HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO · DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

© Rafael Ascanio H. – 2009. Hecho el Depósito de Ley. Depósito Legal: PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385

E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 11 – AÑO 20 Valencia, Martes 1º de Noviembre de 2022

UNIVERSIDAD DE KIOTO - JAPON

UNIVERSIDAD DE TOKIO - JAPÓN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SEUL – COREA DEL SUR

INSTITUTO AVANZADO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE COREA DEL SUR

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SINGAPUR - SINGAPUR

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE NANYANG - SINGAPUR

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO

Índice

Editorial	1-2
Grandes Matemáticos: **JOHAN PHILIP VAN LANSBERGE**	3-5
Aproximación teórica a la formulación y solución de problemas en matemática desde el paradigma de la complejidad. (Parte VII). Capítulo VI: Aproximación teórica a la formulación y solución de problemas. Por: **Dra. CAROLINA VANEGAS R.**	6-20
Racionalidad conceptual existente entre la geometría fractal y la geometría hiperbólica. (Parte III). Capítulo II. Marco Teórico-Referencial Por: **Msc. AHMAD OSMAN C.**	21-39
GANADORES DEL PREMIO ABEL EN EL SIGLO XXI. **Año 2019: KAREN KESKULLA UHLENBECK**	40
Las matemáticas a vista de pájaro. Versión del artículo original de **MANON BISCHOFF**	41
LA GENERACIÓN DE LOS 60. Tatiana Toro: una científica que explica las matemáticas con imágenes. Versión del artículo original de **MARÍA MÓNICA MONSALVE S.**	42
Físicos Notables. Ganador del Premio Nobel en Física 1992: **GEORGES CHARPAK**	43
Químicos Destacados. Ganador del Premio Nobel en Química 1994: **GEORGE ANDREW OLAH**	44
LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (Entrada 18): Los 4-vectores (I). Publicado por: **ARMANDO MARTÍNEZ TÉLLEZ**	45-49
"Todas las teorías por las que recibimos premios Nobel serán reemplazadas". Entrevista a David Gross, Premio Nobel de Física de 2004. Realizada por **MANUEL ANSEDE**	50-52
Nuevas técnicas para estudiar mezclas de fluidos turbulentos. Versión del artículo original de **ÁNGEL CASTRO y DIEGO CÓRDOBA**	53
"Economía" es algo que está más allá o más acá del dinero. Por: **Dr. ALEXANDER MORENO**	54-55
POESÍA Y COTIDIANIDAD. UN EXPERIMENTO TRANSDISCIPLINAR DESDE LA ETOLOGÍA HUMANA Y LA BIOSEMIÓTICA. Versión del artículo original de: **OSCAR FERNÁNDEZ**	56-58
La educación es un derecho natural y social de todo ser humano, desde los años iniciales de su vida. Francesco Tonucci, pedagogo: "Los niños están en peligro porque no juegan entre ellos". Versión del artículo original de **NACHO HONTORIA**	59
Nuestro cerebro busca culpables. Por: **HERNANI ZAMBRANO GIMENEZ**	60
Hallan figuras humanas inéditas usadas para ritos funerarios hace 10.000 años	61
Habilidades matemáticas: ¿Cómo ganar siempre a piedra, papel o tijera? Versión del artículo original de **MIGUEL BARRAL**	62-63
Cultura general. Algo de historia. "Los cerillos o palitos de fósforo".	64
Venezuela, personajes, anécdotas e historia. **Rafael Bolívar Coronado. Autor de la letra del joropo "Alma Llanera", considerado segundo himno nacional de Venezuela**	65-66
La cizaña	67
Galería: **ANDREI ANDREEVICH BOLIBRUKH**	68-70

Revista HOMOTECIA
© Rafael Ascanio H. – 2009
Hecho el Depósito de Ley.
Depósito Legal:
PPi2012024055
I. S. S. N.: 2244-7385

e-mail:
homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual
Revista de acceso libre

Publicada por:
CÁTEDRA DE CÁLCULO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

DIRECTOR–EDITOR:
Dr. Rafael Ascanio Hernández

SUB-DIRECTOR:
Dr. Próspero González Méndez

COORDINADORES DE PUBLICACIÓN:
Dr. Rafael Ascanio Hernández
Dr. Próspero González Méndez

COMISIÓN
ARCHIVO Y REGISTRO HISTÓRICO
Dra. María del Carmen Padrón
Dra. Zoraida Villegas
Dra. Ivel Páez

COMISIÓN REVISORA DE MATERIAL A PUBLICAR:
Dra. Elda Rosa Talavera de Vallejo
Dra. Omaira Naveda de Fernández
Dr. José Tadeo Morales

Nº 11 - AÑO 20 - Valencia, Martes 1º de Noviembre de 2022

LAS IDEAS Y OPINIONES DE LOS AUTORES DE LOS ARTÍCULOS QUE PUBLICAMOS EN HOMOTECIA SON RESPONSABILIDAD DE LOS MISMOS. SI ALGÚN LECTOR TIENE OBJECIONES SOBRE ÉSTAS, AGRADECEMOS NOS HAGA LLEGAR SUS COMENTARIOS A TRAVÉS DE NUESTRA DIRECCIÓN ELECTRÓNICA, homotecia2002@gmail.com.

Diseño de Portada y Montaje Gráfico: R. A. A. H. Motivo imagen: Fachadas de algunas importantes universidades de Asia.

La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google, Facebook y MSN, vía Internet.

Para el acceso a todos los números publicados de la Revista HOMOTECIA, conectarse al enlace: http://servicio.bc.uc.edu.ve/homotecia/index.htm

EDITORIAL

Siguiendo la línea editorial de nuestras últimas entregas, hoy trataremos sobre las diferentes ideas y pensamiento relacionadas con la psicología experimental de *Wilhelm Wundt*, y sobre cómo sus aportes influyeron en la enseñanza.

Wilhelm Maximilian Wundt nació el 16 de agosto de 1832 en Mannheim, y falleció el 31 de agosto de 1920, en Großbothen, Grimma; ambas localidades hoy en día en Alemania. Fue fisiólogo, psicólogo y filósofo, célebre por haber desarrollado el primer laboratorio de psicología experimental en 1879, para a través del método experimental, estudiar la experiencia inmediata y observable. Wundt empezó sus investigaciones apoyándose en los aportes previos de los fisiólogos Müller y Von Helmholtz y algunos psicofísicos, siendo el primero en ser consciente de las grandes posibilidades de estos avances.

Estudió en la Universidad de Heidelberg, graduándose en ella en 1855. En 1858, Hermann von Helmholtz fue nombrado Director del nuevo Instituto de Fisiología de la Universidad y éste nombró a Wundt como su asistente. Desde 1871, Wundt laboró como profesor extraordinario durante tres años, en Universidad de Heidelberg, antes de aceptar un llamado para la cátedra de Filosofía Inductiva en Zúrich, permaneciendo allí un año antes de ser designado a la cátedra de filosofía en Leipzig.

El primer laboratorio de psicología se fundó en 1879 en la Universidad de Leipzig. En un salón que se le asignó, Wundt almacenó su equipo de demostración y los aparatos experimentales. El mismo edificio terminó impartiendo sus clases y realizando sus experimentos. Para 1897 el pequeño salón se amplió a todo el edificio.

Al emprender su trabajo, desarrolló el *método introspectivo*, primer método experimental de la psicología; también fundó en Leipzig, en 1879, el primer laboratorio oficial de psicología. Dentro del campo de la psicología, formó a muchos investigadores relevantes como Külpe, Cattell, Spearman, Angell, Tichtener, quienes posteriormente lograron amplios avances en la psicología. En 1881 fundó la primera revista de psicología, *"Estudios Psicológicos"*. Su reconocido esfuerzo situó a la psicología en el contexto de otras ciencias, explicando en qué se asemejaba y en qué se diferenciaba de ellas.

De sus aportes literarios a la psicología, se pueden citar: *Fundamentos de psicología fisiológica* (1862), dentro del contexto de la época en esta obra trata sobre la psicología experimental y expone las tesis fundamentales de esta psicología; *Principios de psicología fisiológica* (1874) en la que expone su intención de crear un laboratorio experimental; *Psicología de los pueblos* (12 volúmenes), obra extensa no basada en la psicología experimental.

Wundt formuló además, una *psicología social-histórica* o *Völkerpsychologie* (sobre el desarrollo de la humanidad), que estudiaba las formas de comportamiento colectivo, buscando describir el desarrollo de la historia psicológica de la humanidad. Enfatizó en mostrar los espíritus y mentes de diferentes pueblos y comunidades, cómo estas pensaban, se hacían y se instalaban en el mundo, así como los productos culturales (el lenguaje, las costumbres, los mitos, la religión, etc.).

Wundt se dedicó al trabajo científico, siendo considerado el gran maestro de la psicología de su tiempo. Llevar sus estudios le hizo escribir más de 54.000 páginas. El ejemplo más representativo de su trabajo es el *Medidor del pensamiento*, el cual es un reloj de péndulo, con una campana en el extremo, y que al reaccionar a la campana, a la persona buscar ver el péndulo este ya se encuentra en otro lugar, y después que logra ubicarlo correctamente, determinó que este lapso de retraso es una décima. Wundt dedujo que la mente solo puede atender una cosa a la vez, y que tardaba este lapso en cambiar su foco de atención. También realizó trabajos experimentales sobre ilusiones ópticas, lógica y otras variedades.

Una de sus grandes aportaciones es el *Método Introspectivo*. En este se distingue: *Introspección Pura*, utilizada anteriormente por filósofos, empiristas y sensistas, método que consiste en mirar al interior de la propia experiencia personal e intentar analizarla. Otra distinción es la *Introspección Experimental*, considerada por Wundt científicamente respetable, y consistía en producir respuestas inmediatas a estímulos cuidadosamente controlados que debían verificarse varias veces para poder ser aceptadas. Este sería el caso del *Medidor del pensamiento*.

Con el *método de la introspección* abordaba los contenidos de la conciencia y los procesos sensoriales básicos. Utilizó métodos experimentales y de investigación semejantes a los de las ciencias físicas para documentar cuestiones diversas del comportamiento y hacer de la psicología una ciencia inductiva, experimental. Admitió que en procesos más complejos, no se podría utilizar el método experimental.

Es bastante compleja la psicología de Wundt; no acepta que el comportamiento se describa en términos exclusivamente físicos. Para Wundt, lo físico y lo psíquico son realidades diversas y ninguna explica completamente los fenómenos de la otra. Al estructurar la experiencia, ve la dimensión objetiva y subjetiva de los fenómenos, la sensación da razón de lo objetivo y el sentimiento de lo subjetivo. Distinguió entre *percepción* como un fenómeno meramente pasivo y *apercepción*, la cual tiene un componente voluntario y es como una reorganización pasiva o activa de los elementos básicos. Cuando se presta atención a lo que se siente, se reelabora de algún modo. Se interesó por procesos superiores mentales como el aprendizaje, el pensamiento, el lenguaje, pero en ello no aplicó el método experimental por considerarlo imposible.

Surgimiento de pensamiento pedagógico experimental en el siglo XIX.

Históricamente hasta hoy en día, los hallazgos de la psicología influyen sobre la enseñanza y el aprendizaje. Utilizando estos, los psicólogos y pedagogos buscan cómo lograr con estos avances mejorar el proceso educativo. El boom producido por la psicología experimental de Wundt, apoyado en gran parte por sus seguidores, no se libró de ello.

Desde fines del siglo XIX en Alemania, Inglaterra y EE.UU, ocupó un lugar importante la llamada *pedagogía experimental*. La misma se planteaba el objetivo de encontrar nuevos métodos de enseñanza mediante el experimento y renunciaba a otros métodos de investigación científico pedagógico.

Un aspecto positivo de la actividad de los pedagogos de esta corriente fue la realización de una serie de experimentos que contribuyeron a una comprensión más profunda de algunos aspectos del proceso docente. Pero es necesario destacar, que se situaba al niño fuera del contexto social, pues se consideraba la educación, no como un fenómeno social, sino biológico.

Los representantes de la pedagogía experimental destacaban que su actividad científica estaba al margen de cualquier clase social, que no tenía partido político y que, por lo tanto era *apolítica*, mientras que la *pedagogía filosófica* (bajo este nombre situaban toda la pedagogía burguesa restante), es subjetiva y no se apoya en datos estrictamente científicos obtenidos por métodos exactos.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

En realidad la pedagogía experimental procuraba encontrar medios de influencia *"en el alma"* del niño con el objetivo de educarlo en el espíritu de la ideología burguesa. Los propios métodos que ella proponía no eran objetivos ni exactos. En la mayoría de los casos los experimentos se realizaban en condiciones artificiales, y daban los resultados que convenía a las clases dominantes. Para la investigación de las dotes intelectuales se utilizaba mucho el *método de los test*. Estos eran cuestionarios y tareas que se confeccionaban de forma tal que con frecuencia desorientaban al niño por su complejidad. Los test pretendían ser universales, como si estuviesen destinados para algún *"niño abstracto"*. En realidad estaban adaptados a las posibilidades de educación de los niños de las capas altas de la población.

Sobre la base de la pedagogía experimental a finales del siglo XIX surgió en EE.UU. la *Paidología*, que se difundió rápidamente por los países de Europa y que también fue introducida en Rusia.

Los paidólogos consideraban el destino de los niños como condicionado por la fatalidad de la herencia y por el medio social al que consideraban como algo invariable. Esta tesis reaccionaria permitía a los paidólogos incluir en forma arbitraria a una gran cantidad de niños en la categoría de *retrasados mentales, diferenciados,* y *"difíciles"*. Con el *uso in extenso de test anticientíficos*, los paidólogos juzgaban a su antojo las posibilidades intelectuales de los niños, especialmente de los hijos de los trabajadores. Pero un grupo de científicos burgueses se mostró muy cauteloso ante estas *"investigaciones"*. Lay, pedagogo quien pertenecía a la corriente de la pedagogía experimental, estableció con suficiente claridad la delimitación entre la experimentación psicológica y la pedagógica. Según su criterio, la primera debe realizarse en el laboratorio, y la segunda en la situación normal de las clases, destacando que es necesario estudiar profundamente la actividad docente.

Un destacado representante de la pedagogía experimental alemana fue Ernesto Meumann, autor de *Conferencias para la introducción de la pedagogía experimental*, un tratado sistemático en tres tomos. Con el objetivo de estudiar al niño en todos sus aspectos, acopió datos de pedagogía, psicología, psicopatología, anatomía y fisiología. Hay que reconocer que la aspiración de Meumann de estudiar al niño en todos sus aspectos, era correcta. Sin embargo este estudio se realizaba con imprecisión mediante experimentos artificiales. A diferencia de Lay, Meumann se manifestaba en contra del experimento pedagógico en el ambiente normal del aula.

Asimismo, consideraba que además de las ciencias señaladas anteriormente, la base de la Pedagogía era la ética burguesa, la estética y una cierta ciencia de la religión, lo que hacía que sus conclusiones tuvieran un carácter reaccionario. Sin embargo, actualmente presentan gran interés las ideas de Meumann sobre la educación intelectual, sus consideraciones sobre higiene escolar y sobre la influencia de la vida escolar y extraescolar en el trabajo del alumno.

También merece atención su planteamiento sobre la necesidad de crear la didáctica experimental. Pero el propio Meumann no estudió al niño en su totalidad, sino que analizó aisladamente sus funciones (primera atención, la memoria, etc.). De igual manera, señaló que los escolares no debían ser estudiados por los maestros, sino preferiblemente por psicólogos (dicho en otras palabras, por paidólogos). Esto privaba al maestro de la posibilidad del estudio diario de sus alumnos en el proceso de educación y enseñanza. A principios de la Primera Guerra Mundial, Meumann escribió artículos de carácter chovinista y racista.

La pedagogía experimental alcanzó gran difusión en EE.UU., siendo Eduardo L. Thorndike un destacado representante de esta corriente. Él partía de la teoría behaviorista (conductista), según la cual la conducta del hombre consiste simplemente en las reacciones externas del organismo provocadas automáticamente por los estímulos y fijados por reiterados ejercicios mecánicos. De esta manera toda la educación se reduce al desarrollo, mediante el entrenamiento, de reacciones deseables ante determinados estímulos.

El trabajo pedagógico experimental de Thorndike y sus seguidores se redujo prácticamente a la aplicación de tests. Además de los test ya existentes para determinar el cociente de inteligencia, se crearon otros de aprovechamiento para determinar el grado de desarrollo del discente en una asignatura dada. Este enfoque se difundió mucho por los años 40 y 50 del siglo XX no solamente en EE.UU., sino en Inglaterra y Francia. Los test, que pretenden ser *"una prueba objetiva"*, con frecuencia sirven, en realidad, como un medio de selección de aquellos que a la burguesía le interesa que continúen sus estudios y como un medio de dificultar el acceso de los hijos de los trabajadores a la enseñanza superior.

No obstante, la pedagogía experimental contribuyó, en cierta medida, al desarrollo de las cuestiones relacionadas con el estudio del niño. Con ayuda de la experimentación y la utilización de instrumentos esenciales se aclararon algunas regularidades del crecimiento y desarrollo de los niños, la correlación entre el desarrollo de sus órganos en diferentes edades, los cambios en la respiración y en la circulación. Se estableció la desigualdad en el desarrollo de los niños en las diferentes edades. Se lograron resultados positivos en el estudio de la vista, el oído y el tacto, lo que ofreció la posibilidad de elaborar orientaciones para la educación sensorial y para la solución de problemas relacionados con la percepción directa de la realidad. Se lograron algunos resultados en el estudio de la atención a la memoria de los niños y sobre algunas cuestiones aisladas del trabajo intelectual (ejercicios para la educación de la memoria), y también en relación con la representación de los colores, etcétera.

El material utilizado para elaborar este editorial, se obtuvo del artículo *Surgimiento de pensamiento pedagógico experimental en el siglo XIX* publicado por Marco Apud en el Blog *"Historia de la Educación"*, del artículo *Wilhelm Wundt y la psicología experimental*, elaborado por el Licenciado Gerardo Viau Mollinedo, aparecido en el Blog *"In SladeShare"*, y de la *Enciclopedia Wikipedia de Internet*.

Reflexiones

"Cualquier definición de vida exitosa debe incluir servir a otros".

NEIL BUSH

Los Grandes Matemáticos

JOHAN PHILIP VAN LANSBERGE
(1561-1632)

Nació el 25 de agosto de 1561 en Gante, en Países Bajos españoles (hoy Bélgica); y murió el 8 de diciembre de 1632 en Middelburg, Países Bajos.

Imagen obtenida de:

Google

A Philip van Lansberge se le nombra de muchas maneras diferentes. Es conocido por el nombre de Philip, escrito a menudo como Philippe. Una forma común es Philips Lansbergen pero su apellido pudo ser escrito como Lambergius, Lanbergius, Lansberg, Lansbergus, Lansbergen, Lansberghe, Landsberghe, Lancenbergius o Lancenberghe. Ante este abanico de posibilidades, en esta reseña biográfica se utilizará "Lansberge". Nació en Gante, en los Países Bajos, sus padres fueron Daniel van Lansberge, Señor de Meulebeke y Pauline van den Honigh. Philip tuvo un hermano, François, probablemente también nacido en Gante, quien llegó a ser Ministro Protestante. La familia era calvinista y, dada a los valores familiares practicados, esto tuvo un impacto importante en el joven François durante su crecimiento. Al tiempo nació Felipe, en aquel tiempo los Países Bajos eran parte del imperio español, país católico que usaba la Inquisición para prevenir cualquier desviación de las creencias establecidas por la iglesia. En los Países Bajos, sin embargo, había muchos protestantes, especialmente los seguidores de Martin Luther y los seguidores de John Calvin. En 1566 los calvinistas empezaron a atacar imágenes en las iglesias católicas y, en el año siguiente, el Gobierno envió un ejército que derrotó a los calvinistas. Estos problemas llevaron a la familia de Lansberge dejar Gante, yendo primero a Francia para garantizar su seguridad. Sin embargo, la posición de los calvinistas en Francia no era mejor, por lo que la familia se trasladó a Inglaterra. Fue allí donde Philip se educó, estudiando matemáticas y teología. Los detalles de su educación en Inglaterra no son conocidos.

En noviembre de 1576, la Pacificación de Gante vio a los Países Bajos involucrarse en una revuelta contra el dominio español. Esto proporcionó una base para la paz entre las zonas católicas y protestantes, pero esto pronto funcionó afectado por considerables dificultades. En enero de 1579, la Unión de Utrecht vio la formación de los "Países Bajos" que dio el monopolio religioso a los calvinistas en Holanda y Zelanda. Lansberge ahora podía regresar a su patria y, en marzo de 1579 abandonó Londres y regresó a Gante. Él era todavía joven, sólo de 17 años de edad cuando regresó a Gante, pero durante los meses siguientes predicó en varias iglesias calvinistas en el área. En 1580, a pesar de su juventud, fue nombrado como ministro calvinista de Amberes. También fue encargado por la Junta de la Iglesia Reformada de Gante, a predicar la nueva doctrina en las pequeñas ciudades de Exaerde y Saffelaere. Sin embargo, en Saffelaere tuvo problemas con el administrador, Gilles van Bastelaer, quien quería impedirle realizar las tareas de su ministerio. Él recibió una llamada para ir a Mechelen, justo al norte de Bruselas, pero prefirió permanecer en Amberes. Sin embargo, la guerra volvió a afectar el país, con Alessandro Farnese como regente de los Países Bajos a nombre de Felipe II de España. Farnese realizó movimientos militares para recuperar el control del sur de los Países Bajos. Comenzó la acción a mediados de 1583 y en el primer semestre del año siguiente, ya había capturado el territorio que cortaba la salida al mar de Amberes. Ypres y Brujas se rindieron y Farnese sitió a Amberes. La ciudad resistió por más de un año, pero en agosto de 1585 se rindió. El sur católico aceptó el gobierno español mientras que el norte seguía siendo en gran parte calvinista y se opuso a la dominación española. Farnese permitió a los calvinistas de Amberes abandonar pacíficamente tras el asedio y que se fueran al norte y esto es fue lo que hizo Lansberge, mudándose a Leiden.

En Leiden, Lansberge se matriculó en la universidad y continuó sus estudios de teología. Después de un año en Leiden, tiempo durante el cual fue influenciado por los pensadores humanistas, fue nombrado el 1º de octubre de 1586 a ser ministro en Goes, en la provincia de Zelanda. El eligió ir a Goes después de haber recibido una opción entre ser ministro en esa ciudad o en Amersfort. Aunque ahora era ministro con todos los deberes que implicaba, sin embargo, pasó gran parte de sus esfuerzos trabajando en matemática y astronomía. Claramente había leído *Geometriae rotundi* de Thomas Fincke (1583) para cuando publicó su primer libro en 1591, *Triangulorum geometriae libri IV*, la influencia del importante trabajo de Fincke es evidente. Antes de describir el contenido del tratado de Lansberge, se debe observar que su interés en la astronomía, probablemente estimulada durante su corta estancia en Leiden, lo llevaron a estar insatisfecho tanto con Ptolomeo como con Copérnico. Él creía que sólo a través de observaciones astronómicas precisas se podía construir una teoría satisfactoria del universo, y en consecuencia para 1588 ya hacía sus propias observaciones astronómicas. Más adelante se volverá a tocar la descripción de sus importantes contribuciones a la teoría heliocéntrica, pero primero debe hablarse un poco sobre su tratado sobre matemática *Triangulorum geometriae libri IV*. Como el título indica, este consistió en cuatro libros. En el primer libro dio definiciones de las funciones trigonométricas. El libro segundo consta de un [1]:

> *... método de construcción de las tablas de los senos, tangentes y secantes, derivados en gran parte de los de Viète y Fincke y las mismas tablas, que fueron utilizadas por Kepler en sus cálculos.*

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

El tercer libro lo dedicó al estudio de los triángulos del plano mientras que el cuarto, y último, libro comienza con un estudio de la geometría esférica antes de dar una mirada cuidadosa a la trigonometría esférica. El libro no es especialmente original, pero tiene algunas cosas por encima de textos similares de la época [1]:

> *En la solución de triángulos esféricos, Van Lansberge emplea un dispositivo similar a la de Maurice Bressieu en su "Metrices astronomicae" (París, 1581), la marca de las piezas dadas de un triángulo por dos golpes. La nueva prueba de van Lansberge para el teorema del coseno para los lados (en el libro IV) marca la primera vez que el teorema apareció impreso tanto para los ángulos como para los lados. Pero aunque Van Lansberge puede reclamar el descubrimiento del teorema de los ángulos, suficiente evidencia indica que este teorema era conocido por Viète y por Tycho Brahe. En total Van Lansberge demuestra poca originalidad en el contenido de su trigonometría, pero su arreglo de definiciones y proposiciones es menos complicado y más sistemático que el de Viète y Clavius.*

Para el momento que este trabajo fue publicado, Lansberge tenía ya varios años de casado con Sara Lievaerts y habían nacido sus primeros hijos. En total tuvieron seis varones y cuatro niñas, pero no todos sus hijos lograron llegar a adultos. Su hijo mayor llamado Filipo, se convirtió en predicador en Kloetinge y murió allí en 1647. Pieter (nacido en 1587) siguió a su padre en el ministerio, llegó a ser ministro en Goes donde ayudó a su padre. Jacob (nacido hacia 1590) hizo una carrera en medicina, se convirtió en doctor en medicina en Goes, también fue un excelente matemático y, tras la muerte de su padre, defendió los puntos de vista heliocéntricos de su padre contra fuertes ataques.

En 1594 Lansberge publicó el trabajo religioso muy respetado *Catechesis religionis Christianae, quae in Belgii et Palatinatiis ecclesiis docetur, sermonibus LII explicata*. Esta colección de 52 sermones del Catecismo Calvinista, dedicado a los Estados de Zelandia, fue escrita en latín. Fue publicado en Middelburg en 1594 y en Neustadt en 1595, luego reimpreso en Hanau en 1620 y en Francfort en 1621. En 1645 se publicó una traducción al holandés por S. Ghys. En 1597 hubo un intento de llamar Lansberge para ser ministro en Amsterdam. Sin embargo, surgió una disputa entre las autoridades de la ciudad y las autoridades de la iglesia sobre su nombramiento. El teólogo de Leiden Johannes Kuchlinus escribió al burgomaestre de Amsterdam advirtiéndole que Lansberge estaba más dedicado a la astronomía que a su ministerio:

> *Usted tiene a Plancius como un geómetra, tal vez usted recibirá un astrónomo: debe pensar sobre si tal Ministro va a ser útil para su iglesia. Por la naturaleza de la astronomía, esta es tal que induce enteramente al hombre a amarla y a deleitarse en la especulación profunda. El que se encarga de muchas cosas, le presta poca atención a cada una por separado.*

Al final, a pesar de los intentos de la iglesia para llevar a Lansberge a Amsterdam, las autoridades de la ciudad se negaban a sancionar el nombramiento y Lansberge permaneció en Goes. Esto sin duda no le desagradó porque estaba feliz viviendo en esta ciudad. Sin embargo, en 1609 la situación política había cambiado haciendo que su puesto en Goes no fuera seguro. Goes estaba [5]:

> *... muy cerca de la frontera con España. Era una región de actitud militante y Lansberge ciertamente no quería comprometerse. Su implacabilidad lo puso en conflicto con el magistrado local, quien, sobre todo porque había disminuido la amenaza de España desde la tregua de 1609, no había necesidad de tal actitud. Lansberge estaba convencido que él tenía el derecho de decirle al magistrado cómo actuar. Un ataque vigoroso contra la clemencia que mostraba el gobierno de la ciudad de Goes, permitió a las personas sospechar que la Magistratura tenía una tendencia de simpatías para con los católicos; esto eventualmente llevó a la caída de Lansberge.*

De hecho, para 1610 Lansberge y su hijo Pieter eran ministros en Goes y ambos fueron despedidos en 1613. Lansberge aceptó que su tiempo en Goes había finalizado y se trasladó a Middelburg donde pasó el resto de su vida. Sin embargo, su hijo Pieter no aceptó la decisión de despido y, con el apoyo de muchos de su iglesia, apeló al Sínodo en 1618. Él argumentó fuertemente que las medidas adoptadas contra él y su padre habían sido injustas, pero no pudo revertir la decisión. En Middelburg, Lansberge utilizó su habilidad en medicina, así como publicar libros sobre astronomía y continuar haciendo observaciones astronómicas.

En 1616, Lansberge escribió sobre π al calcularle 28 lugares decimales usando un nuevo método. Él presentó sus resultados en *Cyclometria nova* [1]:

> *Él llevó el valor hasta 28 lugares decimales por medio de un método en el que parece haber unido el quadratrix ancestral con consideraciones trigonométricas. Pensó que había encontrado una mejor aproximación que la de Ludolf van Ceulen, quien había utilizado el método de Arquímedes de polígonos inscritos y circunscritos, llevando el valor de π a treinta y cinco decimales en 1615.*

El trabajo de Lansberge sobre astronomía siguió la teoría heliocéntrica de Copérnico aunque él no parecía satisfecho con lo que Copérnico había presentado. Escribió obras apoyando su propia versión de la teoría heliocéntrica en 1619 y 1629. La primera de ellas, *Progymnasmatum astronomiae restitutae de motu solis*, fue escrita para explicar su intento de presentar las teorías basadas en las observaciones antiguas y la propia. Al principio había sido incapaz de conseguir los datos para adaptarse a cualquier teoría pero finalmente sintió que él había tenido éxito. Escribió (ver por ejemplo la referencia [5]):

> *Obtuve la teoría de los movimientos del sol y la luna, a partir de las estrellas fijas, restaurada a su estado original, llegando a un acuerdo con los cielos, no solamente para esto, sino también con siglos pasados, hasta 2000 años atrás.*

El libro de 1619 fue el primero de tres volúmenes previstos. Daba la teoría de Lansberge sobre el Sol, presentada con muchas tablas para permitir el cálculo de la posición del Sol en cualquier momento y en cualquier lugar de la Tierra. Los volúmenes segundo y tercero prometidos, sobre la teoría de la Luna y sobre la precesión de los equinoccios respectivamente, nunca aparecieron para ser imprimidos. Tal vez el hecho de que hubo poca reacción positiva por este primer volumen, disminuyó su entusiasmo para completar el proyecto. Sin embargo, cuando se unió a un entusiasta joven astrónomo, Maarten van der Hove (quien es mejor conocido por la versión latina de su nombre, Martinus Hortensius) en 1628, rápidamente comenzó a publicar otra vez. Sobre Hortensius él escribió diciendo que él, Lansberge, era muy afortunado:

> *... porque, por la Divina Providencia, en mi vejez, afectado por enfermedades, un ayudante tan fuerte vino en mi ayuda, como antiguamente el sabio Rheticus al gran Copérnico.*

Con la ayuda de su joven ayudante, Lansberge publicó en 1628 una segunda edición de su trabajo de 1619, un manual sobre el uso del astrolabio y el cuadrante, entonces, en el año siguiente, publicó un relato popular de sus teorías heliocéntricas en neerlandés bajo el título *Bedenckingen op den dagelyckshen, ende jaerlyckschen loop van den aerdt-kloot.*

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Hortensius tradujo este texto al latín y lo publicó bajo el título *Commentationes in motum terrae diurnum, et annuum* (1630). La edición holandesa, escrita para aquellos sin conocimientos matemáticos, causó un impacto en Holanda, mientras que la traducción al latín fue ampliamente leída y esto pronto condujo a fuertes críticas contra Lansberge por quienes se oponían a la teoría heliocéntrica. Por supuesto, como un cristiano devoto, Lansberge tuvo que explicar por qué él estaba haciendo relucir una teoría que, aparentemente, contradecía a la Biblia. Él escribió que San Pablo, en su segunda carta a Timoteo, dice que las Sagradas Escrituras:

> *... es útil para la doctrina, para reprender, para corregir, para instruir en justicia.*

Sin embargo, Lansberge escribe:

> *... no está diseñada para la instrucción en geometría y astronomía.*

El *Bedenckingen* contiene muchos argumentos previstos para mostrar que la teoría heliocéntrica era correcta. No eran en sí, puede decirse, muy convincentes y varios científicos que no creían en las teorías de Copérnico, por ejemplo Ismael Boulliau, no aceptaban los argumentos de Lansberge para *"demostrar"* que la teoría heliocéntrica era correcta. Entre los que atacaron el trabajo de Lansberge, uno de los más vigorosos anti Copérnico fue Jean-Baptiste Morin. Se dejó al hijo de Lansberge, Jacob, responder a Morin y a otros en *Apologia pro commentationibus Philippi Lansbergii in motum Terra*, en el cual Jacob defendió los puntos de vista de su difunto padre.

A menudo cuando se consideran a los científicos del siglo XVII, al observar sus logros, se da la tendencia a ignorar el mundo de magia y alquimia que ellos heredaron. Tal vez sería conveniente mirar la visión del mundo muy científica que Lansberge mostraba en el *Bedenckingen* claramente tratando de integrar las opiniones religiosas de su época en su sistema copernicano. Como era corriente en estos tiempos, él creía en los *"tres cielos"*, pero lo adaptó a su visión heliocéntrica [5]:

> *... el primer cielo es la de los planetas; se extiende desde el sol en el centro hasta la esfera de Saturno. El segundo cielo es el de las estrellas fijas; se extiende desde la esfera de Saturno hasta la octava esfera, la de las estrellas fijas. El tercer cielo es el cielo imperial, el trono de Dios y el lugar reservado para los elegidos. Este cielo es invisible para nosotros, pero que lo conocemos por revelación espiritual. ... El inmenso espacio del segundo cielo no está vacío. Está lleno de "un sinfín de criaturas invisibles". Los Ángeles descienden del tercero al primer cielo, o vuelven en dirección inversa. Los buenos y malos espíritus entran en combate. Es más, los dos cielos interiores sólo pueden funcionar debido a la fuerza (del espíritu de Dios) que reciben desde el tercer cielo.*

Ahora, aunque Lansberge creía en un sistema heliocéntrico, no aceptaba las teorías de la elipse de Kepler y publicó tablas astronómicas, basadas en órbitas circulares con epiciclos, que esperaba apoyarían a Copérnico sobre Kepler. En 1632, año de su muerte, Lansberge publicó *Tabula motuum caelestium perpetuae*, las tablas astronómicas que él había estado trabajando por 45 años. Había tres diferentes partes en este trabajo. Una primera parte titulada *"Perpetual tables of the heavenly motions, made up from, and in accordance with, the observations of all times"*. En la segunda parte daba la teoría que había desarrollado para calcular sus tablas de la primera parte y se titulaba *"New and genuine theories of the heavenly motions"*. La tercera parte, "*A treasure of astronomical observations"*, colección de una gran cantidad de datos sobre eclipses y otros eventos similares que se habían registrados durante años. La calidad de las tablas de Lansberge, publicadas cinco años después las *Tablas Rudolfinas* de Kepler, no fue inmediatamente evidente al principio. Muchos aceptaron más adelante que las tablas de Lansberge eran más precisas que las de Kepler y por diez años esta creencia continuó. Sin embargo, algunos defectos fueron detallados y pronto, incluso los más entusiastas, se volvieron en contra de las tablas.

Despite the weaknesses in Lansberge's work, he still deserves much credit for bringing the ideas of Copernicus to a wide range of people who did not possess the mathematical background to read advanced texts. The discussions and controversies that his work provoked were beneficial to the progress of science.

A pesar de las debilidades en el trabajo de Lansberge, todavía merece mucho crédito por dar a conocer las ideas de Copérnico a un gran número de personas que no poseían el fondo matemático para leer textos avanzados. Las discusiones y controversias que provocaron su trabajo fueron beneficiosas para el progreso de la ciencia.

REFERENCIAS.-

1. H L L Busard, Biography in *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990). http://www.encyclopedia.com/doc/1G2-2830902475.html

LIBROS:

2. R Hooykaas, *Selected studies in history of science* (Acta Universitatis Conimbrigensis, UC Biblioteca Geral 1, 1983).
3. D J Struik, *The land of Stevin and Huygens. A sketch of science and technology in the Dutch Republic during the Golden Century* (D Reidel Publishing Co., Dordrecht-Boston, Mass., 1981).
4. D J Struik, *Het land van Stevin en Huygens* (Socialistiese Uitgeverij Nijmegen (SUN), Nijmegen, 1979).
5. R Vermij, *The Calvinist Copernicans. The reception of the new astronomy in the Dutch Republic, 1575-1750* (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Amsterdam, 2002).

Artículos:

6. A Chapman, Review: The Calvinist Copernicans. The reception of the new astronomy in the Dutch Republic, 1575-1750 by Rienk Vermij, *The Observatory* 123 (1174) (2003), 154.
7. H Bosmans, Philippe van Lansberge, de Gand, 1561-1632, *Mathésis: recueil mathématique* **42** (1928), 5-10.
8. M A Granada, Review: The Calvinist Copernicans. The reception of the new astronomy in the Dutch Republic, 1575-1750 by Rienk Vermij, *Early Science and Medicine* **9** (2) (2004), 172-174.
9. G Landsberg, Philip van Lansberge, *Biographisch woodenboek der nederlanden* 8, 48- 49.
10. C de Waard, Philip van Lansberge, *Nieuw Nederlandsch biografisch woordenboek* (Leiden, 1912), 775-782.
11. C de Waard, Nog twee brieven van Phillips Lansbergen, *Archief vroegere en latere mededelingen* hellip *in Middelburg* (1915), 93-99.
12. R S Westman, Review: The Calvinist Copernicans. The reception of the new astronomy in the Dutch Republic, 1575-1750 by Rienk Vermij, *International Journal of the Classical Tradition* **12** (4) (2006), 586-591.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. Connor y E. F. Robertson sobre "Johan Philip van Lansberge " (Enero 2012).
FUENTE: MacTutor History of Mathematics. [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Lansberge.html].

APROXIMACIÓN TEÓRICA A LA FORMULACIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICA DESDE EL PARADIGMA DE LA COMPLEJIDAD.

Parte VII:

CAPITULO VI: APROXIMACIÓN TEÓRICA A LA FORMULACIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Por: Dra. CAROLINA VANEGAS R.
FACES - UC

Tomado de:

Aproximación teórica a la formulación y solución de problemas en matemática desde el paradigma de la complejidad. Capítulo VI: Aproximación teórica a la formulación y solución de problemas. Pp. 159-194. Trabajo de Ascenso para optar a la Categoría Académica de Profesora Titular. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FACES). Bárbula, 2009.

Índice:

Capítulo VI: Aproximación teórica a la formulación y solución de problemas.
Esquema complejo de solución de problemas

Supuestos fundamentales.
Descripción del Esquema Complejo.
Delimitación del Esquema Complejo.
La resolución de problemas como un sistema complejo.
Redes informales de intercomunicación interna.
El problematizador/resolutor
El pensamiento complejo del problematizador/resolutor.
Aproximación a la personalidad resolutora.
La acción resolutiva.
La policontexturalidad.
La planetarización.
La impronta de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.
El imprinting.
La noosfera matemática.
Validación de la red teórica propuesta.
Referencias.
Anexo B. Cuadro 5: Propuesta: Esquema Complejo de Solución de Problemas.
Anexo E. Ejemplo práctico.

CAPÍTULO VI

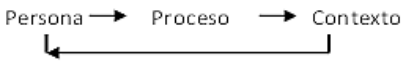
APROXIMACIÓN TEÓRICA A LA FORMULACIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En este capítulo se presenta la meta de la investigación: una interpretación alternativa del macroproceso dinámico de la formulación y solución de problemas en matemática desde el paradigma de la complejidad, la cual se exhibe como oferta teórica de este trabajo de ascenso.

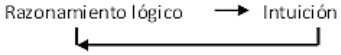
El alcance del objetivo general se materializa en la articulación del *Esquema Complejo de Solución de Problemas*, el cual recoge los aportes del pensamiento complejo (Morin) en expresión de discursividad teórica para el contexto de la educación matemática.

La estructura de este capítulo se encuentra organizada en cuatro secciones:

En la primera se presenta el *Esquema Complejo de Solución de Problemas* donde se analiza el sistema holográmico:

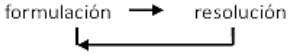


En la segunda sección, el ser humano es concebido en su forma dialógica: problematizador/resolutor [Se hace referencia al diálogo e interacción entre dos elementos que aunque son antagonistas se complementan y se traducirá en lo sucesivo con el símbolo /]. En esta sección la psicodinámica del sujeto es analizada como una totalidad organizadora/productora:



donde se busca volver a unir en una idéntica dimensión conceptual el razonamiento lógico y la intuición.

En la tercera sección la acción resolutiva es planteada como un bucle recursivo que tiende al agrandamiento y a la correlativa abstracción reflexiva. En adelante la relación entre formulación y solución de problemas no va a ser tratada simplemente como la de productor con su producto, la causa con el efecto, ya que el producto puede retroactuar sobre su productor y el efecto sobre su causa. La acción es recíproca, lo cual implica un efecto mutuo, una causalidad circular, una unidualidad



en donde ambas se alimentan en un bucle de doble dirección ya que una formulación anuncia la búsqueda de una solución y toda solución procede de un problema formulado.

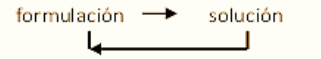
Y en la última sección el contexto será interpretado como un tejido de relaciones entre los problematizadores/resolutores quienes a su vez, resultan entretejidos por los entornos de significación: conceptos, reglas, principios, algoritmos y teoremas por lo que la resolución de problemas es inseparable del contexto socio-tecno-cultu-circunstancial en que tiene lugar y de los procesos de aprendizaje que lo condicionan y configuran.

La formulación y solución de problemas se estudia como un todo, pero para entender mejor el macroproceso se desglosará en sus elementos constituyentes para su comprensión analítica, realizándose la aplicación simultánea de las premisas epistemológicas: Complejidad, Autoorganización y Discontinuidad para finalmente proceder a reunificar el todo con el que inicialmente se realizó el análisis.

El interjuego de estos elementos exige una nueva dimensión en la descripción, por lo que la formulación y solución de problemas debe ser descrita en las coordenadas espaciotemporales de lo complejo.

1. ESQUEMA COMPLEJO DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La acción resolutiva comporta un núcleo organizacional profundo (paradigmático) que incluye el uso de la lógica, la articulación de los conceptos, teoremas, principios matemáticos, reglas heurísticas, entre otras. Eso pone de manifiesto la complejidad genérica en la



de problemas. Con esta red teórica conceptual, la formulación deja tener una relación de causa-efecto con la solución, pasando a formar parte de una totalidad donde la formulación implica solución y la solución también es formulación.

¿Por qué se le asignó el nombre de *Esquema Complejo de Solución de Problemas*? Porque se busca la interpretación alternativa de una unidad que tiene características de globalidad, coherencia, complementariedad y su representación involucra resúmenes gráficos.

Basado en el paradigma de la complejidad, se propone que la resolución de problemas tome en cuenta el diálogo trinitario entre el ser humano, el proceso y su contexto para constituir un bucle continuamente realimentado con conocimientos y autorreflexiones en un triángulo complejo:

Como puede apreciarse en el triángulo, los elementos de la triada están en íntima conexión que retroalimenta a cada uno de los vértices. No se puede entender ninguno de los vértices del triángulo sin la presencia de los otros dos. Entre los tres conservan una relación de recíproca interdependencia. Aunque la figura muestra un cierto grado de disociación entre los tres puntos nodales, la realidad es que conforman un todo indisociable cuya esencia se sustenta en la realidad circular y sin la cual sería difícil comprender la complejidad del macroproceso de formulación y solución de problemas.

El proceso es interpretado en este trabajo de investigación como acción resolutiva. La acción resolutiva es el producto del razonamiento lógico condicionado por el medio. Las interacciones entre los individuos constituyen la sociedad del conocimiento y ésta, que requiere que se resuelvan diversos problemas para su progreso, tiene un efecto retroactivo sobre los individuos por el mismo proceso efectuado.

Cada uno de los puntos nodales que conforman el *Esquema Complejo de Solución de Problemas* es a la vez medio y fin: es el conocimiento y la sociedad postmoderna las que permiten el desarrollo de individuos problematizadores/resolutores y son las interacciones entre los individuos las que permiten el progreso del conocimiento y la autoorganización de la sociedad por la capacidad del ser humano de formular, abordar y resolver problemas.

La estructura propuesta (altamente organizada pero siempre en proceso) es una herramienta conceptual diseñada para entender mejor la acción resolutiva. Como red compleja trata de responder de manera sistemática y coherente al menos a las siguientes preguntas simultáneamente ¿Cómo encontrar soluciones para los problemas? ¿Con qué métodos y técnicas se puede alcanzar mayor eficacia? Para responder a las preguntas precedentes fue necesario un cambio de pensamiento, romper con las viejas estructuras mentales que proliferan en el proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación tradicional. El resumen de todas estas consideraciones se muestra en el cuadro 5 ubicado en el Anexo B.

1.1. SUPUESTOS FUNDAMENTALES

A continuación se exponen las premisas epistemológicas fundamentales que constituyen el núcleo de este trabajo, formuladas en forma de tesis:

Tesis I: La resolución de problemas es caótica y surge de un macroproceso de autoorganización de interacciones indisociables entre el sujeto, la acción resolutiva y su contexto caótico. Esto supone que cada dimensión funciona en forma estabilizada existiendo un equilibrio dinámico y permutable entre los puntos nodales que lo conforman, lo que indica que la acción resolutiva procede de una forma:

a) **Dinámica**: Por el hecho de que es una actividad que cambia permanentemente. La resolución de problemas es un proceso muy complejo donde intervienen numerosos factores que pueden cambiar a diferentes estados al interactuar unos con otros.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Entretejido de saberes** manifestadas por los sujetos en la fase de recolección de información en esta investigación:

"La matemática está altamente ligada a las ciencias naturales"

"…correlacionar la matemática con otras materias por ejemplo con la física, con la química, se va complementando una cosa con la otra"

"La matemática es la herramienta que resuelve los problemas. Para poder estudiar cualquier ciencia se necesita de la matemática"

"En vez de Matemática, esto parece una clase de Química.

Porque las dos materias están estrechamente relacionadas y adicionalmente tenemos que utilizar cualquier conocimiento que nos permita acercarnos al problema en estudio"

"Aprendí un poco más de cómo aplicar la matemática en un problema económico"

b) **Disipativa**: Para que evolucione la acción resolutiva necesita intercambio constante de información, un continuo proceso de cambio y una interacción permanente con su entorno cognitivo y social.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la pregunta **Cuando resuelves un problema sigues la secuencia lineal:**

Comprender el problema→Diseñar un plan→Ponerlo en práctica→Examinar la solución

"Yo nunca he seguido ese esquema que menciona. No soy tan mecánico de hacerlo de una manera en específico"

"Si, lo hago paso a paso, busco la fórmula general. Aunque lo hago de una manera mecanizada trato de practicar (…)"

"Eeeer…leo el texto y busco la operación adecuada, usando los números que aparecen una vez que transformo el texto en lenguaje matemático aplico el procedimiento que previamente he aprendido en la clase."

c) **Impredecible**: Las mismas causas no producen siempre los mismos efectos. No se hace alusión a fuerzas físicas sino a fuerzas psíquicas como la motivación o las pulsiones cognitivas para formular, abordar y resolver problemas.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Pulsiones cognitivas detectadas en las entrevistas**

"… averiguar más cosas, porque están sucediendo las cosas o los hechos"

"Esa curiosidad es la que lo conduce a uno a la investigación matemática"

"A mí siempre me intrigó como podían funcionar"

"Hubo algo que me llamó mucho la atención…"

"Yo me dedicaba a hacer combinaciones con diferentes productos"

"El matemático tiene que partir de una pulsión cognitiva…"

d) **Multifactorial**: Es difícil asignar una causa única como facilitadora en la resolución de problemas. En otras palabras, el uso de una estrategia o razonamiento, depende de una variedad de factores o parámetros y, por tanto, no se puede predecir qué acción resolutiva utilizará el problematizador/resolutor para enfrentar un determinado problema en un contexto concreto.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Multifactorial** manifestadas por los sujetos en la fase de recolección de información en esta investigación:

"Yo tenía la idea de realizarlo sobre el deslave de Vargas"

"Trate de incluirme en el contexto: la historia de Venecia"

e) **Hipersensible a las condiciones iniciales**: Cualquier falla o desconocimiento de una regla, teorema o procedimiento puede traducirse en un error en la resolución de un problema. Adicionalmente si las condiciones iniciales (reglas y relaciones) en la formulación del problema no son expuestas con precisión infinita; la menor incerteza en el atractor caótico puede traducirse en confusión para el problematizador/resolutor.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Efecto mariposa** manifestada por los sujetos en la fase de recolección de información en esta investigación:

"Tener una buena base matemática me facilitó la comprensión de otras disciplinas"

"Y por esos pequeños detalles se daña todo el problema. Porque si lo desarrollas al inicio mal todo lo que viene después está mal"

"Si tú no te acuerdas del triángulo de Pascal o de los teoremas o de las identidades trigonométricas no vas a poder resolver los problemas"

"Obtuve los conocimientos básicos de depreciación en la asignatura Contabilidad I se me hizo más fácil realizar esta aplicación transdisciplinaria"

Se favorece la autoorganización cuando: (a) se aumentan los conocimientos, (b) se enriquece el número y la calidad de las conexiones entre dichos conocimientos empleando algoritmos que formen relaciones fuertes, (c) se mantenga la tensión existente entre autonomía/dependencia.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Autoorganización** manifestadas por los sujetos en la fase de recolección de información en esta investigación:

"Relajarse y abrir el abanico de posibilidades"

Tesis II: La acción resolutiva se puede concebir como un bucle recursivo contextualizado donde el problematizador/resolutor debe coordinar los elementos cognitivos dialógicos

para poder interactuar con la situación problemática.

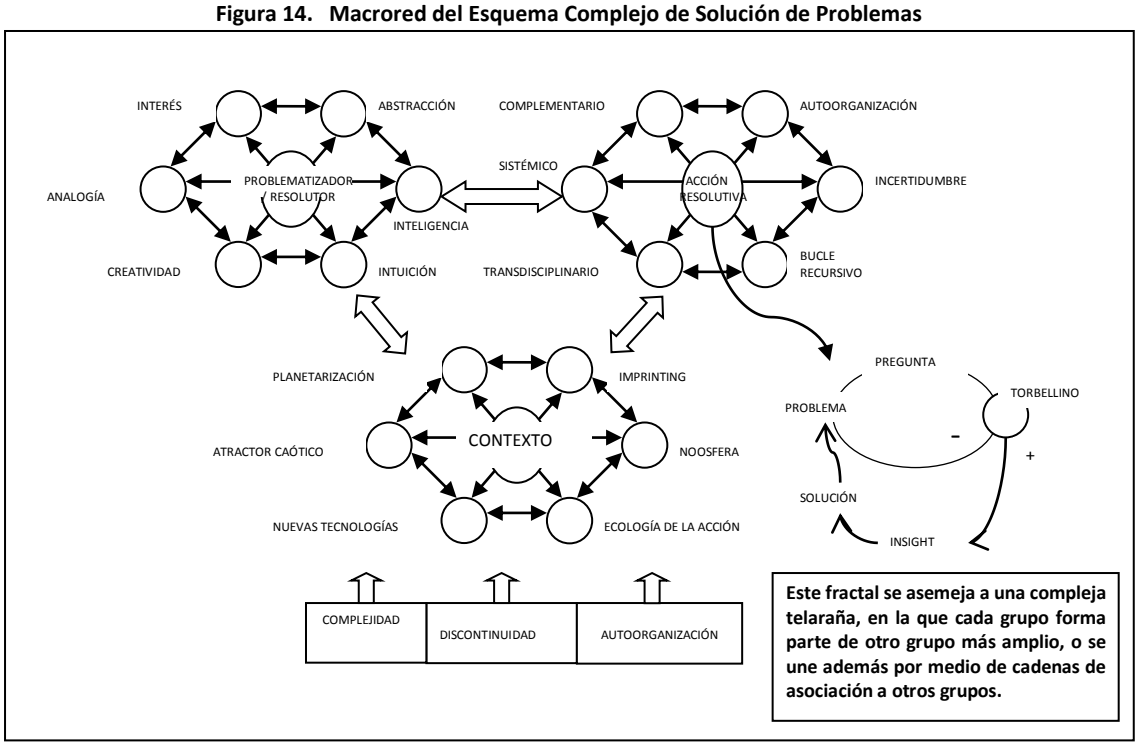
Tesis III: La resolución de problemas no es un proceso continuo, presenta puntos de bifurcación o de inestabilidad. Esto significa que el proceso mental de resolución de problemas puede sufrir una transición súbita o insight que permita que el problematizador/resolutor tenga una alta probabilidad de encontrar la vía o camino hacia el resultado o respuesta.

El resumen de todos estos aspectos se presenta en el cuadro 6 ubicado en el Anexo B.

1.2. DESCRIPCIÓN DEL ESQUEMA COMPLEJO

La red compleja que se ira precisando a lo largo de este capítulo, servirá como punto de partida para la caracterización del tema objeto de estudio. Es un macro-constructo con el que se designará la totalidad de la formulación y solución de problemas. El término complejo será empleado como sustantivo con un sentido similar al que tiene en expresiones como complejo industrial o complejo cultural.

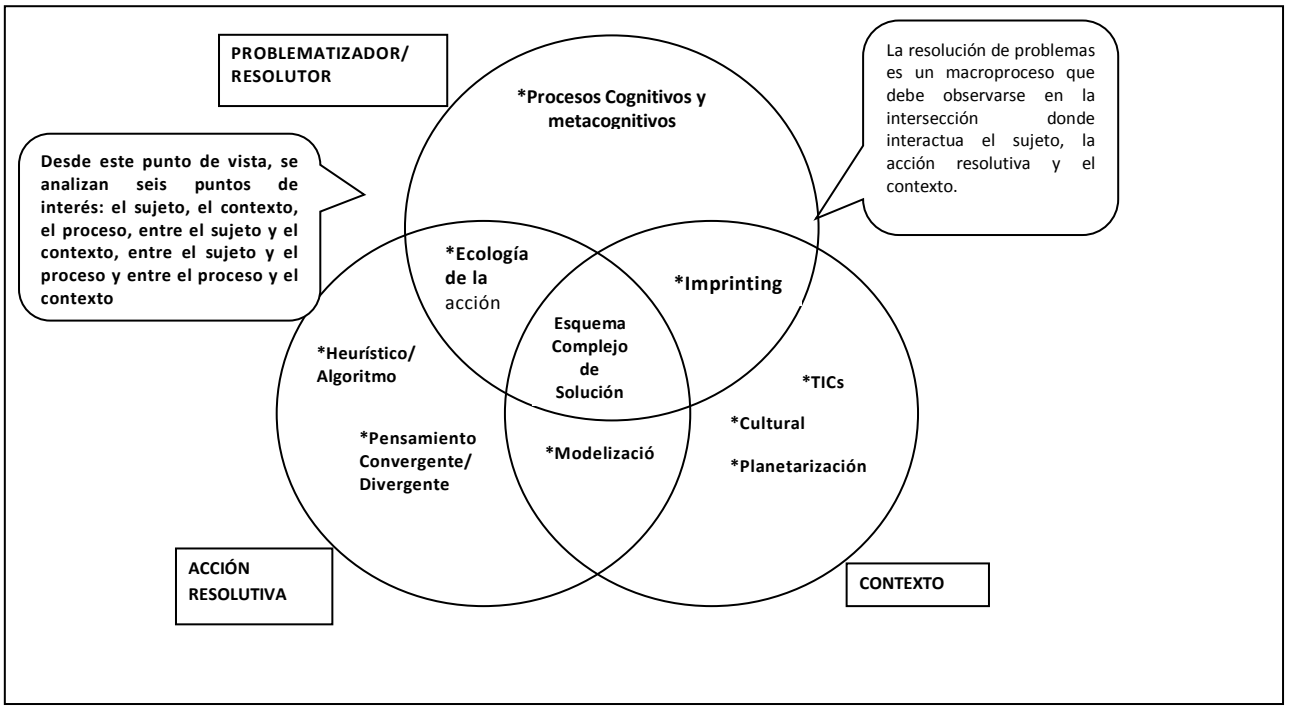
Figura 14. Macrored del Esquema Complejo de Solución de Problemas



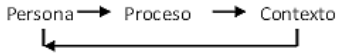
Fuente: Elaboración propia

Es necesario aclarar que la representación gráfica del *Esquema Complejo de Solución de Problemas* se realiza con fines netamente explicativos. La totalidad del sistema está constituida por el objeto en estudio, es decir la unidad del sistema es la complementariedad del individuo, proceso y contexto. Es una abstracción (aphairesis), una aproximación asintótica, porque no hay sistema al que pueda considerársele correctamente como totalmente aislado y autodeterminado. La macrored es un sistema abierto que se encuentra continuamente en estado de flujo, en un equilibrio susceptible de reordenación continua y abierta indefinidamente a la transformación. La macroestructura de la figura señalada representa tres dimensiones entrelazadas, todas arraigadas en la cotidianidad, interdependientes, con características de autosimilitud y con patrones de recíproca influencia: el ser humano, el proceso y el contexto. Cada una de estas dimensiones corresponde a nivel de organización con su dinámica propia, autónoma/dependiente en el sentido de que el funcionamiento de cada nivel está condicionado o modulado por los otros dos niveles.

Figura 15. Diagrama sistémico ser humano-proceso-contexto



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en dicha red fluctuante y compleja, la representación gráfica del esquema complejo multidimensional propuesto tiene concepción sistémica, no sólo en su diagramación sino en su estructuración porque permite la realimentación entre cada uno de los componentes del bucle 

.

Como estructura de criticalidad disipativa (forma autoorganizada) trata de simplificar las complejidades de la realidad matematizable y en su abstracción reflexiva recoge las características más importantes del objeto en estudio.

El problematizador/resolutor, el proceso y el contexto están estrechamente relacionados entre sí. Cualquier logro que se obtenga en uno de estos niveles puede ser anulado por inadecuadas capacidades, recursos o comprensión en otro.

1.3. DELIMITACIÓN DEL ESQUEMA COMPLEJO DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El nivel de relación e interacción entre las diferentes dimensiones puede ser definido en términos de las relaciones de ordenamiento múltiple entre los elementos que conforman el objeto de estudio tridimensional.

El sujeto y el contexto real ocupa el centro de múltiples y complejas interacciones, conjuntamente la acción resolutiva que representa el objeto del conocimiento que se quiere estudiar. Tales interacciones no son concebidas en el sentido del principio mecánico de *acción y reacción* sino como flujo de actividades, informaciones, entre otros. El abordaje analítico sintético, fundamentado epistemológicamente, implica conocer los procesos complejos particulares de influencia y las actividades de conocimiento que consideran las concepciones previas (el imprinting) del problematizador/resolutor, las cuales han sido construidas en un marco social susceptibles a ser modificadas. Las dos categorías anteriores no se podrían desarrollar o desplegar si no existiera una fuerza motivante o un contexto que le diera sentido, si no existieran las influencias o condicionantes educativas, sociales y culturales, la acción resolutiva no podría llevarse a cabo.

1.4. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO UN SISTEMA COMPLEJO

En el pensamiento complejo moriniano un sistema es considerado como un conjunto de elementos relacionados por nexos múltiples, capaz, cuando interactúa con su entorno, de responder, de evolucionar, de aprender y de autoorganizarse. Los elementos de todo sistema se organizan en torno a una finalidad. La resolución de problemas es una actividad de extrema complejidad porque está integrada por tres dimensiones (persona/proceso/contexto) y, lo que es más, porque estas dimensiones son interdependientes, es decir, un cambio en cualquiera de ellas produce modificaciones, bien en forma directa o indirecta, en los demás. En definitiva, la resolución de problemas es un macroproceso complejo porque su comportamiento global emerge de la interacción de las dimensiones, no es una simple suma o producto de ellas. Cada una de las tres dimensiones fundamentales explicadas se analizará detenidamente en este capítulo porque articuladas sintetizan el proceso de resolución de problemas. En la primera categoría, el problematizador/resolutor, se toman en cuenta un conjunto de elementos cognitivos indispensables para la resolución de problemas: el interés, la intuición, la inteligencia, la abstracción reflexiva y la creatividad los cuales permiten dar forma al pensamiento resolutor de problemas. El proceso adquiere importancia en la medida en que sirva de vía para alcanzar el resultado solicitado.

1.5. REDES INFORMALES DE INTERCOMUNICACIÓN INTERNA

En el *Esquema Complejo de Solución de Problemas* se agruparon en dimensiones aquellos elementos que tenían mayor grado de interconexión entre sí. Estos subsistemas funcionan como subtotalidades que se articulan por relaciones cuyo conjunto constituye la estructura hipercompleja. Aquí corresponde una aclaración terminológica: el término subsistema es inherente a una totalidad mayor que lo incluye. Tal relatividad es similar a la que se da en la teoría de conjuntos. Un subconjunto es parte de un conjunto, pero es también un conjunto con sus propios subconjuntos (que serían sub-subconjuntos del conjunto anterior). En el *Esquema Complejo de Solución de Problemas* las dimensiones se conectan entre sí por medio de un flujo de información aun cuando aparentemente no tienen una conexión directa. La complejidad implica relaciones complementarias, antagonistas, recursivas e inciertas.

El pensamiento ordinario plantea cuestiones concretas en la que el problematizador/resolutor busca respuestas y soluciones inmediatas, mientras que el pensamiento transcomplejo se caracteriza por una preocupación constante por la coherencia global, la relación del sujeto con su contexto de tal manera que contribuya a la articulación de un solo cuerpo coherente de conocimientos, buscando no solo proponer y resolver problemas, sino también comprender el entorno, considerar una determinada situación con una mentalidad cuantitativa, reflexionar sobre las relaciones lógicas, probabilísticas y espaciales y finalmente articular la matemática con otras ramas del saber.

2. EL PROBLEMATIZADOR/RESOLUTOR

La resolución de problemas es un macroproceso que ha generado numerosas investigaciones, las cuales han enriquecido lo que hoy se conoce acerca del tema. No obstante, su complejidad y las diferencias en los enfoques de las investigaciones han facilitado numerosos métodos para su estudio, así como la aplicación de distintas disciplinas en su abordaje pluridimensional.

Los enfoques de estudio fundamentalmente se han orientado por separado hacia el conocimiento de la psicodinámica del problematizador/resolutor, el proceso de formulación/solución de problemas y las condiciones socio-tecno-culto-circunstanciales que afectan dicho proceso. Esos estudios reduccionistas y fragmentarios de la resolución de problemas han respondido a condiciones de tipo epistemológico y metodológico, así como a la complejidad de la naturaleza misma del objeto de estudio. El esfuerzo presentado en este trabajo de ascenso de abordar el tema desde una perspectiva compleja, le confiere a su estudio una dimensión más realista, cónsona con lo verdaderamente humano y como fenómeno humano, cambiante y complejo, la resolución de problemas se enfoca en el bucle recursivo individuo → acción resolutiva → contexto, donde están implícitas características que estructuran y dinamizan todo el funcionamiento del proceso y la relación con el entorno espaciotemporal.

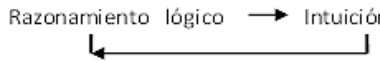
El ser humano en este contexto es concebido en la forma dialógica: problematizador/resolutor, capaz de plantear problemas afrontándolos con la habilidad de identificar los elementos claves, de obtener información y de enfrentar eficazmente las situaciones imprevistas de tal manera que comprenda la realidad en la que está inmerso, la conceptualización y significación de los procesos matemáticos generales, entendiendo donde son aplicables y bajo qué condiciones.

El problematizador/resolutor es consciente que para adquirir conocimientos intelectuales y técnicos tiene que saber razonar/intuir en cada momento. Este aprendizaje es un valor del ser humano, es un atributo del que desea conocer, más de quien pretende enseñar.

2.1. EL PENSAMIENTO COMPLEJO DEL PROBLEMATIZADOR/RESOLUTOR

Abordar el pensamiento complejo del ser humano en su integralidad implica trascender el dualismo convencional entre formalismo/intuicionismo, análisis/síntesis, pensamiento convergente/pensamiento divergente. La resolución de problemas como macroproceso complejo es indivisible y su comprensión requiere tener en cuenta el tejido de las múltiples dimensiones que posibilitan su esencia y emergencia.

La totalidad organizadora/productora recursiva:



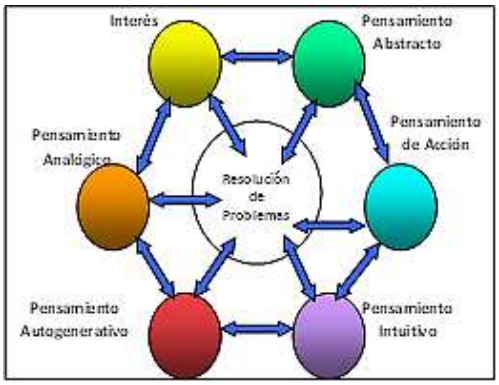
es compleja, es decir complementaria, concurrente y antagonista. Intuición y razonamiento lógico-formal son dos términos que se encabalgan y que no pueden disociarse por una frontera.

La relación dialógica intuición/razonamiento lógico con su equilibrio dinámico de dualidades es similar a la molécula de agua. Así como el agua es químicamente H_2O y tiene dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno, la dimensión ser humano del *Esquema Complejo* tiene un átomo central que es el interés del problematizador/resolutor y dos que dan vueltas todo el tiempo: la intuición y el razonamiento lógico. Cuando un individuo plantea/resuelve un problema lo que hace es constelizar a estas dos formas, dándole importancia una sobre la otra. El interés es la motivación intrínseca hacia niveles más profundos de comprensión sin la cual no puede realizar la acción resolutiva.

La intuición es un medio adecuado para comprender el mundo matemático, ya que la articulación de este conocimiento no debería disociarse de la intuición, aún cuando siempre se ha considerado la matemática como la ciencia de las deducciones formales que van desde los axiomas hasta los teoremas, siendo la lógica, el instrumento esencial para efectuarlos.

La generación/resolución de problemas es un macroproceso cognitivo donde hay unidad en la pluralidad. La cognición entendida como la acción y efecto de pensar y conocer, comprende una serie de procesos mentales como percibir, adquirir, interpretar, conceptualizar, organizar, imaginar, resolver problemas, razonar, juzgar y utilizar tanto la información existente en el medio como la propia información ya adquirida y almacenada. De este modo la cognición incluye los procesos de interés, abstracción reflexiva, intuición, creatividad, analogía e inteligencia indispensables para la resolución de problemas tal como se presenta en la siguiente figura:

Figura 16. Red de la psicodinámica del problematizador/resolutor



Fuente: Elaboración propia

En el esquema complejo multidimensional de la figura anterior se coloca alrededor del núcleo de resolución de problemas el conjunto de puntos nodales cognitivos que entornan al coordinante y que se mueven en consonancia con las variaciones que el problematizador/resolutor presente en diferentes tiempos y contextos. Todos los elementos se encuentran relacionados con la unidad de estudio situada en el centro, que coordina y sinergiza la dinámica de los elementos cognitivos, moviéndose en la medida que el problematizador/resolutor moviliza su interés hacia una situación problemática.

En la resolución de problemas sucede algo similar que en el proceso de obtención de un brillante: el diamante es tallado en muchas facetas pero a pesar de sus numerosos lados la piedra conserva su naturaleza estructural esencial. Sin embargo una sola cara no es el brillante. Si se gira el brillante o se cambia la posición, entonces se apreciara otra faceta, la persona percibirá muchos elementos, pero en realidad éstos son los distintos aspectos del mismo diamante. De igual manera es necesario comprender las disímiles facetas que integran la resolución de problemas.

El razonamiento lógico y la intuición son expresiones de la capacidad mental para resolver problemas. Aunque cada uno trabaja en forma diferente ambos contribuyen a una respuesta integrada que se adapta a una tarea específica. La intuición representa el caos, el desorden y el descontrol; el razonamiento lógico representa la certidumbre, el orden y el control. Ambos son momentos del mismo movimiento inteligente.

2.2. APROXIMACIÓN A LA PERSONALIDAD RESOLUTORA

Uno de los elementos fundamentales en el tema objeto de estudio se centra en comprender la habilidad que tiene una persona de crear orden en el caos mediante la resolución de problemas en matemática. En este sentido, el contexto filológico aclara que el interés proviene del latín *interese*, provecho, es la atracción que siente el ser humano por un objeto o situación capaz de satisfacerle una necesidad, una tendencia, ya sea directamente o porque representa un paso hacia esa finalidad.

El interés cognoscitivo es una disposición interna de gran deseo y concentración en la resolución de un problema matemático. La actitud es la que da vida y eficacia al método utilizado. Es esta la cualidad que permite diferenciar entre un alumno que tiene éxito en matemática y otro que fracasa. La intención, el interés o deseo con que se analizan las cosas tienen tanto poder sobre los sentidos que acomoda, desvirtúa o transforma esos objetos adaptándolos perceptivamente a su propio punto de vista.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Automotivación** manifestadas por los sujetos en la fase de recolección de información en esta investigación:

"Yo me dije: «voy a tratar de hacer algo original y tratar de hacerlo bien»"

Para Polya (1957) la generación y solución de problemas es una escuela de la voluntad. Resolviendo problemas que parecen difíciles, el alumno aprende a perseverar pese a los fracasos o a la continuidad de pequeños desaciertos, a apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, a hacer un llamado a toda su fuerza de concentración. Si el estudiante no encuentra la oportunidad de familiarizarse con las diversas emociones que ofrece el esfuerzo con vista a la solución, su educación matemática ha fallado en su objeto más esencial.

Al respecto, Garofalo (1989) sostiene que en recientes investigaciones se ha mostrado que el éxito o fracaso en la resolución de problemas, depende más de otros factores que del conocimiento de los contenidos de la disciplina estudiada, ya que algunos factores tales como las decisiones y la regulación que se hace en las acciones; es decir analizar el problema, planificar, determinar el proceso, controlar las emociones que se sienten mientras se trabaja en una tarea matemática como: ansiedad, frustración, goce, satisfacción y la creencia de que se alcanza logros importantes, influyendo en la dirección de los programas personales.

El matemático venezolano Alberto Durán, quien logró encontrar respuesta a la conjetura de Goldbach, considera que un sujeto que desee trabajar con la matemática debe poseer un conjunto de cualidades como lo son la concentración, la atención, la originalidad, la imaginación y el trabajo, Orellana (1980). Según este investigador la documentación es una herramienta imprescindible en el quehacer matemático porque si un problema ha pasado por muchas manos posiblemente ameritará de un tratamiento especial.

Contrariamente a lo que se tiende a suponer, el estado normal de la mente es el caos. Sin entrenamiento y sin un objeto en el mundo exterior que exija la atención, el sujeto será incapaz de enfocar los pensamientos durante varios minutos a la vez.

El interés cognoscitivo es quien gobierna el flujo direccional del pensamiento y para que se pueda solucionar un problema debe existir una motivación o interés específico en el mismo, que tiene un gran significado intelectual. Una vez logrado esto, la mente inicia la tarea de buscar y recuperar recuerdos relacionados con problemas análogos efectuados con anterioridad. Habermas (1982) expresa que la razón humana está estrechamente relacionada con el interés, no hay conocimiento sin interés:

$$\text{Interés} \leftrightarrows \text{conocimiento}$$

Al plantearse un problema se produce la siguiente secuencia: Se dirige la atención sobre el problema, se piensa en él y debido a la acción del pensamiento empieza actuar la inteligencia (capacidad para resolver problemas).

El estudiante es el principal implicado en su educación. No se aprende matemática escuchando y viendo al profesor manipulando símbolos y resolviendo problemas en una pizarra, así como nadie ha aprendido a jugar ajedrez viendo un torneo entre Karpov y Kasparov. Solo se aprende jugando. La resolución de problemas exige poseer una actitud favorable, requiere disponer de conocimientos sobre la situación involucrada y que el estudiante asuma un papel activo en el proceso de aprendizaje.

Según el aforismo: *lo que se recibe, se recibe de acuerdo a la forma del recipiente*; epistemológicamente significa que el sujeto da la forma, moldea o estructura el objeto percibido de acuerdo con sus características idiosincrásicas. Necesario es recalcar que la dedicación personal al esfuerzo colectivo es lo que hace que funcione bien un equipo de trabajo, una institución educativa, una empresa, la sociedad, la civilización misma.

Facetas del pensamiento complejo en la formulación / solución de problemas:

a) Intuitivo: Facultad de comprender un problema instantáneamente sin realizar un razonamiento.
b) Autogenerativo: Capacidad de enfocar los problemas de una forma nueva y original.
c) Analógico: Habilidad para realizar comparaciones y similitudes con otros problemas.
d) Lógico: Razonamiento: secuencial y analítico.
e) Abstracto: Capacidad de extraer un objeto de su contexto.

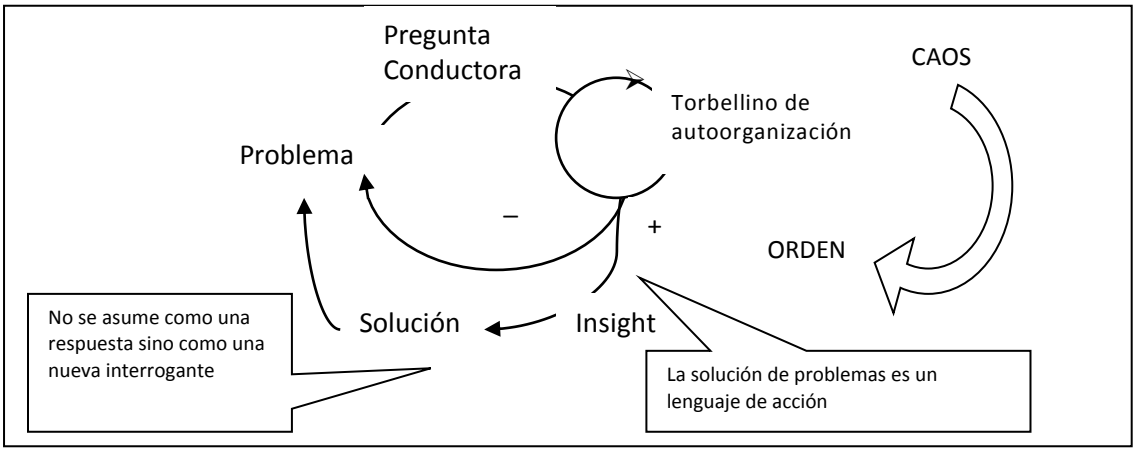
3. LA ACCIÓN RESOLUTIVA

La necesaria reforma del pensamiento en el proceso estructurante de formulación ⟶ resolución ⟵ de problemas, que incluye la presencia de la complejidad, busca una clase de pensamiento que sea capaz de promover el desarrollo de conocimientos, discursos, saberes y de habilidades para enfrentar la incertidumbre y aportar soluciones. Según la tesis fundamental de Morin, el pensamiento complejo contempla la realimentación, la recursividad y la relación dialógica entre elementos aparentemente antagónicos pero que realmente son complementarios.

Esta nueva forma de pensar busca impulsar un conocimiento cuyos principios reconozcan la integración de las partes en un todo, así como también la posibilidad de reentrada del todo en las partes. El pensamiento complejo permite una transición entre el paradigma cartesiano a una visión sistémica y ecológica enfatizando en la red de relaciones que constituyen la acción resolutiva.

La acción resolutiva se entiende en este contexto como la realización de un proceso psicológico dirigido a la formulación/solución de problemas. En la siguiente figura se exhibe la propuesta teórica del proceso de resolución de problemas empleando el principio autoorganizativo de la premisa prigoginiana. El bucle se inicia en un estadio de equilibrio con el problema planteado, este estado se rompe cuando el sistema recibe una influencia de carácter interno o externo bajo la forma de preguntas que origina en el cerebro del problematizador/resolutor un torbellino de autoorganización de los conocimientos tras sucesiones continuadas de desórdenes y órdenes, situación que no dura mucho tiempo ya que se inicia un reequilibramiento, que puede tomar dos rutas alternativas a partir de un momento singular: el estado de confusión o la generación de la respuesta.

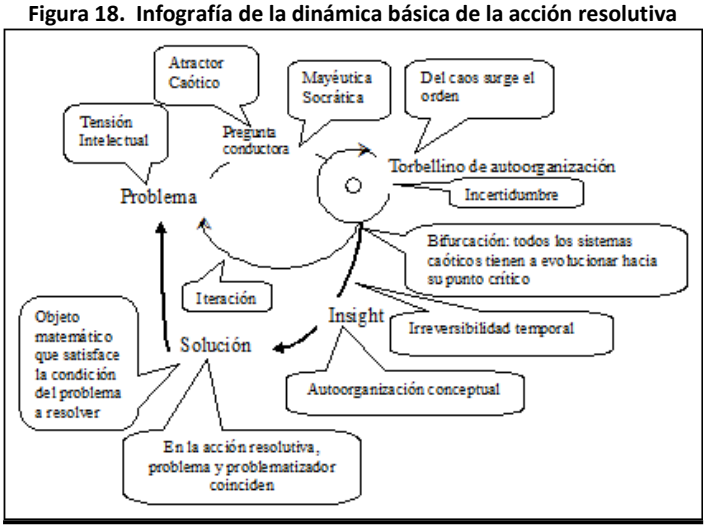
Figura 17. Bucle de la acción resolutiva



Fuente: Elaboración propia

El pensamiento se mueve erráticamente, toma y abandona representaciones matemáticas con facilidad, este comportamiento coincide con lo expresado por Oliver Wendell Colmes "*Una mente que despliega nuevas ideas nunca regresa a su dimensión original, ya que, redimensiona su realidad, ya no es la misma sino que está en total reconstrucción"* (citado por Monreal (2000:88). Este estado de confusión e incertidumbre inicial progresa hacia el punto de bifurcación o límite del caos donde se presenta dos opciones resolutivas: La primera posibilidad es que mediante un mecanismo de realimentación negativa (-) o neutralizadora de las desviaciones (bucle compensador), el sistema vuelve a su estado inicial y por lo tanto no se encuentre solución al problema. La segunda posibilidad es que mediante un mecanismo de realimentación positiva (+) o amplificadora de las desviaciones (bucle reforzador), el sistema sea conducido a una situación tal que se desestructure y se reconfigure, apareciendo el insight donde el problematizador/resolutor encuentra la posible solución al problema planteado. Este escenario se presenta cuando una pregunta no es seguida de una respuesta sino de otra pregunta, generándose un bucle recursivo de intensa actividad cognitiva que, en algunas ocasiones, provoca una situación de ruptura del equilibrio cognitivo, que precisamente, es uno de los motores de la actividad intelectual. Para esclarecer con detalle las coordenadas trazadas en los párrafos anteriores se presenta a continuación un infograma de la dinámica básica de la acción resolutiva.

Figura 18. Infografía de la dinámica básica de la acción resolutiva



Fuente: Elaboración propia

El problematizador/resolutor al sentir la incomodidad provocada por la brecha entre lo que piensa y lo que sabe del problema genera un movimiento interiorizado de recuperación del equilibrio, este avance no se detiene sino hasta cuando se encuentra la respuesta. Este estado de tensión sostenido tiene por efecto activar la mente y sensibilizarla ante el problema. Es una situación análoga a la que se presenta en química con el principio de Le Chatelier que establece que siempre que ocurra una modificación de las condiciones de un sistema en equilibrio, este se desplazará en el sentido de contrarrestar la acción producida.

Este proceso de cambio no tiene por qué acabar necesariamente tras la primera transición: puede darse una bifurcación secundaria, terciaria o incluso producirse eventualmente toda una cascada hacia el caos antes de que la mente se estabilice en un nuevo atractor. El número de iteraciones por las que pasa, de vueltas que encierra, de intuiciones que precisa, es algo que depende de la dificultad del problema formulado. La primera posibilidad explicada sugiere un proceso reversible (vuelve al mismo punto de partida). La segunda implica un proceso irreversible, la evolución del pensamiento, el uso de la creatividad donde hace su aparición un nuevo orden de trabajo con un grado de complejidad mayor que el precedente, luego de haber recibido la influencia de una alteración o perturbación caótica (la pregunta).

El punto de influencia o punto crítico se encuentra en el bucle compensador no en el bucle reforzador. Si se desea realizar cambios significativos y perdurables en el comportamiento general de este sistema es necesario identificar y modificar el factor limitativo. Cabe destacar que cuando no se encuentra la solución se puede verificar un proceso de iteración con nuevas preguntas que permitan sacar al ser humano del círculo vicioso y catapultarlo a niveles más elevados de conocimiento.

La clave de la acción resolutiva es la tensión estructural generada por la pregunta conductora. Siempre que se produce una tensión, la mente busca una probable solución. La tensión estructural nace entre el contraste entre la solución y el problema planteado. Las preguntas mantienen y renuevan la tensión sobre el problema.

Volver a empezar es a menudo tan importante como encontrar la solución. Reconsiderar el problema de nuevo a la luz de lo que se aprendió en el proceso resolutivo permite nuevos elementos de estudio. Por lo tanto, la resolución de problemas implica el bucle recursivo:

Preparación → Producción
↖ Evaluación ↙

El proceso estructurante involucra otro bucle recursivo: pensamiento ⇆ resolver problemas, ya que se emplean los pensamientos para aprender, para realizar conexiones entre la información nueva y la ya adquirida, con el fin de realizar un análisis/síntesis, todo esto para producir pensamientos más completos que permitan encontrar la solución buscada. El bucle recursivo implica comprender sistemáticamente e integrar conocimientos nuevos con los anteriores, reconociendo que la construcción de la solución puede completarse más. En resumen: pensar es el principio y fin de la acción resolutiva, es causa y consecuencia al mismo tiempo, por tanto es necesario el desarrollo de esta habilidad para convertirla en un hábito cotidiano, en un estilo de vida.

De todo ello resulta la sucesión:

Autoreflexión → Acción resolutiva → Interacción → Retroacción → Autoorganización

El pensamiento resolutor toma en consideración los siguientes aspectos:

1) Los problemas se resuelven sobre la base de conocimientos previos (Impriting).
2) El valor heurístico de la pregunta y se plantea cuando hay que vencer dificultades que impiden obtener la solución, generando turbulencia.
3) En la solución de problemas tiene mucha importancia el verdadero interés del problematizador/resolutor.

El impulso resolutor emerge como una cualidad del conocimiento, facilita cualquier aprendizaje matemático, propicia los procesos que permiten evolucionar intelectualmente al ser humano. Una educación de acción resolutiva produce interacciones, no se limita a contenidos específicos, se fundamente en acciones cuantitativas/cualitativas que permiten comprender, interpretar y resolver problemas.

La interpretación: El problematizador/resolutor al hacer una especie de traducción de la situación planteada a un esquema propio de explicación, generará el punto de partida para iniciar la búsqueda de alguna forma de solución. En otras palabras, el sujeto ecocognoscente al reelaborar el enunciado del problema utilizando para ello sus propias palabras precisará con mayor claridad cuál es la situación planteada, determinará qué operaciones lógico-matemáticas se requieren y ajustará el problema de forma que se puedan seguir procedimientos de resolución conocidos.

Numerosos estudios realizados (Bishop (1999), Zuleta (2005), Beyer (1998)) suministran evidencias que cuando un docente explica algo a otra persona mejora la propia comprensión sobre el asunto y esto también es válido para los estudiantes. Así cuando ellos se preguntan y explican entre sí argumentan y consolidan su comprensión sobre los problemas que están intentando resolver.

Los contenidos inherentes a la matemática constituyen un lenguaje especializado y en su aprendizaje la verbalización de los problemas es fundamental ya que aporta una plataforma firme para comprender el enunciado del mismo, lo cual coincide con el aforismo "*la matemática consiste en expresar la inteligencia por medio de símbolos y siguiendo un conjunto de reglas*".

se puede expresar mediante

Principio lógico-matemático (medio matemático) ⟷ Palabras (medio lingüístico) Imágenes (medio espacial)

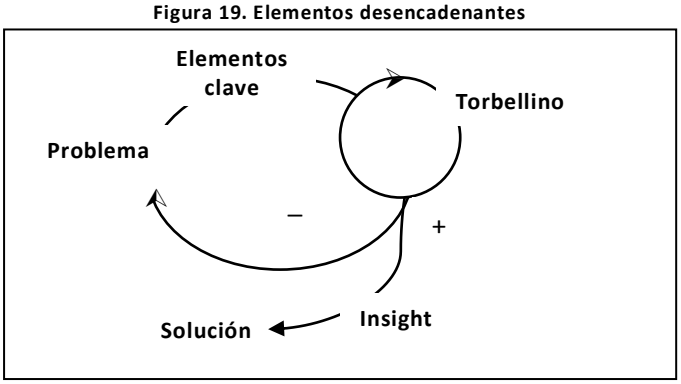
Einstein no realizaba sus razonamientos basándose en estructuras matemáticas. Comenzaba con intuiciones difíciles de especificar y una sucesión de imágenes de las cuales surgían en algún momento conceptos matemáticos. Pensar en sistemas desarrolla nuevas destrezas de razonamiento diagramando procedimientos, por medio de un patrón visual se aprecian las relaciones recíprocas, se siguen las trayectorias de causa-efecto y las maneras en los distintos datos se correlacionan unos con otros.

Elementos desencadenantes o factores desequilibrantes: Provocar un punto interesante de inflexión en la perspectiva afecta profundamente la resolución de problemas. El detallado análisis/síntesis de la situación y la elección de los datos verdaderamente significativos, implica desarrollar la aptitud para jerarquizar lo importante y lo secundario para seleccionar lo significativo y para eliminar lo no pertinente, desechar los elementos distractores que aumentan la dificultad del problema ya que incluyen más información que la estrictamente necesaria para resolverlo.

La esencia de la matemática es la habilidad de razonar sobre conceptos abstractos. Si un estudiante tiene muy desarrollada esta habilidad podrá adquirir con facilidad los conocimientos matemáticos (conceptos, reglas, principios, algoritmos, teoremas) necesarios para resolver prácticamente cualquier problema que se le presente.

Generar asociación novedosa de representaciones y conceptos matemáticos en la mente del problematizador/resolutor implica: (a) hacer preguntas, (b) generar un trozo de información aleatoriamente, (c) interpretar la información como una respuesta a la pregunta.

Figura 19. Elementos desencadenantes



Fuente: Elaboración propia

Las analogías: La analogía es un método heurístico en el que se limita la búsqueda de soluciones a las situaciones similares a la que se maneja. Las analogías son relevantes en toda situación que requiera nuevos conocimientos y reflexiones sobre la experiencia pasada para llegar a una comprensión más profunda de los aspectos matematizables de la realidad. La analogía conduce a nuevas formas de ver un problema conectando dos o más universos disímiles con la finalidad de comprender un fenómeno A mediante B (ver ejemplo práctico en el Anexo E).

Toda teoría científica es una analogía. La analogía (o la metáfora) es el camino que lleva del modelo a la teoría. Una analogía propone una conexión, no una congruencia; señala una semejanza, pero esa asonancia es sorprendente porque en otros aspectos los conceptos son muy diferentes. Una metáfora sólo es importante mientras la relación es problemática: es decir, mientras se percibe la presencia tanto de la similitud como de la diferencia. (Hayles, 1998).

Las analogías actúan como atractores caóticos, ya que el cerebro funciona en base a comparaciones. Una visualización tradicional de una metáfora es la de un compás, una de cuyas patas está apoyada mientras la otra se mueve libremente. La pata apoyada alude a las semejanzas entre los conceptos que la metáfora relaciona; la pata que se mueve libremente evoca las diferencias entre ellos que pueden hacer que nuestra comprensión aterrice en puntos inesperados. Una metáfora que se refleja autorreflexivamente en otra metáfora como un compás con una pata que se mueve libremente y la otra apoyada en la pata de otro compás.

El pensamiento metafórico o analógico es un proceso de reconocimiento de una conexión entre dos cosas aparentemente no relacionadas entre sí. No se procede linealmente sino que salta a través de categorías y clasificaciones para descubrir nuevas relaciones.

Cuando se quiere formar un artista plástico se le enseña a pintar entidades reales: bodegones, naturalezas muertas, modelos para que aprenda a dibujar las figuras y manejar adecuadamente el color, el artista va evolucionando, va abstrayendo hasta que logra pintar una verdadera obra de arte. De manera análoga el estudiante de matemática necesita quemar etapas, comprender bien cada uno de los contenidos de la matemática concreta para dar el salto a la abstracción reflexiva. Como Pablo Picasso que evolucionó de lo concreto a lo abstracto en varias etapas: periodo azul, periodo rosa, periodo cubista y periodo clásico, igual que tiene que evolucionar el problematizador/resolutor con su problema.

4. LA POLICONTEXTURALIDAD

En las páginas precedentes se mencionaron ciertas condiciones necesarias en el problematizador/resolutor para que este pueda proponer, abordar y resolver problemas. Ahora se considera pertinente realizar un estudio complejo y polisémico sobre la red de circunstancias que circunscriben o condicionan el desarrollo del pensamiento complejo en la resolución de problemas. Si este macroproceso dependiera sólo de la capacidad intelectual de los sujetos todo sería más sencillo ya que se convertiría en una actividad sometida a los controles de la mente humana fuera de todo condicionamiento emocional o social. Desafortunadamente no es así, porque el pensamiento complejo requiere elementos desencadenantes que están más allá del control intelectual y en donde intervienen factores psicológicos, sociales, tecnológicos, culturales y circunstanciales para generar ⇆ resolver problemas.

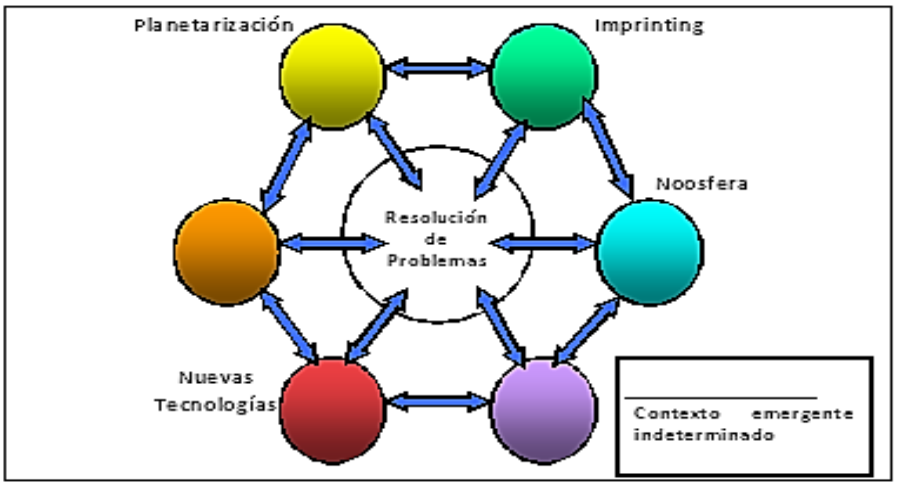
Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Policontexturalidad** manifestadas por los alumnos en la fase de recolección de información en esta investigación:

"Esta investigación acarreaba la búsqueda de datos reales"

De acuerdo con este planteamiento es fundamental que la resolución de problemas se edifique en el pensamiento complejo, donde el problematizador/resolutor relacione los conocimientos matemáticos entre sí y con otras fuentes de información acorde con el contexto, buscando superar la tendencia de fragmentar la realidad. Necesita compilar los conocimientos para tener múltiples perspectivas frente a los problemas, dando cuenta de sus ejes comunes y afrontando adecuadamente la incertidumbre, las condiciones difusas y la ambigüedad.

El problematizador/resolutor siempre interacciona con el entorno, aprende de la experiencia y como resultado se adapta a las circunstancias imperantes en la cotidianidad.

Figura 20. Red del contexto complejo en la resolución de problemas



Fuente: Elaboración propia

La formulación/solución de problemas no puede entenderse de manera aislada e independiente del contexto socio-tecno-culto-circunstancial en el que surge; sino que, por el contrario, su generación depende de los recursos y herramientas que proporciona la cultura: todo está conectado a todo y todo cambia continuamente. Una de las habilidades que tuvieron que desarrollar los alumnos participantes en la investigación fue la de explorar su entorno para encontrar información y así elaborar el proyecto final.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la pregunta **¿Algún otro profesor de Matemática ha tratado de trabajar la matemática contextualizada?**

"PR_1: No, es con este trabajo que me di cuenta para que sirven las integrales.
I: Pero en matemática I ¿No utilizaste las derivadas para formular problemas económicos?
PR_1: Si, pero no era una situación real como esta. Eran ejercicios de una guía."
"No, esta es la segunda vez que curso esta materia. El semestre pasado el profesor nos mandó a realizar ejercicios en un cuaderno. Esa actividad valía el 10% de la nota definitiva"

A continuación se analiza la influencia del contexto, el entorno sociocultural y el sistema de factores externos en la resolución de problemas:

4.1. La planetarización: La planetarización es más compleja que la globalización. La globalización implica la mundalización de las dimensiones económica y tecnológica, en cambio la planetarización implica la inserción simbiótica de la humanidad en el planeta Tierra. El término planetarización contiene en su raíz etimológica la idea de aventura de la humanidad, en cambio la globalización es una definición reductora, porque considera que el todo es la suma de elementos disjuntos (economía, tecnología, educación, cultura) y sin embargo es una totalidad unida por hilos invisibles. Ya no se puede considerar que un país es autónomo, forma parte de un planeta tal como lo sostiene el principio holográmico: las partes conforman el todo y el todo está en las partes. Varios parámetros contribuyen a fortalecer las bases de la planetarización: (a) El conocimiento de los derechos y deberes de los ciudadanos, (b) Educación para el civismo, la democracia, así como la educación relativa a los derechos humanos y la protección del medio ambiente, (c) Combinación adecuada de valores universales y locales estableciendo nexos entre los planes de estudio y la vida social y económica de las comunidades.

Los estudiantes tienen sus propias metas y motivos para educarse, sin embargo durante las clases actúan como una totalidad. Según el principio holográmico el comportamiento del grupo está plegado en cada individuo y alternativamente cada individuo está desplegado en el grupo completo. De un modo más sutil, los alumnos están relacionados a través de un orden implicado de plegamiento y desplegamiento.

En otras palabras, el grupo da lugar a través de sus interacciones al comportamiento colectivo en el aula de clase, a su vez la dinámica global de todas las clases da lugar a la idiosincrasia de la institución educativa. Sin embargo, la dinámica global no puede reducirse a la suma de las dinámicas de sus unidades constituyentes ya que al observar la actividad de toda la institución educativa, se encuentran propiedades que no están presentes en cada uno de los estudiantes. Esas características que surgen en un sistema y que son más que la suma de sus partes, es lo que se denomina órdenes o propiedades emergentes, pero ellas requieren el conocimiento del todo en cada una de las partes.

4.2. La impronta de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación: La concepción de la enseñanza de la matemática ha dado un cambio radical como consecuencia de los adelantos científico-tecnológicos orientados hacia la información. La ciencia exacta es considerada como la piedra angular del pensamiento científico y por lo tanto de la compleja sociedad de la información que se está intentando construir.

La calidad que provee el ambiente externo es crucial en el desarrollo del pensamiento complejo. La multimedia interactiva y la llamada superautopista de la información posibilitan una nueva educación matemática basada en la formación de una red de inteligencia humana.

La utilización de herramientas tan poderosas como la calculadora graficadora y programas de computadora están influyendo notablemente en la educación matemática de tal forma que se aprovechen al máximo tales instrumentos. Su invención técnica, transformó una herramienta de trabajo en un instrumento de conocimiento – en el sentido fuerte del término -, es decir, en una herramienta con destino teórico (y no sólo empírico) que permite hacer cálculos que funcionan como prueba para confirmar o refutar las previsiones teóricas.

Muchos programas de cálculo simbólico, v. gr. Derive^{TM}, Mathgraph, Maple son recursos de alta potencialidad para resolver problemas, ya que el software permite identificar relaciones, formular modelos matemáticos y comprobar resultados.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Influencia de las tecnologías de la información y la comunicación** manifestadas por los sujetos en la fase de recolección de información en esta investigación:

"Empleé Internet para encontrar la información"
"…lo que faltaba eran medios de información…No era tan fácil como lo es ahora con las fotocopiadoras y la Internet"
"El cambio en la tecnología ha sido demasiado fuerte…ahora en día no se utiliza la tabla de logaritmos"

La matemática siempre ha estado referida a un contexto, durante siglos ciertos cálculos (división de números de muchas cifras, extracción de raíces enésimas, logaritmos) no podían realizarse sin las tablas de logaritmos. En la actualidad cualquier calculadora de bolsillo permite realizar operaciones muy complicadas en cuestión de segundos.

Existen problemas en matemática que se resuelven exclusivamente mediante un examen de casos exhaustivo, es decir, que con la ayuda de la computadora se pueden realizar numerosos cálculos en poco tiempo sin temor de cometer errores.

La tecnología juega un importante papel en favorecer la capacidad del problematizador/resolutor para transformar un problema en otro. El uso de la tecnología aporta a la enseñanza de la matemática una mejor comprensión del alcance de sus métodos, su empleo en la resolución de problemas reales y en consecuencia una mayor motivación para el sujeto.

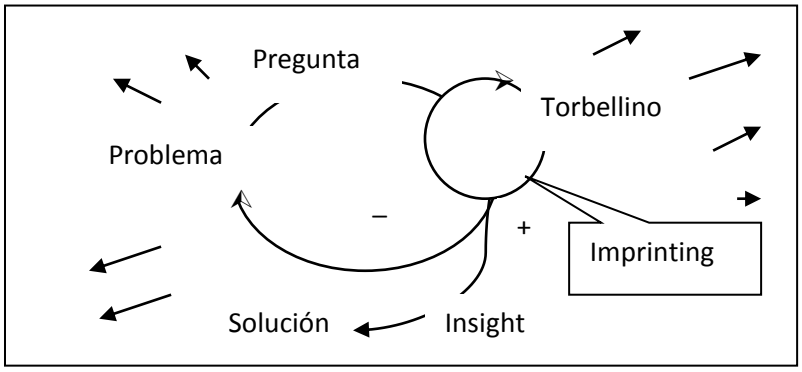
4.3. El imprinting: Este vocablo acuñado por Honrad Lorenz [citado en Morin (2001)] es la huella, la marca sin retorno que impone la cultura familiar en primer lugar y luego la sociedad que se mantiene durante toda la vida del individuo.

Se puede ilustrar lo anterior con las siguientes frases codificadas y concepciones asociadas a la categoría **Imprintig familiar** manifestadas por los sujetos en la fase de recolección de información en esta investigación:

"Mi papá me enseñó que siempre tenía que hacer las cosas bien o que no las hiciera"
"No hay nada que me guste más que ver a mi papá y a mi mamá orgullosos de mí"
"Al tener una familia que podía brindarme recursos"

El imprinting (imprimación, en español) se inscribe cerebralmente desde la infancia por estabilización selectiva de la sinapsis, primeras inscripciones que van a marcar irreversiblemente la mente en su modo de conocer y actuar. A ello se añade y combina el aprendizaje que elimina en el acto otros modos de conocer y pensar.

Figura 21. El imprinting en el bucle de acción resolutiva



Fuente: Elaboración propia

Los vectores en la figura superior indican la fuerza que origina la tensión estructural en la mente del problematizador/resolutor. Toda persona al nacer se inserta en una historia que no es personal, entra en una corriente de pensamiento, en una tradición, en un idioma. Por esto, le resulta imposible pensar sin esa tradición y sin ese lenguaje, lo que implica que cada ser humano ha adquirido de la red social un modelo conceptual de la realidad. El imprinting o sello cultural es el tipo de indagación en el que el problematizador/resolutor recurre al conocimiento disponible para solucionar situaciones problemáticas.

El ser humano, equipado con una serie de explicaciones y operaciones provenientes de sus experiencias cognitivas previas y de los distintos contextos en los que éstas han sido desarrolladas tratará de enfrentar, de manera global, las situaciones novedosas incorporándolas a su propia visión (acción inteligente y modelación sistémica).

Para Terricabras (1999) nadie empieza a tener pensamientos propios desde cero. Sólo puede pensar y producir pensamientos quien ya tiene pensamientos, quien ya sabe pensar, quien ha aprendido a pensar y quien, gracias a ello, es capaz de pensar por su cuenta. Esto indica que los pensamientos no tienen existencia propia independiente o absoluta, sino que están mantenidos constantemente por los procesos fundamentales de su origen.

4.4. La noosfera matemática: La noosfera[1] (del griego noos: mente) es la esfera del pensamiento que envuelve al hombre, como un medio que se interpone entre él y el mundo exterior permitiendo la comunicación. El ser humano portador de una pretensión de trascendencia no pertenece solo a la realidad, sino que está inmerso en un universo simbólico: nada se puede experimentar o discernir que no sea por medio de formas lingüísticas, signos, símbolos, mensajes, representaciones o imágenes. Estos símbolos, inventados por el hombre, le permiten comprender, descubrir, discernir y registrar las estructuras, patrones y relaciones que se encuentran en la matemática. En la noosfera el conocimiento se organiza en sistema de representaciones, teorías, axiomas, entre otras necesita de una nueva ciencia: la noología.

Para Morin (2001) la noosfera es el ámbito de la simbolización, es el medio conductor y mensajero de la mente humana que a la vez de comunicar también forma una pantalla aislante del exterior. Es un desdoblamiento transformador y transfigurador de lo real que parece confundirse con este último. Esta esfera envolvente también forma parte del ser humano y de su cultura, sin ella no podría realizarse nada de lo que es humano.

En la actividad de pensar se integran otras funciones mentales: los signos, señales y símbolos del exterior los cuales actúan como elemento desencadenante, que pone en marcha la actividad mental. La percepción funciona como una fuente que provoca el pensamiento.

Cuando se resuelve un problema la mente busca en la memoria los datos y las representaciones apropiadas pero lo hace comparando el planteamiento del mismo con la estructura cognoscitiva previa, la cual activa las ideas antecedentes pertinentes y las soluciones dadas a problemas anteriores parecidos que a su vez son reorganizados y transformados en forma de proposiciones de solución al nuevo problema planteado.

Un ejemplo de realimentación en la resolución matemática de problemas es la intención de utilizar un problema ya resuelto para resolver otro. Buscando estatuir un lazo de unión entre ellos, se introduce en el nuevo problema elementos correspondientes a ciertas características importantes del antiguo problema. Y así como las arañas tejen su tela, el aprendizaje humano es la generación de una red interior de tal manera que los conceptos se puedan enlazar con los preexistentes.

Para Orellana (1980) en su aspecto de realimentación es donde entra la matemática como arte, creación de la mente humana para el perfeccionamiento de su misma obra sin que para ello medien motivaciones externas; esta creación no se hace de manera arbitraria, la misma está gobernada por el propio desarrollo de la ciencia formal que procura el esclarecimiento de sus representaciones mentales y busca nuevas fronteras.

5. VALIDACIÓN DE LA RED TEÓRICA PROPUESTA

Para Bruner (1986) la teorización es el proceso cognitivo que consiste en descubrir o manipular las categorías abstractas y relaciones entre ellas. Se usa para desarrollar o confirmar las explicaciones del cómo y por qué de los fenómenos. En la postmodernidad, la teorización es un comportamiento inquisitivo (un macroproceso complejo de recogida de información, abstracción, comparación, aplicación de experiencias pasadas y configuración de representaciones mentales).

[1] Término acuñado en 1920 por el paleontólogo jesuita Pierre Teilhard de Chardin (1881-1955).

En este sentido Martínez (2004) señala algunos criterios necesarios para la validación de la red teórica conceptual:

Coherencia interna: Indica que todos los elementos y partes constituyentes de una aproximación teórica se relacionan entre sí y sin contradicciones, forman un todo coherente e integrado. La revisión teórica presentada en los capítulos II y III de esta investigación demostró enlaces entre ellas y a la vez con la oferta teórica final presentada en el capítulo V (Aproximación teórica a la formulación y solución de problemas en matemática).

Consistencia externa: Compatibilidad existente entre la doctrina que construye la teoría y el conocimiento ya establecido. El esquema complejo multidimensional de solución de problemas muestra una alta consistencia externa en virtud a que contiene y refleja teóricamente las aportaciones discursivas de las teorías ya establecidas tomadas como soportes y el nuevo conocimiento que se genera: un discurso teórico hacia la resolución de problemas.

Comprehensión: Lograr integrar y unificar un vasto espectro de información en el área. En el esquema complejo propuesto se concentra unificadora y lógicamente un gran panorama de constructos y aportaciones teóricas contenidas en la base epistemológica (Pensamiento complejo).

Precisión conceptual y lingüística: Unidad conceptual, universo discursivo definido, semánticamente conexo y homogéneo. En el *Esquema Complejo de Solución de Problemas* en matemática se ratifica la unicidad teórica (se manejan en red las tres teorías seleccionadas como base) y la definición del horizonte de discursividad, manteniéndose como norte durante el desarrollo del trabajo la conexión con el lenguaje propio de cada acción teórica, de allí que la estructura propuesta es lingüísticamente el producto del lenguaje de la complejidad.

Originalidad: La postmodernidad obliga a pensar de una nueva forma. Estas nuevas propuestas no sólo revisan teóricamente sus soportes sino crean una nueva discursividad que redimana el manejo de los códigos; por ejemplo, se supera el concepto de determinismo entre otras opciones lingüísticas.

Capacidad unificadora: Capacidad de recopilar dominios cognoscitivos que permanecen aislados. En esta urdimbre argumental se lograron tejer dimensiones aparentemente desvinculadas, tales como la psicológica y la educación matemática.

Simplicidad, claridad y diafanidad: Tomando en consideración que todo trabajo de investigación es un documento público, se ha intentado mantener durante el tramado discursivo la mayor claridad y sencillez comunicativa posible.

Potencia heurística: Toda aproximación teórica ha de ser inspiradora, creadora y orientadora, de allí su heurismo; desde esta perspectiva del esquema complejo de solución de problemas ha sido concebida como un discurso teórico con premisas epistemológicas de Complejidad, Indeterminación y Autoorganización.

Aplicación práctica: Fácil aplicación en contextos matemáticos prácticos.

Contrastabilidad: La red teórica propuesta es susceptible de contrastación, es decir, un examen complejo.

Expresión estética: Para Platón la belleza era el esplendor de lo verdadero, para Aristóteles era la grandeza, la integridad y el orden y para Kant era la perfección de los objetos independientemente de toda apreciación subjetiva que en todo caso es siempre inadecuada y muy relativa.

Finalmente, es necesario destacar que, al ratificar los postulados anteriores, en el *Esquema Complejo de la Solución de Problemas*, la validez surge de la propuesta misma, hermenéuticamente concebida y articulada con la densidad, complejidad, sencillez y estética necesaria como aproximación teórica.

REFERENCIAS:

- Beyer, W. (1998). *Algunas precisiones acerca de la resolución de problemas y de su implementación en el aula.* Revista Paradigma. Volumen XIX 1.998 Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Venezuela. pp. 19-36.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática*. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Temas de educación Paidós.
- Bruner, J. (1986). *Un estudio del pensamiento* New Cork Editorial Wiley.
- Garofalo, J. (1989). *Beliefs and their influence on mathematical performance.* Mathematic Teacher 82 (7) pp. 502-505
- Habermas, J. (1982). *Teoría de la acción comunicativa.* Volumen I. Madrid: Taurus Humanidades.
- Hayles, K. (1998). *La evolución del caos. (El orden dentro del desorden en las ciencias contemporáneas).* Barcelona: Gedisa.
- Martínez, M. (2004). *La investigación cualitativa etnográfica en educación. (Manual teórico-práctico).* México: Trillas.
- Monreal, C (2000). *Qué es la creatividad.* Madrid: Biblioteca Nueva.
- Morin, E. (2001). *El método IV. Las ideas.* Madrid: Cátedra Teorema.
- Orellana, M (1980). *Dos décadas de Matemática en Venezuela.* Caracas: Ediciones de la Universidad Nacional Abierta.
- Polya, G. (1957). *How to solve it.* N.J. Princenton University Press. USA.
- Zuleta, O. (2005). *La pedagogía de la pregunta. (Una contribución para el aprendizaje).* Revista Educere. Año 9, N°28, Enero-Marzo 2005

ANEXO B:

Cuadro 5. Propuesta: *Esquema Complejo de Solución de Problemas*

Concepción de la red teórica: Sistema Holográmico	Sujeto	Problematizador/ resolutor	Psicodinámica	Razonamiento lógico / intuición
			Pensamiento Complejo	Intuitivo/ autogenerativo/ analógico / abstracto / lógico
			Personalidad Resolutora	Curiosidad intelectual Concentración en lo abstracto Capacidad de resolver antinomias Automotivación
	Proceso	Acción resolutiva	Bucle recursivo	Dimensión temporal Ecología de la acción resolutiva
	Contexto	Pluricontextualidad	Planetarización/ TIC´s/ Imprinting/ Noosfera matemática	
Premisas Epistemológicas	Autoorganización	Dinámico/ disipativo/ no lineal/ impredecible/ Multicasual/ hipersensible a las condiciones iniciales		
	Complejidad	Sistémico/ recursivo/ dialógico		
	Discontinuidad	Comprensión súbita		

Fuente: Elaboración propia

ANEXO E. Ejemplo práctico.

EL PROCESO DE INTEGRACIÓN COMPARADO CON EL PROCESO DE APRENDER A MANEJAR UN AUTOMÓVIL

Una de las actividades propuestas a los estudiantes es que indicaran las intersecciones comunes y diferencias específicas observadas entre el proceso de integración y el proceso de aprender a manejar un automóvil. A continuación se presenta el cuadro comparativo:

1	Se deben conocer las reglas de integración.	Se deben conocer las reglas de manejo, las señales de tránsito y las leyes de transporte terrestre.
2	Se debe estar atento con dedicación y concentración en el momento de la explicación del profesor.	Mostrar dedicación y concentración cuando el instructor de manejo explique.
3	Conocer el tema de integración junto con los artificios matemáticos y otros conocimientos previos adquiridos en primaria y bachillerato.	Conocer el tipo de automóvil junto con sus funciones básicas (frenar, acelerar, cambio de luces) todo lo necesario para poner en marcha el vehículo.
4	Practicar los métodos que se consideran complicados.	Practicar en la vía los procesos de manejo más complicados como por ejemplo retroceder, estacionarse, etc.
5	Dominar todos los métodos a través del conocimiento teórico-práctico.	Dominar totalmente el automóvil conociéndolo bien y con mucha práctica.
6	Integrar no conlleva riesgos físicos.	Manejar conlleva responsabilidades porque se puede poner en riesgo la vida y la de las terceras personas.
7	Integrar forma parte del conocimiento necesario para cursar otras asignaturas de la carrera.	Debido a la situación geográfica de muchos puestos de trabajo, manejar un vehículo es primordial y más aún en casos de emergencia.
8	Al principio el aprendizaje de la matemática es difícil pero a medida que se van conociendo los procedimientos se facilita su práctica.	Cuando se está aprendiendo a manejar las funciones se ejecutan poco a poco pero a medida que se agarra confianza se empiezan a hacer las cosas más rápido.
9	Para integrar se requiere un alto nivel de abstracción y pensamiento lógico formal.	Para manejar se necesitan destrezas físicas que incluyen buenos reflejos, excelente visión y en la mayoría de los casos una buena capacidad auditiva.
10	El aprendizaje de la matemática se puede realizar a cualquier edad. Porque se puede enseñar a un niño lo que es una integral si se buscan las palabras adecuadas para lograr dicho aprendizaje.	Se puede aprender a manejar un vehículo antes de los dieciocho años, pero las leyes impiden que pueda conducirlo por las calles hasta cumplir la mayoría de edad.

Continúa en el próximo número…

RACIONALIDAD CONCEPTUAL EXISTENTE ENTRE LA GEOMETRÍA FRACTAL Y LA GEOMETRÍA HIPERBÓLICA. (Parte III).

Línea de investigación: Epistemología de la Educación Matemática

Por: Msc AHMAD OSMAN C.
(ahmadosman@gmail.com)

Tomado de:

Racionalidad conceptual existente entre la geometría fractal y la geometría hiperbólica. CAPÍTULO II. Marco Teórico-Referencial. Tesis de Maestría. Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencias de la Educación. Bárbula, Febrero 2014.

Índice:

Capítulo II: Marco teórico-referencial.
Antecedentes de la Investigación.
Fundamentación Teórica.
Historiografía del cambio de concepción geométrica.
La geometría Hiperbólica.
La Geometría Fractal.
Teoría de la Cognición Cuántica.
Referencias.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO-REFERENCIAL

Por épocas la geometría estuvo supeditada a una estructura axiomática inmutable que sirvió durante mucho tiempo de sustento para casi todos los estudios científicos, estructura que se debe a la obra de Euclides denominada *Los Elementos*. Pero a medida que fue trascurriendo el tiempo muchos matemáticos hicieron fuerte críticas a los fundamentos de la geometría, dando cabida a ciertos criterios que facilitaron la formulación de teorías que dieron origen a la Geometría Hiperbólica y la Geometría Fractal.

Desde entonces, diversos estudios se han realizado sobre los fundamentos de la geometría en general, la Geometría Fractal y la Geometría Hiperbólica. Así como también contrastes, las coincidencias y los fundamentos teóricos para lograr un cambio en la concepción de la matemática.

Antecedentes de la Investigación

Gámez, (2001) en su tesis doctoral titulada *Construcciones en geometría hiperbólica y teselaciones mediante grupos N.E.C. Poligonales. Algoritmos de automatización,* estudia los dos modelos de Poincaré del plano hiperbólico, a partir de la definición de isometría en función de los puntos fijos que dejan cada una de ellas. Se abordan distintos problemas constructivos que se pueden presentar con el grupo de transformaciones del plano hiperbólico. Finalmente El estudio permitió, basándose en el análisis realizado sobre cuadriláteros de Saccheri y Lambert, demostrar bajo qué condiciones dichos cuadriláteros teselan el plano hiperbólico, exponiendo ejemplos de dichas teselaciones. Si considera el estudio desde el punto de vista del análisis del comportamiento de propiedades de una figura geométrica en particular desde los modelos no euclidianos de Poincaré, se estaría en presencia de uno de los muchos intentos que se han realizado para observar la conservación de las propiedades y el comportamiento de las transformaciones de algunos objetos geométricos, dentro de un modelo distinto al euclidiano. El trabajo anterior ofrece luces para esta investigación en el sentido de proporcionar vestigios de solapamiento conceptual entre modelos geométricos distintos al euclidiano.

De la misma manera Farrés (2004) en su tesis doctoral *Integrals de curvatura i geometria integral a l'espai hiperbòlic,* se estudian la integrales de curvatura de hípersuperficies en el espacio hiperbólico utilizando técnicas de geometría integral. El trabajo se centra en analizar los planos del espacio hiperbólico. De la misma manera, este trabajo sirve de insumo a la presente investigación, ya que se observa cómo se estudia el concepto de longitud utilizando el enfoque de las integrales de curvatura en un modelo geométrico distinto al modelo clásico euclidiano.

Los dos trabajos citados anteriormente se relacionan en una manera bastante aproximada a lo que se pretende lograr en este estudio ya que en esta ocasión se espera descubrir un enlace de teorías, pero tomando como punto de partida algunos conceptos fundamentales de la geometría fractal.

En otro orden de ideas De Pablo (2006) en su tesis doctoral "La Crítica de la Razón Pura como ontología a priori de la naturaleza" hace un análisis de como el ser humano carece de un mundo de la experiencia innato, por esta razón él mismo tiene que generarlo para luego aplicar sus estructuras racionales a los objetos. De la misma manera también aborda el problema fundamental de la sustitución la Geometría Euclidiana por una Geometría Riemanniana y el problema que plantean las geometrías no euclidianas, el cual radica en que no hablan de objetos extraños a los sentidos, sino que tratan al objeto según una estructura diferente a como se lo advirtió. Al final emerge la conclusión de que la existencia de la estructura no euclidiana de los fenómenos viene dada de un modo comparativo, es decir, en relación con otra existencia dada según las leyes de la conexión de los fenómenos en una experiencia en general.

Este último trabajo sirve como base al que se está desarrollando en el sentido de que explica el problema existente en el individuo en lo que respecta a la separación existente entre la ideas y los objetos, aspecto que es considerablemente importante al hablar de un modelo geométrico fractal aplicado a las formas geométricas reales.

Fundamentación Teórica

Una investigación en Educación Matemática pudiera tener muchas aristas en su fundamento teórico, debido al carácter multidisciplinario de esta área del conocimiento. Es por esto que el fundamento teórico de esta investigación se desarrolló bajo dos pilares fundamentales. El primer pilar refiere al contenido geométrico de la investigación, cuyo discurso está inmerso dentro de las cuatro grandes corrientes epistemología de la matemática: el Platonismo, el Logicismo, el Formalismo y el Constructivismo-Intuicionista. El segundo pilar refiere a la teoría cognitiva, el cual se desarrolló bajo el esquema de la Teoría de Cognición Cuántica.

En el discurso geométrico no se asumió una corriente epistemológica absolutista. En algunos casos se observan argumentos en donde se asumen a los objetos matemáticos como objetos reales no materiales, inmutables, pertenecientes al "mundo de las ideas" existente con independencia del individuo y fuera de él; argumentos correspondientes a la corriente Platonista. En este sentido, el Platonismo constituye la forma clásica del realismo, el cual imparte una dimensión metafísica a la geometría afirmando que los entes geométricos existen, que son abstractos, y que son independientes a toda actividad racional, es decir, que los objetos y teoremas geométricos existen en forma aislada del mundo material e independientemente del espacio y del tiempo. (Abbagnano, 1961)

Por otro lado, se enuncian argumentos que dan a entender que la geometría es un sistema desprovisto de significados, constituido por axiomas, definiciones, teoremas producto del pensamiento humano; estos argumentos se enmarcan dentro de la corriente Formalista. El formalismo en la geometría entiende al sistema geométrico como un juego basado en un conjunto de reglas para manipular símbolos que sirven para definir un sistema lógico-formal puro, cuya condición primaria es prescindir de la inconsistencia, constituyéndose así un sistema formal vacío. En esta corriente epistemológica los enunciados geométricos pierden el carácter de verdades; dejan de ser proposiciones sobre objetos bien definidos. Lo más importante en esta perspectiva son las relaciones que se establecen entre los símbolos. (Abbagnano, 1961)

En este mismo orden de ideas, se pudieran encontrar fragmentos bajo la idea de que la lógica, como disciplina, es anterior o más fundamental que la matemática y por ende que la geometría misma, reduciendo a esta a una rama de la lógica; en este punto se estaría bajo la concepción logicista de la matemática. El Logicismo, como suele designarse a esta conocida posición epistemológica de las matemáticas, se desarrolla como una tendencia a privilegiar, y en algunos casos hasta a reducir, los aspectos del campo de la investigación matemática a sus componentes lógicos o lógicamente formulables. En esta investigación existen argumentos que adoptan la postura del estudio de los lenguajes naturales de conceptos geométricos desarrollados en la lógica y relacionados con la extensión y la estabilidad de las categorías, el significado y la denotación, así como por la tendencia a reducir el estudio lingüístico a los aspectos lógicos, en detrimento de otros aspectos resaltados en otros tipo de argumentos. (Abbagnano, 1961).

Por último se pudieran manifestar argumentos que están en sintonía con el hecho de que en la matemática y en particular en la geometría los objetos matemáticos tienen significado y existen en la medida en que se construyan mediante un número finito de pasos a partir de entes fundamentales; quedando así a la luz la corriente Constructivista-Intuicionista. El constructivismo-intuicionista se encuentra al margen tanto de la postura logicista como de la formalista, proponiendo que el conocimiento matemático se basa en la aprehensión que antecede cualquier lenguaje o lógica. Esta corriente se fundamenta en que el saber matemático se basa en una intuición primordial como base del conocimiento matemático, y a partir de este cimiento, el conocimiento matemático se comienza a construir. (Abbagnano, 1961).

Las teorías que se utilizarán para fundamentar el análisis conceptual que llevará a cumplir el objeto de estudio, son la Geometría Fractal de Mandelbrot, la Geometría Hiperbólica de Lobachevski y la teoría cognición cuántica de Mussa. Por lo que la fundamentación teórica se organizó en tres partes, las cuales cada una pretende describir y explicar los aspectos más importantes de las tres teorías citadas anteriormente, estructuradas, en lo posible, de una manera cronológica.

Historiografía del cambio de concepción geométrica

A manera de introducción, se tomará el atrevimiento de exponer un pequeño extracto histórico, el cual haciendo uso del método inductivo, iniciará el tránsito de lo específico a lo general, con miras a lograr la comprensión de esta sección.

Todavía a comienzos del siglo XIX seguía incólume la geometría clásica griega plasmada en Los Elementos. Solamente un avance significativo había quedado registrado en ese lapso de veinte siglos y era el del nacimiento de la geometría proyectiva que vino a construir una serie de reglas, desde el punto de vista de las aplicaciones, en cuanto a la perspectiva, arraigada en los artistas más destacados de la época del renacimiento. (Courant, 2002).

A mediados del siglo XIX fue cuando la geometría proyectiva fortalecida por la geometría descriptiva de Gaspar Monge (1746-1818) empezó a tener más auge; sin embargo la concepción geométrica tanto de la comunidad científica como la de la mayoría de las personas, estaba regida por geometría euclidiana. Esto se evidencia en la idea fundamental de Kant de entender los axiomas y teoremas de la geometría euclidiana como juicios sintéticos a priori que explican las propiedades del espacio en virtud de su idealidad. (Alsin y Pérez, 2000).

De Euclides a Kant

Kant en la obra *Crítica a la razón pura*, establece una filosofía constructiva de la matemática en la que ofrece un fundamento epistemológico para el conocimiento matemático en general. Su teoría tiene dos puntos de apoyo, una es que tanto la aritmética como la geometría tienen como base las formas puras de la intuición, siendo esta una de las razones por la que califica sus juicios de sintéticos a priori, y por la otra una noción constructiva de los objetos matemáticos, basada en su teoría de los esquemas para los conceptos de entendimiento. Esto se ve reflejado en el razonamiento existente en Los Elementos de Euclides.

Según Kant, en los teoremas de Euclides, las construcciones se realizan en la intuición sensible, en esa investigación no se toma en cuenta ningún rasgo empírico del objeto así construido, como por ejemplo la longitud de sus lados o la medida de los ángulos; y si bien el diagrama es empírico (un objeto sensible), en las demostraciones sólo se considera la acción de construir sus elementos (triángulo, recta) sin hacer uso de alguna particularidad propia de los objetos específicos que resultan de la construcción. Por eso la validez de los teoremas geométricos que se estructuran de esta forma.

Sin embargo en la disertación realizada en el año 1746, sobre *La manera de calcular las fuerzas vivas,* Kant dejo abierta la posibilidad para la existencia de otras geometrías; esto se observa en la siguiente reflexión:

> Dios hubiera podido elegir otra, (refiriéndose a la ley de gravitación universal), por ejemplo, la proporción inversa al cubo de las distancias; [...] por último, que de otra ley, se habría derivado una extensión de otras propiedades y dimensiones. Una ciencia de todas estas posibles clases de espacios sería con toda seguridad la más alta geometría abordable por un entendimiento infinito. La imposibilidad, que percibimos en nosotros mismos para figurarnos un espacio de más de tres dimensiones, me parece estribar en que nuestra alma recibe igualmente las impresiones externas según la ley de la doble relación inversa de las distancias, y en que su naturaleza misma está hecha de modo que no solo sufre, sino que actúa fuera de sí de esta manera. (Kant, 1781, p. 35-36).

Este proceso de cambio de concepción posee cierta continuidad conceptual, en esta investigación se trata de contextualizar nuevamente este cambio de concepción y vislumbrar posibles continuidades entre la Geometría de Lobachevki y la Geometría de Mandelbrot.

Entre Kant y Hilbert

El estudio de los fundamentos de la geometría organizado por Hilbert condujo a un cambio importante en la manera de concebir la geometría. Esto último se puede ver reflejado en la siguiente afirmación:

> "En los días de Kant se podía pensar que las representaciones que uno tenía del espacio y del tiempo eran aplicables de un modo tan inmediato y general a la realidad como, por ejemplo, nuestras representaciones de números, sucesión y cantidad, las cuales se utilizan constantemente en la manera en que nos es familiar en la teoría matemática y física. Pero entonces la teoría del espacio y el tiempo (y en particular la geométrica), precedería como la aritmética, nuestro conocimiento de la naturaleza. No obstante el punto de vista de Kant, fue abandonado por Riemman y Helmholtz incluso antes de que la teoría física obligara a hacerlo, y con toda razón, pues la geometría no es otra cosa que esa parte del marco de conceptos físicos que modela las posibles relaciones de posición entre los cuerpo rígidos en el mundo de las cosas reales." (Hilbert, 1930, p.162).

Hay principios que Kant considera a priori y que generalmente se le asigna a la experiencia, por ejemplo la totalidad de los hechos fundamentales de la geometría, así como las propiedades elementales del espacio y la materia. (Hilbert, 1930).

Para Kant, la representación del espacio debía ser construida mediante juicios a priori. También tenía que ser intuitiva, de manera que se establecieran proposiciones sintéticas que produjeran avance en el conocimiento, sin interpretarlas como meras tautologías, debido a que son producto de la intuición. Es decir, para Kant la geometría es la prueba de que existe una intuición pura (representación intuitiva y a priori) del espacio.

Más adelante la aparición de las geometrías no euclidianas provocó un estudio y una reformulación tan grande de la geometría euclidiana, que nada tiene que ver con la idea que tenía Kant de esta ciencia, sin embargo, estas geometrías no son incompatibles con la filosofía de Kant:

> El descubrimiento de Bolyai y Lobachevski consistió, en negar la validez del postulado de las paralelas y deducir de esta negación (combinada con la afirmación de los demás principios de la geometría clásica) una serie al parecer infinitamente prolongable de consecuencias, sin duda inusitadas, pero en absoluto contradictorias. Un descubrimiento tal no sólo no se opone a la concepción kantiana de la geometría, sino que hasta puede decirse previsto por ella. (De Pablo, 2006, p.181)

Hilbert cambió la concepción de la geometría hacia un sistema de conceptos, los teoremas geométricos se volvieron independientes de la representación esquemática real. En donde la geometría pasó a fundamentarse en la axiomática. Los fundamentos siguen siendo el punto, la línea y el plano.

En este cambio de concepción, se visualiza vestigios de posibles conceptos fundamentales en lo que se refiere a la geometría en general. Esta etapa se caracterizó por la búsqueda de lo esencial en la teoría geométrica. Para esta investigación se tomará la esencia geométrica descrita en esta etapa para realizar la racionalidad conceptual correspondiente.

De Euclides a Mandelbrot

Los modelos geométricos clásicos han tenido su mérito, han conseguido explicar triunfalmente el movimiento de los planetas, aunque se siga teniendo dificultades para descubrir la distribución de las estrellas, también sirvió para explicar el movimiento de las mareas y de las olas, pero ha sido incapaz de describir la turbulencia atmosférica y la turbulencia oceánica. (Mandelbrot, 2009).

La teoría fractal nace del método. De manera constante se prepara la escena tomando consciencia de que los datos experimentales obtenidos por caminos distintos entran en contradicción. Una vez que cada uno de ellos se hace inexplicable, la teoría entra en crisis y se ha de aceptar que el marco conceptual es inconsistente, por ende la interpretación y el significado asignado termina siendo radicalmente inadecuado. Es entonces cuando se propone la solución mediante la introducción de un fractal acompañado de su dimensión fractal para realizar un nuevo estudio y lograr un mejor acoplamiento Modelo-Realidad. (Mandelbrot, 2009).

Una vez que los fractales emergen del método, estos pasan a constituir una de las secciones más hermosas de la teoría del caos. Lo que en un principio comenzó como una observación sobre la repetición indefinida de una misma estructura, ha acabado dando lugar a imágenes de increíble belleza, que han caracterizado especialmente a esta ciencia matemática, alejándola de la frialdad con que se suele tratar al resto de las matemáticas. (Florián, 2002).

Al aparecer los objetos Fractales, el concepto de dimensión se amplía y los números fraccionarios pasan a tener protagonismo en lo que se refiere a dimensión. Por otra parte, los fenómenos naturales vistos desde una concepción macro de la realidad, generalmente poseen estados bien definidos, pero cuando vemos estos mismos fenómenos desde una concepción geométrica más afinada, sobre todo las fronteras y los bordes, estas se vuelven borrosas, caóticas y dentro de ese análisis también surge la geometría Fractal. Los Fractales poseen la característica que si observamos sus bordes desde una perspectiva cada vez más cercana, la forma permanece inalterable y al mismo tiempo irregular.

La diferenciabilidad y la dimensión topológica se pudieran considerar como un buen punto de partida para el análisis de la transmutación conceptual que surge con el estudio de las propiedades de las formas patológicas emergentes desde los conceptos y definiciones que albergaban las formas clásicas derivadas de la geometría euclidiana. Además una serie de conceptos y definiciones topológicas sustentan las definiciones de diferenciabilidad y dimensión. Entre los más significativos y pertinentes para el siguiente análisis está el de punto de acumulación y continuidad.

En topología el concepto de punto de acumulación de un conjunto en un espacio, captura la noción de estar extremadamente cercano al conjunto sin necesariamente pertenecer a él. Dado un conjunto E y un punto p en un espacio métrico X, se define que p es un punto de acumulación para E, si cualquier e-vecindad de p sin incluir a p, ésta tiene intersección con E. (Courant, 2002).

Por ejemplo, si se considera lo que posteriormente se mostrará como el polvo de Cantor, se observa que el concepto de punto de acumulación constituye elemento fundamental dentro de la descripción topológica del conjunto; se puede decir que entre sus propiedades topológicas más predominantes están la de ser un conjunto cerrado, acotado, en donde todo punto es de acumulación y es totalmente disconexo, que intuitivamente nos da la idea de un conjunto que no está formado por una sola pieza y por ende se puede dividir.

Según Courant (2002) el concepto de continuidad en una función es, intuitivamente, cuando para puntos cercanos del dominio se producen pequeñas variaciones en los valores de la función. Lo anterior se puede visualizar en la morfología de una curva que se estudiará más adelante con mayor profundidad, la curva de Koch, ella, independientemente de la escala en que se observa y la etapa del conjunto que se está estudiando, es continua para todo su dominio.

Ahora bien en base a estos conceptos, la idea que se tiene de dimensión en un contexto topológico está relacionada con la posibilidad de movilizarse en el espacio. La recta euclidiana tiene dimensión uno, porque sólo es posible desplazarse en una sola dirección, el plano tiene dimensión dos, ya que es posible movilizarse a lo largo y a lo ancho y el espacio euclidiano tiene dimensión tres ya que es posible moverse a lo largo, a lo ancho y a lo alto. El concepto de dimensión no presenta gran dificultad, siempre y cuando se trate sólo con figuras geométricas simples tales como, puntos, líneas, triángulos y poliedros. Un solo punto o cualquier conjunto finito de puntos tiene dimensión 0, un segmento de línea es unidimensional, y la superficie de un triángulo o de una esfera es bidimensional.

En 1912 Poincaré definió dimensión topológica como sigue: Un conjunto S será de dimensión n, si no es de ninguna dimensión menor y cada punto de S puede encerrarse en una región arbitrariamente pequeña, cuya frontera se intercepte con S en un conjunto de dimensión n-1.

Es pertinente entonces preguntarse ¿Que dimensión tiene el polvo de Cantor? Parecería, con el concepto que se tiene de dimensión que el conjunto de Cantor debería ser unidimensional, sin embargo el conjunto no posee ningún intervalo completo. Por lo tanto podría pensarse también que el conjunto de Cantor tiene dimensión cero, estaríamos asumiendo entonces que el conjunto de Cantor está constituido por un conjunto finito de puntos discretos. De la misma manera se podría extrapolar el problema a la curva de Koch. ¿Se pudiera considerar a la curva de Koch una curva unidimensional o bidimensional? Estas interrogantes de alguna manera sintetizan una discontinuidad conceptual que obstaculiza la construcción de nuevas estructuras de conocimiento basadas en conceptos geométricos fundamentales que permita el abordaje de morfologías distintas a las derivadas de la geometría euclidiana.

Lo descrito anteriormente, sería nuestro eslabón de cambio conceptual más próximo al que se pretende abordar en este trabajo. Acá surge una serie de discontinuidades que empañan los conceptos fundamentales estudiados hasta el momento, siendo, esta etapa, la génesis de una trasmutación conceptual geométrica que posiblemente hará vislumbrar la continuidad existente entre la Geometría Hiperbólica y la Geometría Fractal.

La geometría Hiperbólica

El quinto postulado fue cuestionado por un período de más de 2000 años. Fueron numerosos los intentos de demostrar tanto que era posible deducirlo a partir de los cuatro primeros postulados como su independencia. Fue recién en el siglo diecinueve que matemáticos como Bolyai y Lobachevski consideraron formalmente la posibilidad de un sistema geométrico sin el quinto postulado. Fue así como se dio lugar al nacimiento de las geometrías no euclidianas. (Courant, 2002).

La geometría hiperbólica fue elaborada por los matemáticos Bolyai y Lobaschevski en el siglo diecinueve, está fundamentada en los cuatro primeros postulados de Euclides y un nuevo postulado que viene a sustituir el postulado original de las paralelas. En sus investigaciones de la teoría de las líneas paralelas, Lobachevski tomó un camino diferente. Habiendo comenzado por intentos de demostrar el postulado del paralelismo posteriormente advirtió que la reestructuración de uno de ellos conduce a resultados absolutamente inesperados. El postulado que viene a sustituir el quinto postulado original de Euclides es el siguiente: “a través de un punto fuera de una recta, en el plano determinado por éstos, se pueden trazar por lo menos dos rectas que no cortan a la recta dada”. (Courant, 2002).

Hoy en día la geometría hiperbólica está fundamentada más formalmente por, los cuatro primeros postulados de Euclides y el postulado siguiente : "Si una recta secante corta a dos rectas formando a un lado ángulos interiores, la suma de los cuales sea menor que dos ángulos rectos; las dos rectas, suficientemente alargadas se cortarán en el mismo lado", cuya expresión equivalente sería que "por un punto exterior a una recta, pasan dos paralelas que separan las infinitas rectas no secantes de las infinitas secantes". Según la definición clásica, las rectas no secantes son las llamadas, inicialmente, paralelas. Sin embargo suele hacerse una distinción dentro del conjunto de las no secantes, y denominar paralelas a aquellas que poseen ciertas propiedades espaciales. (Euclides, 300 a.C.; Lascurain, 2005).

De las diversas corrientes geométricas que se produjeron, en esta investigación, se tomará como uno de los pilares teóricos a la Geometría de Lobachevski debido a que contiene y representa los fundamentos y la génesis del edificio hiperbólico.

La Geometría de Lobachevski

Nicolái Ivánovich Lobachevski nació el primero de Diciembre de 1792 en Nizhni Nóvgorod. Cursó exitosamente sus estudios en la Universidad Kazán desde 1807 a 1811 disponiendo brillantes aptitudes para la matemática. Una vez culminados éstos, fue retenido en ella para catedrático, título que le fue concebido en 1816. Una fructuosa trayectoria universitaria lo caracterizó llegando a ser rector de la Universidad de Kazán, desempeñando esta función alrededor de 20 años. Su actividad científica dio a Lobachevski una fama mundial, inmortalizó su nombre con la creación de las geometrías no euclidianas que en la actualidad se le hace referencia a la Geometría de Lobachevski. (Smogorzhevski, 1978).

El 23 de febrero de 1826, en la sesión de ciencias físico-matemáticas de la universidad de Kazán, Lobachevski intervino con un discurso en el que informó, por primera vez, sobre sus incursiones en geometrías no euclidianas. La primera exposición de los principios fundamentales de ésta, aparecida en prensa, fue la memoria de Lobachevski titulada: *Sobre los fundamentos de la Geometría* publicada entre los años 1829-1830 en la revista Boletín de Kazán. (Smogorzhevski, 1978).

Los descubrimientos de Lobachevski no fueron concebidos por la mayoría de sus contemporáneos. Sus trabajos sobre Geometría fueron objeto de numerosos juicios negativos tanto en Rusia como en el extranjero. Las ideas de este gran sabio ruso eran demasiado audaces y diferían de los puntos de vista predominantes en la ciencia de la época. Precisamente por ésta razón fue que transcurrió mucho tiempo para que dichas ideas ganaran el debido reconocimiento, lamentablemente después de la muerte de su precursor. Lobachevki falleció el 24 de febrero de 1856. (Smogorzhevski, 1978).

El estudio de la Geometría de Lobachevski va a permitir, en primera instancia, vislumbrar los conceptos fundamentales de esta geometría con miras a realizar un futuro contraste con la Geometría Fractal.

Respecto a la génesis de sus axiomas

Con el objetivo de aclarar el rol que desempeñan los axiomas en esta investigación, se examinará de manera general algunos aspectos importantes del origen de esta geometría y su desarrollo axiomático.

Desde los inicios de la geometría en el antiguo oriente, en donde se practicaba la medición de longitudes, áreas, volúmenes y ángulos de los cuerpos más simples, se comenzó a elaborar principios de manera empírica que con el tiempo se fueron convirtiendo a círculos más amplios de objetos. Una vez alcanzada tal amplitud, se hizo necesario formular principios geométricos muchos más generales, hecho que determina el tránsito de la geometría de conceptos concretos a la geometría de conceptos abstractos. En síntesis, se tiene entonces que la primera fase del desarrollo de la geometría constituyó una ciencia de estructura empírica, ascendiendo de manera progresiva a estadios un poco más altos de la razón. (Alsin y Pérez, 2000; Smogorzhevski, 1978).

El desarrollo de la geometría se produjo en el momento en que se toma conciencia colectiva del hecho de que algunas proposiciones no requieren de argumentación empírica, ya que éstas pueden ser derivadas de otras proposiciones mediante deducciones basadas en las leyes de la lógica. Es entonces cuando se genera una ruptura en lo que concierne a las proposiciones geométricas. Se comienza entonces a diferenciar entre las proposiciones establecidas por vía práctica, llamadas más adelante, axiomas y las demostrables mediante las leyes de la lógica, posteriormente denominadas teoremas. (Alsin y Pérez, 2000; Smogorzhevski, 1978).

Por el simple hecho de no requerir instrumentos especiales de elaboración compleja, ni numerosas mediciones que rayan en el tedio, la argumentación con fundamento lógico en geometría, es considerablemente más simple que la geometría empírica instrumental. En la antigüedad, los sabios se plantearon el objetivo de reducir al mínimo el número de proposiciones del primer género y trasladar el análisis geométrico a la esfera del raciocinio lógico. Este objetivo resultó ser factible, ya que la geometría se puede abstraer de las propiedades evidentes de los cuerpos, propiedad tan esencial y tan simple que toda clase de relaciones geométricas pueden ser deducidas de un número reducido de proposiciones de tipo axiomático usando las leyes de la lógica. (Smogorzhevski, 1978).

Así fue entonces como la geometría pasó de ser una ciencia empírica a una ciencia deductiva. La primera exposición organizada y sistemática de los trabajos geométricos realizados en la antigüedad fue Los Elementos de Euclides. El esquema de construcción de esta obra es el siguiente:

Definiciones
Postulados
Axiomas
Teoremas
Demostraciones

Cuadro 2.1: Estructura de los Elementos
Fuente: Elaboración Propia

Para abordar en cierto grado la estructura de Los Elementos, es necesario incursionar un poco sobre los constituyentes. La palabra definición, en latín *definire* que es a su vez delimitar, determinar, es la operación por la cual se determina la comprensión de un concepto a través del establecimiento de su género, clase y características esenciales. Según Aristóteles la definición indica el qué es o también la esencia específica de la cosa y establece el procedimiento clásico de la definición por el género y la diferencia específica. (Euclides, 300 a.C.; Florián, 2002).

El postulado es una proposición que se admite pero que no es ni evidente por si misma ni demostrable, mientras que al axioma se le llama a las proposiciones autoevidentes que se admiten como verdaderas sin necesidad de demostración y son el punto de partida de la teoría deductiva. Según Aristóteles en su teoría de la ciencia demostrativa establece que la demostración procede a partir de premisas indemostrables pero que se asumen como verdaderas, como son los axiomas o nociones comunes, las definiciones y los postulados. (Euclides, 300 a.C.; Florián, 2002).

Teorema, derivada del latín *theorema*, consiste en una proposición que afirma una verdad demostrable de manera lógica a partir de axiomas, nociones comunes, definiciones, postulados o de otros teoremas que fueron demostrados con anticipación. Mientras que demostración, es el nombre que se le asigna al proceso de razonamiento con el que se establece la verdad de una proposición a partir de premisas que se consideran verdaderas, como axiomas, nociones comunes, definiciones, postulados o de otros teoremas que fueron demostrados con anticipación. (Euclides, 300 a.C.; Florián, 2002).

Todo el saber geométrico que había hasta alrededor de los años 300 A. C. se estructura de manera ordenada y axiomatizada en *Los Elementos*, estructura que en los siguientes años iría a moldear el pensamiento geométrico de la mayoría de los individuos involucrados en el saber científico. Esta manera de concebir la geometría es lo que comúnmente conocemos como geometría euclidiana, cuyos pilares son una serie de definiciones y postulados, incluidos en la estructura expuesta anteriormente, que son puntos de partida para todo el edificio geométrico que se pretenda construir.

Los postulados y las nociones comunes o axiomas como se dijo anteriormente, son proposiciones que se admiten sin demostración, de las cuales los axiomas son afirmaciones generales, válidas en todas las ciencias, cuya evidencia las hace generalmente aceptables, mientras que en los postulados la evidencia no es tan pronunciada como en las nociones comunes, por esa razón, se postulan, o se pide que se acepte.

Las definiciones fundamentales de la geometría euclídia constituyen proposiciones que tienen como objeto, introducir un determinado concepto geométrico; carecen de explicación y de ejemplo alguno. Además la definición de cada uno de los objetos matemáticos expuestas en *Los Elementos*, no implican su existencia.

El problema del quinto postulado

La certeza del postulado del paralelismo de Euclides no suscitaba dudas. La duda respecto a este postulado radicaba en lo siguiente: ¿Era justo haberlo incluido en la categoría de postulados? ¿No sería posible demostrar esta proposición con ayuda de otros axiomas de la misma obra y de esta manera incluirlo en la categoría de teorema? En inicio los primeros intentos de demostrar el postulado de paralelismo reflejaba la tendencia a disminuir el número de proposiciones geométricas que requerían de fundamentos empíricos, pero con el trascurso del tiempo, se varió un poco la perspectiva, se hacía caso omiso al origen experimental de los postulados y estos se empezaron a interpretar como evidentes en sí mismas e independientes de cualquier experimento.

Esta costumbre, engendró un enfoque en el que se daba seguridad de la complejidad del postulado de paralelismo, posteriormente se llega a la certeza de que la proposición en juego no se trataba realmente de un postulado y por consiguiente se podría encontrar una demostración de la afirmación contenida en él. Sin embargo numerosos esfuerzos se realizaron sin dar resultado positivo alguno, los intentos de demostrar este postulado fueron condenados al fracaso y exigieron el consumo enorme de trabajo intelectual de numerosas generaciones de sabios. (Smogorzhevski, 1978).

Para el quinto postulado o postulado de las paralelas existen muchos enunciados equivalentes uno de ellos, reformulado por Claudio Ptolomeo aproximadamente en el siglo II a.C., es “Dada una recta y un punto exterior a la misma solamente puede trazarse una paralela”. Desde un principio este postulado se tornó un tanto ambiguo, ya que la estructura de la proposición era muy similar a un teorema y fue durante mucho tiempo el punto más vulnerable de crítica a este cuerpo teórico. Es muy probable que este postulado haya originado muchas dudas incluso desde los tiempos de Euclides, esto se ve reflejado en la estructura propia del libro los elementos ya que en él se demuestran alrededor de treinta proposiciones, antes de aplicarlo en alguna determinada demostración, ofreciendo así un cuerpo geométrico absoluto, totalmente independiente de éste. Es posible que Euclides haya considerado como opción correcta adicionar éste postulado al conjunto de teoremas; cosa que los matemáticos menos aferrados a la lógica consideraban inconcebible, por el hecho de admitir como verdad no demostrada a una propiedad que para ellos estaba incluida en la naturaleza de la línea recta, esta última implícita en los postulados anteriores. (Babini, 1974).

Este hecho desencadenó que durante siglos se intentara deducir el quinto postulado de los otros cuatro; esfuerzos que siempre fracasaron. En la antigüedad existen registros de personas, que apoyándose en la idea que el quinto postulado era independiente de los cuatro anteriores, hicieron considerables intentos de prescindir de este postulado o sustituirlo por algún otro enunciado. Un ejemplo de esto, es un comentario hecho por Proclo, comentarista de la obra de Euclides nacido en el año 410 a.C., quien expresó que ese postulado de Euclides debía “ser absolutamente eliminado de los postulados” y para ello ofreció una demostración propia e informa que ya Ptolomeo había hecho un intento similar. Los matemáticos árabes y occidentales del renacimiento y la edad moderna siguieron haciendo intentos similares a los anteriores, intentos que llevaron a enunciar postulados equivalentes al postulado original de Euclides, algunos un poco más simples y otros más intuitivos.

Ya para el siglo XVIII se retoman los esfuerzos asumiendo como base la hipótesis de la falsedad del quinto postulado, proceso que inició Gerolamo Saccheri (1677-1733) con la esperanza de que mediante la reducción al absurdo, el estudio condujese a una contradicción. No sucediendo así, Gauss es el primero que llega a afirmar que el hecho de prescindir del quinto postulado en la construcción geométrica no conduce a ninguna contradicción. (Babini, 1974).

El tipo de demostración clásica y errónea que se acostumbraba en ese entonces partía de enunciar y sustituir al postulado de paralelismo por una proposición equivalente como la que se muestra a continuación:

> La perpendicular y la oblicua respecto a una misma recta se cortan; o, existe un triángulo semejante a un triángulo dado pero no igual a éste; o, el lugar geométrico de dos puntos equidistantes de una recta dada, si se encuentran a un mismo lugar de ésta, es una recta; o, a través de cualesquiera tres puntos se puede trazar o bien una recta o bien una circunferencia. (Smogorzhevski, 1978. Pp.15)

Lobachevski tomó otro camino en las investigaciones que tenían que ver con la teoría de las líneas paralelas. No es necesario esconder que comenzó demostrando el postulado del paralelismo, pero su razonamiento lógico aplicado al sistema de postulados pronto lo llevó a resultados totalmente inesperados. Esto último consistió en la aplicación reiterada del método de reducción al absurdo, que planteaba la siguiente consideración: Si el postulado de paralelismo de Euclides es resultado de los otros postulados y axiomas de Los Elementos y si, sin embargo, se admite que a través de un punto fuera de una recta, en el plano determinado por estos, se pueden trazar por lo menos dos rectas que no cortan a la recta dada, resultará ser que tarde o temprano esta suposición en lo inmediato o en lo lejano, conducirá a una contradicción. (Smogorzhevski, 1978)

Mientras tanto, analizando los nuevos resultados de la admisión hecha por él, que desde el punto de vista de la geometría euclidiana resultaba paradójico, Lobachevski no mermaba en insistir que con estos hallazgos se podía formar un sistema lógico no contradictorio de teoremas capaces de construir una base para una nueva teoría científica.

Así fue fundamentada la geometría no euclidiana, la novedad estaba en la reestructuración del postulado de las paralelas, coincidente con lo citado anteriormente, que luego pasó a llamarse, el postulado del paralelismo de Lobachevski.

Sin embargo, no quedaba claro si se podía afirmar con seguridad que ninguno de los resultados consecuentes del postulado de las paralelas de Lobachevski conduciría a una contradicción. Lobachevski fija también la solución a este problema. Señaló que las contradicciones de la geometría descubiertas por él deben deducirse de la posibilidad de la aritmetización, es decir, de la posibilidad de reducir la solución de cualquier problema geométrico a cálculos aritméticos y transformaciones analíticas, utilizando para ello las fórmulas de la geometría hiperbólica deducidas por él mismo. (Smogorzhevski, 1978)

En toda ciencia los conceptos fundamentales tienen mucha importancia. En la geometría euclidiana, los conceptos fundamentales son, el punto, la recta y el plano. Estos conceptos fundamentales se extrapolan a las geometrías no euclidianas y se explican a continuación. La recta en la geometría de Lobachevski se entiende como la línea por la que se mide la distancia más corta entre dos puntos. El plano en la geometría de Lobachevski se entiende como la superficie que cumple con la siguiente propiedad: si dos puntos de una recta pertenecen a esta superficie, resultará ser que todos los puntos restantes de esa misma recta pertenecen a esa misma superficie. (Smogorzhevski, 1978)

Esta terminología es completamente oportuna, ya que en cualquiera de las geometrías que se esté trabajando, la recta es la línea más simple, así como el plano es la superficie más simple. Como resultado de las investigaciones de Lobachevski se dejó sentado que no sólo son concebibles las superficies con propiedades no euclidianas sino que también se pueden realizar interpretaciones en espacios no euclidianos tridimensionales. Así pues, Lobachevski se volcó de nuevo a la geometría experimental desde los axiomas y postulados como proposiciones que constatan las propiedades geométricas fundamentales del espacio.

Para concluir se señalará la importancia del estudio exhaustivo de los conceptos fundamentales de la geometría de Lobachevski. Antes de Lobachevski, durante muchos siglos, reinaba en la geometría el punto de vista idealista representado por Platón, atribuyendo a los postulados del sistema euclidiano un carácter absoluto, negando su procedencia de lo experimental. Lobachevski rompió categóricamente con este punto de vista y retornó la geometría a las posiciones del materialismo.

Actualmente es imposible considerar resuelta de manera definitiva la cuestión que respecta a la estructura geométrica del espacio físico real. Sin embargo se señalará posteriormente que la teoría de la relatividad y la teoría fractal, basándose en numerosos datos, consideran que el espacio real no es euclidiano y que además, por sus propiedades geométricas, es mucho más complejo que el espacio descrito por Lobachevski.

Modelos de la geometría hiperbólica

Para mostrar la consistencia de una nueva geometría no es necesario deducir una gran cantidad de teoremas no euclidianos, en vez de eso se ha aprendido a construir modelos de tal geometría que satisfacen todos los axiomas de Euclides excepto el postulado de las paralelas. Así como el plano Euclídio se presenta con los puntos y rectas usuales, para representar el plano hiperbólico existen diferentes modelos. Estos son: El modelo de Klein, el disco de Poincaré, el semiplano superior de Poincaré y el modelo de Lorentz o hiperboloide. Las características generales de estos modelos son las siguientes:

Modelo de Klein.

Es también conocido como disco proyectivo y representa al plano como el interior de un círculo, y las rectas como cuerdas del círculo.

El disco de Poincaré.

Representa al plano como el interior de un círculo, pero las rectas están representadas por arcos de circunferencia ortogonales a la circunferencia borde, y a los diámetros de dicha circunferencia.

El semiplano de Poincaré.

Este modelo toma como plano, a un semi plano abierto del plano Euclídio. Cada recta es la intersección de una circunferencia o de una recta perpendicular al borde de dicho semiplano, con el semiplano de Poincaré.

Modelo de Lorentz.

En este caso se utiliza la hoja de un hiperboloide en revolución. Los puntos son clases de equivalencia de vectores que satisfacen una determinada forma cuadrática y las rectas, lo que resulta de la intersección de ciertos planos con el hiperboloide. (Courant, 2002).

Con toda esta indagación referente a la Geometría de Lobachevski, se tendría identificado, de manera sintetizada, los conceptos fundamentales de la geometría hiperbólica; conceptos que posteriormente se someterán a contraste con sus homólogos en la geometría fractal con el objetivo de vislumbrar posibles puntos de enlace.

La Geometría Fractal

La teoría fractal se expondrá en tres bloques. El primero es una historiografía, el segundo es el abordaje de algunos conceptos involucrados en la fractalidad y por último, se mostrarán algunas definiciones importantes que constituyen la geometría fractal.

Historiografía de los fractales

El término fractal etimológicamente viene de la palabra del latín *Fractus,* que significa fracturado, roto, irregular. Como concepto matemático se le atribuye a Benoit Mandelbrot, quien en sus trabajos para la empresa International Business Machines (IBM) en la década de los setenta, define con el término de fractal a algunos objetos matemáticos representables geométricamente, los cuales gozan de características como lo son la autosimilaridad (exacta, aproximada o estadística), su dimensión no necesariamente son números naturales y se definen mediante un algoritmo recursivo. Sin embargo los primeros objetos fractales representados geométricamente fueron concebidos por el matemático francés Henri Poincaré en el año 1890, idea que fue posteriormente desarrollada por los matemáticos Gaston Julia y Pierre Fatou en el año 1918. Sin embargo el primer fractal conocido fue creado o descubierto, según sea la tendencia filosófica, por el matemático Karl Weirstrass en 1861. (Aguirre, 2002)

Otro conjunto que en la actualidad es considerado como un fractal es el polvo de Cantor, llamado así por ser introducido por el matemático Georg Cantor en 1883. Para construirlo se parte de un intervalo cerrado, se divide en tres partes iguales y se elimina la del medio obteniendo un conjunto, que es la unión de los dos intervalos cerrados disjuntos. Con cada uno de los intervalos que se forman, se repite el mismo proceso obteniéndose una sucesión de conjuntos cerrados.

Comparado con otros ejemplos el conjunto de cantor no resulta muy atractivo, su imagen termina siendo un conjunto de puntos dispersos que se distribuyen a lo largo del intervalo [0,1], pero ciertas características esenciales que se describirá posteriormente lo hacen ser un conjunto fractal. (Aguirre, 2002).

Para el año de 1904 Helge Von Koch define una curva que lleva su nombre, mostrando un ejemplo de una curva continua que no es diferenciable en ninguno de sus puntos. La curva se construye comenzando con un segmento rectilíneo. En la primera etapa, el segmento se divide en tres partes iguales y se sustituye la parte central por un triángulo equilátero sin la base. En la segunda etapa se repite el proceso anterior con cada una de los cuatro segmentos. Luego, iterando este proceso se obtiene la curva de Koch. (Estrada, 2004)

La aparición de estos primeros objetos matemáticos con características atípicas produjo ciertas inconsistencias en el momento en que comenzó el estudio de los conceptos y definiciones, relacionando con estos nuevos entes con características muy particulares que sustentan la morfología espacial de los objetos matemáticos, que hasta ese entonces eran aceptados en la comunidad científica.

La matemática clásica está enraizada en las estructuras regulares de la geometría de Euclides y en la evolución continua de características de la dinámica de Newton. La matemática moderna empezó con la teoría de conjuntos de Cantor y la curva de Peano que llena el plano. Desde el punto de vista histórico, la revolución se produjo al descubrirse estructuras matemáticas que no encajaban en los patrones de Euclides y Newton. Estas nuevas estructuras fueron consideradas patológicas, como galería de monstruos, emparentadas con la pintura cubista y la música atonal, que por aquella época trastornaron las pautas establecidas en el gusto artístico. (Mandelbrot, 2009)

Sin embargo, la geometría fractal no es una aplicación directa de la matemática del siglo XX. Es una nueva rama nacida tardíamente de la crisis de la matemática que comenzó Dubois Reymond en 1875, llamando la atención por primera vez con una función continua y no diferenciable, construida por Weierstrass. Dicha crisis duró aproximadamente hasta 1925, siendo los principales actores Cantor, Peano, Lebesgue y Hausdorff. Estos nombres, así como los de Besicovitch, Bolzano, Césaro, Koch, Osgood, Sierpinski y Urysohn, no suelen aparecer en el estudio empírico de la naturaleza, pero es probable que el impacto de la obra de esos gigantes, de alguna manera, desviaran los objetivos que se propusieron inicialmente algunos investigadores subsecuentes.

Algunos conceptos involucrados en la geometría fractal

En numerosas áreas de la investigación, la comunidad científica ha solventado numerosos problemas en los que se le hace corresponder un modelo matemático clásico a un fenómeno natural como primera aproximación. Esta primera aproximación generalmente se modifica en procesos subsiguientes añadiendo términos correctivos. Pero este tipo de análisis, en la actualidad se está tornando insuficiente. En una gran cantidad de dominios abordados en la actualidad, la realidad se revela tan convulsionada, que el modelo continuo clásico, y perfectamente homogéneo fracasa, de tal manera de quedar inutilizado como primera aproximación. (Mandelbrot, 2006).

La Geometría Fractal la constituyen dos pilares fundamentales: el primero se caracteriza por la elección de problemas en el núcleo del caos de la naturaleza y el segundo se caracteriza por la elección de herramientas en la esencia de las matemáticas para buscar su aplicación directa, dejando al lado esas ansias de buscar en la belleza clásica la razón única para describir un fenómeno natural mediante un modelo matemático.

Estos dos pilares fundamentales han traído como consecuencia algo nunca antes visto, ha sumergido a muchos científicos en un mundo que oscila entre el caos incontrolable y el orden excesivo de Euclides. Se genera entonces un nuevo ambiente, una nueva zona, una zona de orden fractal.

La piedra angular que fundamenta el estudio de la racionalidad conceptual, está descrita en la siguiente cita:

> La geometría de la naturaleza es caótica y está mal representada por el orden perfecto de las formas usuales de Euclides o del cálculo diferencial. (Mandelbrot, 2009. Pp.17)

Es entonces cuando surge la necesidad de adentrar en un análisis de los conceptos geométricos fundamentales.

De las curvas, de la continuidad y la intuición

Se estudia un enfoque en donde las funciones en espacios de dimensión n que son derivables constituyen un conjunto muy simple y fácil de manejar, pasando a ser una excepción dentro del conjunto general de funciones. En otras palabras, aquellas curvas que no admiten tangente en ninguno de sus puntos, serían la regla, mientras que las curvas regulares y suaves son casos extremadamente particulares; dejando a un lado el mero ejercicio intelectual, artificial estéril y llevar a la práctica ese deseo inconsciente de rigor perfecto. (Mandelbrot, 2006; Mandelbrot 2009).

Se pudiera dar el caso en los que el hecho de utilizar una función no diferenciable resulte más simple que utilizar una función clásica que si lo fuera. En este caso, se habrá corroborado el valor práctico del estudio matemático de los continuos irregulares. (Mandelbrot, 2006; Mandelbrot 2009).

La naturaleza de una curva irregular o una curva sin tangentes escapa completamente de la intuición; después de una serie de repeticiones del proceso de segmentación, la figura que va resultando es tan complicada que la intuición a duras penas puede captarla, y se pierde de vista totalmente en lo que respecta a la curva que se obtiene pasando al límite.

De las formas y los espacios

En la topología, llamada antes, geometría de la posición o *análisis situs*, se trabaja con otras clases de formas y semejanzas distintas a las que se acostumbra a manejar. Por ejemplo, todas las tazas tienen la misma forma, pues suponiéndolas infinitamente flexibles y compresibles, se puede transformar una en otra sin saltos ni discontinuidad alguna y sin tener que abrir ningún agujero nuevo, ni cerrar otro que ya existiera.

De la misma manera, todas las costas geográficas de todas las islas tienen la misma forma, topológicamente igual a la del círculo. Es decir, la topología, que es donde supuestamente se analizaba las formas de manera más compleja, no es capaz de distinguir entre distintas costas. Además, distintas costas tienden a tener, lo que llamaremos posteriormente dimensiones fractales diversas. Las diferencias en la dimensión fractal reflejan diferencias de forma en un aspecto no topológico. Es entonces cuando se propone hablar de formas fractales.

Como dato histórico adicional, se puede acotar que en el caso de la topología, la definición propia de la disciplina y la definición de dimensión topológica, se fueron gestando y perfeccionando en paralelo; mientras que la dimensión fractal es anterior en más de medio siglo a los primeros estudios formales de las formas fractales.

De la dimensión

La noción intuitiva de dimensión física nace de un concepto griego derivado de la relación entre las figuras y los objetos, en donde la palabra figura, se refiere a idealizaciones matemáticas y la palabra objeto se refiere a datos de la realidad. En este sentido, la dimensión física tiene inevitablemente una base pragmática y por tanto subjetiva, dependiendo en la totalidad de los casos del grado de resolución al momento de advertir la realidad. El resultado numérico de la dimensión depende de la relación entre el objeto y el observador; donde un observador ve una zona bien definida con una dimensión efectiva característica, un segundo observador pudiera no ver más que una zona gradual, con interpretación confusa y cuyo estudio tal vez no merezca la pena. (Courant, 2002; Mandelbrot, 2006).

El concepto de dimensión fractal no es tan nuevo, de hecho forma parte de un tipo de matemática creada y estudiada entre los años 1875 y 1925. El hecho de que una curva sea fractal, no implica que deba tener siempre dimensión fraccionaria. Por ejemplo, la trayectoria del movimiento Browniano es una de las curvas más simples dentro del análisis fractal, sin embargo se han propuestos modelos para este tipo de movimiento en donde se describe a esta trayectoria como una curva continua de dimensión fractal 2. (Mandelbrot, 2009).

El concepto geométrico clásico que se tiene derivado de la geometría elemental enseña que una figura de dimensión cero tiene forma de punto aislado o de un conjunto de puntos finitos y dispersos. Figuras de dimensión 1 son todas aquellas curvas clásicas y en particular las líneas rectas. Una superficie cualquiera o un plano en su defecto tienen dimensión 2. Un sólido o en su defecto un cubo, tiene dimensión 3. (Courant, 2002; Mandelbrot, 2009).

Una vez expuesto lo anterior y con el fin de conceptualizar el lenguaje geométrico se puede decir que, una figura cuya dimensión esté entre 1 y 2 ha de ser más deshilada y traslucida que una superficie ordinaria pero más maciza, más densa y más consistente que una línea ordinaria. El concepto clásico en donde una curva tiene superficie nula y longitud infinita se ve modificado. En este estudio se deja mostrar la existencia de casos en donde la longitud entre dos puntos cualesquiera de una curva finita, es infinita. (Mandelbrot, 2006).

Sabiendo esto, en contraposición a lo que se viene entendiendo como dimensión de un punto, de una curva y de una superficie, en este estudio, se abordan conceptos como el siguiente: Existen ciertas curvas planas de una irregularidad tal, que su dimensión fractal es un número mayor que 1 y menor que 2; de la misma manera, existen superficies tan irregulares que su dimensión fractal se encuentra en el intervalo comprendido entre 2 y 3; por último se definen a los polvos como un lugar geométrico contenido en una línea recta cuya dimensión fractal se encuentra entre 0 y 1.

Además de los conceptos matemáticos inherentes a la dimensión topológica y la dimensión fractal, existe un concepto transitorio y de sedición llamado dimensión efectiva. Un concepto que carece de precisión pero es clave para el esbozo teórico. Se trata de un regreso potente a la intuición geométrica griega arcaica de los pitagóricos.

La dimensión efectiva tiene que ver con la relación entre los conjuntos matemáticos y los objetos reales. Así por ejemplo en la descripción de un hilo las teorías unidimensionales y tridimensionales deben modificarse con términos correctivos, y sólo a posteriori puede decirse qué modelo geométrico es el mejor, es decir, el que precisa menos correcciones. La dimensión efectiva, tiene una base subjetiva. Es una cuestión de aproximación y de grado de resolución. (Mandelbrot, 2006).

La mayoría de los objetos a los que se hace referencia en esta investigación presentan una sucesión de dimensiones efectivas distintas. Pero se añade una novedad esencial. Se plantea la novedad de que ciertas transiciones mal definidas entre sectores de dimensión bien definida son reinterpretadas como sectores fractales, en los que la dimensión fractal es siempre mayor o igual que la dimensión topológica.

Los primeros vestigios del concepto de dimensión fractal fueron generados de una diversidad de procesos y métodos de medida de la longitud de una costa geográfica desarrollados por un conjunto matemáticos desde 1901 hasta 1960, cada método corresponde a una definición de dimensión; definiciones ya usadas en matemática pura pero sin ninguna pretensión de aplicación a la realidad concreta. (Mandelbrot, 2006).

Durante la crisis que va de 1875 a 1925, los matemáticos se dieron cuenta que no es posible una comprensión correcta de lo irregular y lo fragmentado, si se define la dimensión como número de coordenadas. El primero en emprender un análisis riguroso fue Cantor en su carta a Dedekind, fechada el 20 de junio de 1877. Le siguió Peano en 1890, y los pasos finales datan de la década de 1920. (Courant, 2002; Mandelbrot, 2009).

Como todos los grandes procesos intelectuales, el final de esta historia admite diversas interpretaciones. Cualquiera que escriba un tratado matemático sobre la teoría de la dimensión, está asumiendo que dicha teoría es única. Pero en este trabajo, una de las cosas que se pretende mostrar es que para Mandelbrot lo más importante es que un concepto amplio como el de dimensión presenta diversas facetas matemáticas que, aparte de ser conceptualmente distintas, dan distintos resultados numéricos.

Es inevitable usar varias clases de dimensión, Euclides sólo se limita a conjuntos para los que distintos tipos de dimensiones útiles, coinciden en número, así pues podríamos llamarles conjuntos dimensionalmente concordantes. En este marco, se expondrán conjuntos para los que las distintas dimensiones no coinciden; a los cuales se les llamará conjuntos dimensionalmente discordantes. (Courant, 2002, Mandelbrot, 2006; Mandelbrot 2009).

Al pasar de los conjuntos matemáticos a las dimensiones efectivas de los objetos físicos modelizados por dichos conjuntos, se encuentran con otros tipos de ambigüedades, inevitables e imprescindibles. Poco a poco se ofrecerán distintas visiones de los aspectos matemáticos y físicos de la dimensión.

El hecho de que los fractales elementales sean dimensionalmente discordantes, puede servir para dar contenido matemático al concepto hasta ahora intuitivo de fractal. Se mostrarán dos conceptos que asignan a cada conjunto del espacio euclidiano, sin tomar en cuentas sus características patológicas, un número real que por razones intuitivas y formales merece ser llamado su dimensión.

El más intuitivo de dichos conceptos es la dimensión topológica y se denotará por Dt. La segunda dimensión, es aquella formulada por Hausdorff y Besicovitch y se denotará por D. Siempre que se trabaje en espacios euclidianos, tanto Dt como D toman valores comprendidos entre 0 y E, pero hasta aquí llegan las analogías. Dt siempre es entero, pero D no necesariamente lo es. Así, ambas dimensiones no tienen por qué coincidir. De hecho, sólo se rigen por la desigualdad de Szpilrajn, que establece que D es mayor igual a Dt y D es igual a Dt para todas las figuras euclidianas, pero casi todos los conjuntos en este trabajo, satisfacen que D es mayor o igual que Dt.

De la homotecia

Diversos objetos naturales se caracterizan por poseer cierta complicación y desorden e irregularidad cuando se trata de caracterizarlos como figuras geométricas. Sin embargo existe un orden subyacente, los grados de irregularidad correspondientes a la percepción a distintas escalas parecieran ser aproximadamente iguales.

El análisis de los contornos de algunos objetos naturales, arroja que la mayoría de las características y detalles vistos a una escala, se vuelven a repetir a una escala más aguda que la anterior y así sucesivamente a escalas subsiguientes. Se observa pues, que los contornos están formados por innumerables réplicas de formas y subformas de manera sucesiva. La iteración no pudiera continuarse indefinidamente, pero se puede ir muy lejos. En la lejanía, se encontrará que aunque las distintas formas observadas correspondientes a los sucesivos niveles de análisis sean completamente diferentes, en lo específico, poseen el mismo carácter global, es decir, los mismos rasgos genéricos. (Mandelbrot, 2009).

En otras palabras, la observación anterior induce a creer que independientemente de la escala, un mismo mecanismo pudo haber generado tanto los detalles pequeños como los detalles grandes de un objeto natural.

Otra manera de interpretar lo dicho anteriormente a manera de complemento, es construir la idea de un posible mecanismo en forma de cascada o artificio procesal por etapas, en donde cada etapa es capaz de engendrar detalles cada vez más pequeños que los que lo preceden.

Se dirá entonces que cuando cada pedazo de un objeto natural el homotético al todo, salvo algunos detalles que de los que de manera estadística eventualmente se decide pasar por alto, el objeto natural estudiado posee homotecia interna. La homotecia interna sólo tiene sentido estricto si no hay puntos coincidentes entre un nivel recursivo y el anterior, es decir puntos múltiples. En el caso de los objetos naturales, la homotecia interna hace que el azar tenga la misma importancia a cualquier escala. Sabiendo esto, si se aborda el concepto de homotecia, no tendrá ningún sentido hablar de niveles microscópico y macroscópico.

De la invariancia

Si se comienza por un ejemplo sencillo, se podría comentar lo siguiente. La distribución homogénea sobre la recta, el plano o el espacio tiene dos propiedades muy interesantes. La invariancia por traslación y la invariancia por cambios de escala. En los fractales, debe modificarse un poco el alcance de estas invariancias, en consecuencia se dirá que los mejores fractales son aquellos en los cuales se presenta el máximo de invariancia. (Mandelbrot, 2009).

La invariancia por cambio de escala se manifiesta una vez que se realiza un cambio de escala en un sector de una trayectoria fractal y éste permanece invariante en su forma; de esta manera se está en presencia de la invariancia a ciertos cambios de escala. En este caso se dirá que los fractales son escalantes. (Maldelbrot, 2006; Mandelbrot, 2009).

La invarianza por traslación se manifiesta en el momento en que se observa que dos sectores cualesquiera de una traza de trayectoria fractal no necesariamente se pueden superponer de manera exacta. En algunos casos se pueden superponer en sentido estadístico. La mayoría de los fractales que se abordan en esta investigación son invariantes por traslación. (Mandelbrot, 2006).

Lo anterior expuesto constituye el concepto de autosemejanza, concepto más amplio que se manifiesta una vez que se está en presencia de un fractal que sea invariante por la transformación geométrica de semejanza, en el sentido ordinario. Luego, se dirá que es un fractal autosemejante. (Mandelbrot, 2006; Mandelbrot, 2009).

De la autosimilitud

En el caso en que un objeto tenga la misma forma al cambiar la escala, aún y cuando se cambie la escala de manera reiterada, se dice que el objeto es autosimilar. (Mandelbrot, 2006; Mandelbrot, 2009).

La autosimilitud es una idea que ya había sido sugerida en muchas ocasiones a lo largo de la historia. Por ejemplo, en el siglo XVII, el pensador alemán Gottfried Wilhem Leibniz (1646-1716) propuso que una gota de agua contenía todo un universo, que a su vez contenía gotas de agua más pequeñas; cada una de estas gotas encerraba a su vez un universo que tenía en su interior otras gotas de agua todavía más pequeñas y así sucesivamente. (Braun, 1996).

Esta autosimilitud y muchas otras cosas que surgieron, fueron desechadas con el tiempo ya que no se pudieron comprobar experimentalmente. En una gota de agua no hay ningún universo en el sentido propuesto por Leibniz. Fue hasta la década 1960 y de 1970 que Mandelbrot volvió a proponer esta idea, pero en un contexto completamente distinto de los anteriores. (Courant, 2002; Mandelbrot, 2006; Mandelbrot, 2009).

Se ha demostrado que la autosimilitud se presenta en gran variedad de fenómenos y de situaciones muy diversas.

De la divergencia

Casi todos los casos que se abordan en esta teoría presenta la característica de divergencia. El concepto de divergencia consiste de manera informal en que si en algún caso se espera que una cantidad sea positiva y finita, al terminar el proceso en realidad resulta que se hace infinita o se anula. (Mandelbrot, 2006).

De la longitud

En 1961 el inglés L.F. Richardson presentó una serie de las mediciones experimentales que hizo de varias costas, fronteras y cuerpos geométricos regulares. En cada caso fue cambiado el valor de la unidad de medida de referencia; obteniendo valores de la longitud, en inicio, crecientes y luego se va haciendo casi constante.

En las figuras geométricas clásicas no ocurre lo mismo. Al ir aumentando la escala de observación no aparecen estructuras de tipo irregular que eran invisibles a escalas anteriores, ya que por definición, la línea que delimita a la figura carece de estas estructuras. (Braun, 1996).

De las Tremas

En la geometría fractal, la palabra trema significa agujero y está en cierto modo emparentada con la palabra en latín *Termes*=Termita. Algunos fractales se caracterizan por poseer agujeros o huecos para los cuales no existe contra imagen en el dominio de la función.

De los grumos

En el proceso de formación de algunos fractales se puede percibir vacíos de materia que se conserva y se distribuye uniformemente en la plenitud del conjunto. Al conjunto negado de esos vacíos se le denomina grumo.

De los coágulos

El proceso de formación de grumos continúa y converge hacia un conjunto que se denomina coágulo. De manera simultánea al conjunto negado del coágulo se le denomina suero.

Con lo descrito anteriormente, hemos sintetizado los conceptos fundamentales que se manejan en la teoría fractal propuestos por Mandelbrot (2009), cerrando el ciclo de indagación teórica correspondiente de los primeros tres objetivos de esta investigación.

Curvas y Definiciones fractales

A continuación se muestran algunas definiciones que se consideran importantes a la hora de emitir alguna aproximación teórica que requiera manejar los significados de algunos términos fractales.

El Polvo de Cantor

Cantor, fue un matemático alemán cuyo trabajo se orientó hacia la fundamentación rigurosa de la matemática. Como parte de su legado, en 1883 publicó un conjunto famoso que lleva su nombre, el conjunto de Cantor. Este conjunto es considerado generalmente como poseedor de propiedades paradójicas. Una de ellas es que el conjunto tiene infinitos puntos, sin embargo su medida es cero. Fue obtenido por cantor cuando intentaba caracterizar lo que es un conjunto continuo, es decir, denso en todas partes. Cantor pensaba que todo conjunto perfecto debía ser continuo. El conjunto de Cantor es perfecto pero no es denso en ninguna parte. Un conjunto perfecto es aquel que es igual al conjunto de todos sus puntos de acumulación.

El proceso de construcción del conjunto parte de dividir un segmento en tres parte iguales y suprimir la parte central. El conjunto iniciador puede ser un segmento de recta representado por el intervalo [0,1], y la primera etapa de construcción consiste en dividir a [0,1] en tres partes iguales y extraer el tercio central abierto. Luego se le quitan los tercios centrales abiertos a cada uno de los dos tercios restantes de la primera etapa y se continúa el proceso sucesivamente. A este conjunto también se le llama discontinuo de Cantor o Polvo de Cantor.

La curva de Koch

Esta curva fue creada por el matemático sueco Helge Von Koch en el año de 1904 como un ejemplo de una curva continua pero no diferenciable en ninguno de sus puntos, generada a través de construcciones geométricas elementales. Tiene longitud infinita pero encierra un área finita. No es una curva constituida por segmentos de recta a pesar de que en sus primeras etapas de construcción si lo está.

El proceso de construcción de la curva de Koch es dividir un segmento dado en tres partes congruentes, construir sobre el segmento central un triángulo equilátero cuya base sea precisamente este segmento central, por último suprimir la base. Lo que resulta del proceso anterior es una línea quebrada formada por cuatro segmentos de igual longitud, que se le llamará *generador*.

Una vez culminado el proceso anterior, se rompe cada segmento para sustituir en cada uno de los segmentos del generador otro generador de tamaño reducido en un tercio, para formar subpromontorios.

Si este mismo proceso en cascada continúa indefinidamente, la curva convergerá a un límite que fue considerado por primera vez por Von Koch en 1904 que se denomina curva triádica de Koch, denotada de forma abreviada por K. (Estrada, 2004; Mandelbrot, 2006).

Pareciera que la curva anterior tuviera rasgos intuitivos predominantes, pero la actitud en realidad es otra. Una curva no rectificable o sin tangentes escapa completamente de la intuición; después de unas pocas repeticiones del proceso de segmentación, la figura que va resultando es tan complicada que la intuición a duras penas puede captarla y se separa completamente de la intuición, en lo que respecta a la curva que se obtiene pasando el límite. Sólo el pensamiento, o el análisis lógico, puede seguir la evolución de ese extraño objeto hasta su forma final. Si en este caso hubiésemos confiado en la intuición, se hubiera caído en un error, pues al parecer la intuición nos lleva forzosamente a concluir que no puede haber curvas que no tengan tangente en ningún punto. Este primer ejemplo del fracaso de la intuición tiene que ver con los conceptos fundamentales de diferenciación.

Fractal

La definición de fractal se encuentra en proceso de construcción, de hecho, tuvo una primera aproximación hecha por Mandelbrot en su obra objetos fractales, definición que fue objeto de modificación hasta llegar a su última aproximación generada por el mismo autor en su obra La Geometría Fractal de la Naturaleza. En este último tratado a estos últimos conjuntos se les asigna el término fractal, de la siguiente manera: Un fractal se define como un conjunto cuya dimensión de Hausdorff-Besicovitch es estrictamente mayor a la dimensión topológica. Además, los conjuntos con D (dimensión fractal) no entera, son fractales. (Mandelbrot 2006).

Es algo significativo el hecho que D no tenga que ser necesariamente un entero. Si se usa el término fracción en sentido amplio, como sinónimo de número real no entero, entonces algunos valores de D que se expondrán en ejemplos posteriores son fraccionarios. A menudo se le llama dimensión fraccionaria a la dimensión de Hausdorff-Besicovitch, pero D también podrá tomar valores enteros. Para sintetizar lo anterior, se dirá entonces que D es una dimensión fractal. (Mandelbrot 2006).

Clases de dimensión fractal

Existen muchas definiciones y muchos métodos para calcular la dimensión. Dichos métodos implican de manera natural el concepto de dimensión. En los casos fundamentales, dichas definiciones dan valores idénticos. En otros, sin embargo, dan valores distintos.

Las definiciones de dimensión que se pretenden manejar, se estudiarán desde el punto de vista de los espacios métricos. Esto significa que se trabajará en un espacio en el que está definida convenientemente una distancia entre cada par de puntos. (Lipschutz, 1970; Mandelbrot, 2009).

La primera clase a exponer es la dimensión de Hausdorff-Besicovitch. El concepto de la dimensión de Hausdorff-Besicovitch o dimensión fractal de contenido parte de la siguiente motivación intuitiva. Un contenido lineal se calcula sumando pasos de longitud no transformados, es decir, elevado a la potencia 1 que es la dimensión de la recta. El contenido de una superficie formada por cuadros pequeños se calcula sumando los lados de los cuadrados elevados a la potencia 2, que es la dimensión del plano. En el caso de realizar un procedimiento de medida de contenido de una costa de forma aproximada, se pudiera ejecutar de manera implícita el método esbozado anteriormente con el fin de obtener una medida de contenido.

Para esto último, se pudiera hablar entonces de un proceso que consista en establecer una línea quebrada formada por pequeños segmentos de longitud n enteramente recubierta por la unión de círculos de radio n centrada en los puntos utilizados para la medida. Se elevaría entonces estos pasos a una potencia D para obtener un contenido aproximado. A continuación se constata que ese contenido, varía muy poco al variar la longitud de los pasos n para un determinado número D. Se sintetiza entonces un contenido aproximado en dimensión D. Para un número d menor que D el contenido calculado resultaría infinito, en contraparte si d es mayor que D el contenido se anula. Tenemos entonces que el contenido se comporta razonadamente para d igual a D. Es el valor D el que de ahora en adelante nos dará la idea de una nueva dimensión.

La segunda clase es la dimensión de homotecia generalizada. Supongamos que una figura se descompone en N partes tales que, dos a dos, no tienen ningún punto en común, pero que cada una sea deducible del total por una homotecia de razón r, seguida eventualmente de una rotación o una simetría. En el caso en que todas r sean idénticas, sabemos que la dimensión de homotecia es

$$D = \frac{\log(N)}{\log(\frac{1}{r})}$$

A fin de generalizar este concepto, consideremos:

$$g(d) = \sum_{n=1}^{N} r_n^d$$

como función de d; cuando d varia de cero hasta infinito g(d) decrece continuamente desde n hasta cero y pasa una y sólo una vez por el valor 1, entonces la ecuación *g(d)*=1 tiene una única raíz positiva que se designará por D, que generaliza la dimensión de homotecia.

Fractal (Sentido intuitivo): Adjetivo que refiere a la posesión de una forma sumamente irregular, interrumpida, o fragmentada, conservando estas características a cualquier escala de observación. La necesidad del uso de este término, surge de la toma de conciencia de Mandelbrot de que en la naturaleza existen numerosos objetos naturales cuyas mejores representaciones son conjuntos fractales, luego se hace necesario disponer de una palabra cuyo significado sea único en este tipo de situaciones.

Mandelbrot acuña el término fractal a partir del latín *fractus*. El verbo correspondiente es *frangere* que significa romper en pedazos. Es pues razonable que además de fragmentado *fractus* signifique también irregular, confluyendo ambos significados en el término fragmento. La palabra álgebra procede del árabe *jabara=unir*; sabiendo esto, fractal y álgebra son etimológicamente opuestos.

Fractal (Sustantivo): La palabra fractal como sustantivo, no distingue entre conjuntos matemáticos y objetos naturales, se emplea en los casos en que su generalidad y ambigüedad deliberada que resulta de ellos, sean bien deseadas, aclaradas en el contexto y además no lleven inconvenientes asociados. (Mandelbrot, 2009).

Conjunto fractal (definición provisional): Conjunto cuya dimensión fractal es mayor o igual a su dimensión ordinaria topológica. Se pudiera tratar de definir también de la siguiente manera, un conjunto sería fractal si su dimensión D es un número real no entero, o bien D es un entero pero el conjunto es globalmente irregular. Podría suceder que perturbando un conjunto clásico en el entorno de un punto, su dimensión se haga fraccionaria, en este sentido si el análisis se realiza en un ambiente concreto el ejemplo anterior sería insostenible; es por eso que se hace difícil en estos momentos construir una definición formal de conjunto fractal. (Mandelbrot, 2009).

La asociación, conjunto fractal tiene una definición rigurosa, pero el fractal natural no, la cual sirve para designar sin demasiada precisión una figura natural que puede ser representada por un conjunto fractal. Por ejemplo, las curvas brownianas son conjuntos fractales y el movimiento browniano físico es un fractal natural.

Objeto Fractal: Objeto natural que resulta razonablemente útil representarlo matemáticamente mediante un conjunto fractal.

La Cascada: Es el término que se utiliza para referirse al mecanismo generador de un fractal. Cuando un trozo de figura es geométricamente semejante al todo, se dice que tanto la figura como la cascada que la produce son autosemejantes. (Mandelbrot, 2009).

Autosemejanza: un conjunto acotado S es autosemejante, con respecto a la razón r y un entero N, si es la reunión de N subconjuntos disjuntos, congruentes cada uno de ellos con r(s), siendo r(s) la transformación homotecia. Se entiende por congruente al ser idéntico exceptuando los procesos de traslación y rotación. Generalizando, un conjunto acotado es autosemejante, con respecto a las razones

$$r_1, r_2, \ldots, r_n$$

cuando es la reunión de los N subconjuntos disjuntos congruentes respectivamente con rN(s). Un conjunto no acotado S se dice que es autosemejante con respecto a la razón r, cuando el conjunto r(s) es congruente con S. (Mandelbrot, 2009).

Autoafinidad: en un espacio euclidiano de dimensión n, una colección de razones reales positivas

$$r = (r_1, r_2, \ldots, r_n)$$

define una afinidad, que transforma cada punto

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

en el punto

$$r(x) = r(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

y transforma por lo tanto el conjunto S en el conjunto r(S). Un conjunto acotado S será auto afín con respecto a una razón r y a un entero N, si S es reunión de N partes disjuntas congruentes cada una de ellas con r(S). (Mandelbrot, 2009).

Con toda la información anterior han quedado descritos los elementos principales y definiciones que desencadenan en el sujeto una zona conceptual fractal, es decir, todo aquellos conceptos fundamentales constituyentes de la red conceptual fractal que se manejan al evocar la fractalidad; cumpliéndose de manera definitiva el objetivo número tres. Además se muestran definiciones de algunos términos, que actuarán como foco luminoso en la construcción de ciertas aproximaciones teóricas.

La Cognición Cuántica

Con el objeto de introducir la teoría que da sustento a este trabajo, se considerarán aspectos vertidos en una teoría bastante actualizada llamada Teoría de la Cognición Cuántica. Esta teoría explica los procesos cognitivos del ser humano desde un enfoque basado en la física cuántica, apoyada además, en el tratamiento de tópicos que desarrollan la noción de caos, orden, complejidad, simplicidad y campos energéticos, con herramientas teóricas para el estudio de los sistemas complejos. (Fodor, 1999)

El objeto de esta investigación es fundamentalmente el estudio de los conceptos geométricos, por lo tanto, una breve explicación del origen del término es bastante útil en nuestro caso. La palabra concepto, tiene su raíz etimológica en el latín *conceptum*, que deriva de *capere*, es decir agarrar o capturar algo y se interpreta como las unidades que conforman el conocimiento, que estructurados en categorías pueden representarnos el mundo real de manera biunívoca. La categorización es un proceso clave de la mente humana, que le permite interactuar con la naturaleza que le rodea. Sin embargo si se pregunta por el ¿qué son los conceptos en sí mismos?, se entra en consciencia del limitado conocimiento que se tiene sobre ellos. De manera general, el concepto se define como una unidad cognitiva de significado, se define también como unidad de conocimiento o de manera más específica como constituyentes de los estados mentales, entendiéndose como estado mental a las relaciones existentes entre las representaciones. A través de su integración en clases o categorías, se produce el conocimiento. (Fodor, 1999).

Conceptos previos

En la actualidad, las aproximaciones hechas anteriormente han sufrido cambios de enfoque y han pretendido describir y dar respuesta a estas interrogantes mediante nuevas herramientas supeditadas a nuevas corrientes de pensamiento. Recientemente, el análisis de los sistemas complejos y la teoría de la complejidad han marcado la pauta en el recorrido que pretende explicar los procesos cognitivos. La Teoría de la Cognición Cuántica pretende dar respuesta al comportamiento y a la estructura de estos procesos, desde un enfoque energético basado en la teoría cuántica, introduciendo una gran cantidad de conceptos adicionales que permiten un mejor acople entre la teoría y el fenómeno. A continuación se expondrá un breve esquema que intentará explicar la conformación de la Teoría de la Cognición Cuántica, así como también la definición de algunos términos necesarios para su comprensión. Primeramente, se tratarán algunos conceptos previos que se deben manejar para abordar esta teoría.

Los sistemas biológicos son garantes de fenómenos caóticos que aparentemente se ciñen a reglas estrictas. Sus estructuras son tan complejas y poseen tanta cantidad de variables implicadas que pareciera imposible hacer una predicción a un futuro siquiera relativamente cercano. Los procesos cognitivos, forman parte del sistema biológico del ser humano y no escapan de ese tipo de estructuras. Desde el punto de vista de la cognición cuántica, los procesos del pensamiento constituyen sistemas abiertos, es decir, sistemas que presentan abundante interacción con el medio ambiente, en donde el conocimiento no se produce en la estructura física de la célula, sino en el campo energético que trasciende la masa. Además el proceso tiene estructura dinámica y disipativa, esto es, aquellas estructuras que alejadas del estado de equilibrio desencadenan subsistemas caóticos que requieren de la existencia de la entropía para adquirir un nuevo estado de equilibrio; entendiéndose por entropía a ese proceso irreversible de liberación de energía (no transformada en trabajo) en un sistema biológico cualquiera. El incremento de la entropía se asocia generalmente al incremento del caos. (Mussa, 2008).

Los Sistemas Complejos

Los sistemas complejos aquellos que describen un constante comportamiento imprevisible, en su mayoría son inestables y se mantienen delicadamente equilibrados. Su principal característica es que cualquier variación mínima entre sus elementos constituyentes puede modificar de forma imprevisible las interrelaciones, y por tanto el comportamiento de todo el sistema. Además, se caracterizan por la intermitencia y fluctuación que permite una constante oscilación entre el orden y el desorden. Por último, sus estados evolutivos no trascurren a través de procesos continuos y graduales, sino que suceden por medio de reorganizaciones y saltos. Cada nuevo estado es una transición, llamados también períodos de reposo entrópico. (Mussa, 2008).

Los Sistemas Caóticos

Son aquellos sistemas dinámicos no lineales que se comportan, en ciertas condiciones, de forma tan compleja que parecen probabilísticos, pero en realidad son determinísticos. A pesar de que a nivel local las reglas que rigen su comportamiento son aparentemente muy simples, el sistema a nivel global generalmente tiene un comportamiento inesperado y no predecible. Dependen de manera muy sensible de las condiciones iniciales. El caos que caracteriza a estos sistemas no es más que un desorden solamente en apariencia, tiene muy poco que ver con el azar, parecen evolucionar de forma estocástica, pero en realidad está supeditado a cierto orden subyacente.

Lo anterior hace suponer que en los procesos cognitivos, los estímulos ejercen y desencadenan efectos supeditados a leyes subyacentes que evidencian la existencia de sistemas caóticos. De la misma manera se observan estructuras jerárquicas de la construcción del conocimiento que responden a estructuras similares en escala y que se van diferenciando por su grado de abstracción, evidenciando así estructuras de tipo fractal que pasa a ser el nuevo constituyente fundamental del sistema caótico cognitivo.

Redes Complejas

La mayoría de los sistemas biológicos se pueden describir adecuadamente a través de redes complejas constituidas por Nodos y Enlaces como cualquier red. Los nodos constituyen organizaciones, puntos de convergencia de enlaces o puntos de concentración de energía y los enlaces simbolizan las posibles interacciones entre los nodos. Las redes complejas son aquellas cuya topología exhibe dos rasgos esenciales: el primero es que todo nodo está fuertemente conectado con muchos de sus vecinos pero débilmente con algunos elementos aislados, el segundo es que entre los nodos existe una distancia muy pequeña. Lo anterior implica alta velocidad de transmisión entre dos elementos cualquiera de la red y que existe un número pequeño de nodos claves por donde circula un gran porcentaje de tráfico total. A aquellos sectores de red que poseen gran número de nodos con muchos enlaces, se les denomina concentrador. (Mussa, 2008).

Sintergía

El cerebro de un ser humano interactúa con una matriz informacional o campo informacional que todo lo abarca y envuelve, en donde cada porción de ese campo contiene de manera sintetizada, toda la información. Es también llamado campo cuántico y se interpreta como una matriz hologramática que contiene la información de los objetos, más no su cualidad. Al cerebro interactuar con ese campo cuántico se inicia un procesamiento cerebral que arroja como producto la realidad perceptual, es decir, los objetos, las formas, los colores y las texturas. En otras palabras, el cerebro está encargado de decodificar ese campo cuántico y el resultado es la realidad que se percibe. (Mussa, 2008)

La incapacidad del ser humano de entender este proceso genera una constante confusión que nos lleva a pensar que lo que resulta al final del proceso no es un producto creado por nosotros mismos. En el proceso de construcción de la realidad se genera un campo neuronal, que no es más que macrodistorsión generada por la interacción de todas las distorsiones particulares de cada neurona al pasar por este procesamiento cerebral. (Mussa, 2008)

Para resumir, se puede decir que la sintergía propone que la realidad perceptual aparece como producto de la interacción de dos matrices, la matriz resultante de la actividad neuronal del cerebro y la matriz del campo cuántico. (Mussa, 2008).

En esta investigación, se abordará el término percepción geométrica desde el enfoque sintérgico, así como también se asume que los procesos cognitivos se desarrollan en campos energéticos. Lo expuesto constituye uno de los pilares fundamentales de la teoría de la cognición cuántica.

La complejidad

La complejidad descansa sobre tres pilares fundamentales que permiten una nueva concepción de la realidad vista como un tejido de eventos, acciones, interacciones y determinaciones que constituyen el mundo fenoménico. Estos tres pilares son: el principio dialógico, el principio de recursividad organizacional y el principio hologramático. (Morin, 1994)

El principio dialógico consiste en mantener la dualidad en centro de la unidad, fusionar el orden y el desorden de manera simultánea, considerar aquellos enfoques antagonistas como complementarios. El principio de la recursividad organizacional consiste en observar la realidad como un proceso recursivo en donde los productos y los efectos son, al mismo tiempo, causas y productores de aquello que los produce. Esto, en contraposición a lo que clásicamente se asume como idea lineal de tipo causa -efecto, al momento de concebir la realidad. Y por último, el principio hologramático consiste en concebir la realidad como una matriz de información en donde no solamente la parte está en el todo, sino que el todo está en la parte. (Morin, 1994).

En esta investigación se considera muy importante el manejo de los principios de la complejidad al momento de describir cualquier fenómeno que involucre la activación de procesos cognitivos que permitan construir conceptos de tipo geométrico.

Cognición cuántica

En esta sección se describirán aquellos aspectos constituyentes de una propuesta que pretende interpretar los procesos cognitivos desde la mirada de la física cuántica, considerando los procesos de generación de conceptos como la interacción permanente de campos de energía.

La cognición cuántica se concibe como una nueva propuesta de racionalidad, que aborda los procesos de construcción del conocimiento humano, en donde intervienen múltiples factores energéticos contenidos en diversas relaciones sistémicas que involucran al individuo y a su entorno. Esta nueva racionalidad se caracteriza por cumplir con ciertos parámetros que la definen como una nueva teoría de procesos cognitivos.

El primer aspecto que caracteriza el pensamiento cuántico es la existencia de una permanente consideración de que los conceptos opuestos se pueden unir sin perder diferenciación y particularidad; ambos pueden excluir y complementarse de manera simultánea. A este principio se le denomina principio de la duocomplementariedad y de la polaridad.

El segundo aspecto que caracteriza al pensamiento cuántico es que los procesos del pensamiento se auto-producen y auto-organizan, en un constante mecanismo de retroalimentación. A este principio se le denomina principio de la autopoiesis.

El tercer aspecto que caracteriza al pensamiento cuántico es el asumir que los sistemas están constituidos de tal manera que las partes están en el todo y al mismo tiempo el todo está en las partes, tal y como reza el principio hologramático de la complejidad.

El cuarto aspecto considera al aprendizaje como un continuo proceso de construcción oscilante entre el orden, el desorden y la organización. Este principio es llamado principio del caos.

El quinto y último aspecto que considera la cognición cuántica es el considerar de manera holística la fusión y el aporte constructivo tanto del análisis cualitativo como el análisis cuantitativo.

El aprendizaje según la teoría de la cognición cuántica

El aprendizaje cuántico se puede sintetizar en un proceso que se concibe como consecuencia de la interacción del individuo con un medio, determinado por cambios energéticos cuali-cuantitativos que se generan en el sistema nervioso central, dejando espacio a múltiples asociaciones entre las sensaciones, que captadas desde el medio por el sistema sensoperceptivo generan cambios en las estructuras cognitivas, desencadenando un caos en los campos energéticos establecidos por los conceptos previos. Luego de generarse múltiples acoplamientos energéticos, se genera un nuevo campo conceptual a través de un proceso de entropía, que permite la llegada de un nuevo equilibrio energético. Esas sensaciones que captadas desde el medio por nuestro sistema sensoperceptivo se denominan *Incentivos Caotizantes.* (Mussa, 2008)

En esta investigación el aprendizaje y la asimilación de nuevas formas geométricas se enfocarán desde el punto de vista descrito anteriormente. Esto se manifestará en el uso de nuevos términos y nuevas descripciones del fenómeno de adquisición de una nueva racionalidad geométrica.

Construcción del concepto desde la cognición cuántica

La generación de conceptos se enmarca dentro de varias instancias o momentos. El primero se denomina momento contextual, este es donde el medio ejerce sus incentivos, un segundo momento es el perceptual, este, está determinado por todos aquellos mecanismos sensoperceptivos, otro momento consiste en una instancia identificadora de las cualidades emocionales, luego un período de integración, modificación y acoplamiento a los campos energéticos de los conocimientos previos, y por último un momento de respuesta al medio generando, en la mayoría de los casos, transformaciones en él.

La luz y la construcción de los conceptos

Muchos experimentos evidencian el particular comportamiento de la luz. Su comportamiento es bastante complejo, dejando cabida a múltiples analogías con otros fenómenos que se manifiestan en la naturaleza. El fenómeno de elaboración del conocimiento humano, es un ejemplo de un proceso que a menudo tiende a ser interpretado de manera análoga a algunos experimentos realizados en laboratorios de física cuántica. Esta sección describirá un enfoque particular que se aproximará a la interpretación de los procesos cognitivos; en particular a aquellos procesos encargados de la construcción de conceptos.

Un experimento realizado por el científico inglés Thomas Young en 1803 denominado el experimento de la doble rendija desencadenó la construcción de la teoría de las múltiples funciones de onda, la cual últimamente se ha tomado como analogía para interpretar los procesos cognitivos. En este experimento Young dejó en evidencia el comportamiento de la luz como onda. A continuación se explicará de manera breve el experimento realizado por Young y luego se hará un análisis que establece la relación existente entre el comportamiento de la luz y el proceso de construcción del conocimiento.

Si se coloca una fuente de luz delante de una pantalla con un orificio de forma rectangular, su proyección sobre una pared que se encuentra detrás de la pantalla sería una forma rectangular de bordes bien definidos que dividen la zona oscura de la zona iluminada.

Ahora bien, si se coloca una pantalla que sustituya a la anterior con un corte rectangular pero muy fino, no más grueso que el filo de una navaja, con un paso o anchura comparable a la longitud de onda de la luz incidente, sobre la misma pared posterior se proyectará una imagen rectangular cuyos bordes resultarán un tanto borrosos. Esto se debe a que la ranura produce una interferencia sobre la onda de fotones que inciden en la pantalla; debido a que las dimensiones de las ranuras son comparables a la longitud de onda, restando grados de libertad espacio-temporales a la luz que incide en la pantalla.

Si ahora se toma como referencia el corte de la pantalla anterior y se realiza un doble corte para una nueva pantalla, ambos de igual dimensión y haciendo incidir nuevamente su rayo de luz sobre ella, se observarán varias imágenes de bordes imprecisos. La ranura proyectada aproximadamente en el centro es la que posee mayor intensidad, las ranuras laterales a esta van disminuyendo en nitidez. La proyección de mayor intensidad se encuentra desplazada del lugar respecto a la que se proyectó, cuando la ranura era sola. Esto demuestra la existencia mutua de interferencia entre las ondas luminosas que se propagan a través de las ranuras.

De la misma manera, la esencia del fenómeno se observaría al hacer incidir en la pantalla un solo fotón en vez de un haz de luz. Se observará que si se emite el fotón sobre la pantalla de una sola ranura, éste, hará impacto en un lugar de la pared que es coincidente con la proyección de la ranura, sin embargo cuando están libres las dos ranuras, hace impacto en sector desplazado que en el párrafo anterior era el más iluminado.

Este experimento permite intuir que de alguna manera el fotón sabe cuándo están dispuestas una sola ranura o las dos ranuras. Esto último visto desde la física cuántica se traduce como que las funciones de onda que acompañan al fotón lo anteceden y lo guían según el estado en que esté la pantalla. Esta función de onda es de naturaleza múltiple, es decir, marca distintas opciones de recorrido, seleccionando una de ellas sin desconocer la existencia de otras.

Para asimilar lo anterior, se debe aclarar que el término función de onda descrito por el francés Louis de Broglie en 1926, se refiere, en un enfoque determinista, a la representación de una partícula en forma de onda física que se propaga en el espacio. Esto era lo que inicialmente se entendía como función de onda. En la actualidad, la función de onda se interpreta como un objeto más abstracto, representa un elemento de algún espacio de Hilbert de dimensión infinita que agrupa a los posibles estados de los sistemas.

Según la teoría de la cognición cuántica, existe una multiplicidad de funciones de onda que anteceden y marcan todos los caminos probables que sigue una porción de energía al propagarse, esto permite la detección a futuro de la condiciones del camino que se debe recorrer a través de un campo consciente, el campo cuántico, para que posteriormente el fotón actúe en consecuencia y decida un camino de propagación.

Según Schrödinger, descriptor de la ecuación de onda, la función de onda no solo acompaña el transcurrir de la masa, sino que la antecede, o lo que es lo mismo, la masa recorre el camino marcado previamente por la función de onda. Esto sería válido tanto para los fenómenos macro como para los micros, es decir, es independiente de la escala si se expresa la idea en sentido fractal. Pero así, cuando a cada partícula le subyacen múltiples funciones de onda es también cierto que el camino a seguir no es determinista, sino que la función de onda solo pretende especificar la mayor o menor probabilidad que ocurra en tránsito por uno o varios caminos.

En este orden de ideas, es pertinente cuestionarse ¿de qué manera se puede establecer una analogía entre el fenómeno descrito anteriormente y los procesos cognitivos? Mussa en el año 2009 dice lo siguiente: “En el desarrollo de los procesos cognitivos también se manifiesta la múltiple función de onda, igualmente no se puede optar sino por una opción según el principio de incertidumbre”.

Esta afirmación presupone que las ondas mediantes la cuales el ser humano capta los mensajes, ingresan al sistema como campo magnético. Es decir, el conocimiento se incorpora como campo energético y se acopla a un sistema de campos energéticos generados por las neuronas que representan los conocimientos previos; y el incentivo caotizante guiado a través de las múltiples funciones de onda que las preceden, interactúan, se integran y se acoplan al campo neuronal. Así sucesivamente se va adquiriendo información en el sistema racional, para dar inicio al proceso de construcción y así generar un nuevo campo energético neuronal.

El inicio del proceso de construcción de conceptos se realiza en la región cortical, a medida en que los conocimientos se hacen cada más sutiles, los conceptos van transmutando para convertirse en estructuras más abstractas. Los conceptos son construidos con una materia prima que es proporcionada en su gran mayoría por los incentivos caotizantes que emergen desde el entorno.

Los campos energéticos neuronales.

El constituyente cerebral fundamental es la neurona y partiendo del hecho de que en el universo todo es energía, en esta sección se analizará la estructura neuronal y la formación de campos energéticos como producto del proceso que se desarrolla al adquirir nuevos conocimientos, considerando el concepto de átomo más actualizado.

La neurona como estructura celular, está formada por moléculas biológicas y estas a su vez por átomos. Un átomo está constituido por un núcleo central formado por la aglomeración de neutrones y protones, a su alrededor giran electrones ubicados a distintos niveles energéticos y estos, a su vez, giran alrededor de su propio eje.

El movimiento rotatorio alrededor del núcleo y el movimiento rotatorio alrededor de su propio eje, llevan la dirección de los vectores gradientes generados por los campos energéticos en esas direcciones, las cuales son llamadas gradiente del átomo y gradiente de spin respectivamente.

A raíz del movimiento del electrón, este genera un campo electromagnético alrededor según la ley de Gauss la cual hace que el átomo en su totalidad genere un campo energético que trasciende su propia corporalidad. A este campo se denomina, *campo energético elemental* y se refiere al campo primordial con que se construyen las estructuras manifestadas en el campo cerebral.

Los átomos poseen cualidades energéticas que le permiten interrelacionarse con el entorno independientemente de su estructura interna, manteniendo una permanente fluidez con mecanismos de retroalimentación. Cada uno de ellos tiene consciencia de la presencia de los restantes a través de sus múltiples funciones de onda, los campos energéticos se acoplan para luego constituirse la molécula, la cual es a su vez generadora de un campo energético que responde a la integración de los campos individuales de cada átomo. Al campo energético generado por la molécula se denomina *campo energético parcelar.*

Una vez conformadas las moléculas biológicas, estas se agrupan para formar la célula neuronal. El proceso de interacción de los campos es similar pero a mayor escala, desde el punto de vista fractal. Los integrantes moleculares se relacionan mediante múltiples funciones de onda generando un nuevo campo consciente denominado *campo energético ancestral.*

Siguiendo la jerarquía funcional y organizacional, se puede decir que las células se reúnen en estructuras más complejas en forma de órgano, que a su vez generan campos denominados *campos energéticos moleculares.*

Aquí se observa a la fractalidad como estructura dinámica que constituye la génesis de la formación de los campos energéticos. De esta manera se van formando campos energéticos superiores como los campos reticulares, campos capitulares, campos energéticos Gregarios y campos energéticos masales. Este último referente al campo que forma la gran masa humana incluida dentro del campo inclusor denominado campo cuántico, lo que posteriormente desarrollará la circulación energética que construirá el consciente colectivo.

La información expuesta anteriormente es muy valiosa para esta investigación, ya que establece los patrones y mecanismos de las estructuras complementarias y contenedoras que nos permiten interpretar el principio hologramático y advertir que cualquier cambio en las estructuras integrales, en cualquier nivel jerárquico, afectará el acoplamiento de los campos energéticos y a su vez la construcción de los conceptos.

Los argumentos que se expondrán en esta investigación interpretarán la construcción de conceptos geométricos, como la construcción de campos energéticos desde un punto de vista cualitativo, que trasciende el cuerpo físico de los tejidos neuronales y no podrá ser adjudicado ni a estructuras meramente orgánicas, ni a teorías cognitivas deterministas, ni a teorías cognitivas idealistas con explicaciones psicológicas dispersas y carentes de simplicidad.

Clases de campos cognitivos y el proceso de percepción.

En esta investigación se desistirá de manera rotunda del hecho de denominar estímulo a todas aquellas acciones que el medio ejerce sobre el sistema senso perceptivo. Se considera que no todos ellos se incorporan a los campos cognitivos generando algún tipo de conocimiento. Para que se produzca conocimiento es necesario que se desencadene cierto grado de caos que genere un nuevo orden energético y por ende un cambio en las estructuras cognitivas preexistentes. Por lo tanto, a estas unidades generadoras o acciones que el medio ejerce sobre el sistema cognitivo, se llamarán *Incentivos Caotizantes.*

El incentivo caotizante es primero sintonizado a través de una longitud de onda generada por una determinada cualidad emocional. Luego llega a los campos procesadores del conocimiento, zona donde se desarrollan las inteligencias múltiples del individuo. Este incentivo al interactuar con los campos pertenecientes a los conocimientos previos, permite la formación de una nueva estructura funcional en forma de campo energético también que se llama Campo Acumulador Cognitivo. Este campo se va transformando de manera muy dinámica en la mayoría de los casos, unificándose paulatinamente y adquiriendo mayor abstracción hasta formar los que se denomina Campo Totalizador.

El campo Totalizador corresponde a campos estructurados en un nivel energético y una homogeneidad tal, que resulta una aproximación a interpretar un paso más hacia la abstracción del conocimiento, donde se hace posible la construcción de las ideas, los conceptos y la creatividad y la intuición. Es bueno destacar que los incentivos caotizantes no son entes aislados, son más bien elementos que se desprenden del campo energético cognoscible formando un caudal, denominado Caudal Incentivador Cognitivo. Este último alude entonces a todas las sensaciones captadas por el sistema sensoperceptivo provenientes del entorno. En la siguiente figura se muestra un diagrama de bloques correspondiente al proceso de percepción desde el enfoque cuántico.

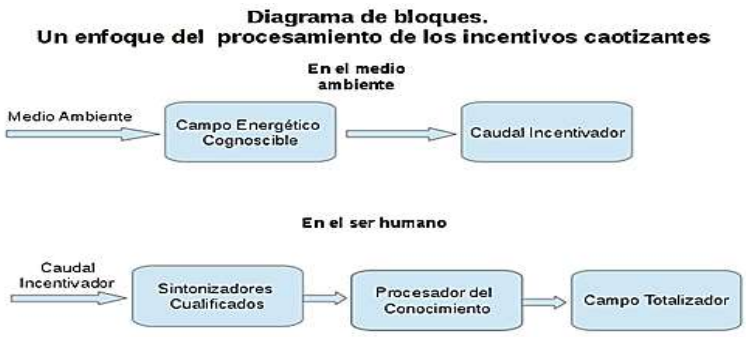


Fig.2.1 Procesamiento de los incentivos caotizantes
Fuente: Elaboración Propia

Los nodos del conocimiento

Al momento de incorporarse los incentivos caotizantes a las estructuras cognitivas del ser humano se constituye un nuevo campo energético temporal que resulta el foco de transformación y propagación energética, éste se puede identificar como un nodo y se caracteriza por generar cierto grado de caos en su entorno.

Estos nodos poseen distintas intensidades e influencias que se denomina murmullos que en algunos casos logran generar cambios energéticos en un entorno estructural muy cercano. Si este cambio se logra, este fenómeno pasa a denominarse murmullo cuántico significativo. Este murmullo refiere de manera directa al nivel de caos que genera un incentivo caotizante sobre los campos cognitivos pre existentes, logrando un nuevo equilibrio a través del proceso entrópico. (Mussa, 2008)

Este enfoque se acopla muy bien a teorías cognitivas que fueron muy significativas a mediados de siglo, teorías que sirvieron hasta de influencia a este nuevo constructo denominado cognición cuántica. El fenómeno nodal, viene a ser un proceso que se encuentra inmerso en un proceso de construcción de sistemas funcionales inherente al cerebro humano. Este proceso era lo que llamaba Vygotsky en 1978 como principio de la organización extracortical de las funciones mentales complejas. Esta expresión digerida de una mejor manera, se puede interpretar como que todas aquellas actividades humanas conscientes se forman siempre con la asistencia de instrumentos auxiliares o dispositivos externos. (Vygotsky, 1978; Mussa, 2008).

Una vez que el nodo cuántico cognitivo desencadene un murmullo significativo, se acopla e integra a las estructuras cognitivas previas en donde se manifiesta la desestructuración de la armonía previa, generando un cierto nivel de entropía.

En esta investigación se utilizará lo antes dicho para interpretar de una manera más aproximada la flexibilidad de las estructuras cognitivas, dando a entender que dependen en gran medida de las características de intensidad y longitud de onda de los incentivos caotizantes que se incorporan.

Un proceso de cambio de racionalidad no escapa del ingrediente creativo. Con la información anterior es posible aproximar una definición cuántica para la creatividad. El proceso creativo parte de un nodo invocante, selecciona por analogía conceptos previos a partir del caudal cognitivo para luego desencadenar actitudes modificadoras en el entorno, que originan en éste, nodos de murmullo cuántico significativo, las cuales de manera consecuente actúan como incentivos caotizantes cualificados emocionalmente, incrementando el caos en los campos existentes, a niveles tales que pudiera poner en juego estructuras disipativas, a través de mecanismos entrópicos para lograr un nuevo orden distinto al preexistente.

Es de suma importancia en nuestra investigación tomar como bandera esta interpretación del proceso creativo, ya que si se extrapola a este contexto, esta investigación constituye un nodo invocante de tipo científico, que persigue, como fin último generar cambios en las estructuras curriculares preexistentes y así generar un cambio de racionalidad geométrica colectiva.

Construcción cuántica del conocimiento

Es importante destacar que no todo incentivo se incorpora como nodo. Para que se establezca un nodo, es necesario que se sobrepase un umbral de intensidad mínima para que se pueda producir un murmullo o para que se pueda reforzar otro nodo. Al fenómeno de alcance de intensidad mínima se denomina salto cuántico. Un incentivo aportará información significativa si se genera un salto cuántico o lo que es lo mismo, si se genera el caudal de resonancia necesario para incorporarse a las estructuras cognitivas.

Para que un incentivo caotizante se convierta en nodo a partir de un murmullo cuántico significativo, requiere que sus características de intensidad y frecuencia formen un paquete mínimo o quantum cognitivo. Es así como el proceso de adquisición del conocimiento es discontinuo, es decir, no se adquiere de forma sistemática y progresiva sino por saltos cuánticos, en sentido fractal, tal como se incorpora la energía a los niveles energéticos del átomo.

El conocimiento humano se puede entender entonces como un concepto integrador, en el cual, cada partícula está consciente de la existencia de todas las demás y del todo de manera simultánea bajo el principio de las múltiples funciones de onda, que permiten reconocer la aplicabilidad de principios como el hologramático, el recursivo y el dialógico duocomplementario.

¿Por qué la cognición cuántica?

Con el párrafo anterior se ha culminado el breve esbozo sobre la teoría de la cognición cuántica. Pero, ¿por qué en esta investigación, que trata de una nueva racionalidad geométrica, se trae a relucir una teoría cognitiva como la teoría de la cognición cuántica? En algunos párrafos contenidos en el desarrollo de esta teoría se ha explicado cierta relación existente entre esta teoría y el objetivo general de esta investigación, pero es necesario dar a conocer un acoplamiento mucho más genérico.

En realidad, la teoría de la cognición cuántica, constituye un enfoque mediante el cual se podrá observar el fenómeno de construcción de conceptos geométricos, proceso clave en la construcción de una nueva racionalidad conceptual geométrica. Además, según la cognición cuántica, el proceso de construcción de conceptos está supeditado a una estructura de dinámica fractal, que estaría en sintonía con la naturaleza de los conceptos geométricos que se pretenden generar con esta investigación. Si el proceso de construcción de conceptos posee una estructura de red compleja de dinámica fractal, su representación lingüística también debería tenerla, por ello, en esta investigación se trabajará de manera directa con el análisis de todas aquellas estructuras nodales discursivas generadas por el proceso de construcción de conceptos geométricos de tipo hiperbólico y fractal.

Se estaría en presencia entonces de un principio de unificación de la dinámica conceptual para tres espacios independientes, para el espacio geométrico en sí mismo, para la forma escrita de los conceptos geométricos (lingüística), y para el espacio fenomenológico (energía). Es decir, los tres espacios en estudio, el matemático, el lingüístico y el energético estarían supeditados los principios hologramáticos, recursivos y dialógicos duocomplementarios; obviamente esto último implica una dinámica de tipo fractal.

En el mismo orden de ideas, las entrevistas que se van a realizar irían a constituir una especie de fotografía a diferentes instantes del proceso de construcción de nuevos conceptos geométricos en el individuo, en donde se observará la posible existencia de enlaces conceptuales tendidos entre la geometría fractal y la geometría hiperbólica a la luz de manifestaciones lingüísticas caóticas representativas de murmullos cuánticos y reordenamientos energéticos.

Referencias.-

- Abbagnano, N. (1961). *Diccionario de Filosofía*. Mestre Jou. Sao Paulo.
- Aguirre, J. (2002) *Curvas Fractales*. *Sigma, 20*, 79-92.
- Alsin C. y Pérez R. (2000) *¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para la ESO.* Madrid: Síntesis.
- Babini, J (1974) *Historia de las ideas modernas en matemática.* Argentina: Universidad de Buenos Aires.
- Braun, E. (1996). *Caos, fractales y Cosas Raras*. México:Fondo de Cultura Económica.
- Courant, R (2002). *¿Qué son las matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales.* México: Fondo de Cultura Económica.
- De Pablo, J. (2006). *La crítica de la razón pura como ontología a priori de la naturaleza.* Tesis de doctorado publicada. Universidad Complutense de Madrid.
- Estrada, W. (2004). *Geometría fractal. Conceptos y procedimientos para la construcción de fractales.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Farrés, G. (2004) *Integrals de curvatura i geometría integral a l'espai hiperbólic*. Tesis de doctorado publicada. Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona.
- Florián, V. (2002). *Diccionario de filosofía.* Bogotá: Panamericana.
- Fodor, J. (1999) *Conceptos*. Barcelona: Gedisa.
- Gámez D. (2001). *Construcciones en geometría hiperbólica y teselaciones mediante grupos N.E.C. Poligonales. Algoritmos de automatización.* Tesis de Doctorado publicada. Universidad de Granada. Granada.
- Hilbert, D. (1930). *Fundamentos de la Geometría*. México: Mc Graw Hill.
- Kant, I (1781). *Crítica a la razón pura*. Buenos Aires: López.
- Lascurain, O. (2005). *Una introducción a la geometría hiperbólica bidimensional.* México: Facultad de Ciencias, UNAM.
- Lipschutz, S. (1970) *Topología general*. México: McGraw Hill
- Mandelbrot, B. (2006). *Los Objetos Fractales.* Barcelona: Tusquets.
- Mandelbrot, B. (2009). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*. Barcelona: Tusquets.
- Morin, E. (1994). *Introducción al pensamiento complejo.* Gedisa. Paris.
- Mussa, J. (2008). *Cognición Cuántica. Mendoza*: Inca Editoria.
- Smogorzhevski, S (1978) *Acerca de la geometría de Lobachevski.* Moscú: MIR.
- Vygotsky, L. S. (1978). Pensamiento y lenguaje. Madrid: Paidós.

Continúa en el próximo número…

GANADORES DEL PREMIO ABEL EN EL SIGLO XXI

Año 2019: KAREN KESBULLA UHLENBECK.

Karen Kesbulla Uhlenbeck

La primera mujer en ganar el premio Abel, el "Nobel de matemáticas"

FUENTES: RT – Noticias-Ahora - Wikipedia

Karen Kesbulla Uhlenbeck nació el 24 de agosto de 1942 en Cleveland, Ohio, EE. UU. Matemática especialista en Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales, Simetrías Infinitas Algebraicas, Cálculo Variacional y Variedades Multidimensionales.

Su padre fue ingeniero y su madre artista. Su trabajo ha sido de extrema importancia en el sentido de dotar de herramientas analíticas y geométricas a los desarrollos de otros matemáticos como Donaldson o Written. Entre las muchas menciones recibidas por Uhlenbeck se destaca su elección como Miembro de la Academia Americana de Artes y Ciencias en 1985 y de la Academia Nacional de Ciencias al año siguiente.

Es catedrática emérita de la Universidad de Texas en Austin donde trabajó en el Departamento de Matemáticas y es Senior Research Scholar en la Universidad de Princeton y en el Instituto de Estudios Avanzados.

Sus artículos editoriales en diferentes publicaciones científicas han sido ingentes y de una excepcional calidad. En diciembre del 2000 recibió la Medalla a la Ciencia en Washington.

El martes 19 de marzo de 2019 la academia noruega de Ciencias y Letras, anunció que Karen Uhlenbeck, especialista en ecuaciones derivadas parciales, era la ganadora del Premio Abel de Matemáticas 2019.

EL presidente del Comité Abel, Hans Munthe-Kaas, expresó mediante un comunicado que *"Karen Uhlenbeck recibía el Premio Abel 2019 por su trabajo fundamental sobre análisis geométrico y teoría gauge, que ha transformado drásticamente el paisaje matemático"*.

Además destacó *"Sus teorías han revolucionado nuestro modo de entender las superficies mínimas, como la formada por las burbujas de jabón, y los problemas de minimización generales en dimensiones más altas"*. Por ello, en el mismo comunicado agregó que desarrolló técnicas y métodos de análisis global.

El comunicado de la academia noruega agrega que ella *"desarrolló técnicas y métodos de análisis global que están actualmente en la caja de herramientas de todo geómetra y analista"*.

MATEMÁTICA Y ACTIVISTA.

Uhlenbeck siendo profesora de investigación invitada en la Universidad de Princeton y profesora asociada en el Instituto para Estudios Avanzados, fue una de las creadoras del Instituto de Matemáticas Park City. También fue cofundadora, en 1993, del Instituto de Mujeres Matemáticas, y es una activista que lucha por la igualdad de género en el mundo de las ciencias y de las matemáticas.

El premio que le entregó el Rey de Noruega el 21 de mayo de 2019 recuerda al matemático noruego Niels Henrik Abel, quien vivió entre 1802 y 1827, y entrega también seis millones de coronas noruegas (unos 704.000 dólares).

Las matemáticas a vista de pájaro.

La teoría de categorías, una disciplina surgida en los últimos 70 años, permite descubrir conexiones inesperadas entre distintas áreas de las matemáticas. Ha encontrado aplicaciones en física, informática y lingüística.

Versión del artículo original de MANON BISCHOFF

TOMADO DEL BLOG: Investigación y Ciencia

LAS DIFERENTES DISCIPLINAS MATEMÁTICAS APARECEN REPRESENTADAS EN EL MUNDO FICTICIO DE «MATEMATISTÁN». LA TEORÍA DE CATEGORÍAS OCUPA UN LUGAR ESPECIAL, YA QUE OFRECE UNA VISIÓN GLOBAL DE LAS DISTINTAS ÁREAS. CRÉDITO IMAGEN: MARTIN KUPPE.

EN SÍNTESIS

La teoría de categorías permite «planear» sobre las diversas ramas de las matemáticas, lo que revela conexiones inesperadas. Sin ella no existirían la geometría algebraica o la topología algebraica.

Ese cambio de perspectiva nos impide distinguir los detalles, por lo que la teoría de categorías no proporciona resultados explícitos, aunque puede mostrar nuevas maneras de resolver un problema concreto.

Cada vez hay más científicos de otras áreas, como físicos o lingüistas, que recurren a esta teoría abstracta para arrojar luz sobre los problemas de sus disciplinas.

Imagínese que sobrevuela un mundo llamado Matematistán. Más o menos en el centro divisa el conocido reino de la Aritmética, en el que los números se suman, multiplican, restan o dividen entre sí. Con él limitan las colinas de la Teoría de Números, con sus números primos y otras construcciones singulares, y más al sur se encuentra el enorme califato de al-Gebra, donde no solo se combinan los números (como en el reino de la Aritmética), sino también objetos más complicados como las matrices.

Desde lo alto, los detalles de cada región se desdibujan y solo son reconocibles las grandes estructuras, de modo que podemos identificar los puentes y zonas fronterizas que conectan los distintos reinos. Así, entre la tundra de la Topología y el califato de al-Gebra hallamos el bosque de la Topología Algebraica, donde se funden los conceptos de ambas áreas: por ejemplo, los habitantes de la tundra clasifican los objetos geométricos a partir del número de agujeros que presentan, y los topólogos algebraicos calculan dicho número usando construcciones algebraicas como las funciones o los grupos.

Muchos investigadores desearían tener esta visión panorámica de las distintas ramas de las matemáticas. Durante siglos, hubo polímatas versados en casi todas las áreas del saber, desde la filosofía hasta la física o la medicina, y que se servían de sus conocimientos en una especialidad para progresar en las otras. Hoy en día esto es impensable: es muy probable que un experto en teoría de números y otro en estadística tengan dificultades para entenderse, aun siendo ambos matemáticos.

Con todo, las distintas disciplinas matemáticas no son tan diferentes como podría parecer a primera vista, y los científicos encuentran continuamente semejanzas estructurales entre ellas. Por ejemplo, cuando un problema perteneciente al dominio del análisis (que se ocupa sobre todo de las funciones «suaves») se parece a una cuestión no resuelta de la teoría de números, es posible aplicar las herramientas de uno de los campos en el otro. Pero debemos estar dispuestos a abandonar el reino propio y adoptar una visión aérea, para no perdernos en los detalles de ninguna de las disciplinas. Y eso es justo lo que persigue la teoría de categorías.

«Siempre me han atraído esos momentos eureka en los que uno comprende que es posible unificar ideas aparentemente dispares», afirma Tai-Danae Bradley, matemática de la Universidad de la Ciudad de Nueva York. «Por eso fue muy emocionante descubrir una rama de las matemáticas que ayuda a pensar con claridad sobre estos conceptos transversales».

No obstante, ese cambio de perspectiva también tiene desventajas. Quienes se dedican a la teoría de categorías se mueven en esferas tan elevadas que apenas producen resultados explícitos: nunca resolverán una ecuación diferencial o calcularán una integral. Pero pueden descubrir nuevos caminos que conduzcan a la solución de un problema concreto, aunque para calcularla haya que volver a poner los pies en la tierra y trabajar en la disciplina correspondiente.

Al principio, la teoría de categorías no tuvo muy buena acogida, y los matemáticos a menudo se referían a ella —con cierta sorna— como «sinsentido abstracto». Pero desde entonces su utilidad ha quedado demostrada fuera de toda duda, y muchos avances matemáticos de los últimos 70 años serían impensables sin la teoría de categorías. Aun así, los expertos siguen sin ponerse de acuerdo sobre si se trata de una teoría independiente o tan solo de un sistema conceptual útil para describir cuestiones complicadas de forma más sencilla.

LA GENERACIÓN DE LOS 60

Tatiana Toro: una científica que explica las matemáticas con imágenes.

Nació en 1964. Fue a la Universidad de Stanford, Estados Unidos, a seguir un doctorado en Matemáticas. En 2019 ganó el premio Marsha L. Landolt, de la Universidad de Washington.

Versión del artículo original de MARÍA MÓNICA MONSALVE S. - @mariamonic91

TOMADO DE:

EL ESPECTADOR

26 de abril de 2021

TATIANA TORO.
CRÉDITO ILUSTRACIÓN WILLIAM BOTÍA SUÁREZ.

Tatiana Toro no cree que ella vea el mundo particularmente distinto por ser matemática; pero al observar su forma de explicar las cosas, su campo de estudio y su vida, se puede intuir que tiene una mente curiosa. A veces, cuando ve volar un avión, les comenta a sus hijos que "esas son las ecuaciones del fluido funcionado". Y para describir qué son las matemáticas fundamentales —el área de estudio que domina—, prefiere hablar de imágenes y recrear escenarios en vez de atacar con fórmulas y números.

En el 2019, Toro ganó el premio Marsha L. Landolt, de la Universidad de Washington, donde trabaja desde 1994. El reconocimiento, que obtuvo por su capacidad pedagógica e interés en enseñar un área a la que muchos le temen, también la ubicó como una de las científicas colombianas más reconocidas y brillantes. Su colegio fue el Liceo Francés, se graduó de la Universidad Nacional e, impulsada por tres profesores claves, decidió irse a la Universidad de Stanford, en Estados Unidos, a hacer un doctorado en Matemáticas.

"Yo soy del final del *baby boom*, cuando la Segunda Guerra Mundial había terminado y la sociedad había vuelto a funcionar. Y, aunque no sé muy bien cómo, es una cosa que marca", es lo que responde cuando se le pregunta cómo la definió el hecho de ser de la generación de los años 60. Tiene un recuerdo de la infancia muy presente: "Yo vivía en Quinta Paredes y venía del colegio en el bus. Pasamos por la Universidad Nacional, me acuerdo bien de que estaba en kínder, y apedrearon el bus. Eso, a los cinco o seis años, marca. No es que sea traumático, pero pone las cosas en contexto". Elegir ser matemática en Colombia en ese entonces era, incluso, más inusual que hacerlo ahora. Aunque se encontró con profesores de Matemáticas en la Nacional, eran pocos —incluyendo hombres— los que en aquella época hablaban de investigación en matemáticas. Alonso y Clara Takahashi, sumados a Jaime Lesmes, fueron quienes la impulsaron, cada uno a su modo, a salir de Colombia y la convencieron de que ser doctora en Matemáticas iba a funcionar. Y tenían razón.

Toro es una mujer didáctica. Eso queda claro en cada una de sus palabras. Hace tres años, cuando ganó el premio, en una entrevista con **El Espectador** le preguntaron cuál había sido su mayor aporte en matemáticas. Ella mencionó dos: "El análisis en dominios irregulares y la existencia de buenas parametrizaciones para subconjuntos del espacio euclidiano". Al insistirle cómo comprender de lo que habla es cuando acude a las imágenes.

"Imagine ver la foto de una montaña y, en la base, un lago. Conoce la temperatura del lago tanto en la superficie como en el fondo, así como varía la temperatura en distintos momentos o lados. Lo que yo busco, a partir de esto, es describir cuáles son las características del lago, si tiene un fondo suave o irregular, si conozco la distribución de la temperatura". Eso, en sus palabras, y sin meterle números ni fórmulas matemáticas, es lo que sería el análisis de dominios irregulares.

Para explicar lo segundo, "las parametrizaciones para subconjuntos del espacio euclidiano", hace un ejercicio parecido. "Imagine estar en su cuarto y hay puntos regados. Puede pensar en moscas suspendidas. Quiere saber cómo acomodar esas moscas en una superficie de plástico. Pero no son diez moscas, sino más y más. Y debo resolver cómo hago para acomodarlas en ese plástico, dependiendo de su superficie". De nuevo, evita ahuyentarlo a uno poniendo ejemplos matemáticos

Aunque uno de los momentos en los que se dio cuenta que su pasión eran las matemáticas fue cuando uno de sus padres mencionó que había olvidado hacer una operación simple —"pensé que era muy triste que las matemáticas se olvidaran"—, Toro no cree que la tecnología esté atrofiando nuestra forma de entenderlas. "Deberíamos poder seguir aprendiendo las tablas de multiplicar o dividir haciendo mercado, sin necesidad de sacar una calculadora". Lo que sí cree, en cambio, es que la tecnología nos ha ido quitando la paciencia y la capacidad de profundizar sobre un solo tema, lo que cambiará la forma de hacer ciencia, no necesariamente para bien o para mal.

Algo que también ha evolucionado, comenta, es la participación de las mujeres en las matemáticas, sobre todo en la parte de la investigación. Cuando ella entró al doctorado era la única mujer de 17, y de los casi cien estudiantes de posgrado, era solo una de las diez mujeres. Hoy en día, se atreve a calcular, la cifra llega hasta un 25 %, por lo menos en los programas de Estados Unidos. El problema, cuenta, no es solo que las puertas para las mujeres estén más cerradas, sino que hay ideas preconcebidas sobre lo que es ser matemático que, quizá, deban cambiar.

"Se cree que en las matemáticas uno hace la mayor parte del trabajo cuando está joven, antes de los cuarenta años. Pero, también, si uno quiere tener hijos, es mejor hacerlo antes de los cuarenta años", sugiere. "Y mientras uno está alimentando a un bebé no puede demostrar teoremas".

Toro es una mujer que habla en el lenguaje de las matemáticas, pero también en el de la pedagogía, los escenarios, la imaginación y la sensibilidad.

FÍSICOS NOTABLES

Ganador del Premio Nobel en Física 1992:

Georges Charpak

Por el invento y desarrollo de detectores de partículas, en particular la cámara multicable (Cámara de hilos).

Fuente: Wikipedia – Biografías y Vidas.

Georges Charpak. Físico polaco nacionalizado francés en 1946. Nació el 8 de marzo de 1924 en Dubrovytsia, Ucrania y falleció el 29 de septiembre de 2010, en París, Francia. Realizó sus estudios en el Instituto Saint Louis de París y en el Instituto Montpelier. Posteriormente, entre 1945 y 1948, fue alumno de la Escuela de Minas, donde consiguió el título de ingeniero civil de minas. Más tarde, se doctoró en Ciencias Físicas en el parisiense College de France.

GEORGES CHARPAK
(1924-2010)

En 1948 inició sus trabajos de investigación en el Centro Nacional de la Investigación Científica, y en 1959 ingresó como físico permanente en el Laboratorio Europeo de Física de Partículas. Desde 1984 fue profesor "Joliot-Curie" de la Escuela Superior de Física y Química de París, doctor honorario de la Universidad de Ginebra, miembro de la Academia Nacional de Estados Unidos y, en 1985, ingresó como miembro de la Academia Francesa de Ciencias.

La carrera de Charpak se desarrolló primero en el sector de la física nuclear y, posteriormente, en el de las partículas de alta energía. El sistema en el que trabajó Charpak permitió seleccionar las interacciones de las pocas partículas que interesan, dentro del posible billón que se desarrollan al mismo tiempo, utilizando la electrónica por medio de la conexión directa a un ordenador. Su aplicación práctica se produjo en muchos terrenos de la física, y se emplea cada vez más en biología y medicina, donde puede utilizarse para detectar rayos X y para luchar contra el cáncer.

En 1989 fue distinguido con el Premio de Física de Partículas y Alta Energía de la Sociedad Europea de Física y el 14 de octubre de 1992 la Academia sueca le concedió el premio Nobel de Física por la invención y desarrollo de detectores de partículas, y en especial por su cámara proporcional de filamentos múltiples.

Georges Charpak

Imágenes obtenidas de:

Google

QUÍMICOS DESTACADOS

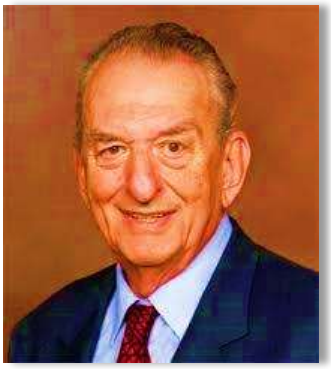
Ganador del Premio Nobel en Química 1994:

George Andrew Olah

Por sus investigaciones sobre los carbocationes, fundamentales en la producción de materiales sintéticos.

FUENTES: Biografías y Vidas – Wikipedia

George Andrew Olah. Químico estadounidense de origen húngaro, galardonado con el premio Nobel en 1994. Nació el 22 de mayo de 1927 en Budapest, Hungría; y falleció el 8 de marzo de 2017 en Bervely Hills, California, EE. UU.



GEORGE ANDREW OLAH (1927-2017)

Se doctoró en la Universidad de Budapest en 1949 y desempeñó diversos cargos en el departamento de química orgánica de la Academia de Ciencias de Hungría.

Tras la ocupación rusa que aplastó el intento revolucionario de 1956 se trasladó a Estados Unidos, donde trabajó en los laboratorios de la Dow Chemical de Ontario, y posteriormente en la Universidad de Cleveland.

En 1994 obtuvo el premio Nobel de Química por sus investigaciones sobre los cationes de carbono o carbocationes. Se trata de fragmentos con carga positiva procedentes de las moléculas de hidrocarburos que sólo se dan durante una fracción de segundo en las reacciones químicas.

Dada la corta vida de los carbocationes, se asumió que nunca podrían observarse ni prepararse en cantidades apreciables, pero, en los años setenta del siglo XX, el equipo del profesor Olah consiguió preparar carbocationes estables utilizando componentes extremadamentes ácidos, mucho más que los "clásicos" como el ácido sulfúrico, que se llamaron genéricamente "superácidos".

El descubrimiento alteró por completo el estudio de los carbocationes, que pudieron analizarse con gran detalle, lo que permitió además preparar fácilmente nuevos componentes orgánicos de forma sencilla y barata. Sus métodos han permitido convertir hidrocarburos de cadena simple, que son combustibles de bajo octanaje y difícilmente degradables, en hidrocarburos ramificados, con más octanos y menos contaminantes.

Asimismo, su trabajo permitió descubrir nuevas reacciones de potencia considerable, que hicieron posible que la industria química pueda controlar reacciones y obtener los productos deseados.

George Andrew Olah

Imágenes obtenidas de:

Google

LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (Entrada 18)

Los 4-vectores (I)

Versión de la publicación hecha por ARMANDO MARTÍNEZ TÉLLEZ el 18 Marzo de 2009
Documento en línea: http://teoria-de-la-relatividad.blogspot.com/2009/03/18-el-calculo-tensorial

Darle a la Teoría Especial de la Relatividad una interpretación geométrica resultó ser el paso crucial que preparó a Einstein para poder concebir la Teoría General de la Relatividad. Para ello, el paso intermedio resultó ser la adopción de lo que matemáticamente conocemos como los **4-vectores**.

Si bien hemos definido el momentum relativista y la energía relativista, es lógico suponer que ambas cantidades tomadas independientemente la una de la otra no permanecerán invariantes al pasar de un marco de referencia a otro. Podemos esperar que el simple momentum relativista $P = \gamma m_0 u$ cambie al pasar de un marco de referencia a otro en virtud de que con el cambio del marco de referencia la velocidad u de un cuerpo ya no será la misma para distintos observadores. Y de la energía relativista podemos afirmar otro tanto similar. Requerimos, pues, establecer las ecuaciones de transformación con las cuales dados el momentum relativista y la energía relativista de un cuerpo en cierto marco de referencia podamos obtener el momentum relativista y la energía relativista del mismo cuerpo en otro marco de referencia.

PROBLEMA: *Obtener las transformaciones del momentum y la energía que deben ser utilizadas al pasar de un marco de referencia a otro cuando ambos marcos están moviéndose el uno con respecto al otro a una velocidad relativa V con respecto a sus ejes comunes alineados en x. Obtener asimismo las transformaciones inversas.*

En el caso de la energía, puesto que la energía es una cantidad escalar que no posee dirección y sentido, sólo requerimos de una ecuación de transformación. En cambio el momentum, por ser una cantidad vectorial que definitivamente posee dirección y sentido, este momentum **p** tendrá tres componentes distintas en un sistema de coordenadas rectangulares (Cartesiano) que serán el triplete (p_x, p_y, p_z).

Ya habíamos visto que el momentum relativista (dentro del marco de referencia S de un observador en reposo) de un cuerpo con *masa propia* m_0 moviéndose a una velocidad u está dado por la relación:

$$p = \gamma m_0 u^2 = m_0 u^2/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

Por otro lado, ya habíamos visto también que la energía *total* del mismo cuerpo moviéndose a esa velocidad u está dada por la relación:

$$E = \gamma m_0 c^2 = m_0 c^2/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

Vamos a poner ahora a dicho cuerpo en un marco de referencia que está moviéndose a una velocidad V a lo largo del eje-x, dentro del cual el cuerpo tendrá una velocidad u'. Es importante recordar que esta velocidad u' es una velocidad que no está confinada única y exclusivamente al eje-x, ya que puede tener componentes en los otros dos ejes que sumados vectorialmente nos dan la velocidad resultante u en el marco de referencia S':

$$(u')^2 = (u'_x)^2 + (u'_y)^2 + (u'_z)^2$$

Obviamente, y del mismo modo, en el marco de referencia S:

$$(u)^2 = (u_x)^2 + (u_y)^2 + (u_z)^2$$

Adoptaremos ahora una convención a la que nos aferraremos rígidamente. El símbolo γ lo reservaremos única y exclusivamente para denotar el movimiento relativo entre ambos marcos de referencia a lo largo de sus ejes comunes en la abscisa x a una velocidad V, o sea:

$$\gamma = /\sqrt{1 - V^2/c^2}$$

Lo anterior significa que, *en ningún momento*, intentaremos utilizar el símbolo γ para representar ya sea:

$1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$ ó $1/\sqrt{1 - (u')^2/c^2}$

Estas últimas dos expresiones las dejaremos *tal cual*. Esta aclaración es importante porque el tratar de asignarles el símbolo γ a cualquiera de ellas (o ambas) puede ser causa de confusión posterior dificultando las derivaciones que estamos tratando de llevar a cabo.

Las componentes en un sistema de coordenadas rectangulares de la velocidad u del cuerpo en el marco de referencia S están relacionadas con las componentes en un sistema de coordenadas rectangulares de la velocidad u' del cuerpo en el marco de referencia S' de acuerdo con la *suma relativista de velocidades* que ya habíamos estudiado con anterioridad:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}$$

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + \frac{vu'_x}{c^2})}$$

$$u_z = \frac{u'_z}{\gamma(1 + \frac{vu'_x}{c^2})}$$

Dada la similitud de los cálculos algebraicos requeridos para obtener las transformaciones de momentum y energía de un marco de referencia a otro, llevaremos a cabo aquí una manipulación general que servirá para ambos casos. Podemos ver de ambas relaciones para el momentum y la energía que requerimos poner el denominador de ambas:

$$1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

en función de u'_x, u'_y y de u'_z, haciéndolo a través de u. Empezaremos primero por la relación:

$$u^2 = (u_x)^2 + (u_y)^2 + (u_z)^2$$

introduciendo en la misma las tres transformaciones dadas arriba para la suma relativista de velocidades en cada uno de los tres ejes:

$$u^2 = \left[\frac{u'_x + V}{1 + Vu'_x/c^2}\right]^2 + \left[\frac{u'_y}{\gamma(1 + Vu'_x/c^2)}\right]^2 + \left[\frac{u'_z}{\gamma(1 + Vu'_x/c^2)}\right]^2$$

Elevando al cuadrado el lado derecho y poniendo todo bajo común denominador:

$$u^2 = \frac{\gamma^2(u'_x + V)^2 + u'^2_y + u'^2_z}{\gamma^2(1 + Vu'_x/c^2)^2}$$

Entonces:

$$1 - \frac{u^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\gamma^2(u'_x + V)^2 + u'^2_y + u'^2_z}{\gamma^2(1 + Vu'_x/c^2)^2}\right)$$

En el lado derecho de la igualdad, después de haber puesto todo bajo un común denominador, tenemos el siguiente numerador:

$$\gamma^2c^2\,(1 + Vu'_x/c^2)^2 - \gamma^2\,(u'_x + V)^2 - u'^2_y - u'^2_z$$

Como paso intermedio de simplificación, factorizaremos ahora a γ sacándolo del camino:

$$\gamma^2[c^2\,(1 + Vu'_x/c^2)^2 - (u'_x + V)^2 - u'^2_y/\gamma^2 - u'^2_z/\gamma^2]$$

Dentro de los paréntesis cuadrados, en relación a los dos últimos términos, tenemos $1/\gamma^2$, que es igual a:

$$1/\gamma^2 = 1 - V^2/c^2$$

con lo cual:

$$\gamma^2[c^2\,(1 + Vu'_x/c^2)^2 - (u'_x + V)^2 - u'^2_y(1 - V^2/c^2) - u'^2_z(1 - V^2/c^2)]$$

Expandiendo los binomios cuadráticos y removiendo paréntesis:

$$\gamma^2[c^2 + 2Vu'_x + V^2u'^2_x/c^2 - u'^2_x - 2u'_xV - V^2 - u'^2_y + V^2u'^2_y/c^2 - u'^2_z + V^2u'^2_z/c^2\ ]$$

$$\gamma^2[c^2 - V^2 + V^2u'^2_x/c^2 - u'^2_x - u'^2_y + V^2u'^2_y/c^2 - u'^2_z + V^2u'^2_z/c^2]$$

$$\gamma^2[c^2 - V^2 + (u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z)V^2/c^2 - (u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z)]$$

Para continuar simplificando el numerador, recurrimos a la relación dada arriba:

$$(u'_x)^2 + (u'_y)^2 + (u'_z)^2 = (u')^2$$

con lo cual podemos continuar adelante con la simplificación:

$$\gamma^2[c^2 - V^2 + u'^2V^2/c^2 - u'^2)]$$

$$\gamma^2[c^2 - V^2 - u'^2(1 - V^2/c^2)]$$

$$\gamma^2[c^2(1 - V^2/c^2) - u'^2(1 - V^2/c^2)]$$

$$\gamma^2[(1 - V^2/c^2)(c^2 - u'^2)]$$

$$\gamma^2c^2(1 - V^2/c^2)(1 - u'^2/c^2)$$

Poniendo este numerador simplificado sobre el denominador:

$$\gamma^2c^2\,(1 + Vu'^2_x/c^2)^2$$

entonces tras cancelarse mutuamente los factores γ^2c^2 que hay arriba en el numerador y abajo en el denominador tenemos lo siguiente:

$$1 - \frac{u^2}{c^2} = \frac{(1 - V^2/c^2)(1 - u'^2/c^2)}{(1 + Vu'_x/c^2)^2}$$

Invirtiendo ambos miembros de la igualdad y extrayendo raíz cuadrada:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1+Vu'_x/c^2}{(\sqrt{1-V^2/c^2})(\sqrt{1-u'^2/c^2})}$$

Restableciendo la cantidad **γ** subiendo $\sqrt{1 - V^2/c^2}$ al numerador para formar $1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\gamma(1+Vu'_x/c^2)}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

Con esto, encontramos que la componente del momentum sobre el eje-x, P_x, que está definida por la siguiente relación:

$$P_x = \frac{mu_x}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

toma la siguiente forma con el resultado que obtuvimos arriba para $1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$:

$$P_x = \frac{m(u'_x+V)}{(1+Vu'_x/c^2)} \frac{\gamma(1+Vu'_x/c^2)}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

$$P_x = \frac{\gamma m(u'_x+V)}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

Teniendo en mente que el desplazamiento relativo entre los marcos de referencia S y S' ocurre únicamente a lo largo del eje-x, la componente del momentum sobre el eje-y, P_y, está dada por:

$$P_y = \frac{mu_y}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$P_y = \frac{mu'_y}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

Finalmente, la componente del momentum sobre el eje-z, P_z, está dada por:

$$P_z = \frac{mu_z}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$P_z = \frac{mu'_z}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

En lo que respecta a la energía relativista, tenemos lo siguiente:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$E = \frac{\gamma mc^2(1+Vu'_x/c^2)}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

Utilizando las expresiones para el momentum y la energía en el marco de referencia S', las expresiones anteriores pueden ser escritas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_x &= \gamma(P'_x + \frac{VE'}{c^2}) \\ P_y &= P'_y \\ P_z &= P'_z \\ E &= \gamma(E' + VP'_x) \end{aligned}$$

Para obtener las transformaciones *inversas* simplemente despejamos de las transformaciones de energía y momentum obteniendo de este modo lo siguiente:

$$\begin{aligned} P'_x &= \gamma(P_x - \frac{VE}{c^2}) \\ P'_y &= P_y \\ P'_z &= P_z \\ E' &= \gamma(E - VP_x) \end{aligned}$$

Las leyes de transformación para la energía y el momentum de un marco de referencia a otro no son difíciles de recordar en virtud de que son similares a las ecuaciones de transformación de Lorentz para la longitud y el tiempo. Comparemos las **leyes de transformación para la energía y el momentum** de un marco de referencia S a otro marco de referencia S':

$$E = \gamma(E' + Vp'_x)$$
$$p_y = p'_y$$
$$p_z = p'_z$$
$$p_x = \gamma(p'_x + VE'/c^2)$$

con las **ecuaciones de transformación de Lorentz**:

$$x = \gamma(x' + Vt')$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = \gamma(t' + Vx'/c^2)$$

Aunque se trata de cantidades físicas distintas, obsérvese la similitud entre ambos conjuntos de transformaciones. p_x se transforma como la coordenada espacial x, y la energía E se transforma como c^2t. Esto nos hace sospechar que hay algo común *de fondo* en la similitud que hemos obtenido en las transformaciones.

Puesto que el tiempo y el espacio, ambos conceptos independientes en la física clásica, han sido unificados bajo un solo concepto en la interpretación geométrica de Minkowski de la Teoría Especial de la Relatividad, el concepto del espacio-tiempo, y han sido agrupados como componentes iguales bajo un solo vector cuatri-dimensional:

$$[ct, x, y, z]$$

entonces, ¿por qué no hacer lo mismo con el momentum y la energía relativistas, agrupándolos en igualdad de condiciones como los cuatro componentes de un vector cuatri-dimensional? Esto es precisamente lo que se ha hecho, adoptándose el uso del *4-vector* energía-momentum conocido también como el **4-momentum**:

$$P = [E/c, p_x, p_y, p_z]$$

simbolizado con una letra **P** mayúscula, el cual también puede ser escrito como:

$$[E, p_xc, p_yc, p_zc]$$

En ambos casos, las cuatro componentes del 4-vector energía-momentum ó **4-momentum** deben tener la misma dimensión, ya sea de momentum o de energía.

Si escribimos las leyes de transformación del *4-vector* energía-momentum utilizando notación de *vectores columna*:

$$\begin{bmatrix} E' \\ p_x'c \\ p_y'c \\ p_z'c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma E - \beta\gamma p_x c \\ -\beta\gamma E + \gamma p_x c \\ p_y c \\ p_z c \end{bmatrix}$$

entonces resulta obvio que podemos reescribir el lado derecho de esta ecuación vectorial como un *producto de matrices*:

$$\begin{bmatrix} E' \\ p_x'c \\ p_y'c \\ p_z'c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ p_x c \\ p_y c \\ p_z c \end{bmatrix}$$

que representa el siguiente sistema de ecuaciones:

$$E' = \gamma E - \beta\gamma p_x c + 0p_y c + 0p_z c$$
$$p_x'c = -\beta\gamma E + \gamma p_x c + 0p_y c + 0p_z c$$
$$p_y'c = 0E + 0p_x c + 1p_y c + 0p_z c$$
$$p_z'c = 0E + 0p_x c + 0p_y c + 1p_z c$$

Esto amerita ser contrastado con la representación matricial de la transformación del *4-vector* espacio-tiempo en un sistema de referencia S a un sistema de referencia S':

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Tanto en el caso en el que se involucra a 4-vectores energía-momentum como el caso en el que se involucra a 4-vectores espacio-tiempo bajo un esquema Lorentziano, **la matriz de transformación resulta ser exactamente la misma**.

De este modo, las definiciones como se han estado dando y las matemáticas del asunto nos indican que, de modo natural, *todo lo que tiene que ver con la Teoría Especial de la Relatividad puede y debe ser manejado bajo un espacio cuatri-dimensional*.

El haber juntado a la energía y el momentum como las cuatro componentes de un *4-vector* está justificado también por la nueva *invariante* que nos produce. Ya habíamos anteriormente la siguiente expresión que nos relaciona la energía total de energía E de un cuerpo con la magnitud de su cantidad de movimiento p y su energía en reposo m_0c^2:

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2$$

Despejaremos a continuación el lado derecho de la ecuación dejando únicamente a la masa en reposo de dicho lado:

$$E^2 - (pc)^2 = (m_0c^2)^2$$

El siguiente paso será dividir ambos miembros de la igualdad entre c^2 obteniendo:

$$(E/c)^2 - p^2 = m_0^2c^2$$

Del lado derecho tenemos el producto de dos cantidades invariantes, porque la *masa propia* m_0 de un cuerpo debe ser la misma en cualquier sistema de referencia, y la velocidad de la luz c también es una invariante absoluta de acuerdo con el segundo postulado de la Teoría Especial de la Relatividad. Entonces el lado derecho de la ecuación es una invariante, y en virtud de la igualdad el lado izquierdo de la ecuación también debe ser una cantidad invariante. Esto significa que para dos sistemas de referencia distintos S y S' en los cuales para el mismo cuerpo:

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2$$

$$E'^2 = (p'c)^2 + (m_0c^2)^2$$

debemos tener:

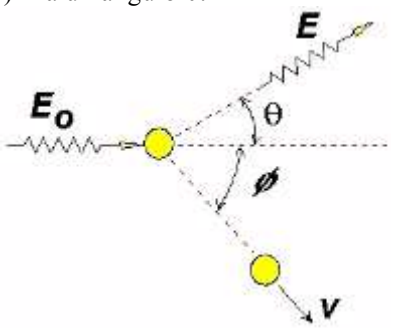
$$E^2 - (pc)^2 = E'^2 - (p'c)^2$$

o bien:

$$(E/c)^2 - p^2 = (E'/c)^2 - p'^2$$

Al haber obtenido una nueva invariante, además de otras que iremos obteniendo al adentrarnos en el tema de la Teoría General de la Relatividad, debe irse despejando la creencia de que en la Teoría de la Relatividad todo es relativo. Aunque el movimiento dejó de ser absoluto, Einstein introdujo un nuevo absoluto en su segundo postulado, la velocidad de la luz, tras lo cual fueron apareciendo nuevos absolutos como las invariantes que hemos estado descubriendo. Es falso, pues, que en la Teoría de la Relatividad todo es relativo.

La representación combinada de la energía y el momentum relativistas en un 4-vector nos resume dos principios fundamentales de la dinámica, la conservación del momentum y la conservación de la energía, en un solo paquete. Igualando los componentes de un 4-vector antes y después de un choque o de una interacción podemos resolver los problemas que requieren de dichos principios para su resolución. Un ejemplo de tales problemas es el de un fotón de energía E_0 que choca contra un electrón inicialmente en reposo, saliendo en retroceso el electrón a un ángulo φ y a una velocidad V, mientras que el fotón es dispersado con una energía (menor) E a un ángulo θ:



Continúa en el próximo número…

"Todas las teorías por las que recibimos premios Nobel serán reemplazadas". Entrevista a David Gross, Premio Nobel de Física de 2004.

Nuestra fascinación por los universos paralelos se vino abajo en esta entrevista con David Gross: "El multiverso es una excusa barata para rendirse", nos dijo el premio Nobel de Física tras explicar su visión sobre la teoría de cuerdas o el Big Bang.

Entrevista realizada por MANUEL ANSEDE - @manuelansede - para Ventana al Conocimiento

Elaborado por Materia para OpenMind

**DAVID GROSS EN "LA NOCHE DE LA CIENCIA", NOVIEMBRE 2015 EN MADRID.
CRÉDITO FOTO: ABEL VALDENEBRO.**

Con tiempo, paciencia y un buen microscopio, podrías contar los átomos de tu cuerpo. Son cuatrillones y cuatrillones. En el caso de una persona de 70 kilogramos, el número sería un 7 seguido de 27 ceros, en su inmensa mayoría átomos de hidrógeno, oxígeno, carbono y nitrógeno. David Gross, nacido en Washington hace 74 años, descubrió qué hace que esos átomos se mantengan juntos y por ello ganó el premio Nobel de Física de 2004. La culpable, desveló, es la libertad asintótica, una fuerza de atracción que actúa en el mundo microscópico de los quarks —los ladrillos indivisibles de la materia— y es contraria al sentido común: crece con la distancia, como el amor de dos personas que se echan de menos cuando están separadas y no se aguantan cuando están juntas. Hoy, Gross sigue investigando como físico de partículas y experto en la teoría de cuerdas en la Universidad de California.

P: Usted suele subrayar que hay confusión en las fronteras de la física y que tenemos un gran problema. ¿Por qué?

R: En las fronteras del conocimiento, siempre hay confusión. Después de todo, cuando hablamos de las fronteras del conocimiento nos referimos a la línea que divide lo que sabemos y lo que no sabemos. Lo que no sabemos siempre es confuso. Tenemos grandes preguntas, por ejemplo cómo empezó el universo. Con preguntas como esa, uno está muy confuso. Entender cómo empezó el universo. En los límites del conocimiento siempre estamos confusos, casi por definición. En la actualidad, en física fundamental nos enfrentamos a muchas preguntas fascinantes y difíciles, y por supuesto estamos confusos si no conocemos las respuestas. Intentamos avanzar con especulaciones, ideas sobre lo que podrían ser las respuestas, pero a menudo resultan incorrectas y al final estamos más confusos. La confusión puede ser muy saludable, porque nos estimula a pensar hacia nuevas direcciones y llegar a nuevas ideas.

P: ¿Qué es la libertad asintótica y por qué su descubrimiento merece un Nobel?

R: La libertad asintótica es el nombre que pusimos a una cierta propiedad de lo que resultó ser la teoría de la fuerza nuclear: la fuerza que mantiene los núcleos juntos, la fuerza que mantiene al protón y al neutrón dentro del núcleo. En realidad, la fuerza que explica los protones, los neutrones, los núcleos que forman el centro de nuestros átomos desde el punto de vista de unas partículas que nunca hemos visto, llamadas quarks. Se pensó en los quarks porque eran una bonita manera de clasificar estas partículas (protones, neutrones…), pero nadie ha conseguido nunca producir un quark. Da igual la fuerza con la que choques protones. Los quarks nunca aparecen. Y si estuvieran dentro deberían aparecer. Otra cosa misteriosa en los experimentos fue que si mirabas con muy buenos microscopios, en periodos muy cortos de tiempo, los quarks parecían moverse libremente dentro del protón. ¿Si se movían libremente por qué no salían? Todo era muy confuso.

P: ¿Y qué hicieron?

R: Lo que descubrimos fue que un cierto tipo de fuerza, una especie de generalización de electricidad y magnetismo, podía explicar los dos fenómenos. Con este tipo de fuerza, la atracción entre los quarks era muy débil a distancias cortas, por eso la bautizamos como libertad asintótica. A distancias cortas, los quarks se mueven libremente. Si separas los quarks, la fuerza se vuelve cada vez más intensa. Tan intensa que no puedes sacar los quarks del protón. Por eso no se pueden sacar los quarks para verlos. Esta teoría ha demostrado tener un enorme éxito para explicar las fuerzas nucleares y nos ha permitido entender de dónde viene nuestra masa. Tu masa, en realidad, es simplemente la energía de los quarks moviéndose dentro de los protones que te componen y se mantienen juntos gracias a esta fuerza que crece con la distancia y disminuye cuando juntas los quarks.

P: ¿Cuáles son las limitaciones actuales de la teoría del Big Bang?

R: El nombre de la teoría del Big Bang fue concebido por una de las personas que pensaba que era una teoría descabellada, tan descabellada que la llamó teoría del Big Bang. La teoría, esencialmente, dice que en algún momento de la historia del universo había un gas muy denso y caliente en el que estaban todos los elementos y partículas que existían, y que se expandía de acuerdo con las leyes de la relatividad general. Esa parte de la teoría del Big Bang se ha probado empíricamente con experimentos y observaciones.

P: ¿Qué pasó antes?

R: Una parte más reciente de la teoría es que antes de esa bola de fuego caliente empezara a expandirse hubo un periodo en el que el universo aceleró enormemente su expansión, en un fenómeno llamado inflación. Esa inflación ocurrió antes, el universo se expandió rápidamente y toda esa energía de expansión se convirtió en radiación y materia caliente, en el principio del Big Bang. Esta parte de la historia, el Big Bang inflacionario, también se ha confirmado en los últimos años mediante la observación de la radiación de fondo de microondas. Esta teoría se mantiene en pie de una manera bella y con unos pocos parámetros explica la mayor parte de la historia del universo, excepto qué pasó al principio del todo, qué causó esta rápida inflación y cómo empezó el universo. Así que en la actualidad tenemos que mirar incluso más atrás en la historia del universo, a sus primeros momentos, e intentar entender qué podría significar una teoría del origen del universo. Este es el mayor desafío: entender esa historia inflacionaria y el origen real del universo, por qué empezó como empezó.

P: ¿Y usted qué piensa?

R: Creo que es muy confuso. A menudo, la física llega a un punto en el que empieza a hacer preguntas que son totalmente nuevas, en el sentido de que nunca se han hecho cuestiones de una naturaleza similar. El origen del universo es una pregunta que solía ser una pregunta religiosa o filosófica, pero ahora se ha convertido en una pregunta científica. No sabemos qué tipo de marco se necesita para explicar el origen del universo. No estoy seguro de que estemos listos para responder una pregunta así, de que nuestro marco conceptual sea capaz de responder a esa cuestión. De hecho, lo más probable es que no, si no ya tendríamos una respuesta. Muchos de los problemas en los que estamos trabajando, intentando entender el matrimonio entre la mecánica cuántica y la teoría de la gravedad de Einstein, están relacionados precisamente con esta cuestión, cuál fue el origen del universo.

P: ¿Usted necesita a Dios en sus ecuaciones?

R: Hasta la fecha, no. Ni siquiera estamos seguros de qué significa. Hay algunas preguntas, por supuesto, que la gente se hace y que no aborda la física, incluso con los enormes avances que se han conseguido en los últimos siglos. Son preguntas como "¿por qué hay algo en lugar de nada?", que a menudo invocan lo sobrenatural, Dios o la fe. Desde mi punto de vista, no estoy particularmente interesado en estas preguntas, porque no se pueden abordar con observaciones, mediciones o teoría matemática. En otras palabras, no son preguntas científicas. Estas preguntas tienden a no tener respuesta. A mí me interesan mucho más preguntas que tienen respuesta, las que la ciencia puede abordar.

P: ¿Qué opina de la teoría de cuerdas? ¿Puede proporcionar respuestas a las limitaciones de la teoría del Big Bang, por ejemplo?

R: La teoría de cuerdas es una nueva aproximación que empezó hace unos 40 años para intentar entender la organización fundamental de la naturaleza, no en términos de partículas como si fueran puntos y las fuerzas entre ellas, que es la manera en la que entendemos la fuerza nuclear, por ejemplo. La teoría de la fuerza nuclear es la teoría de cómo los quarks, partículas puntuales, interactúan. Cuando se construía la teoría de cuerdas, se suponía que iba a ser una teoría para objetos extendidos, cuerdas, no puntos. Este enfoque nos ha enseñado muchas cosas sobre cómo se debe construir una teoría unificada de todas las fuerzas, incluyendo la gravedad.

P: ¿La teoría de cuerdas ya está bien definida?

R: La teoría de cuerdas es un viaje, en realidad no es una cosa completa, estamos a mitad de camino para entender qué es la teoría de cuerdas, porque en realidad hemos descubierto en los últimos años que la teoría de cuerdas y nuestras teorías de partículas están conectadas en un marco increíblemente rico y que parece tener la capacidad de satisfacer dos de los principales objetivos de la física fundamental en la actualidad: unificar todas las fuerzas de la naturaleza (las tres fuerzas que actúan en el átomo y el núcleo y la fuerza de la gravedad) y entender cómo la teoría de Einstein de un espacio-tiempo dinámico de la relatividad general y la mecánica cuántica pueden convivir pacíficamente. Algunas de las preguntas fundamentales que nos hacemos, por ejemplo cómo comenzó el universo o cuál fue la fuente del Big Bang, requerirán este matrimonio y esta teoría unificada, pero todavía no conocemos las respuestas. Lo que no se puede negar es que la teoría de cuerdas nos ha dado muchísimas ideas y nos ha señalado el camino hacia una teoría unificada de las fuerzas de la naturaleza y la comprensión de la gravedad cuántica.

P: Usted dice que la Física necesita una revolución.

R: La Física siempre necesita una revolución, porque incluso si entendemos algo extremadamente bien normalmente nos topamos con nuevas preguntas, que requieren nuevas ideas, nuevos constructos y nuevos desarrollos. En mi opinión, las preguntas a las que nos enfrentamos en la actualidad para entender la verdadera dinámica cuántica del espacio y el tiempo, para entender el principio del universo, serán preguntas que probablemente requerirán nuevos y revolucionarios conceptos. Puede que me equivoque. Puede que existan ya suficientes herramientas para responder a estas preguntas pero todavía no hemos hallado cómo usarlas. Pero también puede ocurrir que simplemente no dispongamos de los conceptos adecuados.

P: ¿Lo que sabemos está equivocado?

R: La Física, a lo largo de los siglos, ha visto constantemente surgir ideas valiosas tras otros fracasos, y han sido reemplazadas por algo que al principio parecía una completa locura. Hoy celebramos la teoría de la gravedad de Einstein, que esencialmente fue una revolución en la manera en la que pensamos en el espacio y en el tiempo y respecto a la teoría de la gravedad de Newton. Y todavía usamos la teoría de la gravedad de Newton todo el rato. Si enviamos una nave espacial a la Luna, utilizamos a Newton, no necesitamos a Einstein. Newton es una buena aproximación. Y todas las teorías de las que ahora estamos tan orgullosos, porque funcionan tan bien y por las que recibimos premios Nobel, serán reemplazadas por otras teorías todavía mejores para las que las actuales teorías son aproximaciones extremadamente buenas.

P: Usted firmó el Manifiesto Humanista. ¿Por qué?

R: El Manifiesto Humanista que firmé es un manifiesto que argumenta que los valores humanistas de cuidar a otras personas, trabajar por el bien común, etcétera, se pueden abrazar sin necesariamente adscribirse a una determinada fe religiosa. El humanismo es el nombre de la idea de que uno puede tener valores morales sin necesariamente ser miembro de una iglesia o creer en una religión concreta. Uno puede ser ateo y ser un ser humano moral. Hasta cierto punto esto es una réplica al argumento de algunas religiones de que para ser buena persona, con moral y buen comportamiento, hay que ser religioso y por lo tanto la gente que no cree en dios no puede ser buena gente, con un comportamiento moral. Yo creo profundamente en este manifiesto y por eso lo firmé.

P: ¿Qué opina de la posible existencia de un multiverso, con muchos universos paralelos?

R: El concepto del multiverso se basa en unas pocas proposiciones, todas muy especulativas. Una de ellas sostiene que las leyes de la naturaleza son consistentes con la existencia de muchos universos con los que no podemos tener una conexión directa. Si estuviéramos conectados, lo sabríamos, pero no lo estamos y no podemos estarlo. Es bastante interesante, a menos que… En el concepto moderno de multiverso, las leyes de la física implicarían que las diferentes porciones del multiverso evolucionarían en universos separados. En la moderna teoría inflacionaria del Big Bang uno puede argumentar, y muchos lo hacen, que esto es lo que pasa: diferentes partes de un universo mayor se pueden expandir y convertirse en lo que nosotros ahora consideramos el universo observable. En tiempos más recientes esto se ha hecho más popular, porque en la teoría de cuerdas, en la búsqueda de una teoría unificada, parecen existir muchas, muchas soluciones. Esto es lo que los físicos quieren decir con la idea del multiverso. Es una vieja idea. Ya en el siglo XIX se hablaba de muchos universos, pero sin estos argumentos físicos más armados.

P: ¿Le convence la idea?

R: A mí no me convence esta idea por muchas razones. Una de ellas es que las bases científicas, la inflación cósmica y la teoría de cuerdas, son muy débiles. Y, en segundo lugar, sospecho que una de las implicaciones del multiverso es más desagradable para mí: que muchas de las características de nuestro universo observable, el que realmente podemos ver, no se podrían calcular, serían simplemente accidentes ambientales. El valor de algunas constantes fundamentales de la naturaleza serían diferentes en diferentes partes del multiverso, y no podríamos saber nada nunca de ellas directamente. Me parece un poco una excusa barata para rendirse.

O sea que cree que el multiverso es una rendición.

Einstein una vez describió el objetivo de la Física como ser capaz de calcular todo a partir de principios fundamentales. En Física hemos tenido mucho éxito en hacer esto. Rendirse en este punto es una derrota, decir que “bueno, hay un número infinito de universos, puede pasar cualquier cosa”. Creo que deberíamos continuar, que no hay razón para que no seamos capaces de entender las propiedades de este universo, el único universo que podemos observar y con el que podemos comunicarnos.

Nuevas técnicas para estudiar mezclas de fluidos turbulentos.

Un trabajo postula una estrategia, matemáticamente innovadora, para abordar y resolver las ecuaciones relajadas.

Versión del artículo original de ÁNGEL CASTRO y DIEGO CÓRDOBA

TOMADO DE: El País – España / Sección Café y Teoremas – 7 de abril de 2021

LÁSZLÓ SZÉKELYHIDI.
UNO DE LOS DESCUBRIDORES DE QUE LA TEORÍA DE INTEGRACIÓN CONVEXA PODÍA SER ADAPTADA A LA MECÁNICA DE FLUIDOS.

Ángel Castro y Diego Córdoba son investigadores del ICMAT, Daniel Faraco es profesor de la Universidad Autónoma de Madrid y miembro del ICMAT.

Café y Teoremas *es una sección dedicada a las matemáticas y al entorno en el que se crean, coordinado por el Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), en la que los investigadores y miembros del centro describen los últimos avances de esta disciplina, comparten puntos de encuentro entre las matemáticas y otras expresiones sociales y culturales y recuerdan a quienes marcaron su desarrollo y supieron transformar café en teoremas. El nombre evoca la definición del matemático húngaro Alfred Rényi: "Un matemático es una máquina que transforma café en teoremas". Edición y coordinación: Ágata A. Timón G-Longoria (ICMAT).*

Uno de los grandes logros de las matemáticas es ofrecer modelos que predicen la evolución de sistemas físicos basados en principios básicos. Desde tiempos de Isaac Newton, las llamadas ecuaciones diferenciales constituyen uno de los modelos más eficaces. Para estudiar estas ecuaciones habitualmente se emplean métodos avanzados de la teoría de ecuaciones en derivadas parciales, bien entendidos por los investigadores. Pero cuando aparecen situaciones inestables, estos fallan. Es necesario, por tanto, inventar enfoques radicalmente distintos, cuyo desarrollo es un reto de la investigación actual.

Las inestabilidades aparecen constantemente tanto en la teoría matemática como en la naturaleza. Un ejemplo es la evolución de dos fluidos distintos que se mezclan, como el agua y el vino, o el agua y el petróleo. Esta última situación –especialmente, cuando sucede en un medio poroso– tiene una gran importancia práctica. En 1930 el ingeniero Morris Muskat buscaba la forma de extraer petróleo mediante la inyección en la tierra de agua a presión. Para modelizar la evolución de los fluidos ideó un sistema de tres ecuaciones en derivadas parciales acopladas, que se corresponden a la ley de conservación de la masa, la conservación del volumen ocupado por los fluidos (incompresibles) y la ley (constitutiva) de Darcy. Esta última postula que, en un medio poroso, la velocidad del flujo es proporcional a la suma de las fuerzas que actúan sobre él; en este caso, la presión y la gravedad.

La resolución de estas ecuaciones, que es lo que hoy en día conocemos como el problema de Muskat, entraña una dificultad especial en el caso en el que el fluido más denso yace por encima del otro, debido a que la fuerza la gravedad introduce una inestabilidad (la de Rayleigh-Taylor) en el sistema, que provoca que los métodos clásicos no se puedan aplicar.

Recientemente se ha conseguido hallar soluciones al problema. Estas soluciones predicen la formación de una zona donde los fluidos se mezclan desarrollando un extraño, caótico e irregular patrón llamado "dedos viscosos", observado experimentalmente. De alguna manera, las soluciones encuentran cierto orden en la turbulencia, prediciendo el tamaño y forma de esta zona de mezcla.

Para llegar a estas soluciones ha sido clave la respuesta a un famoso problema en geometría diferencial, sobre deformaciones de la esfera. Es fácil reducir una esfera de radio uno a otra de radio 0.25 simplemente encogiéndola. También parece fácil meter una esfera de radio uno en una de 0.25 sin encogerla si nos permiten arrugarla mucho. Pero ¿qué pasa si no nos permiten ni encogerla ni arrugarla mucho? ¿Podemos todavía meter una en la otra? En los años 50 del siglo pasado, el matemático John Nash demostró que sí, se puede deformar la esfera de radio uno para meterla dentro de una de radio tan pequeño como se quiera sin que aparezcan esquinas o arrugas muy pronunciadas y sin encogerla, mediante infinitas dobleces cuidadosamente seleccionadas.

Este resultado imposible constituyó el embrión de un nuevo concepto matemático, la integración convexa, crucial desde entonces en la geometría diferencial. En 2008, dos jóvenes matemáticos, Camillo De Lellis y László Székelyhidi Jr., descubrieron que la teoría de integración convexa podía ser adaptada a la mecánica de fluidos. Con ella, obtuvieron nuevas soluciones para las ecuaciones de Euler (la ecuación madre de todas las ecuaciones de fluidos) con un comportamiento sorprendente y que fueron bautizadas como "soluciones salvajes", debido a su irregularidad. Su construcción es una auténtica obra de orfebrería matemática y ha dado lugar a herramientas que permiten atacar otros problemas, como por ejemplo el del régimen inestable de Muskat.

Desde un punto de vista físico, la clave es la dualidad entre la descripción macroscópica y microscópica del fluido. Macroscópicamente la evolución es la de un movimiento clásico: el fluido más pesado va intercambiándose poco a poco con el más ligero. Microscópicamente la evolución es altamente irregular y describe un patrón semejante al que está presente en la elaboración de modernos metamateriales. Volviendo a las ideas de Nash, la interpretación macroscópica del fluido se corresponde con el encogimiento natural de la esfera que no preserva las distancias, y la versión microscópica a los dobleces de Nash.

En los regímenes turbulentos el comportamiento macroscópico de las soluciones viene descrito por la *relajación* –es decir, menor exigencia– de las relaciones no lineales del problema. En la versión macroscópica del problema Muskat, la relación de flujo igual a masa por velocidad se substituye por flujo "no demasiado distinto" de masa por velocidad. De forma rigurosa esta relación se expresa geométricamente imponiendo que el flujo, la velocidad y la densidad pertenezcan a un conjunto de cinco dimensiones conocido como la relajación del problema de Muskat.

Por tanto, el primer objetivo es entender la geometría de este espacio. Tras este análisis puramente geométrico las dificultades continúan, porque no existe teoría para resolver las nuevas *ecuaciones relajadas*. Sin embargo, en un trabajo que saldrá publicado en la revista *Inventiones Mathematicae* se ha postulado una estrategia, matemáticamente innovadora, para abordar y resolver dichas ecuaciones relajadas.

De este modo, el programa que estamos desarrollando propone una manera sistemática de abordar problemas físicamente inestables, que hasta este momento eran inaccesibles para la teoría. Por supuesto, estos trabajos generan nuevas preguntas fascinantes: ¿debemos modificar las tradicionales relaciones constitutivas en regímenes turbulentos?, ¿podemos llegar a nuevos conceptos en física teórica a partir de estas soluciones salvajes?… Como siempre ocurre en ciencia, una respuesta es la puerta para mil preguntas nuevas.

"Economía" es algo que está más allá o más acá del dinero

Por: Dr. ALEXANDER MORENO (UCV – UPEL)

Hay paradojas en el medio de la cotidianidad y en el medio científico.

Nos referiremos en este texto al uso de la palabra "economía". Este significante es usado en uno y en otro medio, de la manera más miope imaginable. Es una expresión sometida a una simplificación de dimensiones extraordinarias. Normal y gruesamente se asocia a los procesos materiales de producción y distribución de bienes y servicios. Claro, como palabra de uso vulgar, cotidiano, y como categoría científico-social, "economía" guarda -ciertamente- una relación importante con los recién referidos procesos; pero quedarse en ese puntual asunto lleva consigo para el respectivo usuario una visión harto restringida del campo.

Viene al caso anotar que si en el siglo XX hubo un aporte extraordinario del mundo de la filosofía al mundo de la ciencia, éste fue sin duda la ideación de **la teoría general de sistemas** (la cual halla en el trabajo de Ludwig von Bertalanffy, 1901-1972, su máxima expresión de autoría).

La teoría general de sistemas es una filosofía que sostiene que todos, ¡todos!, los objetos propios del trabajo científico (lo real natural, lo real social y lo humano) llevan consigo unas reglas de juego organizativas gracias a las cuales funcionan, existen, se mueven. Todos esos objetos se desarrollan, pues, en términos estructurales. Tales disciplinas (de los objetos), si bien presentan diferencias de complejidad y de capacidad reproductiva, encarnan parecidos, analogías, **isomorfias** entre unas y otras. Estas isomorfias son, además, susceptibles a ser conocidas tanto a punta del lenguaje matemático, como a punta del lenguaje computacional; todo lo cual significa que se hace posible hacer virtualidades y proyecciones. Es decir, dado que se hace posible comprender matemática y computacionalmente los objetos propios del trabajo científico, elementos tan preciosos como los juegos de probabilidades y -unido a éstos- los juegos de proyecciones, permiten ser procesados con importantes logros y sentidos racionales. Con ordenador en mano, pues, toman mayor sentido de verosimilitud asuntos (permítanme los ejemplos traviesos) como en el ámbito del bolero estableció la gran compositora mexicana Consuelo Velázquez -1916/2005- ("No quiero arrepentirme después de lo que pudo haber sido y no fue; quiero gozar esta vida teniéndote cerca de mí hasta que muera") o como en el ámbito de la balada hispanoamericana estableció el gran compositor también mexicano José María Napoleón Ruíz -1948- ("Lo que un día fue, no será... Si esto hubiera sido ayer, lo tomaría...").

En rigor, economía es el nivel organizativo y funcional (vale decir, sistémico) propio de los objetos del trabajo científico, el cual ejerce determinación compleja para sus cambiantes estados de especificidad.

- Existe, por ejemplo, **economía de la personalidad**, para cuyo dominio cognitivo se hace imprescindible categorías como... "distribución personal del tiempo real de vida", "actos reales de vida personal", en fin.
- Existen economías en los funcionamientos propios de los diferentes aparatos del cuerpo humano. En cada uno hay instancias infraestructurales de correspondientes funcionamientos.
- Hay economía del afecto humano a tenor de la pareja, de las organizaciones corporativas, en fin.
- En cuestiones tan complejas y que registran en alto grado, relatividad, como por ejemplo el arte, el humor y otros por el estilo, ¡hay economía!
- Como solía decir en sus canciones el venezolano Alí Primera (1941-1985)... "Si le quitas el veneno a la (serpiente) cascabel; aunque le suenen las maracas... ¡deja de ser cascabel!".

En los procesos de aprendizaje (tema tan compenetrado con la profesión de quien esto escribe -desde hace medio siglo-) hay economía. Autores como Bruner (1915-2016) y como Bloom (1913-1999) sostuvieron con fortuna que este asunto arranca a partir del momento (sistémico) en el cual el sujeto logra captar el fundamento propio del material que estudia. Ello de cara a poder realizar valoraciones calificadas y pertinentes...

-o-o-o-o-

NOTAS IMPORTANTES:

El filósofo francés Lucien Sève se ha ocupado sobre el tema de "economía de la individualidad humana". Sobre esto también quien esto escribe ha dedicado cierto esfuerzo. Invitamos a acceder:

https://steemit.com/castellano/@alexandermoreno/hagamos-un-mapa-del-propio-desarrollo-personal-matematica-y-psicologia-unidas

Fuente de imágenes:

https://pixabay.com/es/photos/lupa-vidrio-detective-buscando-4340698/
https://pixabay.com/es/photos/emociones-sorpresa-peeps-labios-3739670/
https://pixabay.com/es/photos/dinero-d%C3%B3lares-%C3%A9xito-negocio-1428587/
https://pixabay.com/es/illustrations/internet-red-equipo-3352922/

POESÍA Y COTIDIANIDAD

UN EXPERIMENTO TRANSDISCIPLINAR DESDE LA ETOLOGÍA HUMANA Y LA BIOSEMIÓTICA.

Versión del artículo original de: OSCAR FERNÁNDEZ
osfernandezve@yahoo.es - osfernandezve@hotmail.com - http://www.osfer.blogspor.com

¿POR QUÉ LA PALABRA EXPERIMENTO? ¿NO CHOCA ACASO EL TÉRMINO EXPERIMENTO CON EL TÉRMINO TRANSDISCIPLINARIEDAD?

Particularmente creo que no, pues desde mi humilde opinión, creo que la transdisciplinariedad no representa necesariamente una renuncia a todo lo anterior entre otras ideas, al mismo método científico. Sí creo que debe revisarse y discutir, pero no todo es totalmente malo ni totalmente bueno, porque en definitiva las posiciones radicales que colocan o eliminan todo siguen inscritas en una misma lógica binaria y en consecuencia no pueden ser vistas estas como puntos de vista transdisciplinarios.

¿POR QUÉ ETOLOGÍA HUMANA? ¿POR QUÉ BIOSEMIÓTICA?

La etología humana representa un primer paso hacia la conformación de una ciencia integrada ya que reúne la visión de la zoología (ciencia natural) con la visión de la psicología (ciencia Humana), pero más allá de eso nos presenta la perspectiva de lo humano no como un ente extraordinario y superior sino desde la misma óptica de lo zoológico poniendo al ser humano del mismo tamaño que al resto de los seres vivos. Siempre limitado por que el ser humano es quien se estudia a sí mismo.

Por otro lado, la biosemiótica ha demostrado que su visión trasciende los límites de la disciplinariedad, y en consecuencia sirve como motor y conductor metodológico inmerso en las relaciones derivadas de las posibles indagaciones hechas al estudio.

Podemos acudir a muchos campos más del conocimiento como lo son las neurociencias, entre ellas la neurología, la neuroquímica, la neuroimagenología y la neurofilosofía, pero esto dependerá de la capacidad de trabajo en equipo de parte de los investigadores que por otro lado también merecen ser estudiados.

EXPERIMENTO TRANSDISCIPLINAR

- Se propone la selección de un grupo de estudiantes de carreras diversas y niveles intermedios es decir; del sexto semestre y/o tercer año en adelante, en mi caso particular, de la UCV con el fin de ensayar en ellos la construcción del pensamiento desde la poesía como elemento propulsor/dinamizador de las relaciones dialógicas entre los diversos saberes y experiencias allí confluyentes. Se sugiere que los estudiantes cumplan con las siguientes características:
  - Deben ser estudiantes de los últimos semestres de sus respectivas carreras
  - Se recomienda que el grupo sea lo más heterogéneo posible, de allí que se sugiere que sean de diferentes carreras, y de igual proporción en sexos.
  - El grupo no debe ser mayor de 30 participantes.
  - Debe haber un equilibrio en relación a edad, sexo, condición socioeconómica y orientación política.
- Se estima que la duración de la experiencia en 1semestre, sin embargo la dinámica relacional determinará si el ejercicio debe o no continuar.
- Se debe contar con el apoyo técnico y logístico necesario para la experiencia:

  Un reproductor de DVD, un Video beam, y un espacio apropiado con iluminación y ventilación acordes.

ALGUNOS SOPORTES PRÁCTICOS

Taller ecopolítico. Entre la poesía y el pensamiento.

"El corazón tiene razones que la razón no entiende". **(Blaise Pascal)**

La propuesta que hoy les traigo, se encuentra sustentada en la idea de que la revolución parte de la revolución de las ideas, y por lo tanto las cuestiones **ético-políticas**, **bioéticas experiencias de tribalidad urbana**, **debate sobre ciencia y tecnología y cotidianidad**, y cualquier otro tema que surja del cruce de los saberes y de la confluencia de las experiencias inmersas siempre en su multidimensionalidad, no dejan de ser estéticas, lúdicas y mágicas; pero también reflexivas, dialógicas y polivalentes (borrosas).

En consecuencia se pretende romper con la lógica del dominado/dominante; (discurso clásico de la izquierda) para presentar algunas ideas que permitan acercarnos a la construcción de otra(s) lógica(s), que intente(n) por lo menos rozar un nuevo pensamiento.

Por ejemplo la discusión ético política no debe ni tiene porqué estar divorciada de la magia del corazón, de allí que la presentación del taller se puede comparar con un taller de poesía en el que se reflexiona políticamente, o como un taller de reflexión política en el que se trabaja con herramientas propias de un taller de poesía.

Si voy o si vengo no importa, lo que cuenta es que la gente se encuentre con su yo político, todo dentro de un clima de armonía, solidaridad, tolerancia y respeto mutuo; para ir tal vez hacia la consolidación desde la práctica humanista/ humanitaria de una cultura de la paz.

¿POR QUÉ LO ECO-LÓGICO?

Porque ha sido la ecología la única ciencia que se ha revelado ante su religión tecno-científica; porque la ecología sí es una ciencia subversiva, y porque su visión generalista y buscadora del equilibrio nos parece a muchos que es el camino a seguir.

No se pretende construir recetas mágicas, pero si mostrar, las distintas visiones que desde una lógica no aristotélica se pueden intentar armas, para ir hacia la verdadera emancipación. La de las neuronas.

ESTRATÉGIAS PROPUESTAS

"Los Pemones de la gran sabana llaman al rocío chirike-yeetakuú que significa saliva de las estrellas, a las lágrimas Enú-parupué, que quiere decir guarapo de los ojos, y al corazón yewán-enapué, semilla del vientre.

Los waraos del Delta del Orinoco dicen Mejo-koji (el sol del pecho) para nombrar al alma. Para decir amigo dicen Ma-jo karaisa: mi otro corazón y para decir olvidar dicen Emonikitane, que quiere decir perdonar.

Los muy tontos no saben lo que dicen

Para decir tierra dicen madre

Para decir madre dicen ternura

Para decir ternura dicen entrega

Tienen tal confusión de sentimientos que con toda razón las buenas personas que somos las llamamos salvajes".

Gustavo Pereira

La sensibilización a través de los sentidos y del alma es la idea fuerza que motiva esta propuesta. Porque el que entiende la revolución desde el alma no se aleja ni se rinde cuando las cosas se le ponen difíciles.

Por ello la estrategia sugerida pasa por:

Lectura dirigida de textos breves sobre los temas en cuestión aunada a la relaciones corporales a través de dinámicas de grupo y de actividades lúdicas propias de los talleres de poesía, ofrecen todo un multiverso que siempre es multiforme e interesante.

Creación colectiva de textos.

Y análisis de situaciones sociales de interés.

La estimulación de los sentidos nos habla de trabajar con sonidos, con sabores, con olores, con imágenes visuales y con texturas, pero además se trata de conectar todo esto con la importancia ecopolítica de la construcción editorial.

SURGIRÁN PREGUNTAS COMO:

¿Qué tiene que ver esta actividad con tu disciplina de estudios?

¿Qué aporte puedes darle al trabajo de tu compañero(a) desde tu experiencia?

¿Es posible construir un proyecto colectivo?

¿En que se parece y/o diferencia esto de lo que hasta la fecha has aprendido?

Pero además la dinámica nos llevará más allá o más acá, todo depende de las relaciones multiversas que se tejan en la trama paradojal de nuestras búsquedas encontradas en el taller.

MATERIALES PROPUESTOS

Los materiales a proponer son casi infinitos sin embargo aquí les ofrezco unos pocos los cuales podrán ajustarse de acuerdo a los participantes y a la construcción colectiva.

Carta ecológica

http://www.nodo50.org/pa-getafe/cartaindioseattle.htm
http://www.tucoachpersonal.com/recursos/recursos_articulos_jefe.htm

Carta de la transdisciplinariedad
http://www.filosofia.org/cod/c1994tra.htm

¿Por qué socialismo? Albert Einstein.

- http://www.analitica.com/bitblio/einstein/socialismo.asp
- http://www.lainsignia.org/2004/febrero/cul_009.htm

Algunas aportaciones a la educación desde la biología filosófica:
http://**aafi**.**filosofia**.net/revista/el_buho/elbuho2/buho4/didactica.pdf

- Entre paredes y sombras: http://www.ucm.es/info/nomadas/8/ofdz.htm

Estos por supuesto son solo algunos textos sugeridos, los cuales están sujetos a posibles cambios. Pero además trabajaremos con música de relajación y con canciones de protesta:

Alí primera

Silvio Rodríguez

Mercedes Sosa

Facundo Cabral

Rock pesado

Y cualquier otra música que los muchachos propongan y que posea contenido social.

Con imágenes de todo tipo y cualquier cosa que se nos ocurra...

Otros sitios de internet recomendados:

Etología humana: http://www.etologia.htocagni.com/biograf.html
Ecofilosofía: http://www.accionchilena.cl/Ecofilosofia/Default.htm
Neurofilosofía: http://www.filosofiacuba.com/claudio/claudio.html
Complejidad: http://www.edgarmorin.org - http://www.debatecultural.net

La educación es un derecho natural y social de todo ser humano, desde los años iniciales de su vida.

Francesco Tonucci, pedagogo: "Los niños están en peligro porque no juegan entre ellos".

Versión del artículo original de NACHO HONTORIA

FUENTE: Blog Uppers
Recibido vía Facebook

FRANCESCO TONUCCI EN LA CAMPAÑA "JUGAR ES UN ASUNTO MUY SERIO". CRÉDITO IMAGEN: NACHO G. HONTORIA.

- **"Temo el momento en el que un niño no quede con sus amigos para verlos por Skype"**.

"Los niños están viviendo un momento de peligro muy grave, porque no es que jueguen poco, es que no juegan entre ellos". Expeditivo. Contundente. El mensaje de Francesco Tonucci, pensador, psicopedagogo y dibujante, es claro: la sociedad actual no está permitiendo desarrollar el juego de los niños, al menos no de una manera saludable y libre.

El experto, que participó en la campaña de 12 Meses, la iniciativa de acción social de Mediaset España, 'Jugar es un asunto muy serio' cree que a los niños hay que "dejarlos" jugar, pero que, habitualmente, "dejar" no es el verbo que acompaña a "jugar" sino, más bien, el de "acompañar", "vigilar" o "controlar". "Cuando se dice a algunos padres que hay que <<dejar>> ir a jugar a los niños parece una frase incomprensible para ellos. ¿Cómo que vayan solos? Siempre tienen que acompañarlos, y eso significa ir todos los días al mismo lugar, a esos jardines de juego en los parques para niños, donde están cerrados y vigilados", explica el pedagogo.

En la sociedad proteccionista actual, Tonucci aboga por dejar que los niños puedan salir de casa sin adultos, que puedan estar con amigos, que elijan un juego adecuado para cada espacio, porque cada juego tiene sus necesidades. "La idea de que un niño vaya al mismo sitio, vigilado, hasta que se canse, no tiene nada que ver con el juego. Y cuando veo estos espacios pienso que los alcaldes y los arquitectos han tenido una suerte muy rara de la infancia, no han sido niños, porque cómo es posible que una persona que ha sido niño piense que ese espacio es bueno para jugar. Lo que siempre digo es que en el mundo del juego los adultos no deberían entrar".

LA CREATIVIDAD HA DEJADO DE EXISTIR

"Los niños son meros consumidores. El adulto espera hasta que el niño se canse para que puedan volver a sus actividades pero, si lo pensamos bien, un niño nunca se cansa cuando está jugando de verdad. Cuando un niño se cansa jugando en media hora es que algo no va bien", apunta Tonucci.

PUBLICIDAD

En toda esta amalgama de roles de la sociedad actual, los abuelos tienen que tomar partido de una manera activa e importante. ¿Cómo? No ya ayudando a sus nietos, sino a sus hijos. "Tienen que ayudar a los hijos a no tener miedo, a entender que la ciudad no merece el miedo que tienen y, a su vez, ser un poco guardianes de los niños. Niños y abuelos deberían ser aliados y pedir a los políticos que devuelvan el espacio público a la gente para que unos puedan pasar tiempo al aire libre y los otros puedan jugar, pero cada uno por su cuenta", explica el experto a Uppers.

LAS CALLES HAN CAMBIADO

Cuando Tonucci jugaba con sus amigos en la calle, era la propia calle la que se hacía cargo de los niños: los vecinos. Pero, hoy en día, todo aquello se ha perdido. El individualismo y el cambio de paradigma en el juego de los niños han hecho que todo aquello se volatilice y se pierda. ¿Para siempre?

"Lo que proponemos es volver a ese punto de partida", explica Tonucci, "cuando pedimos que los niños vayan a la escuela sin adultos, pedimos a los comercios que están en la calle que se sumen a este proyecto, que compartan la responsabilidad, y es muy fácil: poner una pegatina en el escaparate que los niños conozcan para que sepan que si tienen una necesidad como un vaso de agua, una llamada a casa, puedan entrar que no salgan de ahí si no han resuelto su problema".

Nuestro cerebro busca culpables.

Por: HERNANI ZAMBRANO GIMENEZ

TOMADO DE: El carabobeño.com – 18 de abril de 2021

HERNANI ZAMBRANO GIMENEZ

Egresado de Universidad Central de Venezuela. Estudios de Postgrado en la Universidad de Stanford (USA). Profesor y Ex Director de Escuela de Educación (Universidad Carabobo, Valencia, Venezuela). Ex Director Escuela de Psicología (Universidad Arturo Michelena, Valencia, Venezuela). Asesor de Empresas y Productor Radial en Universitaria 104,5 FM (Universidad Carabobo, Venezuela). Correo Electrónico: hernaniz@yahoo.com

Nuestro cerebro central, ese gestor famoso de nuestra inteligencia y organizador de nuestro organismo integral, tiene por delante la administración de nuestras conductas más complejas. Ese poderoso órgano, el cerebro, funciona interconectado con las sociedades donde nos movemos y con los miles de personas con quienes nos vinculamos. Con tan compleja cantidad de elementos en vinculación e interacción, nuestro cerebro casi siempre decide culpar a algo, o a alguien, por los errores o fracasos que hayamos tenido en los diferentes medios donde a diario nos desarrollamos.

Buscarle una explicación razonable a cualquier cosa que nos ocurra a diario, es propio de la conducta humana y de lo que la sociedad y las personas, en general, esperan que ocurra. Es la famosa y casi ancestral "búsqueda de culpables", que todos hemos visto en nuestra familia, desde que éramos muy pequeños. Casi siempre le atribuimos un sentido, un orden, una coherencia, una justificación, a nuestros procederes y a los procederes de los demás.

Organizamos nuestro mundo como cadenas de efectos, de secuencias y relaciones de causa-efecto. Por esta razón, ante un suceso considerado importante, creemos que algo lo ocasionó, o alguien lo produjo: ¡Es habitual que lo que ocurra tenga más sentido cuando aparezca asociado con algo o alguien! ¡A veces, hasta el perro o el gato pueden salir afectados y señalados! Y si no conseguimos algo o alguien asociado con lo ocurrido, pasamos rápido a buscarlo o inventarlo, y hasta ponerle nombre. Le "damos forma" o sentido, ajustándolo a nuestras necesidades…

La incertidumbre y las cosas inconclusas no se llevan bien con la forma de pensar la mente humana, y por eso, generan ansiedad y angustia a todos. Creemos que los hechos no ocurren aislados, y pensamos que se producen en un contexto interconectado de ocurrencias y culpabilidades. Nos sentiremos mal durante mucho tiempo, al hacer mal las cosas, y buscamos esclarecer las cosas que están inconclusas. De hacerse difícil aclarar la situación, sin saber cuál fue el origen de alguna anomalía, o quienes causaron algún problema, un pronto recurso evasivo es echarle la culpa a los demás…

Decir que fue Pedro o Pablo, o que no fueron ni Juan ni Jacinta, es un gran paso de avance hacia la tranquilidad. Eso explica por qué nos cuesta tanto aceptar la equivocación, y decidir si asumimos o no la culpa. El problema no queda sólo en el error cometido, sino en errar muchas veces en lo mismo, por no enfrentar las razones ni presentar soluciones. ¡Esto sería igual que errar, y, además, hacerse "el loco"! ¿Quién cree usted que fue? ¿Cómo, ninguno de los cuatro fue? ¡Eso parece extraño! Tenemos que seguir averiguando…

Hallan figuras humanas inéditas usadas para ritos funerarios hace 10.000 años.

Científicos del CSIC de la Institución Milá i Fontanals de Investigación en Humanidades (IMF) de Barcelona han hallado en una excavación en Kharavsin (Jordania) unas figuritas con forma humana inéditas hechas con sílex usadas para rituales funerarios neolíticos hace unos 10.000 años.

FUENTE IMAGEN: BLOG ESTRELLA DIGITAL – 07/07/2020

Las estatuillas, según ha informado el Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC) de España en un comunicado, representan la figura humana de una forma desconocida hasta ahora y podrían ayudar a entender la revolución artística y cultural del Neolítico.

Las figuras con forma humana empezaron a ser comunes en el Neolítico temprano, hace unos 9.000 años, aunque su significado y función no han sido esclarecidos, y antes lo más común era la iconografía de animales, con pocas excepciones, como las Venus paleolíticas.

Ahora, los científicos de la Institución Milá y Fontanals de investigación en Humanidades (IMF) han encontrado este tipo de estatuilla nunca visto, que puede arrojar luz sobre el nacimiento de los rituales funerarios, la conciencia de comunidad y sobre las ceremonias de recuerdo de los difuntos.

El hallazgo de las figuritas, varias decenas, de entre 2 y 5 centímetros y de forma alargada, con una antigüedad de entre 9.000 y 10.000 años, ha sido publicado en la revista 'Antiquity'.

Según los investigadores, el hallazgo es novedoso por el material y el soporte, lascas y láminas de sílex, normalmente asociadas a la producción de herramientas, ya que hasta ahora todas las figuritas halladas estaban hechas de arcilla o, más raramente, de hueso.

También es novedosa la función simbólica funeraria que parece que tenían, ya que la mayoría se han hallado en las tumbas de un cementerio neolítico, con indicios de rituales.

Juan José Ibáñez, científico del CSIC e investigador principal del trabajo, explicó que "hay señales de que algunas de las tumbas fueron abiertas tiempo después del entierro y de que los huesos fueron extraídos, manipulados e inhumados nuevamente".

Las figuritas de Kharaysin estaban dispuestas alrededor de los restos humanos, lo que apunta a que tenían un "significado funerario y que fueron usadas en rituales de recuerdo", según la hipótesis más plausible.

Todas las figuritas tienen dos muescas en cada lado, arriba y abajo, que corresponden a la forma del cuello y la cintura.

"Cuando analizamos la forma, fue evidente que esas muescas no habían sido usadas para un sistema de ligadura, ya que en el extremo opuesto del objeto de sílex no hallamos áreas activas cortantes", ha detallado Ferran Borrell, científico del CSIC en la IMF.

Éste y otros detalles les hicieron descartar que fueran herramientas y sugirieron que podrían estar representando siluetas humanas, algo que al principio se consideró "con escepticismo".

Pero la aparición de indicios, como los diversos tamaños y morfologías y, sobre todo, la similitud de su forma con las esculturas humanas neolíticas encontradas en el yacimiento cercano de Ain Ghazal, confirmó que representaban formas humanas.

"La diversidad en las formas es intrigante. Algunas figuritas son más grandes que otras, unas son simétricas y otras asimétricas, y algunas incluso parecen tener algún tipo de atractivo... ¿Los creadores de las figuras estaban pensando en individuos específicos?", se preguntan los científicos.

"Todo indica que los primeros agricultores usaron estas estatuillas para expresar creencias y sentimientos, y para mostrar su apego a los fallecidos", dicen los autores.

"Nuestro estudio muestra que los primeros granjeros hicieron rituales de memoria en los cementerios donde no solo volvieron a abrir tumbas y manipularon huesos humanos, sino que también hicieron y depositaron figurillas de sílex que representaban al difunto", añaden.

En el estudio, liderado por el CSIC, han participado también científicos de la Pontificia Facultad de San Esteban de Salamanca, de la Université Paul Valéry (Francia), de la Durham University (Reino Unido), de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, de la Universidad de Cantabria, de la Universidad Autónoma de Barcelona y de la Universidad de Burgos.

Habilidades matemáticas:

¿Cómo ganar siempre a piedra, papel o tijera?

Versión del artículo original de MIGUEL BARRAL - @migbarral

FUENTE: BBC NEWS | MUNDO

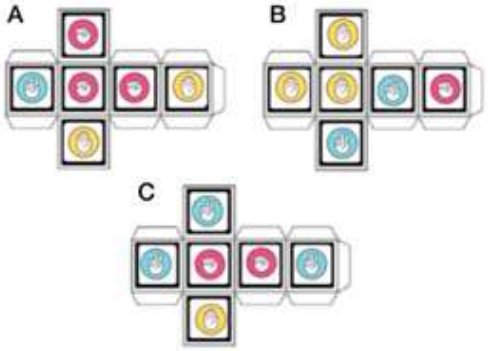
Elaborado por Materia para OpenMind

En el año 2005, el consejo de administración de la Maspro Denkoh Corporation, una importante compañía de electrónica japonesa, decidió sacar a la venta la valiosa colección de pinturas impresionistas que colgaba de las paredes de su sede. Para ello se pusieron en contacto con representantes de las dos casas de subastas más prestigiosas del mundo: *Sotheby's* y *Christie's*. Las ofertas que ambas plantearon eran tan similares que, incapaz de tomar una decisión basada en criterios racionales, el presidente de la corporación japonesa, Takashi Hashiyama, optó porque la decisión de dirimiese con una partida a *piedra, papel o tijera* entre representantes de las dos casas.

Aquella excentricidad nos ha servido de inspiración para elaborar algunos pasatiempos. Imaginemos una modalidad de piedra, papel o tijera jugada con unos dados muy particulares: todos ellos distintos entre sí y con las seis caras rotuladas con piedras, papeles y tijeras. Cada jugador debe elegir uno de los dados disponibles y tirarlo para efectuar su jugada.

Pasatiempo 1. Hay tres dados disponibles:

A. 3 caras piedra-2 caras papel-1 cara tijeras
B. 3 caras papel-2 caras tijera-1 cara piedra
C. 3 caras tijera-2 caras piedra-1 cara papel



Si tu rival escoge jugar con el dado C, ¿cuál de los otros dos dados ofrece más probabilidades de ganarle?

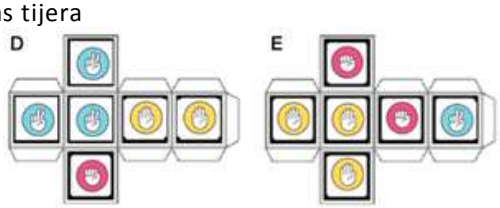
UN JUEGO CON SORPRENDENTES ASPECTOS LÓGICO-MATEMÁTICOS

Piedra, papel o tijera puede parecer un juego trivial, pero tras su infantil planteamiento se ocultan sorprendentes aspectos lógico-matemáticos: el más importante son las relaciones de no transitividad, que se dan en una situación en la que se dispone de tres o más alternativas entre las que resulta imposible escoger la mejor o la más ventajosa porque hay el mismo número de opciones de salir vencedor o de resultar derrotado.

Estamos acostumbrados a tratar o enfrentarnos a relaciones transitivas, del tipo si X es mejor que Y e Y es mejor que Z, entonces X es mejor que Z. Sin embargo, en las relaciones no transitivas esto no se cumple. Por ejemplo, en el caso de **piedra, papel o tijera**, el ganador se resuelve según una jerarquía circular: papel gana a piedra, piedra gana a tijera pero tijera gana a papel (X es mejor que Y, Y es mejor que Z pero Z es mejor que X).

Pasatiempo 2: Imaginemos ahora que ampliamos los dados disponibles hasta 5 y además de los 3 dados anteriores tenemos:

D. 3 caras tijera- 2 caras papel- 1 cara piedra
E. 3 caras papel- 2 caras piedra – 1 caras tijera



Si ahora tu oponente escoge jugar con el dado A, ¿cuál de los restantes te ofrece una mayor probabilidad de ganar?

LA PARTIDA ENTRE *SOTHEBY'S* Y *CHRISTIE'S*

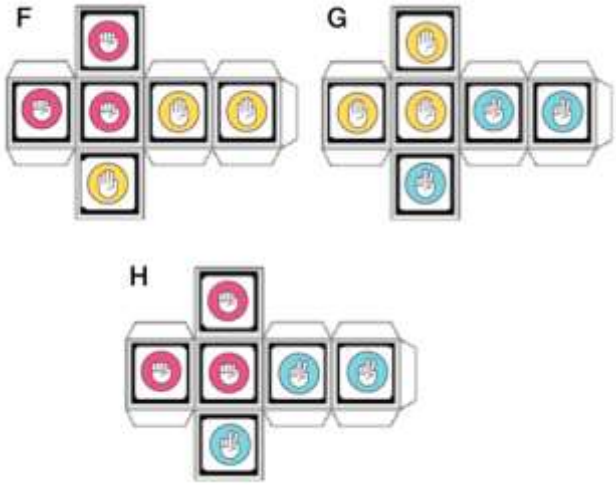
De vuelta a la historia de la subasta de Maspro Deskoh, cuando los respectivos representantes de *Sotheby'*s y *Christie's* fueron informados de la sorprendente decisión adoptada por el Sr. Hashiyama —una alternativa que, al parecer, no es tan inhabitual en Japón para dirimir situaciones similares—, y que la partida se disputaría en la sede de la corporación tres días más tarde, adoptaron una actitud diferente.

Los responsables de *Sotheby's* asumieron que se trataba de un juego de azar, de una cuestión de suerte por lo que se encomendaron a la diosa fortuna. Por el contrario, los representantes de *Christie's* decidieron investigar al respecto para averiguar si había alguna estrategia que les pudiese ayudar a salir victoriosos. En concreto, el director internacional del Departamento de Impresionismo y Arte moderno, Nicholas Maclean, recurrió al asesoramiento de dos expertas jugadoras: sus gemelas de 11 años, que jugaban a diario en el colegio.

Las gemelas consideraron que lo más habitual en jugadores "principiantes" era sacar en primer lugar piedra (una conclusión también respaldada por la Sociedad Mundial de Piedra Papel Tijera que concluyó que piedra es la elección más habitual). También advirtieron que cualquier jugador con cierta experiencia y/o tiempo para analizarlo pensaría igual y, por tanto, optaría por empezar con papel para sorprender a su adversario. Así pues, la recomendación del clan Maclean para los colegas de Japón fue que optasen por tijera. Cuando llegó el día, los representantes de ambas casas, citados en el salón de reuniones de la sede de la corporación, tuvieron que apuntar su elección en una tarjeta. Tal como habían predicho las gemelas, la elección de *Sotheby's* fue papel. Y las tijeras de *Christie's* se hicieron con los derechos de la subasta.

Pasatiempo 3: Ahora vamos a incorporar otros 3 dados distintos a los disponibles para jugar (haciendo un total de 8):

F. 3 caras piedra – 3caras papel
G. 3 caras piedra – 3 caras tijera
H. 3 caras papel – 3 caras tijera



Tu adversario opta esta vez por jugar con el G. ¿Cuál deberías escoger tú?

Cultura general.

ALGO DE HISTORIA

“Los cerillos o palitos de fósforo”.

Fuente: curiosfera-historia.com - catalunyavanguardista.com – es.wikipedia.org

Recibido vía Facebook

CAJITA Y CARTERITA DE CERILLAS DE FROTACIÓN.

El 7 de Abril de 1827 **s**e empezó a comercializar la primera caja de cerillas de frotación de la historia (las hoy comunes cajitas con palitos de fósforo**)**, invento del químico y boticario inglés John Walker (1781-1859), en su farmacia de Stock-ton-on-Tees**,** Inglaterra. Las había inventado el año anterior, aunque como el mismo reconoció, fue una serendipia (circunstancia de encontrar por casualidad algo que no se buscaba). Walker removió la mezcla de productos químicos clorato de potasio ($KClO_4$) y sulfuro de antimonio (Sb_2S_3) que había en un platillo con un palito, observó que dicha mezcla se había secado adquiriendo una forma de lágrima. Para quitarla, no se le ocurrió otra cosa que rascarla en el suelo haciendo presión, y observó con sorpresa que se encendía. La gota del extremo del palito contenía una mezcla de sulfuro de antimonio, clorato de potasio, goma y almidón. Le puso al invento el nombre de Congreves, por el cohete Congreve, un arma utilizada por los británicos a principios del siglo XIX. Empezó a fabricarlos y se dedicó a venderlos en su farmacia bajo el nombre de “luces de fricción”.

Un amigo del químico Michael Faraday, le recomendó que patentara el invento, pero Walker rehusó hacerlo; en parte por modestia, no se consideraba un auténtico inventor y en parte por principios. Un tal Samuel Jones registró la patente aquel mismo año, poniéndoles a las cerillas el nombre de «lucifers».

Pero aún presentaba ciertas dificultades, despedían un olor nauseabundo, la llama era inestable, y la reacción inicial al frotar era muy violenta, lanzando chispas a considerable distancia y produciendo fácilmente lesiones. Lo del mal olor se arregló con el fósforo blanco, pero había otros muchos problemas. Las cajas de cerillas tenían que ser herméticas, y en cada una había fósforo suficiente para matar a un hombre. Los obreros que trabajaban en las fábricas donde se elaboraban sufrían necrosis por la inhalación de los vapores del fósforo blanco y fue prohibido en varios países.

Hubo un antes y un después. Las cerillas o cerillos que conocieron los chinos en el siglo VI, eran una simple varilla con azufre, se prendía al contacto con la chispa.

En 1680, tras el descubrimiento del fósforo por el físico inglés Robert Boyle, uno de sus ayudantes, llamado Godfrey Haukewitz, estuvo a punto de inventar las cerillas, pero el invento no prosperó. En 1780, un físico holandés Jan Ingenhousz, colocó una cantidad pequeña de azufre en frasquitos para que introduciendo en él un palito de madera pudiera hacer fuego mediante fricción. En 1805, el francés J. Chancel dio a conocer sus cerillas de inmersión: pequeños palitos en uno de cuyos extremos se había adherido una mezcla de azufre y clorato de potasio: sumergido el extremo del palito impregnado en ácido sulfúrico, el clorato potásico entraba en ignición.

Hasta que finalmente en 1826 John Walker, por accidente, como en muchos otros inventos, **llega a** la invención del fósforo al mezclarse de forma involuntaria dos sustancias químicas.

En 1892 Joshua Pusey, abogado de Pensilvania, patentó lo que llamó librillo de cerillas: cincuenta fósforos cuya superficie de fricción se ubicaba en la cubierta interior de esta especie de carterita, lo que hacía que a veces la chispa prendiera en las cerillas restantes. En 1895, Pusey vendió la patente a la Diamond Match Company, que al darse cuenta de la mala colocación de la superficie de fricción la colocó en la parte exterior. La presentación era como una carterita que fue utilizada para dar publicidad. En 1940 el departamento norteamericano de guerra psicológica utilizó este sistema para enviar mensajes a los pueblos que sus fuerzas militares ocupaban, lanzando carteritas desde los aviones durante la segunda Gran Guerra en todos los idiomas.

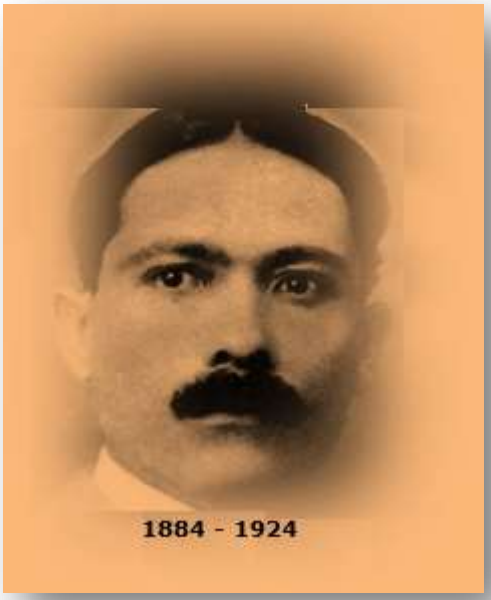
Hoy los mecheros, encendedores, los fósforos siguen siendo un utensilio que producen fuego por frotación”.

***

Venezuela, personajes, anécdotas e historia.

Rafael Bolívar Coronado

Autor de la letra del joropo "Alma Llanera", considerado segundo himno nacional de Venezuela.



Rafael Bolívar Coronado nació el 6 de junio de 1884 en Villa de Cura, estado Aragua. Es el autor de la letra del popular joropo Alma Llanera, considerado *segundo himno nacional de Venezuela*.

En 1912, se había estableció en Caracas y colaboró en algunas de las publicaciones más importantes de la época, como *"El Cojo Ilustrado"* y *"El Nuevo Diario"*.

Luego de conocer a Pedro Elías Gutiérrez, escribió la letra de la zarzuela *Alma Llanera*, estrenada en Caracas en el año de 1914. La pieza resultó declarada, en 2014, por la Asamblea Nacional, como bien de interés cultural. Ello se suscitó a propósito del año dedicado a la celebración del joropo como símbolo nacional.

En 1914, el entonces presidente, Juan Vicente Gómez le otorgó una beca para España, donde creó polémica dentro de la crítica literaria, pues se dedicó a publicar con seudónimos, pero los nombres que utilizaba eran los de importantes escritores venezolanos, algunos de muerte reciente y otros que vivían todavía.

Bolívar Coronado fue víctima de una epidemia de gripe, murió el 31 de enero de 1924 en Barcelona, España, a la edad de 39 años.

DETALLANDO EL "ALMA LLANERA".

Enviado vía Facebook por **Lourdes Marbella Léydenz Domínguez.**
Docente estado La Guaira

El Alma Llanera es considerada nuestro segundo Himno Nacional. Es una canción folklórica del estilo joropo. No hay ningún venezolano que la escuche sin emocionarse y sin querer cantarla. En este artículo indagaremos sobre su autor, origen y muchos detalles más.

La letra muestra nuestras raíces, que van desde las planicies llaneras, pasando por los altos picos de las cordilleras andinas, las costas y sus playas, las selvas tropicales, y hasta llegar a las grandes ciudades.

1. ¿Quién la escribió?

Bolívar Coronado fue su autor. Nació en Villa de Cura, estado Aragua, el 6 de junio de 1884. Cuentan que fue un escritor perdido en una multitud de seudónimos, pero tal fue el éxito de su obra que el presidente Juan Vicente Gómez lo premió con una beca de estudios en España. Era un hombre tímido e inseguro. Nunca pensó el éxito que tendría su obra.

2. ¿Cuándo y dónde la escribió Coronado?

En Semana Santa del año 1913, Bolívar Coronado fue a visitar a su cuñado enfermo a una hacienda al Sur de Villa de Cura. Una zona cafetalera y montañosa dio luz a su inspiración, una zarzuela con el nombre de Alma Llanera. Dicen que una niña llamada Fulgencia Izaguirre Quero, pariente de la familia, le alumbraba con una lámpara, pues le agarró la noche escribiendo.

3. ¿Y quién fue su compositor?

La musicalización fue hecha por el maestro Pedro Elías Gutiérrez, quien en ese momento era el director de la Banda Marcial de Caracas. Es considerado "el padre" del Alma Llanera. Nació en La Guaira. Desde temprana edad se dedicó a la música aun cuando sus padres se oponían.

Es una adaptación del vals "Marisela" de Sebastián Díaz Peña (la primera parte), y el vals "Mita" del compositor Jan Gerard Palm (la segunda parte).

4. ¿Cuál fue su título original?

"Alma Llanera: Zarzuela en un Cuadro"

5. ¿Cuándo se presentó por primera vez?

El sábado 19 de septiembre de 1914, en el Teatro Caracas, llamado también "Coliseo de Veroes", se escuchó por primera vez el Alma Llanera. Fue llevada a escena por la compañía española de Manolo Puértolas, con interpretación de Matilde Rueda. Desde Villa de Cura, Coronado trajo a un sirviente de la familia Rojas-Tejada, el negrito Mamerto, quien ese sábado zapateó el joropo en el escenario del teatro Caracas. La obra fue un éxito para el público y fue repetida en ese escenario y en otros del país. La zarzuela no sobrevivió pero quedó para la música popular y es internacionalmente conocida y admirada.

6. ¿Cuál fue la primera agrupación que la interpretó?

La Banda Marcial de Caracas era la única agrupación de la época con la preparación para interpretar óperas, operetas y zarzuelas, por lo que se encargó de su musicalización. Gutiérrez era director de la misma para el momento, y debido al éxito del tema se decidió a montarla con la banda de manera independiente, convirtiéndola en elemento fijo de su repertorio.

7. Principales talentos que la han interpretado:

Gilberto Santa Rosa, Julio Iglesias, Pedro Fernández, Plácido Domingo, Jorge Negrete y la National Philarmonic Orchestra of London, se cuentan entre los talentos internacionales que han interpretado el "Alma Llanera". Por su parte, entre los artistas nacionales se pueden nombrar entre muchos otros a Alfredo Sadel, Aldemaro Romero, Juan Vicente Torrealba, y por supuesto, Simón Díaz.

8. ¿Por qué se utiliza al terminar una fiesta?

Desde los primeros años el Alma Llanera cerraba las retretas de los domingos en la plaza Bolívar, que fueron las que realmente popularizaron al joropo. Era solicitado al final por el público cada vez que la banda se presentaba. Con el correr de los años creció su popularidad y fue adoptado por las orquestas locales para cerrar los bailes con broche de oro. Esto ocurría con más frecuencia hacia finales de los años cuarenta, cuando la Billo's Caracas Boys lo incluyó en su primer LP.

Alma Llanera **(Letra)**

Yo nací en una ribera del Arauca vibrador
soy hermano de la espuma
de las garzas y de las rosas
soy hermano de la espuma,
de las garzas, de las rosas
y del sol
y del sol.
Me arrulló la viva diana de la brisa en el palmar
y por eso tengo el alma
como el alma primorosa
y por eso tengo el alma
como el alma primorosa
del cristal
del cristal.
Amo, lloro, canto, sueño,
con claveles de pasión,
con claveles de pasión,
amo, lloro, río, sueño,
y le canto a Venezuela
con alma de trovador.

Yo nací en esa ribera del Arauca vibrador
soy hermano de la espuma,
de las garzas, de las rosas
y del sol.
Me arrulló la viva diana de la brisa en el palmar
y por eso tengo el alma,
como el alma primorosa,
y por eso tengo el alma,
como el alma primorosa,
del cristal,
del cristal.
Amo, lloro, canto, sueño,
con claveles de pasión
con claveles de pasión
amo, lloro, río, sueño,
y le canto a Venezuela
con alma de trovador.
Yo nací en esta ribera del Arauca vibrador
soy hermano de la espuma,
de las garzas, de las rosas...
y del sol.

La cizaña

TOMADO DE: ***Blog Dos de Enero***

La parábola evangélica de la cizaña (Mateo XIII, 24-30 y 36-43), entre otras significaciones de orden espiritual, también nos ilustra acerca de la dualidad implícita en el proceso iniciático, al menos hasta cierta etapa del mismo.

En la iconografía alquímica se representa con frecuencia la imagen de un agricultor que esparce semillas en su campo, ya preparado para el arado, el cual es acompañado por un ángel (principio suprahumano o Yo del hombre) que parece susurrarle palabras celestes al oído. El campo es nuestra alma, y el grano de trigo es la semilla de la Enseñanza y el Conocimiento, siendo necesario, para nuestra salud interior, que fructifique y se haga poderosa.

Pero en nosotros también existe el mal sembrador, que de manera furtiva, y amparado en las sombras de la noche y la ignorancia, intenta destruir, sembrando cizaña, la obra comenzada, desviándonos del camino que la razón e intuición superior nos dice que es el que debemos seguir. Este mal sembrador es el "ego", el alma inferior, cuyo alimento y sostén son los frutos de "este mundo".

Sin embargo, la misma parábola nos explica que no debemos precipitarnos y cortar la cizaña recién brotada, pues se corre peligro de cortar asimismo el brote de trigo. Al principio, y mientras se desarrollan, hay que dejarlos crecer a la par.

Para la economía divina, que se expresa como orden cósmico, el bien y el mal, o mejor, clemencia y rigor, suponen una dualidad fundamental e imprescindible, dejando entrever por ello mismo la idea de la unidad o equilibrio conciliador de los opuestos en el Amor y la Belleza inteligibles. De entrada no debemos desechar lo negativo que hay en cada uno de nosotros, pues su presencia nos ofrece el contraste de la sombra y del reflejo invertido.

Llevado al plano psicológico, el que no deba cortarse la cizaña hasta que haya crecido, quiere decir que es necesaria la manifestación de todas las tendencias inferiores que portamos dentro, ya que ocultarlas podría suponer, por un lado, el desconocimiento de una parte de nuestro ser, y por otro –puesto que de una manera u otra esas tendencias existen–, es probable que al final, si no se expresan al exterior, acaben socavando lo mejor de nosotros mismos.

Pero es importante el no olvidar que ello debe hacerse amparados en la Doctrina y la Tradición, que actúan a modo de enmarque protector (sagrado). Sólo así lo inferior podrá ser canalizado, purificado y transmutado (por el fuego sutil) en un elemento superior, que en la parábola queda ejemplificado por la dorada espiga de trigo, fruto que simboliza el estado de regeneración iniciática y espiritual.

GALERÍA

Andrei Andreevich Bolibrukh

Nació el 30 de enero de 1950 y murió el 11 de noviembre de 2003, ambos momentos en Moscú, Rusia.

Imágenes obtenidas de:

Google

El padre de Andrei Andreevich Bolibrukh, Andrei Vlas'evich Bolibrukh, fue un militar que alcanzó el rango de Mayor al final de la Segunda Guerra Mundial. Su servicio en la guerra lo vio sufrir cinco heridas y recibir siete condecoraciones. Continuó sirviendo en el ejército, alcanzando el rango de Teniente General. La madre de Andrei Andreevich, Tat'yana Ivanovna Pimanikhina, mostró talento para la matemática y entró a la universidad antes de casarse a los diecinueve años y dedicarse a la crianza de su hijo y de su hermana Tat'yana. Andrei Vlas'evich envió correspondencia a diversos lugares mientras crecía y, en consecuencia, el muchacho tuvo la oportunidad de asistir a diversas escuelas en diferentes partes del país, principalmente en Moscú, Tallin y Kaliningrado. Cuando tenía seis años de edad, la familia vivía en un bosque de Bielorrusia y Andrei padre decidió prepararlo para que comenzara su escolaridad. Bolibrukh explicó lo que sucedió (leer referencia [1]):

> *Cuando tenía seis años mi padre decidió prepararme para la escuela. Yo podía leer, escribir y sumar. Mi padre decidió enseñarme matemática. ¡En particular trató de explicarme cómo calcular el área de un círculo! Y recuerdo muy bien que no le entendía. Me dijo: "el área del círculo es igual a* $\pi \cdot r^2$*. ¿Entiendes?" No, respondí, me dices que escriba, pero ¿qué es un área? ... ahora entiendo que él no era un matemático y que no sabía cómo explicar que área es un funcional en el conjunto de cifras medibles con las siguientes propiedades, etcétera...*

Aunque Andrei veía poco a su padre, quien estaba siempre ocupado trabajando, recordó los felices días de vacaciones haciendo viajes en coche o en tren a lugares de interés en los Estados bálticos. También hacían viajes alrededor de Kaliningrado y Crimea, donde pasaba el tiempo pescando. Sus primeros intereses fueron en literatura y amaba el teatro escolar donde ganó entre once y catorce premios por recitar. Un buen profesor de matemática le hizo crecer su interés por esta asignatura a la edad de doce años. Para los catorce estaba realizando estudios profundos de matemática. En 1965 fue el ganador de un premio en la Olimpiada Matemática de Toda la URSS organizada para niños. A continuación, se inscribió en un colegio que había sido creado especialmente para educar a niños con talento científico. Esta escuela, el Colegio de Física Matemática Nº 45, estaba unida a la Universidad Estatal de Leningrado y fue atendida por muy buenos maestros. Bolibrukh escribe recordando a sus profesores, compañeros de clase y la excelente organización de la escuela en la referencia [10]. La matemática no era su único amor, porque en esta escuela desarrolló su amor por el arte moderno, la poesía y continuó su amor por el teatro. Se graduó de la escuela en 1967, ganó la medalla de oro y entró en el Departamento de Mecánica y Matemática de la Universidad Estatal de Moscú. Esta universidad era, según lo que escribió en la referencia [1]:

> *... tal vez el mejor lugar para estudiar matemática en todo el mundo.*

Volodya Leksin escribe en la referencia [13] sobre los años de pregrado con Bolibrukh:

> *Andrei y yo fuimos compañeros en el Departamento de Mecánica y Matemática desde 1967 a 1972. De nuestro tercer año allí (es decir, desde otoño de 1969) estábamos en un grupo conformado principalmente por estudiantes que trabajaban mayormente en geometría y topología. El tutor de nuestra investigación era Mikhail Mikhailovich Postnikov. En esos años dio espléndidas conferencias para el curso obligatorio de álgebra lineal, y cuando en el otoño de 1968 ofreció un seminario especializado de "Topología algebraica y sus aplicaciones" (que empezó como un grupo de estudio y luego se convirtió en un grupo de investigación...) muchos estudiantes se unieron a este seminario. ... Andrei mantuvo un bajo perfil entre sus extrovertidos y ruidosos contemporáneos. En un principio atribuí esto a su manera muy cortés y considerada. Pero después de un poco de contacto con él durante nuestros estudios me di cuenta que era un hombre de muy fuerte disciplina interna, responsabilidad y precisión. Por ejemplo, él anotaba en su cuaderno la fecha de cualquier obligación que emprendía (para la mayoría de los estudiantes esto era inusual y sorprendente) y lo cumplía al pie de la letra.*

Bolibrukh se graduó obteniendo un diploma para un grado equivalente a una maestría en 1972, después de haber escrito una tesis sobre cálculos de los cobordismos de las variedades con ciertas relaciones sobre las clases características de sus paquetes de tangentes. Luego comenzó a trabajar para obtener un Grado de Candidato (equivalente a un doctorado) con Postnikov como su tutor. Los estudiantes de investigación de Postnikov se unieron al seminario de L. V. Keldysh y [13]:

> *... comenzamos a organizar nuestros talleres sistemáticamente en diversas partes de la campiña de Moscú, combinando topología, fútbol o esquí, dependiendo de la temporada, anécdotas, conversaciones serias sobre la vida y así sucesivamente.*

Alexei Chernavskii recuerda en [13] que Bolibrukh no era absolutamente tan exitoso como uno podría haber esperado:

> *Andrei fue un participante activo y alegre. Puso su corazón en todo lo que intentó hacer e hizo - es difícil pensar en mejores palabras - con precisión. [Daba la] impresión de un muy animado enérgico y agradable joven, a veces de repente parecía algo más maduro de lo que a simple vista sugería. No me cabe duda que Andrei era lingüísticamente dotado: resolvía fácilmente diversos rompecabezas de palabra... [pero su] trabajo matemático no era muy acertado, aunque su conocimiento y comprensión no era menor que el de los otros estudiantes. Puedo decir ahora que el mundo de la topología pura no era su mundo, contenía algo disonante con su personalidad muy independiente.*

Bolibrukh había comenzado a interesarse en temas matemáticos fuera del ámbito de la investigación que estaba llevando a cabo para el Grado de Candidato, asistiendo a un seminario organizado por A. V. Chernavskii para estudiar el problema multidimensional de Riemann-Hilbert. Como consecuencia de ello sus estudios de Ph. D. cambiaron de dirección, influenciado por Chernavskii, y completó la investigación para su tesis sobre *On the Fundamental Matrix of a Pfaffian System of Fuchsian Type* en 1975. Comenzó a trabajar en el Instituto de Física y Tecnología de Moscú pero, como algo sorprendente, dos años después de terminar la investigación para su tesis que Bolibrukh la defendió en la Universidad Estatal de Moscú y obtuvo el Grado de Candidato.

Sin duda su carrera se movía menos rápidamente de lo que uno podría haber esperado. Dmitrii Viktorovich Anosov escribe en [7] sobre los años siguientes:

> *No estoy seguro de que incluso sus amigos más cercanos sabían realmente sobre su crecimiento interno durante los 10 años después de defender su tesis doctoral; más porque desde aquel momento dedicó mucha atención a cosas totalmente distintas - por ejemplo, tribología, es decir, el estudio de la influencia de varios tipos de fricción en el trabajo de los sistemas mecánicos. Se trataba de una actividad útil relacionada con la orientación aplicada del Instituto de Física y Tecnología de Moscú y que requieren una cierta cualificación, pero no tenía nada que ver con ecuaciones diferenciales en el dominio complejo. Me encontré en varias ocasiones con él durante este tiempo y debo confesar que entonces no me causó gran impresión.*

Durante estos años Andrei y su esposa Nina iniciaron una familia, naciendo sus hijos, el varón llamado Andrei como él, y una niña llamada Ekaterina.

Lo que parecía convertirse en una carrera común y corriente para Bolibrukh cambió brillantemente en 1989 cuando él solucionó problema 21 de Hilbert, también conocido como el problema de Riemann-Hilbert. Este problema, el 21 en la famosa lista de Hilbert de los problemas que este dio a conocer en 1900 fijando la escena matemática para el siglo XX, es el siguiente:

> *¿Existe un sistema Fuchsiano de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales en el dominio complejo teniendo prescrito sus puntos singulares y grupo monodrómico?*

Hilbert creía que la pregunta tenía una solución positiva y el problema apareció propuesto en 1908 cuando Josip Plemelj demostró que se podía reducir el problema a un resultado conocido. Sin embargo, alrededor de 1980, se descubrió, por Golubeva, Leksin y otros, que hubo un error en la reducción de Plemelj. Todavía se creía que lo que se requería era una corrección en el método de Plemelj para encontrar la respuesta positiva esperada pero Bolibrukh produjo una sorpresa mayor cuando demostró en 1989 ciertas condiciones prescritas en las singularidades que conducían a una solución negativa. Este brillante trabajo constituye la tesis doctoral de Bolibrukh (equivalente a un D. Sc. o habilitación), obtenido en 1991, y de repente pasó de ser un matemático común y corriente a ser una verdadera estrella. Se debe dejar claro que no fue simplemente que Bolibrukh había tenido suerte al lograr el resultado. En este tiempo él produjo resultados de alta calidad. Pero la gente no lograba explicarse ni entender cómo una persona con una edad considerada avanzada para un matemático, lograra excelentes avances.

Bolibrukh recibió rápidamente honores por su extraordinario trabajo. Fue conferencista invitado en el Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en Zurich en 1994, dando la Conferencia *The Riemann-Hilbert problem and Fuchsian differential equations on the Riemann sphere*. Desde 1990 su trabajo principal lo realizó en el Instituto Matemático Steklov, y llegó a ser director adjunto de este Instituto en 1996. En 1994 fue elegido Miembro Correspondiente de la Academia Rusa de Ciencias, convirtiéndose en Miembro Titular tres años más tarde. La Academia de Ciencias de Rusia le concedió el Premio Lyapunov en 1995 y en 2001 recibió el Premio Estatal de la Federación Rusa. La Universidad Estatal de Moscú lo honró en 1999 con el título Profesor Honorífico.

Honores recibidos no se limitaron a Rusia. Fue invitado como Profesor Visitante a la Universidad de Niza para el periodo 1995-1997, y otra invitación similar fue para ser Profesor Visitante en el periodo 1998-2002 en la Universidad de Estrasburgo. En 2002 se convirtió en Miembro del Comité Ejecutivo de la Unión Internacional de Matemáticos. Fue Orador Invitado en numerosos congresos internacionales, a menudo como Conferencista de la Plenaria. Durante un período de cinco años dio charlas en nada menos que 31 conferencias internacionales y, aún más notable, cada una era sobre temas diferentes. Lamentablemente, sin embargo, su salud se deterioró y fue diagnosticado con cáncer. Él experimentó el tratamiento en el hospital durante varios meses, pero cuando su salud parecía mejorar algo dejó hospital y asistió a una conferencia para celebrar el 100º aniversario del nacimiento de Andrei Nikolaevich Kolmogorov [7]:

> *... él era optimista, manifestaba buen humor a los participantes, hizo planes para sus futuras investigaciones (las negociaciones para su tratamiento médico en Francia estaban a punto de finalizar), dio su brillante charla como de costumbre e inmediatamente después asistió a la ceremonia de inauguración de un busto conmemorativo de L. S. Pontryagin en la Avenida Lenin.*

Lamentablemente la mejora de salud fue de corta duración y fue hospitalizado nuevamente. Sin embargo, mientras estaba en el hospital, completó la escritura de su último trabajo de investigación, escribió las memorias (referencia [11]) y continuó asesorando a sus estudiantes del Instituto Matemático Steklov. Un año después de su muerte, se organizó una conferencia en su honor en Estrasburgo, Francia.

Otros aspectos de la carrera de Bolibrukh. M. Butuzov, I. V'yugin, R. Gontsov y V. Poberezhnyi escriben en [13] sobre la enseñanza de Bolibrukh:

> *Todos nosotros, en diferentes momentos, conocimos a Andrei durante nuestro segundo año en el Departamento de Mecánica y Matemática. En esos años dio la Conferencia especializada del curso de la teoría analítica de ecuaciones diferenciales, conjunto de vectores y el problema de Riemann-Hilbert. Andrei fue un profesor maravilloso. Su estilo de presentación era preciso y riguroso pero accesible, y destacaba los puntos más importantes y hermosos. Preparaba bien sus clases, y uno de sus cursos fue publicado como libro de Ecuaciones Fuchsianas y paquetes holomórficos, que es un buen ejemplo de su estilo. Después de cada conferencia Andrei nos solicitaba, a los miembros más jóvenes de su audiencia, lo que nosotros no habíamos entendido y se quedaba con nosotros en la sala, a veces durante una hora, recibiendo no sólo las respuestas a nuestras preguntas sino también improvisando conferencias sobre temas generales. Fue un profesor con gran pasión, llegando a estar totalmente atraído por el material trabajado. Una vez durante una conferencia rasgó su camisa por accidente. Aun así, continuó. Su manera de comprometerse en su labor se ganó a la audiencia y los atrajo hacia el tema motivo de su exposición. Por lo tanto, cuando tuvimos que elegir un asesor de investigación nos acercamos a Andrei. Aceptó y se unió al grupo de trabajo sobre ecuaciones diferenciales y más tarde, junto con él, nos unimos al grupo recién formado de sistemas dinámicos.*

Fuera de las matemáticas, los intereses de Bolibrukh incluían tenis, literatura, pintura y el teatro.

REFERENCIAS.-

LIBROS:

1. B Yandell, *The honors class: Hilbert's problems and their solvers* (A K Peters, 2002).

ARTÍCULOS:

2. Andrei Andreevich Bolibrukh (December 30, 1950-November 11, 2003) (Russian), *Sovrem. Mat. Prilozh. No.* **10** (2003), 3.

3. Andrei Andreevich Bolibrukh (December 30, 1950-November 11, 2003), *J. Math. Sci. (N. Y.)* **129** (1) (2005), 3517.

4. D V Anosov, V I Arnol'd, V M Bukhshtaber, V A Golubeva, A A Gonchar, A B Zhizhchenko, Yu S Il'yashenko, V V Kozlov, S P Konovalov, L D Kudryavtsev, V P Leksin, O B Lupanov, A A Mal'tsev, E F Mishchenko, S P Novikov, Yu S Osipov, M M Postnikov, V A Sadovnichii, A G Sergeev, L D Faddeev and A V Chernavskii, Andrei Andreevich Bolibrukh (obituary) (Russian), *Uspekhi Mat. Nauk* **58** (6) (2003), 139-142.

5. D V Anosov, V I Arnol'd, V M Bukhshtaber, V A Golubeva, A A Gonchar, A B Zhizhchenko, Yu S Il'yashenko, V V Kozlov, S P Konovalov, L D Kudryavtsev, V P Leksin, O B Lupanov, A A Mal'tsev, E F Mishchenko, S P Novikov, Yu S Osipov, M M Postnikov, V A Sadovnichii, A G Sergeev, L D Faddeev, A V Chernavskii and Andrei Andreevich Bolibrukh (obituary), *Russian Math. Surveys* **58** (6) (2003), 1185-1189.

6. D V Anosov and V P Leksin, Andrei Andreevich Bolibrukh in life and science (Russian), *Uspekhi Mat Nauk* **59** (6)(360) (2004), 3-22.

7. D V Anosov and V P Leksin, Andrei Andreevich Bolibrukh in life and science, *Russian Math. Surveys* **59** (6) (2004), 1009-1028.

8. D V Anosov and E F Mishchenko, In Memory of Andrei Andreevich Bolibrukh (Russian), Dynamical systems and related problems of geometry, Collected papers. Dedicated to the memory of academician Andrei Andreevich Bolibrukh, *Tr. Mat. Inst. Steklova* **244** (Nauka, Moscow, 2004), 5.

9. D V Anosov and E F Mishchenko, In Memory of Andrei Andreevich Bolibrukh, *Proc. Steklov Inst. Math.* (1) (244) (2004), 1.

10. A A Bolibrukh, Some memories of Boarding School no. 45, *Amer. Math. Soc. Transl.* (2) **174** (1996), 1-5.

11. A A Bolibrukh, Reminiscences and reflections on times long past (Russian) (Moscow, 2003).

12. A V Chernavskii, V P Leksin, M Butuzov, I V'yugin, R Gontsov, V Poberezhnyi, Yu S Il'yashenko, A.G. Sergeev and S P Konovalov, Reminiscences about Andrei Andreevich Bolibrukh (Russian), *Uspekhi Mat. Nauk* **59** (6)(360) (2004), 207-215.

13. A V Chernavskii, V P Leksin, M Butuzov, I V'yugin, R Gontsov, V Poberezhnyi, Yu S Il'yashenko, A.G. Sergeev and S P Konovalov, Reminiscences about Andrei Andreevich Bolibrukh, *Russian Math. Surveys* **59** (6) (2004), 1213-1224.

14. V P Leksin, The works of A A Bolibrukh on multidimensional regular and Fuchsian systems (Russian), *Uspekhi Mat. Nauk* **59** (6)(360) (2004), 151-160.

15. V P Leksin, The works of A A Bolibrukh on multidimensional regular and Fuchsian systems, *Russian Math. Surveys* **59** (6) (2004), 1155-1164.

16. C Mitschi and C Sabbah, Andrei Bolibroukh, un mathématicien, un ami, *Gaz. Math. No.* **100** (2004), 20-31.

17. C Mitschi and C Sabbah, Preface, *Differential equations and quantum groups, IRMA Lect. Math. Theor. Phys.* **9** (Eur. Math. Soc., Zürich, 2007), v-vi.

18. C Sabbah, The work of Andrey Bolibrukh on isomonodromic deformations, in *Differential equations and quantum groups* (Eur. Math. Soc., Zürich, 2007), 9-25.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. Connor y E. F. Robertson sobre "Andrei Andreevich Bolibrukh" (Marzo 2011).
Fuente: MacTutor History of Mathematics [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bolibrukh.html].