Ya el médico húngaro Ignaz Semmelweis se había dado un duro golpe contra esa pared en la década de 1840 tras implementar un sistema de lavado de manos para reducir las tasas de mortalidad en las salas de maternidad.

Esto último lo logró de una manera espectacular.

En abril de 1847 instaló una cuenca llena de solución de cal clorada en una salas obstétricas del Hospital General de Viena, Austria, y comenzó a salvar vidas de mujeres con tres simples palabras: "lávese las manos".

En cuestión de un mes, las tasas de mortalidad se redujeron de un 18,3% a 2%.

IGNAZ SEMMELWEIS SE LAVABA LAS MANOS CON AGUA DE CAL CLORADA ANTES DE OPERAR.
CRÉDITO IMAGEN: GETTY IMAGES.

Si los resultados de esa experiencia y las que siguieron hubieran convencido a todos sus colegas de los méritos de su teoría, quizás aquello de lavarse las manos se habría extendido más allá del campo de la obstetricia.

Pero no fue así.

La ciencia tendría que avanzar más antes de que la limpieza se empezara a considerar indispensable para la salud, dentro y fuera de los hospitales.

PELIGRO DE MUERTE

Ese mismo abril de 1847, en el University College Hospital de Londres, John Phillips Potter, un joven demostrador de anatomía, se arañó un nudillo durante la disección de un cadáver infectado.

No le prestó mucha atención, pero la infección se propagó inexorablemente y, tres semanas después, murió de septicemia.

"*Las víctimas de la disección deben ocupar un lugar distinguido entre* **los mártires de la ciencia y el conocimiento**. *Podemos salvar a nuestros artesanos de las minas y los telares y las ruedas de muchos de los peligros incidentes a sus llamamientos, pero nuestro arte no ha podido, hasta ahora, liberar a nuestros propios trabajadores de este veneno destructivo*", comentó la revista médica *The Lancet*.

Entre la multitud que asistió al entierro estaba Joseph Lister, uno de los estudiantes de medicina a los que Potter había instruido.

EN 1847 LISTER TENÍA 20 AÑOS Y, TRAS OBTENER UNA LICENCIATURA EN ARTE, ESTABA ESTUDIANDO MEDICINA. PERO TUVO QUE SUSPENDER SUS ESTUDIOS DURANTE UN AÑO PUES, TRAS ENFERMARSE DE VIRUELA, CAYÓ EN UNA DEPRESIÓN. CRÉDITO IMAGEN: SCIENCE PHOTO LIBRARY.

Lister había crecido en un ambiente en el que la vida de los organismos más pequeños estaba muy presente pues su padre, Joseph Jackson, además de ser un próspero mercader de vino, dedicaba su tiempo libre a la investigación y había inventado la lente acromática, que **transformó al microscopio de ser un juguete científico a herramienta de descubrimiento**.

Algunos de esos organismos pequeños que los microscopios estaban poniendo en evidencia habían matado a su instructor, pero también, como confirmaría luego, mataban a millones en los hospitales de todo el mundo.

La situación era tan desesperada que llevó al doctor James Y. Simpson, uno de los cirujanos que contribuyó a la introducción de la anestesia, a afirmar que *"un hombre acostado en la mesa de operaciones en uno de nuestros hospitales quirúrgicos **está expuesto a más posibilidades de muerte que un soldado inglés en el campo de batalla de Waterloo***".

RIESGOS EN LOS HOSPITALES

Efectivamente, en las salas quirúrgicas y de recuperación, las infecciones se propagaban de paciente a paciente como incendios forestales.

Ningún cirujano podía estar seguro de que su paciente sobreviviría tras una intervención.

La tasa de mortalidad por operaciones quirúrgicas mayores o amputación de extremidades **llegaba a rondar el 40%**, y a alcanzar el 60% en hospitales franceses.

UN SOLDADO DE LA GUERRA CIVIL ESTADOUNIDENSE CON GANGRENA HOSPITALARIA EN EL BRAZO (1861-65).
CRÉDITO IMAGEN: WELLCOME COLLECTION.

Incluso las operaciones más simples conllevaban un alto riesgo de muerte por infección.

De hecho, las infecciones en los hospitales eran tan comunes que el fenómeno llegó a tener dos nombres: **fiebre de sala y hospitalismo** (este último aún se usa, pero para describir otro problema).

Se culpó a los hospitales por esto, y se habló mucho de cerrarlos y de que los pacientes fueran atendidos en casa.

Pero aunque hubiera algo de razón en ello, sin encontrar la causa no se podía encontrar una solución realmente efectiva.

Y esa causa era todo un misterio: había teorías pero la ciencia médica seguía desconcertada por las infecciones persistentes que mantenían las tasas de mortalidad obstinadamente altas.

ESCUDO CONTRA MICROBIOS

Lister, quien tras graduarse de médico se enamoró de la cirugía y se fue a trabajar a Edimburgo, Escocia, sufría al ver cómo muchos de sus casos desarrollaban complicaciones posoperatorias serias o incluso fatales.

En 1855, le mostró una herida que se estaba curando sin supurarse a Batty Tuke, en ese entonces el psiquiatra más influyente de Escocia, y le dijo: **"El objetivo principal de mi vida es descubrir cómo conseguir este resultado en todas las heridas"**.

Más tarde, como Profesor *Regius* de Cirugía y a cargo de las salas de operaciones en la Universidad de Glasgow, el problema estaba constantemente presente, en su día a día y en su mente.

Desde hacía años había notado una marcada diferencia en el resultado entre fracturas simples, cuando la piel quedaba intacta, y fracturas compuestas, en las que la superficie de la piel se rompía y a menudo terminaban en "gangrena hospitalaria" y amputación.

Un día estaba charlando con un colega, el profesor Thomas Anderson, y este mencionó que en Francia **el famoso químico Louis Pasteur** había demostrado que si fluidos susceptibles a la fermentación y la putrefacción se mantenían libres de contacto con el aire, se mantenían frescos.

PASTEUR APORTARÍA LA TEORÍA PARA LO QUE LISTER PUSO EN PRÁCTICA. AQUÍ LISTER (SUBIENDO LOS ESCALONES) SE APRESTA A SALUDAR AL GRAN QUÍMICO EN LAS CELEBRACIONES POR EL 70º CUMPLEAÑOS DE PASTEUR EN LA SORBONA, PARÍS, EN 1892. AMBOS ERAN VENERADOS POR SUS COMPAÑEROS Y EL PÚBLICO POR EL TRABAJO QUE HICIERON PARA REDUCIR ENFERMEDADES E INFECCIONES.
CRÉDITO IMAGEN: SCIENCE PHOTO LIBRARY.

Más relevante aún, el biólogo francés había revelado que la leche se agriaba y el jugo de uva se fermentaba debido al crecimiento y la acción de diminutas partículas vivas (microbios) que podían transportarse en el aire.

A Lister se le ocurrió de inmediato probar si, interponiendo un escudo antiséptico entre una herida -como las que quedaban tras una operación- y el entorno, se podían prevenir las complicaciones sépticas.

Era 1865 y poco después de esa afortunada conversación, un niño de Glasgow de 11 años de edad ayudó involuntariamente a hacer historia.

EL NACIMIENTO DEL MÉTODO

Se llamaba James Greenlees y lo había atropellado un carruaje en la calle, así que lo llevaron a la sala de emergencias de la Glasgow Royal Infirmary.

El niño tenía una fractura compuesta -la pesadilla de los cirujanos- en la pierna izquierda.

Lister decidió **experimentar**:

Había pensado que para matar a los microbios podía usar un químico; después de todo, las sustancias "antisépticas" habían sido utilizadas desde tiempos inmemoriales.

Optó por una sustancia que había sido utilizada para limpiar el alcantarillado en la ciudad de Carlisle y estaba disponible como una solución de **ácido carbólico** al 5%.

Dispuso que las manos, la ropa, los instrumentos quirúrgicos y las heridas debían lavarse con ese químico.

Al terminar la operación, aplicó un vendaje bañado en ácido carbólico y, crucialmente, ordenó que el apósito fuera renovado varias veces a medida que pasaban los días.

LA PIERNA FUE DESINFECTADA DURANTE LA OPERACIÓN Y DURANTE LA RECUPERACIÓN, CON MAGNÍFICOS RESULTADOS.

La herida comenzó a formar costras y sanar. Después de seis semanas, Greenlees fue dado de alta, completamente recuperado.

Fue el primer éxito de Lister con esta técnica.

LA RAZÓN DEL NAUSEABUNDO TUFO

Quizás sorprenda que algo tan sencillo -y hoy en día obvio- fuera tan revolucionario.

Pero es que hasta entonces los cirujanos no solo dejaban las heridas sin protección, sino que hasta reutilizaban vendajes.

De hecho, la higiene en los hospitales era deplorable.

Había trapos viejos, esponjas e instrumentos sucios esparcidos por la sala de operaciones. Los doctores, practicantes y auxiliares circulaban libremente entre los pacientes vivos que trataban y los muertos que diseccionaban o a los que les hacían la autopsia.

En el aire flotaba siempre un inquietante olor ligeramente nauseabundo de putrefacción que se aferraba a la ropa del personal y los pacientes.

Los cirujanos rara vez limpiaban el equipo quirúrgico ni se lavaban las manos antes de las operaciones.

LISTER INVENTÓ VARIOS APARATOS PARA ROCIAR EL ÁCIDO CARBÓLICO EN LOS QUIRÓFANOS DURANTE LAS OPERACIONES.
CRÉDITO IMAGEN: WELLCOME COLLECTION.

A pesar de sus incontrovertibles pruebas, las observaciones de Semmelweiss no habían tenido ningún impacto en el establecimiento médico conservador de la época.

Trágicamente, el día después de que Lister probó con éxito el tratamiento antiséptico en el niño en Glasgow, **Semmelweis murió, precisamente de una infección quirúrgica** en Budapest, Hungría.

Lister no supo del trabajo de Semmelweis hasta 1883; cuando se enteró de los detalles lo declaró su precursor.

Para ese entonces, la esterilización de instrumentos y el lavado de manos se practicaban ampliamente, a pesar de la resistencia inicial de muchos eminentes cirujanos.

UN ANTES Y UN DESPUÉS

Tras tratar 11 casos como el de Greenlees, de los cuales nueve se curaron sin infección, el 16 de marzo de 1867 Lister publicó en *The Lancet* un artículo titulado "Un nuevo método para tratar fracturas compuestas", que **marcó el nacimiento de la cirugía moderna**, según el eminente doctor Zachary Cope.

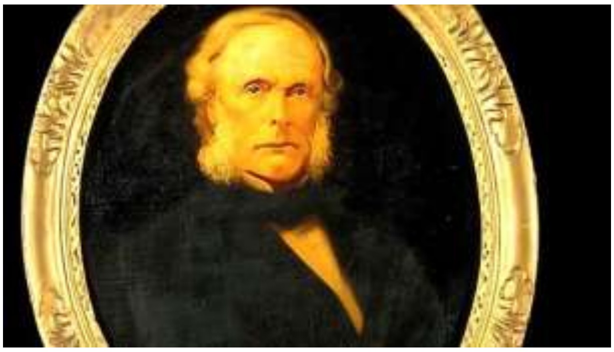
Lister describió los resultados positivos para sus pacientes: extremidades "que sin duda habrían estado condenadas a amputación" debido a la probabilidad de infección "pueden conservarse con la confianza de obtener los mejores resultados".

No solo eso.

Por temor a las infecciones y sus estragos, los cirujanos casi nunca se arriesgaban a hacer operaciones que involucraran hacer incisiones, ni siquiera a drenar abscesos.

Con su método, los abscesos podían drenarse; las incisiones, sanarse, y los hospitales, tornarse en lugares más saludables.

"Como parece no haber dudas sobre la causa de este cambio, **la importancia del hecho difícilmente puede exagerarse**", escribió Cope.



JOSEPH LISTER FUE MUY ELOGIADO EN ALEMANIA Y EN LA MAYORÍA DE LOS DEMÁS PAÍSES, PERO NO TANTO EN ESTADOS UNIDOS NI EN INGLATERRA. CRÉDITO IMAGEN: WELLCOME COLLECTION.

Al principio, el enfoque antiséptico de Lister tuvo una recepción mixta.

Aclamado por su personal y por aquellos que habían estudiado los detalles de su técnica, fue muy elogiado en Alemania y en la mayoría de los demás países, pero no tanto en Estados Unidos ni en Inglaterra.

Pero para 1890, el mundo entero había aceptado la gran innovación de Lister, y para entonces los microbios que causaban la sepsis habían sido identificados y cultivados.

A fines de esa década, los métodos antisépticos de Lister llevaron a una cirugía aséptica y a la introducción de instrumentos estériles en quirófanos. En 1898 el uso de guantes de goma y **el lavado de manos del cirujano eran de rigor**.

A finales de siglo, los cirujanos realizaban regularmente más tipos y cantidades de operaciones internas exitosas.

Además de haber sido el primero en aplicar los principios de Pasteur a los humanos, Lister hizo varias otras contribuciones a la ciencia médica, desde aislar por primera vez bacterias en cultivo puro (*Bacillus lactis*) hasta ser pionero en el uso de catgut y tubos de goma para el drenaje de heridas, entre otras.

Sin embargo, es recordado primordialmente como el innovador que revolucionó la historia de la cirugía, dividiéndola en dos eras: **la que vino antes y la que vino después de él**.

ARQUEO LITERARIO: Revisiones Críticas. (II)

Obra: *El indio: entre el bárbaro y el cristiano*. AUTOR: CASTAÑEDA SALAMANCA, Felipe. Editorial Alfaomega, Bogotá, 2002, p. 181.

Crítico: Ángel Muñoz García. Universidad del Zulia – Venezuela.

Tomado de: Revista de Filosofía. ISSN 0798-1171 *versión impresa.* RF v.47 n.47 Maracaibo mayo 2004.

Felipe Castañeda Salamanca es Profesor de Filosofía de la Universidad de los Andes en Bogotá. Como otros estudiosos del pensamiento medieval, de cuya actividad tiene repetidas publicaciones, desembocó en el estudio del colonial; desembocadura lógica, podría decir Teresa de la Parra, quien –precisamente en conferencia tenida en Colombia- calificaba a la época colonial como la Edad Media americana.

Fruto de sus estudios sobre ese pensamiento colonial es esta última publicación suya que presentamos. Su título, ubicando al indio entre la disyuntiva de bárbaro o cristiano, sugiere ya el contenido de la publicación. Unido indisolublemente al problema de la legitimidad de la conquista, había otro más, que es el estudiado por Castañeda en los cinco trabajos que componen este volumen; que no es otro sino el de la consideración de la naturaleza del indio. Tema que, si en un primer momento no supuso problema ni a la Corona Castellana ni a la Sede Romana, intereses no muy claros de no pocos colonos lo convirtieron en objeto de fuertes debates: la consideración en el indio de su animalidad racional y su carácter de siervo por naturaleza, así como el de los diferentes tópicos de que se acusó a los indios: idolatría, adivinación, bestialidad, magia, sacrificios humanos, antropofagia, entre otros. Todo esto se habría presentado por los colonos como condenable y pecaminoso, y merecedor de castigo y de redención por parte de la colonización. Son los temas que trata el autor, en base a los escritos de autores tan representativos como Las Casas, Fernández de Oviedo, Sepúlveda, y Acosta.

Castañeda se plantea, entre otros, el problema de si realmente aspectos como los sacrificios humanos y la antropofagia podían considerarse pecaminosos en la concepción de las culturas precolombinas; de si se podía ser humano e idólatra a la vez; el problema de la relación entre la idolatría, y la magia y adivinación, con lo que los adivinos adquirían dimensión religiosa. De cómo estas conductas de los naturales fueron consideradas por muchos como obra del demonio, justificando así, consecuentemente, la conquista. Si los indios resultaban ser títeres del demonio, los españoles no eran sino el instrumento de Dios para vengar el pecado; y la guerra entre indios y españoles no sería sino la lucha entre Dios y el demonio. La conquista quedaba, así, justificada.

El volumen termina con una excelente Bibliografía, de indudable valor para el lector que quiera proseguir investigando en el tema.

¿CÓMO SURGE EL LENGUAJE?

TOMADO DE: Bloghemia 22 DE DICIEMBRE DE 2019

¿Cómo nacieron los casi 6.000 idiomas del mundo? Los investigadores han intentado simular el proceso de desarrollo de un nuevo sistema de comunicación en un experimento, con resultados sorprendentes: incluso los niños en edad preescolar pueden desarrollar espontáneamente sistemas de comunicación que exhiben propiedades centrales del lenguaje natural.

Cómo surgieron los idiomas del mundo es en gran parte un misterio. Teniendo en cuenta que podría haber tomado milenios, es interesante ver cómo las personas sordas pueden crear nuevos lenguajes de signos de forma espontánea. Las observaciones han demostrado que cuando los sordos se reúnen en una comunidad, se les ocurre su propio lenguaje de señas en un período de tiempo considerablemente corto. El ejemplo más famoso de esto es el lenguaje de señas nicaragüense, que surgió en la década de 1980. Curiosamente, los niños jugaron un papel importante en el desarrollo de estos nuevos lenguajes. Sin embargo, no se ha documentado exactamente cómo sucedió esto, como describe Manuel Bohn: “Sabemos relativamente poco acerca de cómo la interacción social se convierte en lenguaje. Aquí es donde entra nuestro nuevo estudio”.

En una serie de estudios, los investigadores del Centro de Investigación de Leipzig para el Desarrollo de la Primera Infancia y el Instituto Max Planck de Antropología Evolutiva intentaron recrear exactamente este proceso. La idea había existido durante bastante tiempo, dice Gregor Kachel. Pero había un problema: ¿cómo hacer que los niños se comuniquen entre ellos sin que vuelvan a hablar entre ellos? La solución surgió en las conversaciones de Skype entre los dos investigadores de Alemania y su colega Michael Tomasello en los Estados Unidos. En el estudio, se invitó a los niños a permanecer en dos habitaciones diferentes y se estableció una conexión de Skype entre ellos. Después de una breve familiarización con la configuración, los investigadores apagaron furtivamente el sonido y observaron a los niños encontrar nuevas formas de comunicación que van más allá del lenguaje hablado.

La tarea de los niños era describir una imagen con diferentes motivos en un juego de coordinación. Con cosas concretas, como un martillo o un tenedor, los niños encontraron rápidamente una solución imitando la acción correspondiente (por ejemplo, comer) en un gesto. Pero los investigadores desafiaron repetidamente a los niños con imágenes nuevas y más abstractas. Por ejemplo, introdujeron una hoja de papel blanco como imagen. La “nada” representada es difícil de imitar. Kachel describe cómo, sin embargo, dos niños dominaron esta tarea: “El remitente intentó primero todo tipo de gestos diferentes, pero su compañero le hizo saber que no sabía lo que significaba. De repente, nuestro remitente sacó su camiseta a un lado y señaló un punto blanco en su camiseta de color. Los dos tuvieron un gran avance: ¡por supuesto! ¡Blanco! ¡Como el papel blanco! Más tarde, cuando se cambiaron los roles, el destinatario no tenía una mancha blanca en su camiseta, pero, sin embargo, adoptó el mismo enfoque: tiró de su camiseta a un lado y la señaló. Inmediatamente su compañero supo qué hacer”. En muy poco tiempo, los dos habían establecido una señal para un concepto abstracto. En el curso del estudio, las imágenes a representar se volvieron cada vez más complejas, lo que también se reflejó en los gestos que produjeron los niños. Para comunicar, por ejemplo, una interacción entre dos animales, los niños inventaron gestos separados para actores y acciones y comenzaron a combinarlos, creando así una especie de pequeña gramática local.

¿Cómo surge un idioma? Según el presente estudio, los siguientes pasos parecen plausibles: primero, las personas crean referencias a acciones y objetos a través de signos que se parecen a las cosas. El requisito previo para esto es un terreno común de experiencia entre los socios de interacción. Los socios también se coordinan imitándose unos a otros de tal manera que usan los mismos signos para las mismas cosas. Los signos adquieren así un significado interpersonal y eventualmente convencional. Con el tiempo, las relaciones entre los signos y las cosas se vuelven más abstractas y el significado de los signos individuales es más específico. Las estructuras gramaticales se introducen gradualmente cuando existe la necesidad de comunicar hechos más complejos. Sin embargo, el aspecto más notable de los estudios actuales es que estos procesos pueden observarse bajo circunstancias controladas y en 30 minutos.

Los estudios demuestran que la comunicación no puede reducirse solo a palabras. Cuando no hay forma de usar el lenguaje hablado convencional, las personas encuentran otras formas de transmitir su mensaje. Este fenómeno forma la base para el desarrollo de nuevos lenguajes. El estudio de Manuel Bohn, Gregor Kachel y Michael Tomasello muestra cómo podrían ser los primeros pasos en el desarrollo de un nuevo lenguaje. Sin embargo, según Bohn, surgen numerosas preguntas nuevas en este punto: “Sería muy interesante ver cómo los sistemas de comunicación recién inventados cambian con el tiempo, por ejemplo, cuando se transmiten a las nuevas ‘generaciones’ de usuarios. Hay evidencia ese lenguaje se vuelve más sistemático cuando se transmite”.

MANUAL DE PROVOCACIONES EN LA RELACIÓN TUTORIAL

Versión del artículo original de: Dr. Víctor Manuel Hermoso Aguilar
Dedicado al Dr. Alejandro Moreno Olmedo

Entiendo por relación tutorial, a encuentros y desencuentros de investigadores (tutor- tesista, autor de pensamiento ajeno, jurados…) mediados por la acción tutorial que tiene como propósito la elaboración de comunicaciones científicas (Tesis doctorales, trabajos de grado de maestría, trabajos especiales de grados, tesinas, monografías…) provenientes de investigaciones guiadas. Hay un mundo tutorial, que al adscribirse a lo complejo de las relaciones humanas, donde se escenifican juegos de palabra y de poder; tiene cabida las provocaciones.

Una provocación es una manera de llamar la atención sobre las posibilidades discursivas de <la cosa>. Es una invitación a la asignación de sentidos, desde un marco de referencia que se prefigura, desde lo que rechazamos. Al tratar de rechazar nos vemos en la necesidad de desguazar nuestros propios argumentos y a veces, solo a veces, percibimos que parte de lo rechazado lo aceptamos sin querer. La provocación la usamos como acicate para profundizar en <la cosa>: en este espacio-tiempo a, la relación tutorial.

He escrito varios ensayos heterodoxos que contienen provocaciones a veces lacerantes. La idea es que al rechazarlas se discurra sobre <la cosa>. Usaré de los siguientes, lo que tengan vinculación con la relación tutorial: Homo doctorum chimbus, a mis amigas de la UBA, Xacobeo: El evangelio de Santa Tesis de Grado…

1.- ¿Hay que ser intelectual y comportarse como tal, para que la tesis de grado tenga criterios de legitimidad permisibles?

¿Son los investigadores intelectuales?

2.- Lo que queremos significar, o mejor simbolizar, es que al lado de las prácticas discursivas académicas hay otras que son igualmente consistentes y que en la universidad venezolana de hoy, son relegadas o simplemente ignoradas, porque no calzan los lustrosos zapatos y el smoking del academicismo.

¿Son los tutores y tesistas académicos?

3.- Hay en el intelectual, es más justo decir en algunos intelectuales, un ego desorbitado, en la medida que no profundizan por amor al conocimiento que generan o manejan; sino que: son actores que representan una obra teatral donde el aplauso que los llena es que los llamen doctores.

¿Hay tutores que practican el narcicismo intelectual?

4.- Se puede hablar de una cepa del Homo doctorum que es la Homo doctorum chimbus. Hay claros indicios de estos especímenes. Así por ejemplo, se refieren a sus PARES; para indicar que están en el más alto nivel donde hay aspectos que solo pueden ser entendidos por SUS PARES. Son generalmente irrespetuosos con quienes no son sus pares y a veces, solo a veces se mueven ditirambos frente algún monstruo con mucho poder e intelectualidad.

¿Tiene usted rasgos de homo doctorum chimbus?

5.- Otra característica de la cepa Homo doctorum chimbus, es el manejo de una jerga que tiende a complicar las cosas más sencillas. De aquí que su prestigio se funda en la admiración de almas en formación que le rodean y no entienden su retórica oscura, pero, que suponen que es sapiencia.

¿Cuál es su opinión del uso de las palabras grandilocuentes para <darse un punto>.

¿Puede usted explicar lo complejo en palabras sencillas?

6.- Creo que los grandes detractores de esos manuales de trabajos grado, son los denominados falsos metodólogos. Cuyas mentes acartonadas exija que tal o cual comunicación de la investigación (tesis, trabajos de grados, monografías, tesinas…) solo se hace como reza el manual.

¿Cuál es el perfil del falso metodólogo?

7.- *Una* cosa es la investigación cuyo leitmotiv es generar conocimientos, *otra*, la manera de comunicar esos conocimientos y saberes producidos. Que son precisamente las tesis, trabajos de grado, monografías, tesinas…

¿Cuál es la diferencia entre tesis y trabajo de grado doctoral?

8.- Lo importante es el aporte de la investigación, es decir su trascendencia e inmanencia para enriquecer la Academia, el conocimiento acumulado, el estado del arte.

¿Conocen los tesistas el aporte de investigación?

9.- No se forma para investigar, sino todo lo contrario se investiga para formar.

¿Tiene sentido la formación de tutores mediante cursos?

10.- Existe una clara diferencia entre el pensamiento ajeno y el pensamiento propio. Aprender esa diferencia es el motor de la *originalidad.*

¿Por qué Necesitan el tesista y el tutor, ser originales?

¿Se le dificulta salirse de la norma?

11.- La labor de los acompañantes de tesis (investigadores tutores, investigadores metodológicos, sujetos de investigación…), es incentivar la *curiosidad*, en especial en el escenario de los acontecimientos.

¿Incentiva usted la curiosidad nutritiva?

12.- Es la realidad indagada lo que debe tener la hegemonía y no el método, el paradigma, el tutor, los jurados ni el tesista.

¿Por qué la realidad indagada es la hegemónica?

13.- Una vía para **descubrir nexos internos** es exponer la teoría que sirve de tejido al método (TSTM), es decir, aquella que explica (quizá permite comprender), al método. Es el andamiaje teórico donde se extiende la matriz metodológica que está constituida por las explicaciones que sustenta “por qué”, una vía metodológica es considerada como tal.

¿Qué es una matriz metodológica?

14.- La importancia del derecho a equivocarse como un camino para dibujar originalidad.

¿Crece el derecho a equivocarse en tiempos de contingencia?

15.- El método es una forma de reducir la incertidumbre para tomar decisiones.

¿Por qué el método **no** es un camino seguro?

16.- Desde hace unos veinte años vengo combatiendo el uso tóxico de los manuales de trabajo de grado y tesis doctorales. Sé que expresiones tales como:

- ❖ Los manuales se hicieron para violarlos
- ❖ Los metodólogos son una raza infausta que debe ser combatida por todo aquel se precie como investigador
- ❖ Que el conocimiento de los manuales, para algunos evaluadores de producciones intelectuales, es un abrazo a la mediocridad

¿Es Víctor Hermoso, un investigador anti-manual de trabajos de grado?

17.- Quiérase o no, las investigaciones están marcadas por el contexto sociopolítico, nuestras preferencias religiosas, <ideológicas>, nuestros referenciales de vida, situaciones personales, ubicación frente a las polarizaciones, entre otras. Esta <episteme> (en el sentido de Michel Foucault), es prisionera de agentes concomitantes que contaminan (gracias a Dios) y que son cultoras de **originalidad contextual**.

¿Qué es, en su experiencia, la originalidad contextual?

18.- La tesis de grado doctoral, es siempre la interpretación del investigador. Es la narración de la indagación realizada. Investigación y tesis doctoral tienen finalidad distinta. La primera generar conocimientos, marcadamente originales, con criterios propios que dan cuenta de estilo personal para la elaboración (por parte del investigador), del discurso. La segunda, es la comunicación de la información – formación científica. Que en el caso de las universidades tiene como amarras a los denominados manuales de trabajos y tesis de grado doctorales.

¿Contienen las tesis de grado positivistas interpretaciones?

19.- <El primer deber> del investigador, es violar argumentadamente los manuales de trabajos y tesis de grado. Éstos son hechos con la intención de unificar criterios de naturaleza formal, realizados en un contexto particular por personas expertas que piensan de tal o cual manera, a veces con preferencias acerca de lo qué es la ciencia y cómo hacerla, ancladas en un mundo que ya no existe. Donde a menudo, se calcan normas de Asociaciones de Psicología más allá del Rio Grande: American Psychological Association (APA), Normas (estilo) Vancouver… que usualmente tienen una profunda vocación positivista. Alguien podría replicar que eso es así, porque la ciencia es universal. Ese primer deber del investigador consiste en des-cubrir las inconsistencias de los referidos manuales que afectan la libertad de investigar y de transmitir los resultados y argumentar porqué se violan.

¿Ha violado conscientemente normas de los manuales de trabajos de grado?

20.- Los manuales de trabajos de grado no son <buenos ni malos per se>. La disonancia viene de la interpretación-imposición (en especial de los evaluadores), la cual con frecuencia pasa de ser una guía, a ser un dogma que es pecaminoso cuestionar. La cuestión es más grave cuando los intérpretes de esos manuales no los han leído, sino que se forman criterios de oídas.

A veces oigo planteamientos que aseguran que: el manual dice… y voy a chequear la veracidad o no. Reconozco que participé en la elaboración de un manual muy reconocido; no percibí, en ese entonces, que tales normas podían constituirse en una némesis al pensamiento original y una imposición de criterios que abonaban hacia trabajos reproductivos. Que se mal-usa para castigar el ingenio, para desligar de la realidad, para incentivar el poder de la mediocridad.

¿Qué noticias tiene usted de la desobediencia metodológica?

¿Es usted paradogmático?

¿Por qué es negativa la desobediencia para los tutores?

¿En qué consiste el pensamiento original?

¿Qué es efecto vitrina?

21.- En efecto la ciencia en la Modernidad **era** certeza. Pero, en tiempo de incertidumbre la ciencia se impregna de ella. Hay certeza: si, hay incertidumbre: sí. La ciencia hoy va marchando del rigor científico al riesgo científico. Entonces, la ciencia que, al fin y al cabo es un espacio-tiempo donde privan los criterios, procura deslindarse lo más posible del yugo criterial: no solo de los manuales, sino de todo cerco que impida que las realidades sean elucidadas (clarificadas).

¿Qué es riesgo científico?

¿En qué consiste el rigor científico?

22.- Las tesis de grado doctorales son sabiamente definidas por el <difunto con mala salud> Consejo Nacional de Universidades (CNU), como la comunicación de una investigación:

- Altamente original
- Aporte o contribución importante, al conocimiento acumulado y saber del estado del arte
- Portadora de una formación científica sustancial del investigador
- Independencia de criterio del autor

¿Cómo se determina la originalidad de una tesis doctoral?

¿Qué es el conocimiento acumulado?

¿En qué consiste la formación científica?

¿Cómo se establece que hay un criterio propio del autor (que la tesis se parece a él)?

23.- • El evaluador debe precisar (tal vez determinar en el sentido marxista), en las tesis de grado doctoral, respuestas a las siguientes preguntas:

¿Es un trabajo original o mejor sustancialmente original?

¿Se expresa la tesis, es decir el constructo teórico generado?

¿En qué consiste la formación científica?

¿Qué criterios usa el investigador para precisar su formación científica sustancial?

¿Qué referentes da idea de la independencia de criterios del autor?

25.- Desde nuestro punto de vista, sustentamos que el evaluador necesita elucidar en las tesis de grado doctoral, sí ella, contiene: un conjunto de ideas propias unificadas en un pensamiento propio, que nacen de la indagación y que son distintas de las ideas previas a la investigación (pensamiento ajeno).

¿Cómo se determina que una idea es propia o ajena?

26.- Hay un pensamiento de Cecilio Acosta (1818-1881), que rasguña mi mente: “Venezuela es la madre de los extranjeros y la madrastra de los venezolanos”, podemos, en el campo de la tesis de grado doctoral, parafrasearla así, la ciencia es la madre de quienes trafican con la actividad científica y la madrastra de las mentes con espíritu de curiosidad y sistematicidad. Entiendo por traficar en este contexto, a los que adoptan como propio, un concepto de ciencia, de actividad científica… y bendicen a los que tienen esa imagen especular y rechazan (a veces argumentadamente), otros conceptos de ciencia.

¿Cuál es su imagen especular?

¿Existe la mismidad y otredad en la relación tutorial?

27.- Las tesis de grado doctorales son una unidad discursiva donde los fundamentos filosóficos y científicos se funden, se cruzan, se complementan… En especial, en cuanto a la educación, la cual, pensada como ciencia es una perspectiva incompleta. Educación es arte y es ciencia, la filosofía es, entre muchas cosas, un puente entre ciencia y arte. Por lo demás, el arte es ciencia y la ciencia es arte. No es una necedad pensar que hay una tricotomía entre ciencia, arte y filosofía, si lo es creer, que ese pensamiento es certeza, la única certidumbre.

¿Qué significa que: la ciencia es arte y el arte es ciencia?

28.- La vida en general se expresa en juegos de palabra y juegos de poder. Las TGD, son escenarios donde los juegos de palabra y los juegos de poder, trazan las coordenadas del ser y el hacer indagatorio en la comunicación científica: Las TGD. Los criterios de autoridad van invadiendo toda racionalidad dotándola de subjetividad y lo contrario. El poder de la palabra se esparce como río crecido. Cuando el río crece se llena de lo que no es río y baña las contingentes riveras de su contenido.

¿Pueden existir juegos de palabra sin estar contaminados de juegos de poder?

¿Se bañan en ríos crecidos las tesis doctorales?

29.- La investigación, como desarrollo práxico y sistemático de la curiosidad, se impregna de ella, de sus grados de libertad y de sus limitaciones. Cuando nos preguntamos por el cómo y el porqué de lo que acontece y no acontece, de las cosas… quedamos prisioneros de instituciones que ejercen autoridad y que convalidan o no el quehacer indagatorio.

¿En qué consiste el desarrollo práxico y sistemático de la curiosidad?

¿Ha sido usted víctima de instituciones con ejercicio de autoridad castrante?

30.- Las academias de las lenguas. En nuestro patio: La Real Academia de la Lengua Española, quien nos dice que está bien o mal escrito o hablado. Esta institución tiene un poder hegemónico y decide el sentido de las palabras y las cosas. Los educadores, son soldados de esa institución sin la menor posibilidad de pedir la baja. Sin embargo, debe reconocerse que al ser guardiana de los idiomas, unifican criterios que facilitan la comunicabilidad.

¿Es la relación tutorial un espacio-tiempo para la creación de nuevos sentidos de las palabras y frases que interpretan realidades?

31.- Las convenciones científicas: Son aquellas donde un grupo de científicos se ponen de acuerdo sobre aspectos relativos a la ciencia y su comunicación. Estos grupos con poder, no solo imponen los nombres de, por ejemplo las sustancias químicas, sino que demarcan de acuerdo a sus intereses, lo que es ciencia, lo que no lo es (recomiendo una lectura crítica de un texto de Karl Popper: “La lógica de la investigación científica”, en especial sobre la demarcación).

¿Producen las convenciones acerca de cómo se hace ciencia, sesgos investigativos?

¿Qué peligro se activa cuando demarcamos?

32.- En las universidades se constituyen grupos que se enamoran de modas intelectuales, se apropian de un lenguaje, sin penetrar en esas palabras que tienen un significado profundo, abofetean a quienes no lo conocen, engañan con desparpajo sobre las posibilidades y límites de las corrientes científicas y filosóficas que descubrieron, a veces de oídas.

¿Qué opina usted de las modas intelectuales?

¿Es usted un saporrabudo?

33.- En el plano de la elaboración y presentación de las tesis de grado doctorales, los juegos de palabras y de poder son fuente de originalidad. Los vacíos epistemológicos detectados ameritan una lengua y un habla vibrantes de sentidos contextuales. Por eso, mi amigo Gustavo González –el polaco-, recomienda (ahora a través mío) el uso del *tesauro* para las ideas propias que surgen en las investigaciones que conducen a tesis de grado doctorales.

¿Cuál es la diferencia entre tesauro y glosario?

34.- Al lado de *tesauro* se erige el *glosario,* el uno para lo que nace en la investigación (expresión del pensamiento propio), el otro para el pensamiento ajeno concomitante que procede de los autores radicales y emergentes del estado del arte (academia, conocimiento acumulado…).

¿Por qué es útil en la relación tutorial tener conciencia de que algo es propio?

¿Qué es un autor radical?

¿Qué es un autor emergente?

35.-• El investigador tesista: es (tiene que ser), un curioso impenitente que tiene (desarrolla) una presencia fisgona en el espacio-tiempo de comparecencia. Entiendo por fisgonear el ejercicio del discurrir. Hemos adoptado como acción investigativa: el DISCURRIR que significa:

° Inventar o idear algo
° Pensar o imaginar algo.
° Pensar o reflexionar sobre algo.
° Moverse avanzando por un lugar pensado.
° Dicho del tiempo o de un acontecimiento: Transcurrir o avanzar en su desarrollo.

¿Es la escuela una institución para desterrar la curiosidad?

36.- Investigar es desplegar sistemáticamente la acción de discurrir.

¿Qué significa acción de discurrir?

37.- Qué difícil es entender y sobre todo asumir, que la TGD es del tesista. Los tutores, con las mejores intenciones, nos creemos en la necesidad de que se redacte como nos parece que es lo correcto. Nos proponemos que se parezcan a nosotros los tutores, jurados. Sin querer <matamos un ruiseñor>.

¿Ha matado usted un ruiseñor?

38.- La calidad discursiva de la tesis de grado doctoral, su contribución al conocimiento acumulado… es función de su coherencia interna y externa. Vale decir: de lo que promete en las intencionalidades investigativas. Por consiguiente, tiene poco que ver con los criterios del evaluador. La tesis no es la imagen especular de lo que piensa el evaluador.

39.- El primer y más importante deber del evaluador, es respetar los mundos socioculturales expresados en el documento (TGD). Estar muy pendiente de la congruencia del documento que ayuda a construir, desde una matriz de referencia interna. Ayudar a enriquecer la TGD, sin violentar su estructura y función para que sea un alter ego del criterio del evaluador. El acto evaluativo no es un ejercicio de poder donde nos agrada un material o no.

¿Qué es un jurado especular?

¿Qué es, en investigación coherencia interna y externa?

40.- Los evaluadores podemos y debemos entender que la tesis es ajena y cuestionable solo desde la marco de referencia del autor (investigador tesista). Claro que en otros escenarios podemos abrir un debate sobre los puntos que estamos en desacuerdo, Plantear posiciones alternas, pero no cuando nuestros criterios son puntos de quiebre de aceptación y rechazo.

¿Qué significa que una tesis es ajena al evaluador?

41.- • Otra importante misión de evaluador es certificar sí lo presentado como tesis doctoral, tiene la originalidad requerida. El evaluador es un guardián de respeto al pensamiento ajeno. Una cosa es que luchemos contra la hegemonía del mal uso de los manuales de grado y otra muy distinta permitir que haya situaciones delincuenciales en la elaboración de la tesis de grado. Esto implica luchar contra aquellos que prevalidos de situaciones de poder académico y a veces administrativos, elaboran trabajos doctorales y venden su fuerza de trabajo. Esto tiene una gravedad infinita porque es una fábrica de perdedores: Pierden los evaluadores mercantilistas su dignidad y pierden los tesistas la oportunidad de investigar para trascender así como la oportunidad para el despliegue de sus talentos.

¿Cuál es el perfil de un evaluador delincuente?

42.- • Hay un matrimonio entre filosofía y ciencia. No solo porque la fundamentación de la ciencia es el saber filosófico. Ambas se interpenetran, se complementan porque son el pensamiento del ser humano sobre el mundo que acontece.

¿Por qué la filosofía contribuye a la originalidad de una tesis de grado?

43.- Para explicar o comprender la ciencia es necesario hacerlo desde otro lugar, desde otra perspectiva, una de estas es la filosófica.

¿Por qué para entender la ciencia es conveniente trascenderla (es decir desde fuera de ella)?

44.- Estas son ideas para el debate. Algunas son reales provocaciones. Usamos la provocación académica para construir formas alternas de pensar y actuar. Tengo el pálpito que este Xacobeo, es un viaje al no lugar y al no tiempo que cuestiona la utopía y la ucronía. Esto del evangelio lo leí en Internet con respeto a Edgar Morin: Algo así como El evangelio de San Morin.

¿Conoce usted el evangelio de San Morin?

¿Qué es utopía?

¿Qué es ucronía?

Queridos compañeros de viaje: La provocación académica es una estrategia, a veces hiriente, para penetrar espacios- tiempo no reportados (vacíos epistemológicos), Ella cuestiona nuestro quehacer y nuestra línea de pensamiento y nos deja sensación de ser auténticos investigadores. La provocación es un camino para el ejercicio productivo de la acción tutorial. A veces me pregunto sí, la provocación es un meta-método. Por cierto que mi Tía Clota dice que soy un meta-provocador. ¡Ah viejita tan lacerante, no!

A continuación, una síntesis curricular del **Dr. Alejandro Moreno Olmedo**.

Dr. Alejandro Moreno Olmedo

NOMBRE Y APELLIDO: **Alejandro Moreno Olmedo**

LUGAR Y FECHA DE NACIMIENTO: Torralba de Oropesa - Toledo (España), 22 de febrero de 1934.

LUGAR Y FECHA DE FALLECIMIENTO: Caracas, Venezuela, 25 de diciembre de 2019

ESTUDIOS: Filosofía, Seminario Salesiano, Caracas, 1950-1953.

Teología, Seminario Salesiano Internacional, Ivrea (Italia), 1956-1960.

Licenciado en Psicología (Summa cum Laude), U.C.A.B., 1967.

Postgrados: Especialidad en Psicología Educativa, Univ. Complutense, Madrid, 1975.

Magister Scientiarum en Psicología, U.S.B., Caracas, 1979.

Doctor en Ciencias Sociales, U.C.V., Caracas, 1993.

DOCENCIA UNIVERSITARIA: Profesor Titular, Fac. Ciencias de la Educación, Univ. de Carabobo (Jubilado).

Prof. Psicología del Aprendizaje, UCAB-ISSFE, Los Teques, desde 1986.

Prof. en Postgrado, UPEL, Maracay

Prof. invitado, Univ. del Sur Argentino, Bahía blanca, Argentina, desde 1990.

CARGOS UNIVERSITARIOS: Director de Estudios de postgrado, U.C. Fac. Ciencias de la Educación, 1984-1987.

Asesor de Investigación, U.C. Facultad Ciencias de la Educación 1991-1994.

Delegado de Profesores al Consejo de Facultad (tres períodos).

OTROS CARGOS: Fundador y Director del Centro Salesiano de Psicología, 1967-1973, 1979-1982.

Fundador y Director del Centro de Investigaciones Populares desde 1990.

PUBLICACIONES PRINCIPALES: *El Aro y la Trama. Episteme, modernidad y pueblo*

Familia Popular.

¿Padre y Madre?: seis estudios sobre la familia venezolana

Skinner: una psicología para la dependencia

Historias-de-vida e Investigación.

Historia-de-vida de Felicia Valera.

Buscando Padre. Historia de vida de Pedro Luis Luna.

Y salimos a matar gente

Pastor celestial, rebaño terrenal, lobo infernal

Tiros en la cara

97 artículos en diversas revistas especializadas.

PREMIOS: Premio Mons. Pellín de Investigación (CEV)

Premio Francisco de Venanzi al investigador universitario (U.C.V.)

Elementos de Sociología.

Espacio social y campo del poder.

Por PIERRE BOURDIEU

Conferencia pronunciada en la Universidad de Wisconsin en Madison (Estados Unidos) en abril de 1989.

TOMADO DE: Bloghemia - 22 de febrero de 2021

PIERRE BOURDIEU (1930-2002)

Pierre Félix Bourdieu. Nació el 1º de agosto de 1930 en Denguin, y falleció el 23 de enero de 2002 en París; ambas localidades en Francia. Sociólogo, uno de los más destacados representantes de la época contemporánea. Logró reflexionar sobre la sociedad, introdujo o rescató baterías de conceptos e investigó en forma sistemática lo que suele parecer trivial como parte de nuestra cotidianidad. (FUENTE: Wikipedia).

"Nada hay más arduo, que reflejar la realidad de la banalidad".
PIERRE BOURDIEU

¿Por qué me parece necesario y legítimo introducir en el vocabulario de la sociología las nociones de espacio social y de campo del poder? En primer lugar, para romper con la tendencia a pensar el mundo social de forma sustancialista. La noción de espacio contiene, por sí misma, el principio de una aprehensión relacional del mundo social: afirma en efecto que toda la «realidad» que designa reside en la exterioridad mutua de los elementos que la componen. Los seres aparentes, directamente visibles, trátese de individuos o de grupos, existen y subsisten en y por la diferencia, es decir en tanto que ocupan posiciones relativas en un espacio de relaciones que, aunque invisible y siempre difícil de manifestar empíricamente, es la realidad más real (el *ens realissimum*, como decía la escolástica) y el principio real de los comportamientos de los individuos y de los grupos.

El objetivo principal de la ciencia social no consiste en construir clases. El problema de la clasificación, que experimentan todas las ciencias, no se plantea de una forma tan dramática a las ciencias del mundo social únicamente porque se trata de un problema político que surge, en la práctica, en la lógica de la lucha política, cada vez que se intenta construir grupos reales, por una acción de movilización cuyo paradigma es la ambición marxista de construir el proletariado como fuerza histórica («proletarios de todos los países, uníos»). Marx, estudioso y hombre de acción a la vez, dio falsas soluciones teóricas —como la afirmación de la existencia real de las clases— a un verdadero problema práctico: la necesidad, para cualquier acción política, de reivindicar la capacidad, real o supuesta, en cualquier caso creíble, de expresar los intereses de un grupo; de manifestar —es una de las funciones principales de las manifestaciones— la existencia de ese grupo, y la fuerza social actual o potencial que es capaz de aportar a quienes lo expresan y, por eso mismo, lo constituyen como grupo. Así, hablar de espacio social significa resolver, haciéndolo desaparecer, el problema de la existencia y de la no existencia de las clases, que divide desde los inicios a los sociólogos: se puede negar la existencia de las clases sin negar lo esencial de lo que los defensores de la noción entienden afirmar a través de ella, es decir la diferenciación social, que puede ser generadora de antagonismos individuales y, a veces, de enfrentamientos colectivos entre los agentes situados en posiciones diferentes dentro del espacio social.

La ciencia social no ha de construir clases sino espacios sociales dentro de los cuales puedan ser diferenciadas clases, pero que no existen sobre el papel. En cada caso ha de construir y descubrir (más allá de la oposición entre el construccionismo y el realismo) el principio de diferenciación que permite reengendrar teóricamente el espacio social empíricamente observado. Nada permite suponer que este principio de diferenciación vaya a ser el mismo en cualquier tiempo y en cualquier lugar, en la China de los Ming y en la China contemporánea, o en la Alemania, la Rusia y la Argelia actuales. Pero salvo las sociedades menos diferenciadas (que aun así manifiestan diferencias, menos fáciles de calibrar, según el capital simbólico), todas las sociedades se presentan como espacios sociales, es decir estructuras de diferencias que sólo cabe comprender verdaderamente si se elabora el principio generador que fundamenta estas diferencias en la objetividad. Principio que no es más que la estructura de la distribución de las formas de poder o de las especies de capital eficientes en el universo social considerado —y que por lo tanto varían según los lugares y los momentos.

Esta estructura no es inmutable, y la topología que describe un estado de las posiciones sociales permite fundamentar un análisis dinámico de la conservación y de la transformación de la estructura de distribución de las propiedades actuantes y, con ello, del espacio social. Eso es lo que pretendo transmitir cuando describo el espacio social global como un campo, es decir a la vez como un campo de fuerzas, cuya necesidad se impone a los agentes que se han adentrado en él, y como un campo de luchas dentro del cual los agentes se enfrentan, con medios y fines diferenciados según su posición en la estructura del campo de fuerzas, contribuyendo de este modo a conservar o a transformar su estructura.

Algo parecido a una clase o, más generalmente, a un grupo movilizado por y para la defensa de sus intereses, sólo puede llegar a existir a costa y al cabo de una labor colectiva de construcción inseparablemente teórica y práctica; pero todos los agrupamientos sociales no son igualmente probables, y ese artefacto social que es siempre un grupo social tiene tantas más posibilidades de existir y de subsistir duraderamente cuanto que los agentes que se agrupan para constituirlo estuvieran ya más próximos en el espacio social (lo que también es cierto de una unidad basada en una relación afectiva de amor o de amistad, esté o no sancionada socialmente). Dicho de otro modo, la labor simbólica de constitución o de consagración que es necesaria para crear un grupo unido (imposición de nombres, de siglas, de signos de adhesión, manifestaciones públicas, etc.) tiene tantas más posibilidades de alcanzar el éxito cuanto que los agentes sociales sobre los que se ejerce estén más propensos, debido a su proximidad en el espacio de las posiciones sociales y también de las disposiciones y de los intereses asociados a estas posiciones, a reconocerse mutuamente y a reconocerse en un mismo proyecto (político u otro).

Pero ¿no significa caer en una petición de principio el hecho de aceptar la idea de un espacio social unificado? ¿Y no habría que interrogarse sobre las condiciones sociales de posibilidad y los límites de un espacio semejante? De hecho, la génesis del Estado es inseparable de un proceso de unificación de los diferentes campos sociales, económico, cultural (o escolar), político, etc., que va parejo a la constitución progresiva de un monopolio estatal de la violencia física y simbólica legítima. Debido a que concentra un conjunto de recursos materiales y simbólicos, el Estado está en condiciones de regular el funcionamiento de los diferentes campos, o bien a través de las intervenciones financieras (como en el campo económico, las ayudas públicas a la inversión o, en el campo cultural, las ayudas a tal o cual forma de enseñanza), o bien a través de las intervenciones jurídicas (como las diferentes normativas del funcionamiento de las organizaciones o del comportamiento de los agentes individuales).

En cuanto a la noción de campo del poder, he tenido que introducirla para dar cuenta de unos efectos estructurales que no había manera de comprender de otro modo: en especial unas propiedades concretas de las prácticas y de las representaciones de los escritores y de los artistas que la mera referencia al campo literario o artístico no permite explicar del todo, como por ejemplo la doble ambivalencia respecto al «pueblo» y al «burgués» que encontramos en escritores o artistas que ocupan posiciones diferentes en esos campos y que sólo se vuelve inteligible si se toma en cuenta la posición dominada que los campos de producción cultural ocupan en ese espacio más extenso.

El campo del poder (que no hay que confundir con el campo político) no es un campo como los demás: es el espacio de las relaciones de fuerza entre los diferentes tipos de capital o, con mayor precisión, entre los agentes que están suficientemente provistos de uno de los diferentes tipos de capital para estar en disposición de dominar el campo correspondiente y cuyas luchas se intensifican todas las veces que se pone en tela de juicio el valor relativo de los diferentes tipos de capital (por ejemplo la «tasa de cambio» entre el capital cultural y el capital económico); es decir, en particular, cuando están amenazados los equilibrios establecidos en el seno del campo de las instancias específicamente encargadas de la reproducción del campo del poder (y en el caso francés, el campo de las escuelas universitarias selectivas).

Una de las cosas que está en juego en las luchas que enfrentan al conjunto de los agentes o de las instituciones que tienen en común el hecho de poseer una cantidad de capital específico (económico o cultural en particular) suficiente para ocupar posiciones dominantes en el seno de los campos respectivos es la conservación o la transformación de la «tasa de cambio» entre los diferentes tipos de capital y, al mismo tiempo, el poder sobre las instancias burocráticas que están en condiciones de modificarlo mediante medidas administrativas —aquellas por ejemplo que pueden afectar a la escasez de los títulos escolares que dan acceso a las posiciones dominantes y, con ello, al valor relativo de estos títulos y de las posiciones correspondientes—. Las fuerzas que se pueden emplear en estas luchas y la orientación, conservadora o subversiva, que se les aplica, dependen de la «tasa de cambio» entre los tipos de capital, es decir de aquello mismo que esas luchas se proponen conservar o transformar.

La dominación no es mero efecto directo de la acción ejercida por un conjunto de agentes («la clase dominante») investidos de poderes de coacción sino el efecto indirecto de un conjunto complejo de acciones que se engendran en la red de las coacciones cruzadas a las que cada uno de los dominantes, dominado de este modo por la estructura del campo a través del cual se ejerce la dominación, está sometido por parte de todos los demás.

El científico que replicó Sodoma y Gomorra... ¡pero con ratones!

Por: DR. EDGAR REDONDO
Enviado vía Facebook

EDGAR REDONDO

Nació en Caracas, Venezuela. Actualmente residenciado en Madrid, España. Egresó como Bachiller del Liceo Carlos Soublette. Realizó estudios universitarios de Pre y Postgrado en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), Universidad Nacional Abierta (U.N.A.), Universidad de Carabobo, Universidad de Málaga, Universidad de Córdoba, Universidad del Sur Cancún. Se ha desempeñado como docente en Universidad de Carabobo, Universidad Central de Venezuela y Universidad Nacional Abierta.

¿Pueden los humanos ser felices en el Paraíso?

Esta pregunta se la hizo el etólogo John B. Calhoun, a mediados del siglo pasado, y para resolverla realizó un experimento que mediría los efectos de la sobrepoblación dentro de una utopía.

El científico pasó varias décadas estudiando los efectos de la superpoblación con ratones. Para esto, John creaba mundos a los cuales llamaba universos utópicos, donde los ratones tenían cubiertas todas sus necesidades: comida, buen clima, y ningún depredador. La única limitación era el espacio.

De estos mundos, quizás el caso más famoso fue el llamado “Universo 25”.

En su experimento la constante estaba clara: crear un Edén de metal, plástico y serrín donde los ratones tuvieran tanto como pudieran desear, salvo espacio (Una jaula de 7 metros cuadrados).

El experimento duró cuatro años, para ver cómo cambian los roles sociales y cómo el crecimiento poblacional va haciendo mella en los sujetos, la población tenía que crecer a partir de unos pocos individuos, como ocurre en la naturaleza.

Comenzó introduciendo cuatro parejas de ratones perfectamente sanos y seleccionados para el experimento, el cual se dividió en varias fases. En la primera, de 104 días se observó que los ratones estaban bastante felices con su entorno, y comenzaron a reproducirse cada 55 días, duplicando así su población.

En la segunda, de más o menos 200 días, la población de ratones rondaba los seiscientos, entre julio de 1968 y agosto de 1969, y se había dividido en grupos sociales con un macho dominante. Hasta ese momento, todo se encontraba bajo control.

Los problemas comenzaron a ocurrir durante la tercera fase, ocurrida entre los días 316 y 560. Durante este periodo todo comenzó a deteriorarse. Hubo reducción brutal de la tasa de crecimiento, motivada principalmente porque había alrededor de 300 ratones machos compitiendo por reproducirse, y por ende, abandonaron sus roles de protector de sus hogares. Esto forzó a las hembras a que cumplieran este rol, y descuidaran así a sus crías. Debido a esto, los nuevos machos eran mucho más débiles.

Estos débiles machos jóvenes, no podían competir con los más viejos y agresivos, y debido a esto no poseían acceso a los recursos. Para sobreponerse a esto, se aislaban y evitaban todo contacto, cambiando sus horarios para no coincidir con los más viejos.

En la cuarta fase, desde los días 561 hasta los 1471, la sociedad había sucumbido a la violencia. La ya no tan pequeña sociedad de ratones se había convertido en un verdadero infierno, había infanticidio, luchas de poder, canibalismo, las agresiones gratuitas y un periodo de sexo obsesivo e indiscriminado al que siguió una pertinaz sequía, y así la población decrecía.

En fin, todo tipo de atrocidades surgieron de un mundo aparentemente utópico, donde los ratones tenían suficiente alimento y agua para ser felices.

No obstante, ocurrió un fenómeno curioso, un grupo de machos se trasladó a un lugar donde se sentían protegidos, y allí se dedicaban exclusivamente al cuidado de su cuerpo, mostrando total apatía a los demás ratones.

Estos machos no buscaban pareja ni tampoco socializar. De forma sorpresiva, las féminas estaban más interesadas en estos ratones que en los más agresivos, por lo que fueron bautizados como "el grupo de los guapos". Él único problema era, no tenían ninguna intención en reproducirse.

Si al final de la sociedad sólo quedase este grupo, la sociedad se extinguiría.

De esta forma llegamos a la fase final del experimento, la fase de extinción.

En esta etapa del experimento, las nuevas hembras ya no querían quedar embarazadas y perdieron todo su instinto maternal. Las pocas crías que nacían, no llegaban a ser adultas, no había indicios de que esta sociedad pudiera salvarse. La sociedad había colapsado, sólo era cuestión de tiempo para que no quedara nadie.

El día 1471, el experimento fue dado por concluido. Quedaron vivos 27 ratones, 23 hembras y 4 machos. El más joven de ellos tenía el equivalente a 90 años de vida humana. Al final, sólo quedaron los ratones ancianos.

Este experimento trabajó solo con ratones, pero sus similitudes con nuestra sociedad moderna son notables.

¿Podemos extrapolar este universo de ratones a nuestras sociedades?

¿Es este el futuro que nos espera?

Cuanto más leo al respecto, es inevitable cuestionarse, ¿En qué fase del Universo 25 estamos? Es necesario considerar que opinan las personas sobre este tema.

7 películas basadas en filósofas.

TOMADO DE: Bloghemia - 13 de octubre de 2020

"Que nada nos defina. Que nada nos sujete.
Que sea la libertad nuestra propia sustancia".

Simone de Beauvoir

En el número anterior (Enero 2023) publicamos una lista de películas basadas en la vida de algunos filósofos notables de la historia: *"De Sócrates a Wittgenstein: 10 películas sobre filósofos".*

Ahora, hemos recopilado un listado de películas y documentales sobre mujeres que aportaron grandes ideas al maravilloso mundo de la filosofía, y cuya vida ha sido plasmada en el séptimo arte.

A continuación, el listado:

1) Hannah Arendt (la banalidad del mal).

Biografía de la filósofa judío-alemana Hannah Arendt, discípula de Heidegger, que trabajó como periodista en el juicio a Adolf Eichmann, el nazi que organizó el genocidio del pueblo judío durante la II Guerra Mundial, conocida por "la solución final".

HANNAH ARENDT

2) Rosa Luxemburgo

Durante la República de Weimar o el régimen político dominante en Alemania en el periodo histórico entre 1919 y 1933. Una vez terminada la Primera Guerra Mundial (1914-1918), se produjeron en Alemania movimientos populares de protesta, al frente de los cuales se hallaban Rosa Luxemburgo y Karl Liebknecht, que fundaron un partido político revolucionario de carácter comunista: los espartaquistas. Murió por una herida de bala.

ROSA LUXEMBURGO

3) Edith Stein (La séptima morada)

Película basada en la vida de la filósofa Edith Stein. Stein es conocida filosóficamente principalmente por su trabajo fenomenológico sobre la empatía y la afectividad, sus contribuciones como asistente de investigación de Edmund Husserl y su antropología filosófica. Mantuvo conversaciones con los principales filósofos de su época, incluidos Husserl, Scheler, Heidegger, Conrad-Martius, Ingarden y Maritain. Su trabajo contiene enfoques originales de la empatía, la encarnación, las emociones, la personalidad, la intencionalidad colectiva, y la naturaleza del estado.

EDITH STEIN
(SANTA TERESA BENEDICTA DE LA CRUZ)

4) Simone de Beauvoir (No se nace mujer)

Documental donde se conmemora la publicación del "Segundo sexo" y se estudia la figura de Simone de Beauvoir.

Cuando apareció "El segundo sexo" en 1949, fue un escándalo inmediato. Simone de Beauvoir tenía cuarenta y un años cuando publicó esta exploración del mundo femenino. Gracias, o debido a estas vehementes críticas, el libro se convirtió inmediatamente en un "bestseller" cuyo éxito nunca ha vacilado. Traducido en todo el mundo, sigue llegando, generación tras generación, a mujeres de todos los orígenes. Con la ayuda de numerosos testimonios, esta película recorre la personalidad y el rumbo de una mujer que descubrimos muy diferente a la que ha retenido la memoria colectiva...

SIMONE DE BEAUVOIR

5) Hypatia de Alejandría (Ágora)

En el siglo IV, Egipto era una provincia del Imperio Romano. La ciudad más importante, Alejandría, se había convertido en el último baluarte de la cultura frente a un mundo en crisis, dominado por la confusión y la violencia. En el año 391, hordas de fanáticos se ensañaron con la legendaria biblioteca de Alejandría. Atrapada tras sus muros, la brillante astrónoma Hypatia (interpretada en la película por la actriz Rachel Weisz), filósofa y atea, lucha por salvar la sabiduría del mundo antiguo, sin percibir que su joven esclavo Davo se debate entre el amor que le profesa en secreto y la libertad que podría alcanzar uniéndose al imparable ascenso del Cristianismo.

HYPATIA DE ALEJANDRÍA

6) María Zambrano (María querida)

En 1984, tras regresar a España después de 45 años de exilio, la pensadora María Zambrano fue galardonada con el Premio Cervantes. En 2004 se cumplieron cien años de su nacimiento en Vélez-Málaga. Se trata de un intento de aproximación a la vida de una mujer que hizo del pensamiento un compromiso poético y personal.

MARÍA ZAMBRANO

7) Judith Butler y otros (Vidas examinadas)

A lo largo del documental, su directora y guionista, Astra Taylor, acompaña a algunos de los pensadores más influyentes de hoy, entre ellos Judith Butler, en una serie de excursiones únicas a través de lugares y espacios que tienen una resonancia especial para ellos y para sus ideas.

JUDITH BUTLER

Venezuela, personajes, anécdotas e historia.

José Antonio Ramos Sucre

Insigne poeta venezolano

Versión artículo original de: ELISA ROJAS

TOMADO DE: Noticias-Ahora

(1890-1930)

José Antonio Ramos Sucre, considerado el mejor poeta venezolano de la primera mitad del siglo XX. Además, fue ensayista educador, políglota, autodidacta y diplomático venezolano. Considerado uno de los más destacados escritores e intelectuales de la historia literaria de Venezuela.

Nació en Cumaná, estado Sucre, Venezuela, el 9 de junio de 1890; y falleció en Ginebra, Suiza, el 13 de junio de 1930.

Su lenguaje es innovador, manifestado en el uso de varias voces poéticas, así como la creación de poesía en prosa.

A sus diez años fue enviado a Carúpano para continuar su educación, marcadamente intelectual. En 1903 regresó a Cumaná, continuó sus estudios al tiempo que aprendía idiomas.

En 1910 se graduó como bachiller en Filosofía y al año siguiente se trasladó a Caracas para estudiar Derecho y Literatura en la Universidad Central de Venezuela. Dedicó tiempo a continuar su aprendizaje de idiomas, tanto clásicos como modernos.

Entre sus obras se pueden citar entre otras: *"Las formas del fuego", "La torre de Timón", "Trizas de papel"*.

Aunque de difícil catalogación su obra es eminentemente vanguardista, conservando un simbolismo, que apeló a la mitología clásica y los personajes históricos de Venezuela. Rasgos de una vida solitaria y las tribulaciones mentales se dejan colar en sus poemas, bañados de fantasía y esoterismo.

Ramos Sucre, consideraba que el panorama artístico e intelectual de la Venezuela que le tocó vivir era mediocre, retórico y conformista, en línea con una estética desgastada.

Ramos Sucre libró una larga lucha contra el insomnio. Además de este trastorno, en 1929 manifestó tener dificultad para concentrarse, leer y escribir; temía perder sus facultades mentales. Aunque se puso en tratamiento, no logró superar estos síntomas lo que lo llevó a intentar el suicido en varias oportunidades hasta que lamentablemente lo hizo en 1930 estando en Ginebra, Suiza. Solo tenía 40 años de edad.

Sus restos mortales reposan en el Cementerio de Santa Inés de la ciudad de Cumaná.

GALERÍA

Daniel Jay Rudolph

Nació el 3 de Octubre de 1949 en Sheridan, Wyoming, y murió el 4 de Febrero de 2010 en Fort Collins, Colorado; ambas localidades en EE. UU.

Imágenes obtenidas de:

Google

Los padres de Daniel Rudolph fueron William Franklin Rudolph (1922-2000) y Betty Johnalou Waldner (1921-2004). Ellos se habían casado el 8 de agosto de 1943 en Loveland, Colorado. Daniel, conocido por sus amigos y colegas como Dan, era el segundo de los tres hijos de sus padres, los otros dos fueron Gregory William Rudolph (8 de agosto de 1947-28 de noviembre de 1981) y el más joven, James L Rudolph:

Johnalou amada tocar el piano y cantar en el coro. En los últimos años, ella amaba acolchar, escribir poesía, la genealogía, viajar y era una ávida jugadora de Scrabble.

La familia se mudó a Fort Collins cuando Dan era muy joven y fue criado en la granja que la familia tenía allí. Asistió a la Fort Collins High School, donde fue muy activo en una amplia gama de actividades. Por ejemplo, fue miembro del Club de Química de la escuela, del Club de Física y del Club de Computación. También participó en el Aero Club y participó en el Consejo Estudiantil. Su principal interés académico en la escuela fue ciencia y fue semifinalista en la Búsqueda de Talentos Científicos de la Westinghouse. Se graduó en la Fort Collins High School en 1968 y, más adelante ese año, se matriculó en el Instituto de Tecnología de California (Caltech). Cuando entró en el Caltech planeaba especializarse en física teórica.

Por supuesto, como parte de sus estudios en física teórica, Rudolph estudió cursos de matemáticas y pronto decidió que quería ser matemático más que físico teórico. Obtuvo una licenciatura en 1972, habiendo ganado, a principios de ese año, el Premio E. T. de Caltech en Investigación Matemática de Pregrado. Durante sus años de pregrado en Caltech había tomado clases de baile y la práctica de la danza moderna se convertiría en un hobby serio más tarde en su vida. Después de obtener su licenciatura, Rudolph fue a la Universidad de Stanford para llevar a cabo investigaciones. Durante el periodo 1972-1973 cursó una maestría y obtuvo un Master en 1973. Los autores de la referencia [1] escriben:

Dan llegó a Stanford en un período cuando esta universidad era el epicentro del trabajo revolucionario en teoría ergódica, siguiendo la demostración de Don Ornstein (publicada 1970) en la que para Bernoulli los cambios de entropía iguales son mensurablemente isomorfos. Los profesores visitantes y los estudiantes se congregaban en Stanford, sobre todo en los veranos, desarrollando nuevos métodos, resolviendo viejos problemas y creando otros nuevos, con almuerzos diarios durante mucho tiempo en los solares externos de la Unión del estudiante. Dan gravitó esta emoción y escribió su tesis doctoral tutorado por Don Ornstein.

La tesis de 59 páginas de Rudolph fue titulada *Non-Bernoulli Behavior of the Roots of K-Automorphisms* (El comportamiento no-Bernoulliano de las Raíces de automorfismos-K), obteniendo su doctorado en 1975. Su tutor de tesis, Donald Samuel Ornstein, tuvo un impacto importante en la dirección del estilo de Rudolph de la matemática como los autores de la referencia [1] señalan:

Es difícil sobrestimar la influencia de Ornstein sobre la dirección de las matemáticas de Dan. La teoría ergódica durante décadas había sido dominada por el análisis funcional. El estilo complementario de la teoría ergódica en la escuela de Ornstein fue teoría de la medida con profundidad combinatoria y con la invención al descubierto. Este estilo parecía para Dan tan natural como respirar, y fue la base de su trabajo matemático.

Tal vez sería un buen punto para citar la introducción de Rudolph a la descripción de su propia investigación, dando su descripción de la teoría ergódica (leer referencia [3]):

Mi área de estudio es dinámica mensurable, lo que generalmente se denomina "teoría ergódica". Esta es una rama central de los sistemas dinámicos con amplias conexiones con suave y baja dimensión dinámica, dinámica simbólica, dinámica topológica, como las nombres, y a otras ramas de las matemáticas, el análisis funcional, la geometría, la combinatoria, la teoría del número, como las nombres. La asunción central de la dinámica es que uno tiene un espacio de fase y algún grupo o semigrupo de los mismos mapas de aquel espacio que facilita a ese espacio el papel de describir el tiempo de evolución del espacio de fase.

Después de obtener su doctorado, Rudolph permaneció el periodo 1975-1976 como becario postdoctoral en la Universidad Hebrea de Jerusalén. Antes de asumirli, dio una conferencia en el Ciclo de Conferencias de Rennes en Sistemas Dinámicos, que se celebró en la Universidad de Rennes en Francia. En el Instituto de Estudios Avanzados de la Universidad Hebrea dio una serie de conferencias sobre "No-equivalencia" en la primavera de 1976. Don Ornstein también permaneció durante 1975-1976 en la Universidad Hebrea de Jerusalén. Ornstein escribe en la referencia [4]:

Yo fui tutor de tesis de Dan en Stanford en los años 70. Pero más que ser uno de mis mejores estudiantes, Dan se convirtió en un amigo permanente y valioso colega... Después de terminar su doctorado, Dan se unió a mí y a un grupo de algunas de las mejores personalidades en teoría ergódica durante un año en el Instituto de Estudios Avanzados en la Universidad Hebrea de Jerusalén. Fue durante ese año que me di cuenta del formidable matemático que era. Hubo un problema en particular que fue el centro de varias cosas en la que estábamos trabajando. Aunque todos nos esforzamos rigorosamente buscándole solución; Dan nos sorprendió con una ingeniosa solución. Lo mejor de todo, el año en Jerusalén nos permitió formar una amistad que sentíamos que era en mucho parte de nuestra familia.

En el verano de 1976 Rudolph regresó a los Estados Unidos, obtuvo una beca del Instituto Miller de la Universidad de California en Berkeley. La mantuvo durante dos años antes de volver a la Universidad de Stanford, donde fue nombrado Profesor Asistente en 1978.

Varios artículos por Rudolph aparecieron mientras él estaba en la Universidad Hebrea. Por ejemplo, en 1976 se publicaron tres documentos: *Two Nonisomorphic K-automorphisms with Isomorphic Squares*; (con G. Schwarz) *On attaining d-bar*; y *A Two-Valued Step Coding for Ergodic Flows*. Otros dos artículos aparecieron en 1977 y cinco en 1978. Rodolfo pasó tres años en Stanford entre 1978 y 1981, pero durante este tiempo que permaneció en la Universidad de Maryland durante el otoño de 1979 participó en el "Año Especial de la Teoría Ergódica y Sistemas Dinámicos". Fue designado como Profesor Asociado en la Universidad de Maryland en 1981 y fue Becario Sloan en el curso 1981-1982.

Lamentablemente, en noviembre de 1981 la tragedia golpeó a la familia. El hermano mayor de Rudolph, Gregory, quien había estudiado en Fort Collins High School y en la Universidad Estatal de Colorado, graduándose con una licenciatura en Ciencias Físicas en 1969, se había entrenado como piloto, recibiendo varios premios; estaba casado con Kristin Ellen Johnson desde el 17 de marzo de 1968 y tenían dos hijos, Lisa Michelle Rudolph (nacida en 1970) y Scott Bowen Rudolph (nacido en 1972). El 28 de noviembre de 1981, Gregory, su esposa Kristin y sus dos hijos murieron en un accidente de avión. El avión, un Beechcraft bimotor, pilotado por el mismo Gregory Rudolph se estrelló al intentar aterrizar en el Cedar City Airport.

Dan Rudolph permaneció 23 años en la Universidad de Maryland, donde fue nombrado Profesor Titular en 1985. Los autores de la referencia [1] describen sus años en Maryland, indicando que él:

... se desarrolló como uno de los líderes mundiales en teoría ergódica. Además de sus muchas actividades en Maryland, él hizo varios largos viajes al extranjero: Francia, Polonia e Israel, donde su influencia se siente aún hoy. Organizó muchas reuniones y eventos especiales cada año en Maryland y la convirtió en uno de los principales centros de investigación sobre teoría ergódica clásica.

Dando más detalles sobre los períodos que pasó en otras universidades, se tiene que fue Profesor Visitante en la Universidad de París VI, septiembre de 1988 a marzo 1989; en el Instituto de matemáticas de la Universidad de Warwick, mayo-junio 1989; en la Universidad Nicolás Copérnico en Torun, julio de 1989; en la Universidad de North Carolina en Chapel Hill, enero-junio de 1991; en la Université d ' Aix-Marseille, enero-junio de 1993; y en el Université de François Rabelais de Tours, junio-julio 1993. Por supuesto dio conferencias en universidades y en muchos otros lugares durante su carrera. Cabe mencionar en particular, sin embargo, la Conferencia de 45 minutos que dio en el Congreso Internacional de Matemáticos en Beijing en 2002 titulada *Applications of orbit equivalence to actions of discrete amenable groups* (Aplicaciones de la equivalencia de órbita a las acciones de grupos discretos susceptibles). Por supuesto, sus contribuciones a la Universidad de Maryland fueron muchas y sustanciales. La Universidad lo honró por estas aportaciones con el premio Profesor Erudito Distinguido en 1987.

Los autores de la referencia [1] dan una buena indicación de su carácter y su estilo de enseñanza:

Si daba una charla sobre matemáticas o enseñaba una clase de matemáticas; Dan se desempeñaba muy bien. Era dinámico, se movía, era escénico. Tal vez se inclinaba hacia adelante en un pie, o haciendo la mímica de tirar una soga tensa o asumir una pose. Estas expresiones físicas reflejaban su otra vida en la danza moderna.

Sus inexorables posibilidades eran a la vez humildes e inspiradoras. En un colega problemático, vería su parte que era de admirar; con un alumno problemático, le encontraría un camino hacia el éxito. Dan no dejaba de responderle a la gente. Sacaba lo mejor de la gente que conocía. Dan era madrugador: un chico de granja que se levantaba y hacía sus tareas. Por un tiempo, él mantuvo un cartel en su oficina de Maryland en el que se lía: "Problemas de comer para el desayuno". En una conferencia, él podría vagar temprano en un café, beber seis expresos cortos y volver a reunirse con colegas que estaban aturdidos con un teorema.

Antes de 1991, Rudolph trabajaba en la Universidad todo el día y luego pasaba sus tardes con amigos o participaba en su hobby de la danza moderna. De hecho él realizaría a menudo presentaciones con compañías de danzas modernas e incluso un amigo realizó una coreografía para dúo dedicada a los padres de Rudolph, titulada *"Para Bill y Johnalou"* en la que él mismo Dan actuó.

En 1991 Rudolph se casó con Michelle Hyde; tuvieron tres hijos, Beatriz, Jonás y Layton. Rudolph se dedicó a sus hijos y por las tardes, utilizó su precioso tiempo en pasarlo con ellos - ya no con amigos o bailando. Sólo cuando los niños se quedaban dormidos en la cama, volvía a sus investigaciones matemáticas. Alvin Mayes, un colega de la Universidad de Maryland, escribió en la referencia [4] sobre Rudolph como bailarín:

Dan bailó en la comunidad de Maryland DC desde 1980 hasta casi llegado el 2000 y fue partidario de las organizaciones que promocionaban la danza. Hay dos eventos de danza específicos de los que Dan se sintió muy orgulloso. Uno fue cuando bailó con su esposa Michelle en una obra llamada "Allegro brillante" y la segunda fue cuando tuvo la oportunidad de realizar "Para Bill y Johnalou" (un trabajo celebrando el amor de sus padres) en una presentación especial para sus padres, cuando ellos estaban de visita en Maryland.

Rudolph publicó dos libros importantes. La primera fue *Fundamentals of measurable dynamics. Ergodic theory on Lebesgue spaces* (Fundamentos de dinámica mensurable. Teoría ergódica en espacios de Lebesgue) (1990). Andrés del Junco escribe en un informe:

La teoría ergódica de las transformaciones de preservación de la medida es un tema que vino a ser de actualidad sólo en los últimos treinta años. ... [El libro de Rudolph] es el primer relato sistemático que incorpora las más recientes ideas y mejoras, y esto lo hace valioso. Específicamente, cubre tres temas aún no abordados por cualquier texto, que yo sepa. En primer lugar es un tratamiento independiente de la teoría de los espacios de Lebesgue, que es especialmente bienvenido, así como el documento original de Rokhlin es notablemente difícil. En segundo lugar es un tratamiento muy completo del enfoque de Burton Rothstein al Teorema de Ornstein y al Teorema del Generador de Krieger mediante uniones. Particularmente en la Teoría de Ornstein, esto conduce a unos más limpios, más potentes y más unificados argumentos, así como un fortalecimiento de algunos de los resultados. Por último, es una introducción a la noción del autor de un mínimo de las mismas uniones, una herramienta versátil para la construcción de contraejemplos. Más que esto, sin embargo, este libro refleja algunos de los distintivos y poderosos puntos de vista del autor, aplicados también a temas de otra manera estándar.

El segundo de sus dos libros fue escrito en colaboración con Janet Whalen Kammeyer. El libro, *Restricted orbit equivalence for actions of discrete amenable groups* (Equivalencia de órbita restringida para acciones de grupos discretos susceptibles), fue publicado en 2002. Un evaluador del trabajo escribe:

Como es evidente desde el título, este libro generaliza la teoría de la equivalencia de la órbita restringida a la configuración de acciones de grupos discretos susceptibles. El trabajo es técnicamente exigente y profundo. Los autores han tomado el trabajo para organizar la exposición para hacerla lo más accesible posible. En particular, el material de fondo y el resumen que han optado por incluir y la organización del libro son apropiados para una variedad de lectores.

De hecho Janet Whalen Kammeyer fue la primera estudiante doctoral de Rudolph, elaborando su tesis *Classifying the two point extensions of Bernoulli Z actions* (Clasificación de las extensiones de dos puntos de acciones Z de Bernoulli) para la Universidad de Maryland y recibir el título en 1988. Ella escribió en la referencia [4]:

Él era un profesor inspirador, un tutor doctoral alentador y un buen amigo y colega. Creo que fui su primera estudiante doctoral, obteniendo mi título en 1988 en la Universidad de Maryland. Nosotros más tarde escribimos en conjunto, el libro "Equivalencia de órbita restringida para acciones de grupos discretos susceptibles". Tengo muchos recuerdos maravillosos de Dan, incluyendo el hecho de que era un ejecutante de danza moderna. Hubo un tiempo cuando él reclutó a un puñado de nuestros estudiantes de postgrado para la danza, como extras en una de sus producciones. Como se imaginarán, fuimos un grupo muy divertido de bailarines sin habilidades.

En 2005 Rudolph obtuvo el cargo de Jefe Fundador Albert C. Yates de la Cátedra de Matemáticas en la Universidad de Ciencias Naturales de la Universidad Estatal de Colorado. Sin embargo, una segunda tragedia golpeó pronto a la familia de Rudolph. Su salud comenzó a deteriorarse y se le diagnosticó una enfermedad neuro-motriz. Esta terrible enfermedad es la misma que padeció Stephen Hawking, también conocida como esclerosis lateral amiotrófica (ELA) o enfermedad de Lou Gehrig (exitoso pelotero primera base de los Yankees de Nueva York de las primeras décadas del siglo XX). Michael Boyle escribe en la referencia [4] sobre el increíble coraje de Rudolph y su optimismo frente a su salud deteriorada:

La inexorable positividad de Dan era humilde e inspiradora. Durante años, fue tolerante ante el comportamiento de algún colega que a mí me parecía que era irrazonable y exigente, encontrando una manera de ser solidario con ese colega. Si encontraba a un estudiante con dudas, buscaba una manera de ayudarlo. Dan no dejaba a las personas sin contestarle. Oyendo hablar de un accidente trágico sufrido por uno de mis hermanos, Dan me dijo él tuvo la suerte de tener un problema transparente como el ELA. Yo no lo pienso de esa manera. Dan, entonces, mencionó a una víctima de ELA que tenía una lista de cosas por hacer mientras viviera. Las cumplía una a una y dijo que se suicidaría cuando cumpliera por lo menos con 50 de ellas. Dan dijo que él haría lo contrario; cuando lograra una, encontraría otra que la sustituyera en la lista.

Para terminar esta reseña biográfica, una cita de Michael Boyle (referencia [4]). Se trata de una forma más informal de decir muchas de las mismas cosas de las que ya se han escrito en esta reseña biográfica (referencia [1]):

Lo bueno de decir algunas palabras de forma remota es una oportunidad de conseguirlo a través de ellas. La muerte de Dan no sería una gran pérdida para nosotros si él no hubiera sido un ser humano tan extraordinario. Dejó un hueco como el Gran Cañón. ¡Pero qué cañón! Una parte de eso fue su brillantez matemática. Su fuerte era el acto creativo, la nueva construcción. Pero él también construyó teorías y tenía visiones. Él trabajó en muchos problemas con muchas personas. Le gustaba ayudar. Él era divertido. En la Conferencia del Parque Pingree en agosto, mencioné un resultado que había averiguado un día o dos antes. Al instante y con un aire de gran travesura, Dan dijo: "Oh, yo puedo hacer eso". La Universidad de Maryland creó un premio honorario llamado "Maestro Erudito Distinguido". Dan fue el primer candidato del Departamento de Matemáticas y el primer ganador. Hubo un elemento común a la danza, charlas sobre investigación y a la docencia universitaria de Dan. Dan se desempeñaba muy bien en todas. Dan tenía un sentido de defensa de las necesidades de una comunidad. En Maryland, en el Departamento de Matemáticas fue un ciudadano ejemplar. Reformula el cálculo estando pendiente de ayudar a las minorías. Tres años como Jefe de Postgrado. Actuó en ese cargo durante un año. Inició el Programa Espiral, un REU de pregrado orientado especialmente a estudiantes de universidades tradicionalmente para docentes y estudiantes negros. Lideró la solicitud del Departamento para una subvención de la NSF VIGRE durante cinco intentos y tuvo éxito en el quinto. (Tú podrías necesitar una formación académica para apreciar el dolor de ese proceso). En su nivel matemático, él podía haber evitado todo eso y sólo tener por diversión a su investigación. No lo hizo. La inexorable positividad de Dan fue humilde e inspiradora.

Referencias.-
Artículos:

1. M Boyle and B Weiss, Remembering Dan Rudolph, *Ergodic Theory Dynam. Systems* **32** (2) (2012), 319-322.
2. Daniel J Rudolph, professor of mathematics, died from ALS February 4, *Today@Colorado State* (10 February 2010). http://www.today.colostate.edu/story.aspx?id=3139
3. D J Rudolph, Informal research statement (With an appendix by Benjamin Weiss), *Ergodic Theory Dynam. Systems* **32** (2) (2012), 323-339.
4. Daniel Jay Rudolph 1949 - 2010, *Mathematics, College of Natural Sciences, Colorado State University, Memorial Page*. http://www.math.colostate.edu/people/Dan%20Rudolph%20memorial%20page.shtml
5. Matt Schudel, Daniel J Rudolph Mathematics Professor, *The Washington Post* (Monday, 1 March 2010).

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Daniel Rudolph" (Octubre 2013).
Fuente: MacTutor History of Mathematics [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Rudolph.htm].