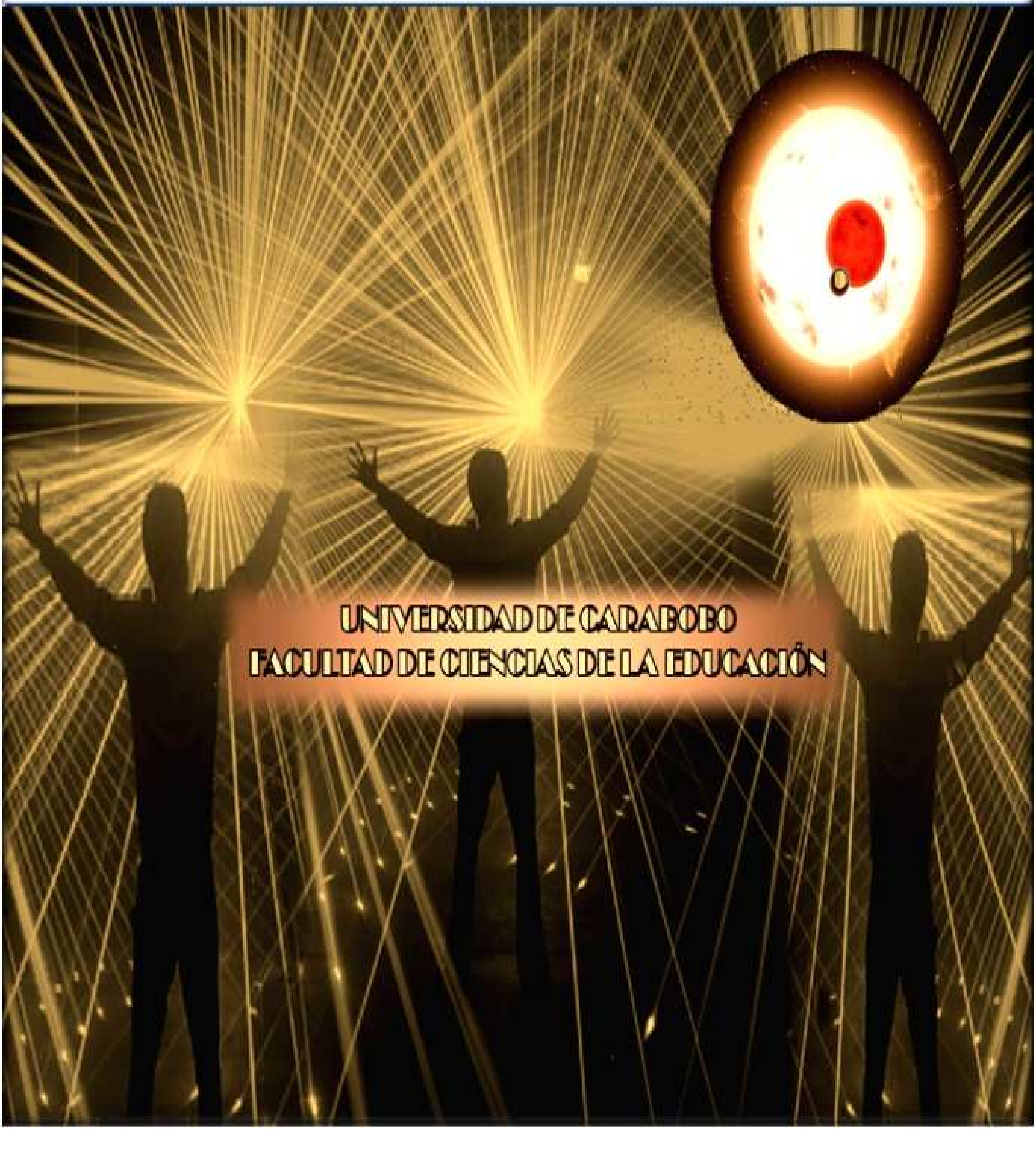
HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

 Depósito Legal: PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385

E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 1 – AÑO 16 Valencia, Lunes 8 de Enero de 2018



HOMOTECIA

DEPARTAMENTO DE MATEMATICA Y FISICA - FACE - UC

ADVENTUS NOVUS CALCULUS

CÁTEDRA DE CÁLCULO

Índice

Diseño de Portada y Montaje Gráfico: R. A. A. H. Tema motivo: Luces de esperanza envuelven a los venezolanos.

La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google, Facebook y *MSN*, vía Internet.

Para el acceso a todos los números publicados de la Revista HOMOTECIA, conectarse al enlace: http:/servicio.bc.uc.edu.ve/homotecia/index.htm > Sección: MULTIDISCIPLINARIAS

Revista HOMOTECIA
© Rafael Ascanio H. – 2009
Hecho el Depósito de Ley.
Depósito Legal:
PPi2012024055
I. S. S. N.: 2244-7385

e-mail:
homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual
Revista de acceso libre

Publicada por:
CÁTEDRA DE CÁLCULO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

Nº 1 - AÑO 16 - Valencia, Lunes 8 de Enero de 2018

EDITORIAL

Año 2018. Cortésmente les deseamos un feliz año nuevo y les damos la bienvenida al mismo. Como siempre asumimos una posición positiva, esperamos que este año traiga bondades y mejoras a nuestra patria. Particularmente para nuestra revista, iniciamos el año décimo sexto de publicación. Seguiremos preocupados por siempre intentar obtener información útil, interesante y entretenida de las fuentes a las cuales acostumbramos recurrir y consultar; es por esto que además de nuestro esfuerzo en ello, nos es fundamental seguir recibiendo los aportes de quienes ya para estos momentos son grandes amigos colaboradores. A la par de esto, esperamos que la educación venezolana en todos sus niveles, mejore y recupere la calidad con que en un momento se le calificó y vuelva a considerarse importante para cada venezolano en cuanto a ser el camino esperanzador para mejores oportunidades y el logro del progreso personal y colectivo mediante el trabajo, en contraposición a lo que se ha hecho costumbre en los últimos tiempos: la imposición de la ley del mínimo esfuerzo, tanto en lo físico como en lo intelectual, llevando a los venezolanos, sobre todo a los más jóvenes, a dejar los estudios o a abandonar sus profesiones porque en la actualidad de nuestro país ejercer cualquier oficio del comercio informal, aunque sus resultados sean efímeros, produce por los momentos fáciles y mejores ganancias, esto sin adentrarnos en considerar que ejercer cualquier cargo público en el que no se requiera una exigente formación profesional, genera mejores beneficios económicos. Por igual, invitamos a todos aquellos que a pesar de las dificultades y vicisitudes que han enfrentado en estos últimos años, sigan realizando el esfuerzo que hasta ahora han hecho, con la misma intensidad, con la misma pasión porque en ello está el origen en el que se basa que los logros alcanzados se hagan perennes aún cuando el entorno atente contra ellos.

Reflexiones

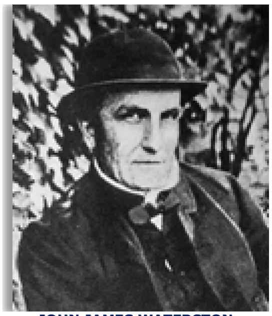
"Lo que hagas sin esfuerzo y con presteza, durar no puede ni tiene belleza".

PLUTARCO

"Si lo que haces inspira a otros a soñar más, a aprender más, a hacer más y a ser más útiles, eres un líder".

JOHN QUINCY ADAMS

Los Grandes Matemáticos



JOHN JAMES WATERSTON
(1811 - 1883)

Nació en el año 1811 y murió el 18 de junio de 1883, ambos momentos en Edimburgo, Escocia.

El abuelo paterno de John Waterston, William Waterston, se casó con Catherine Sandeman quien provenía de la familia de los importadores de vino de Oporto. La familia de Catherine pertenecía a la secta religiosa cristiana conocida como los Glasites, o Sandemanios, y ella era muy apreciada por su independencia de pensamiento. William y Catherine tuvieron un hijo, George Waterston, quien se convirtió en fabricante de cera y papelería en Edimburgo. George se casó con Jane Blair de Dunkeld. Tuvieron nueve hijos, de los cuales John Waterston fue el sexto. La familia era rica, llevaban una vida feliz, se interesaban por la literatura, la ciencia y la música, y los niños tenían la mejor educación posible.

John Waterston estudió en la escuela secundaria de Edimburgo, luego entró a la Universidad de Edimburgo para estudiar matemáticas y física al mismo tiempo que era un aprendiz en la firma de ingeniería de Grainger y Miller. En la Universidad de Edimburgo fue alumno de John Leslie, quien le dio una excelente formación en física matemática. Waterston publicó su primer trabajo sobre física matemática mientras era estudiante. Sin embargo, sus intereses eran amplios y también asistió a conferencias en química, anatomía y cirugía. Más aun, también participó con entusiasmo en las actividades de la sociedad literaria de estudiantes de la Universidad.

Waterston viajó a Londres en 1832 a trabajar para James Walker, una firma líder en ingeniería civil, donde trabajó como agrimensor para el tendido de vías férreas. Trabajó para esta firma por tres años, pero su verdadero objetivo era llevar a cabo una investigación matemática y científica, y en el espíritu familiar la mejor estrategia para lograr esto era no tener un empleo que no estuviera directamente relacionado con sus intereses de investigación. Su trabajo de topografía le dejaba poco tiempo y además tenía que viajar constantemente por todo el país, así que para poder lograr sus objetivos de investigación, primero aceptó un trabajo con el Departamento de Hidrografía del Ministerio de la Marina donde trabajó bajo Francis Beaufort, luego en 1839 consiguió un cargo bien remunerado como instructor naval con la Academia de Bombay de la East India Company. Permaneció en la India durante casi 20 años. Tenía ahora un trabajo que le dio el tiempo libre necesario para perseguir su ambición de llevar a cabo una investigación científica pero al quedar fuera de la comunidad científica establecida, le resultaba difícil obtener el reconocimiento que merecía.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Él publicó trabajos sobre muchos temas científicos como astronomía, física, química y fisiología. En los temas de astronomía incluyó cometas, radiación solar y ocultamientos lunares. Interesado en el cálculo de la edad del sol, estudió la teoría cinética de gases al darse cuenta de que con los solos procesos químicos era insuficiente para explicar el rendimiento solar. Su enfoque fue estadístico y en este sentido ciertamente merece el crédito de adelantarse por lo menos 20 años antes de que lo hicieran con el enfoque principal de Clausius y Maxwell. Fue capaz de derivar teóricamente varias de las leyes, como las de Boyle, que sólo la había postulado empiricamente. Publicó el libro *Thoughts on the Mental Functions* (Pensamientos sobre las funciones mentales) en 1843. D. Levermore escribe en la referencia [6]:

> *En 1843 publicó un libro que incluía algunos de sus primeros resultados sobre la teoría cinética de los gases. Su conclusión más importante fue que "el equilibrio de la temperatura depende de las moléculas, ya que aun siendo diferentes en tamaño" tienen la misma energía cinética. Éste era un caso especial de lo que más tarde se conoció como el "Teorema de equipartición". No hay evidencia que algún científico físico leyera el libro; tal vez fue pasado por alto a causa de su título engañoso, "Reflexiones sobre las funciones mentales".*

La contribución más significativa de Waterston llegó dos años más tarde cuando presentó un amplio trabajo sobre la teoría cinética de los gases a la Real Sociedad. Jefferies escribe en la referencia [1]:

> *En 1845, el trabajo de Waterston fue comunicado a la Royal Society de Londres, donde fue leído pero rechazado para su publicación por los árbitros de la sociedad. Como era la costumbre, el manuscrito de Waterston no fue devuelto a él, pero en cambio pasó a ser propiedad de la Royal Society y fue conservado en los archivos. Waterston no había hecho una copia de este manuscrito complejo y fue incapaz de reconstruirlo con suficientes detalles para enviarlo para su publicación en otros lugares. Por el momento se dio cuenta de que si no lo publicaba la Royal Society, desaparecería su interés por la química física de líquidos y gases.*

En 1851 Waterston presentó un documento a la Asociación Británica para el Avance de la Ciencia en su reunión anual celebrada en Ipswich de ese año [6]:

> *El Resumen publicado de ese trabajo dice claramente que en las mezclas de gases, la energía cinética media de cada tipo de molécula es el mismo; así estableció su prioridad para el primer planteamiento del Teorema de Equipartición. También en este Resumen indicó que la hipótesis de Avogadro se desprende la teoría cinética.*

En 1857 regresó a Escocia, después de frustrarse por los problemas que tuvo al tratar que se le editara su obra. Continuó sus investigaciones teniendo principal interés en la química física.

La muerte de Waterston fue algo misteriosa. Fue a dar un paseo a la playa cerca de Edimburgo y nunca más fue visto. Se supuso que tuvo un mareo, cayó al agua y se ahogó. Sin embargo, su cuerpo nunca fue recuperado. La creencia de que sufrió un mareo era razonable puesto que él había sufrido de mareos desde que contrajo una insolación mientras vivía en la India.

Fue Rayleigh quien en 1891 descubrió el trabajo inédito de Waterston no publicado y entonces la Real Sociedad decidió publicarlo cuando él les señaló la importancia que tenía al darle luz al posterior trabajo que en la misma línea siguieron Clausius y Maxwell. Rayleigh dijo que el documento representa:

> *... un inmenso avance en la dirección que generalmente ahora recibe la teoría. La omisión de publicarlo en su momento fue una desgracia que probablemente retardó el desarrollo del tema por diez o quince años.*

Referencias.-

1. David Jefferies, John James Waterston, in Thomas Hockey (ed.) *Biographical Encyclopedia of Astronomers* (2007), 1197-1198.

Libros:

2. J S Haldane, (ed.) The Collected Scientific Papers of John James Waterston (1928).

Artículos:

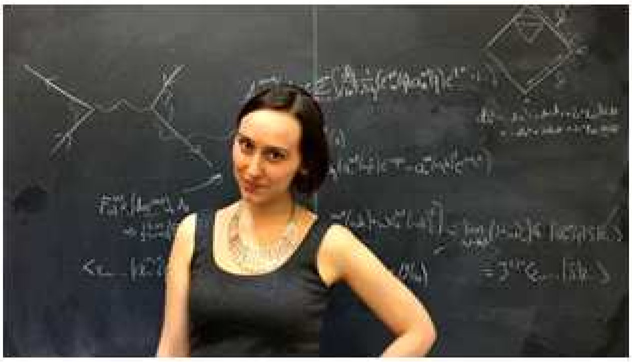
3. S G Brush, The development of the kinetic theory of gases : II. Waterston, *Annals of Science* **13** (1957), 275-282.
4. S G Brush, John James Waterston and the kinetic theory of gases, *American Scientist* **49** (1961), 202-214.
5. E E Daub, Waterston, Rankine and Clausius on the kinetic theory of gases, *Isis 61* (1970), 105-106.
6. D Levermore, Neglected Pioneers : Herapath and Waterson (1820 -1851) http://www.math.umd.edu/~lvrmr/History/Neglected.html.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "John James Waterston" (Julio 2008).
FUENTE: MacTutor History of Mathematics. [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Waterston.html].

Esta es la joven de la que Harvard afirma que es la próxima ¡Einstein!

Por: **A. López**

FUENTE: El Confidencial
TOMADO DE: ***MSN***



LA GENIO DEL MOMENTO. CRÉDITO IMAGEN: © EXTERNA

Esta joven estadounidense con raíces cubanas es *excepcional*. Se crió en Chicago y dejó con la boca abierta a medio mundo cuando con tan solo nueve años creó un avión de un solo motor con sus propias manos y lo hizo volar sobre el lago Michigan a los 16. **Sabrina González Pasterski** es una máquina de la física que además disfruta a tiempo completo de lo que hace. Es considerada una de las **mentes** más **brillantes** del *Instituto de Tecnología de Masachussetts* (MIT) después de haberse graduado con la nota más alta de la historia.

Está estudiando un doctorado en la Universidad de Harvard, pero sigue centrada en cumplir su propio proyecto, enviar a alguien a Marte con una nave construida por ella misma***:*** *"Suena inviable, pero si trabajas, todo puede ser posible"*, asegura. Investiga sobre los *agujeros negros*, la *gravedad* y el *espacio-tiempo*. Su especialidad gira en torno a la gravedad cuántica, que trata de explicar el fenómeno de la gravedad en el contexto de la mecánica cuántica. Los que la conocen aseguran que sus investigaciones podrían cambiar en el futuro la concepción que tenemos sobre el espacio-tiempo, y los medios la han apodado como *"la nueva Einstein"*.

No solo su inteligencia se sale de la norma. También sus hábitos cotidianos. Pasterski no tiene *Twitter*, y apenas usa su *Facebook* y su *Instagram*. Ni siquiera ha subido su currículo a *LinkedIn*. Además**,** la joven ha decidido que prefiere vivir sin *"Smartphone"*.

Eso sí, visita a diario el sitio web *"PhysicsGirl"*, donde comparte todo tipo de materiales relacionados con el mundo de la física, su pasión, y actualiza sus logros y actividades. *"La física es algo emocionante. No es un trabajo de nueve a cinco. Cuando uno está cansado, duerme, y cuando no, se dedica a la física"*, asegura la joven en declaraciones a los medios estadounidenses.

TRABAJA PARA CUMPLIR TUS SUEÑOS.

Pasterski es considera por la revista *"Forbes"* como *uno de los 30 mejores talentos menores de 30 años*. Durante una entrevista, esta mente maravillosa comentó a *"Marie Claire"* que *"ser optimista acerca de lo que puedes hacer es muy importante. Cuando eres pequeño, sueles decir las cosas que quieres hacer de mayor, y creo que es importante no perder de vista todos esos sueños"*.

Cumplir su sueño no es barato, pero esta joven ha tenido la suerte (aunque se la ha trabajado, claro) de haber recibido millones de dólares en becas de lugares tan célebres como la Fundación Hertz, la Fundación Smith y la Fundación Nacional para las Ciencias.

OFERTAS DE TRABAJO.

No le importa que el 30% de los graduados en física de EEUU estén desempleados. Sabrina ha recibido ofertas laborales incluso antes de haberse graduado. *Jezz Bezos*, fundador de *Amazon* y *Blue Origin*, compañía que quiere vender viajes comerciales al espacio, lleva esperándola varios años y está empeñado en que la joven trabaje para él.

La NASA también ha puesto el ojo en ella y quiere integrarla entre sus filas. Por ahora, Sabrina no está preocupada por su futuro trabajo, está centrada en terminar el doctorado, una tarea nada fácil a pesar de que le han dado plena libertad académica y para elaborar todos sus estudios sin tener que rendir cuentas a un tutor de la universidad. Cada día está un poco más cerca de convertirse en una celebridad. Tiene claro que si quieres conseguir tus metas, debes tener siempre algo en la cabeza y preguntarte: "¿Qué has hecho últimamente? Así tendrás un objetivo".

Aportes al conocimiento

Elementos Básicos del Cálculo Diferencial (30)

Por: Prof. Rafael Ascanio Hernández - Prof. Próspero González Méndez

ÍNDICE.-

Derivadas de las Funciones Hiperbólicas.-

Las funciones hiperbólicas son continuas y por lo tanto, pueden ser derivadas de una manera similar a las funciones trigonométricas.
Si se supone que $y = F(u)$, y además $u = f(x)$; es decir "y" es función compuesta de "x": $y = F\left[\, f(x)\,\right]$.

Esto permite establecer que las respectivas derivadas respecto a x serán de la forma: $y' = \dfrac{d[F(u)]}{dx} = F'(u)\cdot u'$ y donde $u' = f'(x) = \dfrac{d\left[f(x)\right]}{dx}$; es decir, se aplica la Regla de la Cadena.

Las reglas para obtener las derivadas de las funciones hiperbólicas son:

$$y = Senhu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = Coshu\cdot u'$$
$$y = Coshu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = Senhu\cdot u'$$
$$y = Tghu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = Sech^2u\cdot u'$$
$$y = Cotghu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = -Cosech^2u\cdot u'$$
$$y = Sechu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = -Sechu\cdot Tghu\cdot u'$$
$$y = Cosechu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = -Cosechu.Cotghu.u'$$

Derivadas de las Funciones Hiperbólicas Inversas.-

Al ser u derivable con respecto a x, en analogía con las funciones trigonométricas inversas, se pueden obtener las derivadas de las funciones hiperbólicas inversas:

$$y = Senh^{-1}u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = \frac{1}{\sqrt{u^2+1}}\cdot u', \quad para\ \ cualquier\ \ valor\ \ de\ \ u.$$
$$y = Cosh^{-1}u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = \frac{1}{\pm\sqrt{u^2-1}}\cdot u', \quad para\ \ u>1.$$
$$y = Tgh^{-1}u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = \frac{1}{1-u^2}\cdot u', \quad donde\ \ u^2<1.$$
$$y = Cotgh^{-1}u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = -\frac{1}{u^2-1}\cdot u', \quad donde\ \ u^2>1.$$
$$y = Sech^{-1}u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = -\frac{1}{\pm u\cdot\sqrt{1-u^2}}\cdot u', \quad con\ \ 0<u<1.$$
$$y = Cosech^{-1}u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad y' = -\frac{1}{u^2\cdot\sqrt{1+\frac{1}{u^2}}}\cdot u', \quad donde\ \ u^2>0.$$

Ejercicios resueltos.-

1) Comprobar que: $(Senh\,x)' = Cosh\,x$.

<u>Comprobación</u>:

$$(Senh\,x)' = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)' = \frac{e^x \cdot x' - e^{-x}\cdot(-x)'}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = Cosh\,x$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{(Senh\,x)' = Cosh\,x}$$

2) Obtenga las siguientes derivadas:

$a)\ y = Ln\,Senh\,x.$

<u>Solución</u>:

$$y' = (Ln\,Senh\,x)' \cdot (Senh\,x)' = \frac{1}{Senh\,x}\cdot Cosh\,x = \frac{Cosh\,x}{Senh\,x} = Cotgh\,x$$

$b)\quad f(x) = Tgh^{-1}(Cos2x).$

<u>Solución</u>:

$$f(x) = \left[Tgh^{-1}(Cos\ 2x)\right]' \cdot (Cos\ 2x)' \cdot (2x)' = \frac{1}{1 - Cos^2 2x}\cdot(-Sen\ 2x)\cdot 2 = -\frac{2\,Sen\ 2x}{1 - Cos^2 2x} =$$

$$= -\frac{2\,Sen\ 2x}{Sen^2 2x} = -\frac{2}{Sen\ 2x} = -2\,Cosec\ 2x$$

$c)\quad y = x\cdot Cosh^{-1}x - \sqrt{x^2 - 1}.$

<u>Solución</u>:

$$y' = (x\cdot Cosh^{-1}x) - \left(\sqrt{x^2-1}\right)' = x'\cdot Cosh^{-1}x + x\cdot(Cosh^{-1}x)' - \left[\left(x^2-1\right)^{\frac{1}{2}}\right]' \cdot (x^2-1)' =$$

$$= Cosh^{-1}x + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} - \frac{2x}{2\cdot\sqrt{x^2-1}} = Cosh^{-1}x + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} - \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = Cosh^{-1}x$$

Derivación Logarítmica.-

Se obtiene la derivada de una función mediante la derivada de su logaritmo. Este procedimiento se aplica cuando la expresión de la función es más complicada de lo usual.

Ejercicios resueltos.-

1) Dada $y = \dfrac{x^{3/4}\cdot\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5}$ **, obtener** $\dfrac{dy}{dx}$.

<u>Solución</u>:

Aplicando logaritmos a ambos miembros de la igualdad:

$$y = \frac{x^{3/4}\cdot\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5}$$

$$Ln\,y = Ln\frac{x^{3/4}\cdot\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5}$$

$$Lny = Ln\left[x^{3/4}\cdot\sqrt{x^2+1}\right] - Ln(3x+2)^5$$

$$Lny = Ln\,x^{3/4} + Ln\sqrt{x^2+1} - 5Ln(3x+2)$$

$$Lny = \tfrac{3}{4}Lnx + Ln(x^2+1)^{1/2} - 5Ln(3x+2)$$

$$Lny = \tfrac{3}{4}Lnx + \tfrac{1}{2}Ln(x^2+1) - 5Ln(3x+2)$$

Ahora procedemos a derivar:

$$(Lny)' = \tfrac{3}{4}(Lnx)' + \tfrac{1}{2}\left[Ln\,(x^2+1)\right]' - 5\left[Ln\,(3x+2)\right]'$$

$$\frac{y'}{y} = \tfrac{3}{4}\cdot\frac{1}{x} + \tfrac{1}{2}\cdot\frac{2x}{x^2+1} - 5\cdot\frac{3}{3x+2}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{3}{4x} + \frac{x}{x^2+1} - \frac{15}{3x+2}$$

$$y' = y\cdot\left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{x^2+1} - \frac{15}{3x+2}\right)$$

$$\boxed{y' = \frac{dy}{dx} = \frac{x^{3/4}\cdot\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5}\cdot\left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{x^2+1} - \frac{15}{3x+2}\right)}$$

2) Dada $y = \dfrac{e^{2x}\cdot x^4}{(2-x^3)^2}$ **, obtenga** $\dfrac{dy}{dx}$.

<u>Solución</u>:

Aplicando logaritmos a ambos miembros de la igualdad:

$$y = \frac{e^{2x}\cdot x^4}{(2-x^3)^2}$$

$$Ln\,y = Ln\left[\frac{e^{2x}\cdot x^4}{(2-x^3)^2}\right]$$

$$Ln\,y = Ln\left(e^{2x}\cdot x^4\right) - Ln\,(2-x^3)^2$$

$$Ln\,y = 2x\cdot Ln\,e + 4Ln\,x - 2Ln\,(2-x^3)$$

$$Ln\,y = 2x + 4Ln\,x - 2Ln\,(2-x^3)$$

Ahora procedemos a derivar:

$$(Ln\,y)' = (2x)' + (4Ln\,x)' - \left[2Ln\,(2-x^3)\right]'$$

$$\frac{y'}{y} = 2 + \frac{4}{x} + \frac{6x^2}{2-x^3}$$

$$y' = y\cdot\left(2 + \frac{4}{x} + \frac{6x^2}{2-x^3}\right)$$

$$\boxed{y' = \frac{dy}{dx} = \frac{e^{2x}\cdot x^4}{(2-x^3)^2}\cdot\left(2 + \frac{4}{x} + \frac{6x^2}{2-x^3}\right)}$$

3) Si $f(x) = \dfrac{35Tg\,(x^2+1)\cdot x^3}{e^x\cdot Sen\sqrt{x^3+1}}$ **, obtenga** $\dfrac{df}{dx}$.

<u>Solución</u>:

Aplicando logaritmos a ambos miembros de la igualdad:

$$f(x) = \frac{35Tg\,(x^2+1)\cdot x^3}{e^x\cdot Sen\sqrt{x^3+1}}$$

$$Ln\left[f(x)\right] = Ln\left[\frac{35Tg\,(x^2+1)\cdot x^3}{e^x\cdot Sen\sqrt{x^3+1}}\right]$$

$$f(x) = \frac{35Tg\,(x^2+1)\cdot x^3}{e^x\cdot Sen\sqrt{x^3+1}}$$

$$Ln\left[f(x)\right] = Ln\left[\frac{35Tg\,(x^2+1)\cdot x^3}{e^x\cdot Sen\sqrt{x^3+1}}\right]$$

$$Ln\left[f(x)\right] = Ln\left[35Tg\,(x^2+1)\cdot x^3\right] - Ln\left(e^x \cdot Sen\sqrt{x^3+1}\right)$$

$$Ln\left[f(x)\right] = Ln35 + Ln\left[Tg\,(x^2+1)\right] + Ln(x^3) - Ln\,e^x - Ln\left(Sen\sqrt{x^3+1}\right)$$

$$Ln\left[f(x)\right] = Ln35 + Ln\left[Tg\,(x^2+1)\right] + 3Ln\,x - x\cdot Ln\,e - Ln\left(Sen\sqrt{x^3+1}\right)$$

$$Ln\left[f(x)\right] = Ln35 + Ln\left[Tg\,(x^2+1)\right] + 3Ln\,x - x - Ln\left(Sen\sqrt{x^3+1}\right)$$

Procedemos a derivar:

$$Ln'\left[f(x)\right] = (Ln35)' + Ln'\left[Tg\,(x^2+1)\right] + (3Ln\,x)' - x' - Ln'\left(Sen\sqrt{x^3+1}\right)$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2x\cdot Sec^2(x^2+1)}{Tg\,(x^2+1)} + \frac{3}{x} - 1 - \frac{3x^2\cdot Cos\sqrt{x^3+1}}{2\sqrt{x^3+1}\cdot Sen\sqrt{x^3+1}}$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2x\cdot Sec^2(x^2+1)}{Tg\,(x^2+1)} + \frac{3}{x} - 1 - \frac{3x^2\cdot Cos\sqrt{x^3+1}}{2\sqrt{x^3+1}\cdot Sen\sqrt{x^3+1}}$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2x\cdot\left[Tg^2(x^2+1)+1\right]}{Tg\,(x^2+1)} + \frac{3}{x} - 1 - \frac{3x^2\cdot Cotg\sqrt{x^3+1}}{2\sqrt{x^3+1}}$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 2x\cdot Tg\,(x^2+1) + \frac{2x}{Tg\,(x^2+1)} + \frac{3}{x} - 1 - \frac{3x^2\cdot Cotg\sqrt{x^3+1}}{2\sqrt{x^3+1}}$$

$$f'(x) = f(x)\cdot\left[2x\cdot Tg\,(x^2+1) + \frac{2x}{Tg\,(x^2+1)} + \frac{3}{x} - 1 - \frac{3x^2\cdot Cotg\sqrt{x^3+1}}{2\sqrt{x^3+1}}\right]$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{35Tg\,(x^2+1)\cdot x^3}{e^x\cdot Sen\sqrt{x^3+1}}\cdot\left[2x\cdot Tg\,(x^2+1) + \frac{2x}{Tg\,(x^2+1)} + \frac{3}{x} - 1 - \frac{3x^2\cdot Cotg\sqrt{x^3+1}}{2\sqrt{x^3+1}}\right]}$$

Derivadas de Funciones Definidas por Tramos.-

Toda función definida por tramos es derivable cuando es continua en cualquier intervalo abierto de su dominio. En este caso, se aplica la regla de derivación correspondiente. En los puntos del dominio donde cambia la expresión que define a la función, es posible la existencia de una discontinuidad. Se aplica, entonces, la definición de derivada con el fin de determinar si ésta existe o no en dicho punto.

Ejercicios resueltos.-

1) Encuentre la derivada de la siguiente función:

$$g(x) = \begin{cases} x & si \quad x<0 \\ 2x & si \quad 0\le x\le 3 \\ 9-x & si \quad x>3 \end{cases}$$

Solución:

a) Para $x<0:\ g(x)=x \Rightarrow g'(x)=1$

b) Para $0<x<3:\ g(x)=2x \Rightarrow g'(x)=2$

c) Para $x>3:\ g(x)=9-x \Rightarrow g'(x)=-1$

d) Para $x = 0,$ se utiliza la definición de derivada : $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0}$

Límites laterales :

Por la izquierda $\rightarrow \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x - 2 \cdot 0}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x}{x} = \lim\limits_{x \to 0^-} 1 = 1$

Por la derecha $\rightarrow \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{2x - 2 \cdot 0}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{2x}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} 2 = 2$

$\therefore$ Como los límites laterales son diferentes , no existe derivada para $g(x)$ en $x = 0$

e) Para $x = 3,$ se utiliza la definición de derivada : $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0}$

Límites laterales:

Por la izquierda $\rightarrow \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{g(x) - g(3)}{x - 3} = \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{2x - 2 \cdot 3}{x - 3} = \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{2x - 6}{x - 3} = \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{2(x - 3)}{x - 3} = 2$

Por la derecha $\rightarrow \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{g(x) - g(3)}{x - 3} = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{9 - x - 2 \cdot 3}{x - 3} = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{3 - x}{x - 3} = \lim\limits_{x \to 0^+} (-1) = -1$

$\therefore$ Como los límites laterales son diferentes, no existe derivada para $g(x)$ en $x = 3.$

Luego la derivada de la función g es :

$$g'(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x < 0 \\ 2 & si \quad 0 < x < 3 \\ -1 & si \quad x > 3 \end{cases}$$

2) Obtenga la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} Cos\,x & si \quad x \geq 0 \\ \sqrt[3]{1 - 2x} & si \quad x < 0 \end{cases}$$

Solución:

a) Para $x > 0: \; f(x) = Cos\; x,$ entonces $\dfrac{d(Cosx)}{dx} = -Senx$

b) Para $x < 0: \; f(x) = \sqrt[3]{1 - 2x},$ entonces $\dfrac{d\left(\sqrt[3]{1 - 2x}\right)}{dx} = -\dfrac{2}{3\sqrt[3]{(1 - 2x)^2}}$

c) Para $x = 0$, se aplica la definición de derivada : $f'(0) = \lim_{x \to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0}$

Límites laterales :

Por la izquierda $\rightarrow \lim_{x \to 0^-} \dfrac{\sqrt[3]{1-2x} - \cos 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \dfrac{\sqrt[3]{1-2x} - 1}{x} = \lim_{x \to 0^-} \dfrac{\left(\sqrt[3]{1-2x} - 1\right) \cdot \left(\sqrt[3]{(1-2x)^2} + \sqrt[3]{1-2x} + 1\right)}{x \cdot \left(\sqrt[3]{(1-2x)^2} + \sqrt[3]{1-2x} + 1\right)} =$

$$= \lim_{x \to 0^-} \frac{1 - 2x - 1}{x \cdot \left(\sqrt[3]{(1-2x)^2} + \sqrt[3]{1-2x} + 1\right)} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-2}{\sqrt[3]{(1-2x)^2} + \sqrt[3]{1-2x} + 1} = -\frac{2}{\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{1} + 1} = -\frac{2}{3}$$

Por la derecha $\rightarrow \lim_{x \to 0^+} \dfrac{\cos x - \cos 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \dfrac{\cos x - 1}{x} = \lim_{x \to 0^+} \dfrac{(\cos x - 1)(\cos x + 1)}{x \cdot (\cos x + 1)} = \lim_{x \to 0^+} \dfrac{\cos^2 x - 1}{x \cdot (\cos x + 1)} =$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{-\sin^2 x}{x \cdot (\cos x + 1)} = \lim_{x \to 0^+} \frac{-\sin x \cdot \sin x}{x \cdot (\cos x + 1)} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \to 0^+} \frac{(-\sin x)}{\cos x + 1} = 1 \cdot \left(-\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{\cos x + 1}\right) = 1 \cdot 0 = 0$$

Al ser diferentes los límites laterales, la derivada de $f(x)$ en $x = 0$ no existe.

Luego, la derivada de la función f es :

$$f'(x) = \begin{cases} -\sin x & si \quad x > 0 \\ -\dfrac{2}{3\sqrt[3]{(1-2x)^2}} & si \quad x < 0 \end{cases}$$

3) Determine la derivada de la siguiente función: $f(x) = |x - 1|$.

<u>Solución</u>:

Para obtener la derivada de f, es conveniente definirla por tramos :

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & si \quad x < 1 \\ 0 & si \quad x = 1 \\ x - 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$$

Luego :

a) Para $x < 1$: $f(x) = -x + 1$, entonces $f'(x) = -1$

b) Para $x > 1$: $f(x) = x - 1$, entonces $f'(x) = 1$

c) Para $x = 1$ se utiliza la definición de derivada .

Límites laterales :

Por la izquierda $\rightarrow \lim_{x \to 1^-} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \dfrac{-x + 1 - 0}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} (-1) = -1$

Por la derecha $\rightarrow \lim_{x \to 1^+} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \dfrac{x - 1 - 0}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} 1 = 1$

$\therefore$ Como son diferentes los límites laterales, la derivada de $f(x)$ en $x = 1$ no existe.

Entonces, la derivada de f es $f'(x) = \begin{cases} -1 & si \quad x < 1 \\ 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$

4) Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 3+ax & si \quad x\le 1 \\ x^2+b & si \quad x>1 \end{cases}$$

determine valores para a **y** b **en** R **de modo que** f **sea derivable en** $x=1$**.**

Solución:

Aplicamos la definición de derivada en x=1.

Límites laterales:

$$\text{Por la izquierda} \rightarrow \lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(3+ax)-(3+a)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{ax-a}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{a(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}a=a$$

$$\text{Por la derecha} \rightarrow \lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x^2+b)-(3+a)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2+b-3-a}{x-1}=(*)$$

$(*)$ El límite por la derecha existe si $f(x)\rightarrow f(1)$.

Luego debe darse que:

$$\lim_{x\to 1^+}\left(x^2+b-3-a\right)=0 \quad \Leftrightarrow \quad 1+b-3-a=0 \quad \Leftrightarrow \quad b-a-2=0 \quad \Leftrightarrow \quad b=2+a$$

$$\text{Volviendo a } (*): \lim_{x\to 1^+}\frac{x^2+b-3-a}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2+2+a-3-a}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}(x+1)=2$$

Para que exista derivada en $x=1$, los límites laterales deben ser iguales; entonces: $a=2$

Como $b=2+a$, entonces $b=4$.

En $x=1$, f tiene derivada cuando $a=2$ y $b=4$.

Derivada de la Función Inversa.-

Sean f y f^{-1} funciones derivables. Al existir una correspondencia biunívoca entre los dominios y rangos de ambas funciones, se cumple que:

$$(f\circ f^{-1})(x)=x$$

Luego si aplicamos la derivada de la función compuesta o regla de la cadena, nos queda:

$$\frac{d\left[\left(f\circ f^{-1}\right)(x)\right]}{dx}\cdot\frac{d\left[f^{-1}(x)\right]}{dx}=1$$

Si despejamos la derivada de la función inversa, se tiene que:

$$\boxed{\frac{d\left[f^{-1}(x)\right]}{dx}=\frac{1}{\frac{d\left[\left(f\circ f^{-1}\right)(x)\right]}{dx}}}$$

La derivada de la función inversa es igual al inverso de la derivada de la función compuesta.

Ejemplos:

1) Si $y = ArcSenx$**, determinar** $\dfrac{d\left[f^{-1}(x)\right]}{dx}$ **para** $x \in (-1,1)$.

Solución:

$$y = ArcSenx \quad \Rightarrow \quad x = Seny \quad \Rightarrow \quad \left(f \circ f^{-1}\right)(x) = Sen\, y$$

Luego: $\dfrac{d\left[\left(f \circ f^{-1}\right)(x)\right]}{dx} = Cosy = \sqrt{1 - Sen^2 y} = \sqrt{1 - x^2}$

Aplicando la regla: $\dfrac{d\left[f^{-1}(x)\right]}{dx} = \dfrac{1}{\dfrac{d\left[\left(f \circ f^{-1}\right)(x)\right]}{dx}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\boxed{y = ArcSenx \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$$

2) Si $y = ArcCosx$**, determinar** $\dfrac{d\left[f^{-1}(x)\right]}{dx}$ **para** $x \in (-1,1)$.

Solución:

$$y = ArcCosx \quad \Rightarrow \quad x = Cosy \quad \Rightarrow \quad \left(f \circ f^{-1}\right)(x) = Cosy$$

Luego: $\dfrac{d\left[(f \circ f^{-1})(x)\right]}{dx} = -Seny = -\sqrt{1 - Cos^2 y} = -\sqrt{1 - x^2}$

Aplicando la regla: $\dfrac{d\left[f^{-1}(x)\right]}{dx} = \dfrac{1}{\dfrac{d\left[\left(f \circ f^{-1}\right)(x)\right]}{dx}} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\boxed{y = ArcCosx \quad \Rightarrow \quad y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$$

3) Si $y = ArcTgx$**, determinar** $\dfrac{d\left[f^{-1}(x)\right]}{dx}$ **para** $x \in R$.

Solución:

$$y = ArcTgx \quad \Rightarrow \quad x = Tg\, y \quad \Rightarrow \quad \left(f \circ f^{-1}\right)(x) = Tg\, y$$

Luego: $\dfrac{d\left[(f \circ f^{-1})(x)\right]}{dx} = Sec^2 y = 1 + Tg^2 y = 1 + x^2$

Aplicando la regla: $\dfrac{d\left[f^{-1}(x)\right]}{dx} = \dfrac{1}{\dfrac{d\left[\left(f \circ f^{-1}\right)(x)\right]}{dx}} = \dfrac{1}{1+x^2}$

$$\boxed{y = ArcTgx \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{1}{1+x^2}}$$

Como práctica, completa este grupo de reglas comprobando las siguientes proposiciones:

1) $Si \quad f(x) = ArcCotgx \quad entonces \quad f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}; \quad x \in R.$

2) $Si \quad f(x) = ArcSecx \quad entonces \quad f'(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}; \quad x \in (-\infty,-1) \cup (1,+\infty).$

3) $Si \quad f(x) = ArcCosecx \quad entonces \quad f'(x) = -\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}; \quad x \in (-\infty,-1) \cup (1,+\infty).$

Ejercicios resueltos.-

1) Derive la siguiente función: $f(x) = ArcTg^2(5x^3+8)$.

Solución:

$$\frac{df}{dx} = \frac{d\left[ArcTg^2(5x^3+8)\right]}{dx} = 2\,ArcTg\,(5x^3+8)\cdot\frac{d\left[ArcTg\,(5x^3+8)\right]}{dx}\cdot\frac{d(5x^3+8)}{dx} =$$

$$= 2\,ArcTg\,(5x^3+8)\cdot\frac{1}{1+\left(5x^3+8\right)^2}\cdot 15x^2 = \frac{30\,x^2\,ArcTg\,(5x^3+8)}{1+\left(5x^3+8\right)^2}$$

2) Obtenga la derivada de: $f(x) = ArcSen^3(e^{2x})$.

Solución:

$$\frac{df}{dx} = \frac{d\left[ArcSen^3(e^{2x})\right]}{dx} = 3\,ArcSen^2(e^{2x})\cdot\frac{d\left[ArcSen\,(e^{2x})\right]}{dx}\cdot\frac{d\left(e^{2x}\right)}{dx} =$$

$$= 3\,ArcSen^2(e^{2x})\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\left(e^{2x}\right)^2}}\cdot 2e^{2x} = \frac{6e^{2x}\cdot ArcSen^2\left(e^{2x}\right)}{\sqrt{1-\left(e^{2x}\right)^2}}$$

Derivadas de Orden Superior.-

Sea f una función derivable en el intervalo *(a, b)* y sea $\frac{df}{dx}$ su derivada, se define como la derivada de segundo orden de f para cualquier $x \in (a,b)$ a: $\lim\limits_{h\to 0}\left(\frac{\frac{df(x+h)}{dx}-\frac{df(x)}{dx}}{h}\right)$ si el límite existe.

Se puede denotar como: $\frac{d^2 f}{dx^2} = f''(x) = y'' = D_x^2 y$.

Esto es: $$\frac{d^2 f}{dx^2} = f''(x) = y'' = D_x^2 y = \lim_{h\to 0}\left(\frac{\frac{df(x+h)}{dx}-\frac{df(x)}{dx}}{h}\right).$$

Análogamente se pueden definir derivadas para órdenes mayores o *superiores*, siempre y cuando los límites existan:

$$\textit{Tercer Orden: } \frac{d^3 f}{dx^3} = f'''(x) = y''' = D_x^3 y = \lim_{h\to 0}\left(\frac{\frac{d^2 f(x+h)}{dx^2}-\frac{d^2 f(x)}{dx^2}}{h}\right)$$

$$\textit{Cuarto Orden: } \frac{d^4 f}{dx^4} = f^{(4)}(x) = y^{(4)} = D_x^4 y = \lim_{h\to 0}\left(\frac{\frac{d^3 f(x+h)}{dx^3}-\frac{d^3 f(x)}{dx^2}}{h}\right)$$

$$\vdots$$

$$\textit{Orden } (n-1): \frac{d^{n-1} f}{dx^{n-1}} = f^{(n-1)}(x) = y^{(n-1)} = D_x^{n-1} y = \lim_{h\to 0}\left(\frac{\frac{d^{n-2} f(x+h)}{dx^{n-2}}-\frac{d^{n-2} f(x)}{dx^{n-2}}}{h}\right)$$

$$\textit{Orden } n \textit{ o Enésimo Orden}: \frac{d^{n} f}{dx^{n}} = f^{(n)}(x) = y^{(n)} = D_x^{n} y = \lim_{h\to 0}\left(\frac{\frac{d^{n-1} f(x+h)}{dx^{n-1}}-\frac{d^{n-1} f(x)}{dx^{n-1}}}{h}\right)$$

Una forma práctica de obtener derivadas de *Órdenes Superiores* es la obtención de derivadas sucesivas de la función aplicando las reglas para la derivación de funciones.

Ejercicios resueltos.-

1) Calcular y'' **de** $y = 2x^4 - 3x^3 + 2x$.

Solución:

Obtenemos la primera derivada:

$$y = 2x^4 - 3x^3 + 2x \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{d\left(2x^4 - 3x^3 + 2x\right)}{dx} = 8x^3 - 9x^2 + 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 8x^3 - 9x^2 + 2x$$

Ahora, obtenemos la segunda derivada:

$$\frac{dy}{dx} = 8x^3 - 9x^2 + 2x \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\left(8x^3 - 9x^2 + 2x\right)}{dx} = 24x^2 - 18x \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2y}{dx^2} = 24x^2 - 18x$$

2) Calcular y'' **de** $y = \frac{2+3x}{2-3x}$.

Solución:

Obtenemos la primera derivada:

$$y = \frac{2+3x}{2-3x} \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{d\left(\frac{2+3x}{2-3x}\right)}{dx} = \frac{12}{4-12x+9x^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{12}{4-12x+9x^2}$$

Obteniendo la segunda derivada:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{72}{(2-3x)^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\left(\frac{12}{4-12x+9x^2}\right)}{dx} = \frac{72}{(2-3x)^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{72}{(2-3x)^3}$$

3) Hallar y'' **si** $y = \frac{(1-x)^2}{x}$.

Solución:

Primera derivada:

$$y = \frac{(1-x)^2}{x} \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{x^2-1}{x^2}$$

Segunda derivada:

$$y = \frac{(1-x)^2}{x} \quad \Rightarrow \quad y'' = \frac{2}{x^3}$$

4) Obtenga la tercera derivada de $f(x) = x^3$.

Solución:

Primera derivada: $f'(x) = 3x^2$

Segunda derivada: $f''(x) = 6x$

Tercera derivada: $f'''(x) = 6$

5) Obtenga $f',\ f'',\ f'''\ y\ f^{(4)}$**, de las siguientes funciones:**

$a)\ f(x) = x^3$

$b)\ y = e^{2x}$

$c)\ y = Sen2x$

Solución:

$a)\ f(x)=x^3$

$f'(x)=3x^2$

$f''(x)=6x$

$f'''(x)=6$

$f^{(4)}=0$

$b)\ y=e^{2x}$

$y'=2e^{2x}$

$y''=4e^{2x}$

$y'''=8e^{2x}$

$y^{(4)}=16e^{2x}$

$c)\ y=Sen2x$

$y'=2Cos2x$

$y''=-4Sen2x$

$y'''=-8Cos2x$

$y^{(4)}=16Sen2x$

6) Encuentre la primera y segunda derivada de la siguiente función: $y=xSenx$.

Solución:

$$y=xSenx$$
$$y'=x'\cdot Senx+x\cdot(Senx)'=Senx+x\cdot Cosx$$
$$y''=(Senx)'+\left[x'\cdot Cosx+x\cdot(Cosx)'\right]=Cosx+\left[Cosx-x\cdot Senx\right]=2Cosx-xSenx$$

7) Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases}3x^2-6x-8 & si\quad x<-1\\ 5x^4-4x^2 & si\quad -1\le x<1\\ 1 & si\quad x=1\\ 4x^2Cos(x-1)+3x-6 & si\quad x>1\end{cases}$$

obtenga la primera y segunda derivada.

Solución:

a) Para $x>1,\ \ f'(x)=8xCos(x-1)-4x^2Sen(x-1)+3$

b) Para $-1<x<1,\ \ f'(x)=20x^3-8x$

c) Para $x<-1\ \ f'(x)=6x-6$

d) Para $x=-1$, se utiliza la definición de derivada: $f'(x)=\lim\limits_{x\to-1}\left[\dfrac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}\right]=\lim\limits_{x\to-1}\left[\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}\right]$.

Así:

$$\lim_{x\to-1^-}\frac{3x^2-6x-8-1}{x+1}=\lim_{x\to-1^-}\frac{3x^2-6x-9}{x+1}=\lim_{x\to-1^-}\frac{3(x^2-2x-3)}{x+1}=\lim_{x\to-1^-}\frac{3(x+1)(x-3)}{x+1}=\lim_{x\to-1^-}(3x-9)=-12$$

$$\lim_{x\to-1^+}\frac{5x^4-4x^2-1}{x+1}=\lim_{x\to-1^+}\frac{(x+1)(5x^3-5x^2+x-1)}{x+1}=\lim_{x\to-1^+}(5x^3-5x^2+x-1)=-12$$

$\Rightarrow$ Al ser iguales los límites laterales, se puede afirmar que $f'(-1)=-12$.

e) Para $x=1,$ se utiliza la definición de derivada : $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left[\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right].$

Así :

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{5x^4-4x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x-1)(5x^3+5x^2+x+1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}(5x^3+5x^2+x+1)=12$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{4x^2Cos(x-1)+3x-6-1}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{4x^2Cos(x-1)+3x-7}{x-1}\to Indetermin\ ación$$

$\Rightarrow$ No existe límite por la derecha.

$\Rightarrow$ No existe límite en $x=1.$

$\Rightarrow$ La función no es derivable en $x=1.$

Luego :

$$f'(x)=\begin{cases}6x-6 & si \quad x<-1\\ -12 & si \quad x=-1\\ 20x^3-8x & si \quad -1<x<1\\ 8xCos(x-1)-4x^2Sen(x-1)+3 & si \quad x>1\end{cases}$$

Para obtener $f''(x),$ hace falta estudiar si existe segunda derivada en $x=-1:$ $\displaystyle f''(x)=\lim_{x\to -1}\left[\frac{f'(x)-f'(-1)}{x+1}\right]$

Así :

$$\lim_{x\to -1^-}\frac{6x-6+12}{x+1}=\lim_{x\to -1^-}\frac{6x+6}{x+1}=\lim_{x\to -1^-}\frac{6(x+1)}{x+1}=6$$

$$\lim_{x\to -1^+}\frac{20x^3-8x+12}{x+1}=\lim_{x\to -1^+}\frac{(x+1)(20x^2-20x+12)}{x+1}=\lim_{x\to -1^+}(20x^2-20x+12)=52$$

$\Rightarrow$ Al ser diferentes los límites laterales, no existe $f''(-1).$

Luego :

$$f''(x)=\begin{cases}6 & si \quad x<-1\\ 60x^2-8 & si \quad -1<x<1\\ 8Cos(x-1)-16xSen(x-1)-4x^2Cos(x-1) & si \quad x>1\end{cases}$$

8) Obtenga la primera y segunda derivada de la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases}3x^2Sen\left(\frac{2}{x}\right)+5x & si \quad x<0\\ 0 & si \quad x=0\\ 2x^3Cos\left(\frac{1}{x}\right)+5x-x^2 & si \quad x>0\end{cases}$$

Solución:

a) Para $x<0,\ f'(x)=6xSen\left(\frac{2}{x}\right)-6Cos\left(\frac{2}{x}\right)+5$

b) Para $x>0,\ f'(x)=6x^2Cos\left(\frac{1}{x}\right)+6xSen\left(\frac{1}{x}\right)+x-2x$

c) Para $x=0,$ se utiliza la definición de derivada : $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left[\frac{f(x)-f(0)}{x}\right].$

Así :

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{3x^2 Sen\left(\frac{2}{x}\right)+5x}{x}=\lim_{x\to 0^-}\left[3xSen\left(\tfrac{2}{x}\right)+5\right]=5$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{2x^3 Cos\left(\frac{1}{x}\right)+5x-x^2}{x}=\lim_{x\to 0^+}\left[2x^2Cos\left(\tfrac{1}{x}\right)+5-x\right]=5$$

$\Rightarrow$ Al ser iguales los límites laterales, $f'(0)=5.$

Luego :

$$f'(x)=\begin{cases} 6xSen\left(\frac{2}{x}\right)-6Cos\left(\frac{2}{x}\right)+5 & si \quad x<0 \\ 5 & si \quad x=0 \\ 6x^2Cos\left(\frac{1}{x}\right)+6xSen\left(\frac{1}{x}\right)+5-2x & si \quad x>0 \end{cases}$$

Para obtener la segunda derivada, solo falta estudiar si existe segunda derivada en $x=0$:

$$f''(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)-f'(0)}{x}$$

Así :

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{6xSen\left(\frac{2}{x}\right)-6Cos\left(\frac{2}{x}\right)+5-5}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{6xSen\left(\frac{2}{x}\right)-6Cos\left(\frac{2}{x}\right)}{x}\to Indeterminación$$

$\Rightarrow$ No existe el límite.

$\Rightarrow$ No hay segunda derivada en $x=0.$

Luego :

$$f''(x)=\begin{cases} 6Sen\left(\frac{2}{x}\right)-\dfrac{12Cos\left(\frac{2}{x}\right)}{x}-\dfrac{12Sen\left(\frac{2}{x}\right)}{x^2} & si \quad x<0 \\ 12xCos\left(\frac{1}{x}\right)+12Sen\left(\frac{1}{x}\right)-\dfrac{6Cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x}-2 & si \quad x>0 \end{cases}$$

Determinación de la derivada enésima de funciones.-

El trabajo que a continuación presentamos, es una colaboración proporcionada por el Licenciado Luis Díaz Bayona, profesor adscrito al Departamento de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo. Agradeciendo tan importante aporte, se inserta en este material sin modificar, manteniendo así el escrito original.

BREVES COMENTARIOS ACERCA DE LA DERIVADA ENÉSIMA DE FUNCIONES

Por: Luis Díaz Bayona

La resolución de ejercicios concernientes a la determinación de la derivada enésima de una función, se hace simple si se aborda el problema como una sucesión de funciones para los diferentes órdenes de derivadas, es decir, el proceso de derivación enésima se puede definir como otra función cuyo dominio es el conjunto N^+ (que representa los órdenes de derivación) y cuyo rango son las derivadas de los diferentes órdenes antes citados.

Para validar dicha derivada enésima o término general de la sucesión antes descrita, se utilizan los *Axiomas de Peano* en inducción matemática.

Ejemplo:

Determine la derivada enésima de $f(x)=Ln\,x.$

Solución:

Se calculan las derivadas sucesivas de esta función para determinar si existe un patrón:

$$\frac{df}{dx}=\frac{d}{dx}(Ln\,x)=\frac{1}{x}$$

$$\frac{d^2f}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right)=-\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d^3f}{dx^3}=\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{x^2}\right)=\frac{2}{x^3}$$

$$\frac{d^4f}{dx^4}=\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{x^3}\right)=-\frac{6}{x^4}$$

$\vdots$

De esta manera se tiene que: $\{a_n\}=\left\{\frac{1}{x},-\frac{1}{x^2},\frac{2}{x^3},-\frac{6}{x^4},\cdots\right\}$, detallándose lo siguiente:

$$\{a_n\}=\left\{\frac{1}{x},-\frac{1}{x^2},\frac{2}{x^3},-\frac{6}{x^4}\cdots\right\}=\left\{(-1)^2\cdot\frac{(1-1)!}{x^1},\ (-1)^3\cdot\frac{(2-1)!}{x^2},\ (-1)^4\,\frac{(3-1)!}{x^3},(-1)^5\,\frac{(4-1)!}{x^4},\cdots\right\}$$

Por lo tanto, se puede afirmar que el término general de {*a* ₙ} debe tener las siguientes características:

1) Una alternancia de signos, que se simboliza como $(-1)^{n+1}$.
2) En el denominador, el exponente presente siempre será igual al orden de derivación "*n*".
3) El coeficiente que conforma el numerador es el factorial de (*n*-1).

$$\boxed{a_n=\frac{(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!}{x^n}=\frac{d^n f}{dx^n}}$$

TÉRMINO GENERAL DE $\{a_n\}$

Esta conjetura hay que someterla a una prueba rigurosa; la que más se adapta es la Inducción Matemática.

Probando la conjetura:

Sean $P(n):\ \frac{d^n f}{dx^n}=\frac{(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!}{x^n};\quad \forall n\in \mathbf{N}^*$ y $S=\{n\in\mathbf{N}^*\ /\ P(n)\equiv V\}$.

Luego:

(I) ¿$1\in S$?; es decir ¿$P(1)\equiv V$?

Veamos:

$$P(n):\ \frac{d}{dx}(Ln\,x)=\left.\frac{(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!}{x^n}\right|_{n=1}$$

$\frac{1}{x}=\frac{(-1)^{1+1}\cdot(1-1)!}{x^1}\quad\Rightarrow$ Por regla de la derivada del *Ln x*, y haciendo *n*=1 en el segundo miembro de la igualdad.

$\frac{1}{x}=\frac{1\cdot 0!}{x}\quad\Rightarrow\quad (-1)^2=1$

$\frac{1}{x}=\frac{1\cdot 1}{x}\quad\Rightarrow\quad 0!=1$

$\frac{1}{x}=\frac{1}{x}\quad\Rightarrow$ Tautología

$$\therefore\ 1\in S\quad\Rightarrow\quad P(1)\equiv V$$

(II) ¿Si $k\in S$ entonces $(k+1)\in S$?

Se asume como verdadero que:

$$\boxed{P(k):\ \frac{d^k f}{dx^k}=\frac{(-1)^{k+1}\cdot(k-1)!}{x^k}}$$ Hipótesis Inductiva

¿Cómo llegar de *P (k)* a *P (k+1)*?

Se puede realizar lo siguiente: si se tiene la derivada de cuarto orden de una función y se quiere obtener la de quinto orden, esta se consigue derivando la de cuarto orden. Generalizando, este planteamiento queda así:

$$P(k+1):\ \frac{d}{dx}[P(k)] \qquad (\alpha)$$

Por otro lado, si se toma la Hipótesis Inductiva para *k+1*, se tiene:

$$P(k+1):\ \frac{d^{k+1}f}{dx^{k+1}} = \frac{(-1)^{k+1+1}\cdot(k+1-1)!}{x^{k+1}} = \frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}} \qquad (\beta)$$

Igualando (α) con (β):

$$\frac{d}{dx}[P(k)] = \frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{(-1)^{k+1}\cdot(k-1)!}{x^{k}}\right] = \frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}} \qquad \Rightarrow \quad \text{Por Hipótesis Inductiva.}$$

$$(-1)^{k+1}\cdot(k-1)!\cdot\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{x^{k}}\right] = \frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}} \qquad \Rightarrow \quad f(x)=C\cdot g(x) \ \Rightarrow\ \frac{df}{dx}=C\cdot\frac{dg}{dx};\quad C\in \mathbf{R}$$

$$(-1)^{k+1}\cdot(k-1)!\cdot\frac{(-k)}{x^{k+1}} = \frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}} \qquad \Rightarrow \quad f(u)=u^{n} \ \Rightarrow\ \frac{df}{du}=n\cdot u^{n-1}\cdot\frac{du}{du}=n\cdot u^{n-1}$$

$$\frac{(-1)^{k+1}\cdot(k-1)!\cdot(-1)\cdot k}{x^{k+1}} = \frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}} \qquad \Rightarrow \quad -k=(-1)\cdot k$$

$$\frac{(-1)^{k+1+1}\cdot k\cdot(k-1)!}{x^{k+1}} = \frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}} \qquad \Rightarrow \quad \text{Producto de potencias de igual base.}$$

$$\frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}} = \frac{(-1)^{k+2}\cdot k!}{x^{k+1}} \qquad \Rightarrow \quad k\cdot(k-1)! = k!$$

Esta tautología que se produce por la igualdad final, permite afirmar que:

a) Efectivamente: Si $k\in S$ entonces $(k+1)\in S$.

b) $S=\mathbf{N}^{*}$.

c) $P(n)\equiv V;\ \forall n\in \mathbf{N}^{*}$.

Todo esto lleva a concluir que:

$$\boxed{\text{Si}\quad f(x)=Ln\,x \quad\Rightarrow\quad \frac{d^{n}f}{dx^{n}} = \frac{(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!}{x^{n}}}$$

Es decir, esta es la expresión que permite obtener la derivada de cualquier orden de la función $f(x)=Ln\,x$.

Propuesta: Se deja al lector como actividad, obtener y probar mediante el procedimiento anterior la derivada enésima de la función $f(x)=Sen\,x$. Sugerencia: utilice la identidad trigonométrica $Cos\,\alpha = Sen\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)$.

Derivación implícita.-

Una función de la forma $y = f(x)$ se define como *función explícita* de *x*. Ejemplo de este tipo de funciones son: $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{x^2+1}$, $y = x^2 - 3x + 1$, $f(x) = -3x + 1$, etc. Pero funciones de la forma $f(x, y) = 0$, que pueden presentar rangos restringidos para las variables, son llamadas *funciones implícitas* de *x*.

Ejemplos de este tipo de funciones son: $3x^4y^2 - 7xy^3 = 4 - 8y$, $x^2 + y^2 = 5$, $xy + x - 2y - 1 = 0$, etc.

En algunos casos, se despeja la variable *y*, se procede a calcular la derivada. Pero hay funciones implícitas donde esto no es posible. Entonces se procede a derivar ambos miembros de la igualdad con respecto a *x*, despejándose luego a y'.

Ejercicios resueltos.-

1) Obtenga $y' = \frac{df}{dx}$**, dada** $xy + x - 2y - 1 = 0$**.**

<u>Solución</u>:

$$\frac{d(xy)}{dx} + \frac{d(x)}{dx} - \frac{d(2y)}{dx} - \frac{d(1)}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad y \cdot \frac{d(x)}{dx} + x \cdot \frac{d(y)}{dx} + 1 - 2 \cdot \frac{d(y)}{dx} - 0 = 0$$

$$\Rightarrow \quad y + xy' + 1 - 2y' = 0 \quad \Rightarrow \quad xy' - 2y' = -1 - y \quad \Rightarrow \quad (x-2)y' = -(1+y)$$

$$\Rightarrow \quad y' = \frac{-(1+y)}{x-2} \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{-(1+y)}{-(2-x)} \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{df}{dx} = \frac{1+y}{2-x}$$

2) Dada $x^2y - xy^2 + x^2 + y^2 = 0$**, hallar** $y' = \frac{df}{dx}$**.**

Solución:

$$\frac{d(x^2y)}{dx} - \frac{d(xy^2)}{dx} + \frac{d(x^2)}{dx} + \frac{d(y^2)}{dx} = 0$$

$$x^2 \cdot \frac{d(y)}{dx} + y \cdot \frac{d(x^2)}{dx} - y^2 \cdot \frac{d(x)}{dx} - x \cdot \frac{d(y^2)}{dx} + 2x \cdot \frac{d(x)}{dx} + 2y \cdot \frac{d(y)}{dx} = 0$$

$$x^2y' + y \cdot 2x \cdot \frac{d(x)}{dx} - y^2 - x \cdot 2y \cdot \frac{d(y)}{dx} + 2x + 2y \cdot y' = 0$$

$$x^2y' + 2xy - y^2 - 2xy \cdot y' + 2x + 2y \cdot y' = 0$$

$$x^2y' - 2xy \cdot y' + 2y \cdot y' = y^2 - 2xy - 2x$$

$$(x^2 - 2xy + 2y) \cdot y' = y^2 - 2xy - 2x \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{df}{dx} = \frac{y^2 - 2xy - 2x}{x^2 - 2xy + 2y}$$

3) Obtenga $\frac{dy}{dx}$ **dada** $x^6 - 2x = 3y^6 + y^5 - y^2$**.**

Solución:

Procedemos a derivar:

$$\frac{d\left(x^6 - 2x\right)}{dx} = \frac{d\left(3y^6 + y^5 - y^2\right)}{dx} \quad \Rightarrow \quad 6x^5 - 2 = 18y^5 \cdot \frac{dy}{dx} + 5y^4 \cdot \frac{dy}{dx} - 2y \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow \quad 6x^5 - 2 = \left(18y^5 + 5y^4 - 2y\right) \cdot \frac{dy}{dx} \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{6x^5 - 2}{18y^5 + 5y^4 - 2y}$$

4) Determine $\frac{dy}{dx}$ para cada una de las siguientes funciones:

$a)\quad 4x^2+9y^2=36$

$b)\quad \sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}=\sqrt[3]{a^2}$

$c)\quad ax^3+4x^2y-xy^3=0$

$d)\quad x^2+A\cdot\sqrt{xy}+y^2=B$

<u>Solución</u>:

$a)\quad 4x^2+9y^2=36$

$$\frac{d(4x^2)}{dx}+\frac{d(9y^2)}{dx}=\frac{d(36)}{dx}$$

$$8x+18y\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$\Rightarrow\quad \frac{dy}{dx}=-\frac{8x}{18y}=-\frac{4x}{9y}$$

$b)\quad \sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}=\sqrt[3]{a^2}\quad\Rightarrow\quad x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$

$$\frac{d\left(x^{\frac{2}{3}}\right)}{dx}+\frac{d\left(y^{\frac{2}{3}}\right)}{dx}=\frac{d\left(a^{\frac{2}{3}}\right)}{dx}$$

$$\tfrac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}+\tfrac{2}{3}y^{-\frac{1}{3}}\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}+\frac{2}{3\sqrt[3]{y}}\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$\frac{2}{3\sqrt[3]{y}}\cdot\frac{dy}{dx}=-\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}}{\frac{2}{3\sqrt[3]{y}}}\quad\Rightarrow\quad\frac{dy}{dx}=-\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}}\quad\Rightarrow\quad\frac{dy}{dx}=-\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$$

$c)\quad ax^3+4x^2y-xy^3=0$

$$\frac{d(ax^3)}{dx}+\frac{d(4x^2y)}{dx}-\frac{d(xy^3)}{dx}=0$$

$$3ax^2+8xy+4x^2\cdot\frac{dy}{dx}-y^3-3xy^2\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$(4x^2-3xy^2)\cdot\frac{dy}{dx}=y^3-3ax^2-8xy$$

$$\Rightarrow\quad\frac{dy}{dx}=\frac{y^3-3ax^2-8xy}{4x^2-3xy^2}$$

$d)\quad x^2 + A\cdot\sqrt{xy} + y^2 = B$

$$\frac{d\left(x^2\right)}{dx}+\frac{d\left(A\cdot\sqrt{xy}\right)}{dx}+\frac{d\left(y^2\right)}{dx}=\frac{d(B)}{dx} \quad\Rightarrow\quad 2x+A\cdot\frac{\sqrt{xy}\cdot\left(y+x\cdot\frac{dy}{dx}\right)}{2xy}+2y\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$\Rightarrow\quad 2x+\frac{Ay\cdot\sqrt{xy}}{2xy}+\frac{Ax\cdot\sqrt{xy}}{2xy}\cdot\frac{dy}{dx}+2y\cdot\frac{dy}{dx}=0 \quad\Rightarrow\quad \left(\frac{A\cdot\sqrt{xy}}{2y}+2y\right)\cdot\frac{dy}{dx}=-2x-\frac{A\cdot\sqrt{xy}}{2x}$$

$$\Rightarrow\quad \left(\frac{A\cdot\sqrt{xy}+4y^2}{2y}\right)\cdot\frac{dy}{dx}=-\frac{4x^2+A\cdot\sqrt{xy}}{2x} \quad\Rightarrow\quad \frac{dy}{dx}=-\frac{2y\cdot\left(4x^2+A\cdot\sqrt{xy}\right)}{2x\cdot\left(A\cdot\sqrt{xy}+4y^2\right)}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{dy}{dx}=-\frac{4x^2y+Ay\cdot\sqrt{xy}}{Ax\cdot\sqrt{xy}+4xy^2}$$

5) Dada la función $2x-5y+10=0$**, obtenga:** $\frac{dy}{dx}+\frac{dx}{dy}$**.**

<u>Solución</u>:

$$\frac{dy}{dx}=?\quad\Rightarrow\quad \frac{d(2x)}{dx}-\frac{d(5y)}{dx}+\frac{d(10)}{dx}=0\quad\Rightarrow\quad 2-5\cdot\frac{dy}{dx}=0\quad\Rightarrow\quad\frac{dy}{dx}=\frac{2}{5}$$

$$\frac{dx}{dy}=?\quad \frac{d(2x)}{dy}-\frac{d(5y)}{dy}+\frac{d(10)}{dy}=0\quad\Rightarrow\quad 2\cdot\frac{dx}{dy}-5=0\quad\Rightarrow\quad\frac{dx}{dy}=\frac{5}{2}$$

El resultado final es:

$$\frac{dy}{dx}+\frac{dx}{dy}=?\quad\Rightarrow\quad \frac{2}{5}+\frac{5}{2}=\frac{4+25}{10}=\frac{29}{10}\quad\Rightarrow\quad\frac{dy}{dx}+\frac{dx}{dy}=\frac{29}{10}$$

6) Dada la función $5xy^2+3x^2y-2=0$**, comprobar que:** $-\left(\frac{dy}{dx}\right)^{-1}+\frac{dx}{dy}=0$**.**

<u>Solución</u>:

$$\frac{dy}{dx}=?\;\Rightarrow\;\frac{d(5xy^2)}{dx}+\frac{d(3x^2y)}{dx}-\frac{d(2)}{dx}=0\;\Rightarrow\;5\cdot\frac{d(xy^2)}{dx}+3\cdot\frac{d(x^2y)}{dx}=0\;\Rightarrow\;5y^2+10xy\cdot\frac{dy}{dx}+6xy+3x^2\cdot\frac{dy}{dx}=0$$

$$\Rightarrow\quad \left(10xy+3x^2\right)\cdot\frac{dy}{dx}=-6xy-5y^2\quad\Rightarrow\quad\frac{dy}{dx}=-\frac{6xy+5y^2}{10xy+3x^2}$$

$$\frac{dx}{dy}=?\;\Rightarrow\;\frac{d(5xy^2)}{dy}+\frac{d(3x^2y)}{dy}-\frac{d(2)}{dy}=0\;\Rightarrow\;5\cdot\frac{d(xy^2)}{dy}+3\cdot\frac{d(x^2y)}{dy}=0\;\Rightarrow\;5y^2\cdot\frac{dx}{dy}+10xy+6xy\cdot\frac{dx}{dy}+3x^2=0$$

$$\Rightarrow\quad \left(5y^2+6xy\right)\cdot\frac{dx}{dy}=-10xy-3x^2\quad\Rightarrow\quad\frac{dy}{dx}=-\frac{10xy+3x^2}{6xy+5y^2}$$

El resultado final es:

$$-\left(\frac{dy}{dx}\right)^{-1}+\frac{dx}{dy}=-\left(-\frac{6xy+5y^2}{10xy+3x^2}\right)^{-1}+\left(-\frac{10xy+3x^2}{6xy+5y^2}\right)=\frac{10xy+3x^2}{6xy+5y^2}-\frac{10xy+3x^2}{6xy+5y^2}=0$$

Se comprueba.

Derivadas implícitas de Orden Superior.-

Se pueden obtener de dos formas diferentes. El primer método consiste en obtener la derivada del orden previo, derivarla y en la nueva expresión sustituir la obtenida previamente en los términos donde aparezca. El segundo método consiste en derivar ambos miembros de la ecuación hasta que aparezca la derivada requerida y eliminar todas las derivadas de órdenes inferiores. Este segundo método se recomienda solo para cuando se quiere determinar la derivada de un orden alto en un punto dado.

Ejemplo:

Determine $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$ **de la función en la variable** x **definida implícitamente por:** $x - Tg\sqrt{y}$ **.**

Solución:

$$a)\ \frac{d\left(x - Tg\sqrt{y}\right)}{dx} = 1 - Sec^2\sqrt{y}\cdot\frac{1}{2\sqrt{y}}\cdot\frac{dy}{dx} = 0 \qquad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2\sqrt{y}}{Sec^2\sqrt{y}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 2\sqrt{y}\,Cos^2\sqrt{y}$$

$$b)\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\left(2\sqrt{y}\,Cos^2\sqrt{y}\right)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{y}}Cos^2\sqrt{y}\cdot\frac{dy}{dx} - 4\sqrt{y}\,Cos\sqrt{y}\cdot Sen\sqrt{y}\cdot\frac{1}{2\sqrt{y}}\cdot\frac{dy}{dx} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{y}}Cos^2\sqrt{y}\cdot\frac{dy}{dx} - 2Cos\sqrt{y}\cdot Sen\sqrt{y}\cdot\frac{dy}{dx} = \left(\frac{1}{\sqrt{y}}Cos^2\sqrt{y} - 2Cos\sqrt{y}\cdot Sen\sqrt{y}\right)\cdot\frac{dy}{dx}$$

Se sustituye en este último paso el valor de $\frac{dy}{dx}$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{1}{\sqrt{y}}Cos^2\sqrt{y} - 2Cos\sqrt{y}\cdot Sen\sqrt{y}\right)\cdot 2\sqrt{y}\,Cos^2\sqrt{y} = 2Cos^4\sqrt{y} - 4\sqrt{y}\,Cos^3\sqrt{y}\cdot Sen\sqrt{y} =$$

$$= 2Cos^4\sqrt{y} - 2\sqrt{y}\,Cos^2\sqrt{y}\cdot Sen(2\sqrt{y}) \qquad \text{porque} \quad 2Cos\sqrt{y}\cdot Sen\sqrt{y} = Sen(2\sqrt{y})$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2y}{dx^2} = 2Cos^4\sqrt{y} - 2\sqrt{y}\,Cos^2\sqrt{y}\cdot Sen(2\sqrt{y})$$

Derivabilidad y Continuidad.-

¿Toda función continua es derivable? ¿Toda función derivable es continua? Comencemos por dar la siguiente definición.

Definición: Si $f(x)$ tiene derivada finita en $x = c$, $f'(c) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{f(c+h) - f(c)}{h}$, entonces $f(x)$ es continua en c.

En efecto, para que exista el límite $f'(c)$ es necesario que $f(c)$ y $f(c+h)$ existan, al menos para h en un entorno de 0; si se hace $x = c + h$, entonces x tenderá a c cuando h tienda a 0, y $f'(c)$ se puede escribir de la siguiente forma:

$$f'(c) = \lim_{x\to c}\frac{f(x) - f(c)}{x - c}$$

Si $f'(x)$ existe y es finita, se necesita probar que $f(x) - f(c) \to 0$ (tiende a cero) cuando $x \to c$. Comprobando:

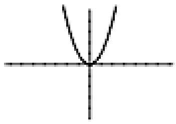
$$\lim_{x\to c}\left[f(x) - f(c)\right] = \lim_{x\to c}\left[(x-c)\cdot\frac{f(x) - f(c)}{x - c}\right] = \lim_{x\to c}(x-c)\cdot\lim_{x\to c}\frac{f(x) - f(c)}{x - c} = 0\cdot f'(c) = 0$$

Ejemplos.-

1) Dada la función $y = x^2$, estudie si es continua en $x = -1$.

Solución:

Veamos la gráfica de la función:



Es una función polinómica por lo que su dominio es todo el conjunto de los números reales. Por la gráfica se observa que existe imagen para $x = -1$, por lo que al ser evidente que es continua en ese punto debe tener derivada en el mismo. Apliquemos la definición de derivada:

$$\lim_{x\to -1^-} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x\to -1^-} \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = \lim_{x\to -1^-} (x-1) = -2$$

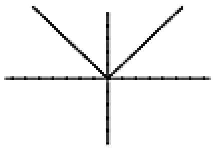
$$\lim_{x\to -1^+} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x\to -1^-} \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = \lim_{x\to -1^-} (x-1) = -2$$

La existencia de límites laterales iguales en $x = -1$, comprueba la existencia de derivada en ese punto.

2) Determine si la función $f(x) = |x|$ tiene derivada en $x = 0$.

Solución:

Veamos la gráfica de la función:



Es continua en $x = 0$. Ahora estudiaremos si tiene derivada en ese punto.

Definiendo la función por tramos:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & si \quad x < 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \\ x & si \quad x > 0 \end{cases}$$

Aplicando la definición de derivada en $x = 0$:

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{-x+0}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{-x}{x} = \lim_{x\to 0^-} (-1) = -1$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x+0}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x}{x} = \lim_{x\to 0^-} 1 = 1$$

Al ser diferentes los límites laterales, a pesar de ser continua en $x = 0$, no tiene derivada en ese punto.

Esto permite concluir que la Derivabilidad implica la Continuidad pero no se verifica la propiedad recíproca: ***Toda función derivable en un punto, es continua en dicho punto; pero no toda función continua en un punto es derivable en dicho punto.***

Ejercicios propuestos.-

. Sobre la aplicación de la derivación logarítmica.

I.- Obtenga las derivadas de las siguientes funciones aplicando la derivación logarítmica:

1) $f(x)=\dfrac{(x+1)^2(x+2)^3}{x^2+1}$

2) $f(x)=x^x$

3) $f(x)=\left(\dfrac{2+Cos^2x}{1+x^4}\right)^{(1+Sen^2x)}$

4) $y=\dfrac{(x+3)^4(3x+1)^5(x+8)^6}{(4x^2+3)^3(x^2+1)}$

5) $f(x)=(x+1)^3(3x+2)^4$

6) $f(x)=(x^2+x+1)^3(x^2+x+2)^4(x^2+x+3)^5$

7) $g(x)=\left(\dfrac{x^2+3x+1}{x^2+2x}+2\right)^3$

8) $h(x)=\sqrt{x^2+x+1}\cdot\sqrt[3]{x^2-1}$

9) $f(x)=\dfrac{(x+2)^2(4x+1)^3}{x^2+2}$

10) $f(x)=\dfrac{\sqrt{5+x}\cdot\sqrt[4]{2+x}}{(3x+4)^2}$

11) $y=x(x+1)(x+2)^2(x+3)^3$

12) $g(x)=\dfrac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(x^2+1)(x^2+2)(x^2+3)}$

13) $f(x)=\sqrt{\dfrac{(x^2+1)(x^2+4)}{(x^3+2)(x+2)}}$

14) $y=\sqrt{\dfrac{(3x+1)^2(4x+1)^5(5x+1)^7}{(x^2+x+1)^3(x^2+7x+1)}}$

15) $y=(1+x)^{(2+x)^{(3+x)}}$

16¨) $y=(3x)^{(5x)}$

17) $y=(1+x^2)^x$

18) $y=\left(\sqrt{1+x}\right)^{\sqrt{x}}$

19) $y=(1+Sen^2x)^{Cos\,x}$

20) $f(x)=\left[(1+x)^2(4+5x)^3\right]^{x^2+x+1}$

21) $g(x)=x^{x^x}$

22) $y=(5x)^{(10x)^{(15x)}}$

23) $y=(Ln\,x)^{(Ln\,x)^{(Ln\,x)}}$

24) $y=(x^2+1)^{(x^2+2)^{(x^2+3)}}$

25) $y=x^{x^{x^x}}$

. Sobre derivadas de funciones definidas por tramos.

II.- Obtenga las derivadas de las siguientes funciones:

1) $f(x)=\begin{cases} x^3\cdot Cos\left(\dfrac{1}{x^2}\right) & si \quad x<0 \\ 0 & si \quad x=0 \\ \sqrt{x^2+2x^3} & si \quad x>0 \end{cases}$

2) $g(x)=\begin{cases} |x|^{\alpha}\cdot Sen\left(\dfrac{1}{x}\right) & si \quad x\neq 0 \\ 0 & si \quad x=0 \end{cases}$

3) $h(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{1+e^{x\cdot Sen\left(\frac{1}{x}\right)}} & si \quad x\neq 0 \\ 0 & si \quad x=0 \end{cases}$

4) $f(x)=\begin{cases} x-2 & si \quad x<0 \\ 3x+7 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

5) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+5 & si \quad x<0 \\ x^3+2x^2+2x+5 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

6) $g(x)=\begin{cases} x^3-1 & si \quad x<-1 \\ 2x+1 & si \quad -1\leq x\leq 1 \\ x^2-2x+4 & si \quad x>1 \end{cases}$

III. - Sea $f(x)=\begin{cases} x^5+x^2+6 & si \quad x\leq 0 \\ A\left[Cos(3x)+3Sen(x)\right]+B(x+1) & si \quad x>0 \end{cases}$

Determinar valores para *A y B,* **siendo** $(A\in R)\wedge(B\in R)$, **para que** f **sea derivable en** $x=0$.

. Sobre funciones inversas.

IV.- Comprobar que:

1) $Si \quad y = ArcSen\left(5x^2\right) \quad entonces \quad y' = \dfrac{10x}{\sqrt{1-25x^2}}.$

2) $Si \quad h = ArcCos\left(\dfrac{t}{2}\right) \quad entonces \quad h' = -\dfrac{1}{4-t^2}.$

3) $Si \quad w = ArcTg\left(3v^2\right) \quad entonces \quad w' = \dfrac{6v}{1+9v^4}.$

4) $Si \quad y = ArcCotg\left(\frac{x}{2}\right) \quad entonces \quad y' = -\dfrac{2}{4+x^2}.$

5) $Si \quad y = ArcSec(3x+2) \quad entonces \quad y' = \dfrac{3}{(3x+2)\cdot\sqrt{9x^2+12x+3}}.$

6) $Si \quad y = ArcCosec(2x) \quad entonces \quad y' = -\dfrac{1}{x\cdot\sqrt{4x^2-1}}.$

7) $Si \quad y = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}} - ArcSen\,x \quad entonces \quad y' = \dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^2}\cdot\left(1-x^2\right)}.$

8) $Si \quad y = ArcTg(2x) + ArcCotg(3x) \quad entonces \quad y' = \dfrac{2}{1+4x^2} - \dfrac{3}{1+9x^2}.$

9) $Si \quad y = x\cdot ArcTg\left(x^2\right) \quad entonces \quad y' = \dfrac{2x^2}{1+x^4} + ArcTg\left(x^2\right).$

10) $Si \quad y = x\cdot ArcTg\left(x^2+1\right) \quad entonces \quad y' = \dfrac{2x^2}{1+\left(x^2+1\right)^2}.$

11) $Si \quad y = 3x^2\cdot ArcSen\left(\frac{x}{2}\right) \quad entonces \quad y' = \dfrac{3x^2}{2\cdot\sqrt{1-\dfrac{x^2}{4}}} + 6x\cdot ArcSen\left(\frac{x}{2}\right).$

12) $Si \quad y = 2\sqrt{x}\cdot ArcCotg\left(\sqrt{x}\right) \quad entonces \quad y' = \dfrac{1}{1+x} + \dfrac{\sqrt{x}}{x}\cdot ArcCotg\left(\sqrt{x}\right).$

13) $Si \quad y = \dfrac{ArcSen\,x}{x} \quad entonces \quad y' = \dfrac{x+\sqrt{1-x^2}\cdot ArcSen\,x}{x^2\cdot\sqrt{1-x^2}}.$

14) $Si \quad y = \dfrac{ArcSen(4x)}{ArcCos(4x)} \quad entonces \quad y' = \dfrac{4ArcCos(4x)+4ArcSen(4x)}{\sqrt{1-16x^2}\cdot[ArcCos(4x)]^2}.$

15) $Si \quad y = \dfrac{1}{ArcTg\,x} \quad entonces \quad y' = -\dfrac{1}{\left(1+x^2\right)\cdot ArcTg^2 x}.$

16) $Si \quad y = ArcTgx + ArcCotgx \quad entonces \quad y' = 0$

17) $Si \quad y = x\cdot ArcSenx \quad entonces \quad y' = ArcSenx + \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

18) $Si \quad y = \dfrac{(1+x^2)\cdot ArcTgx - x}{2} \quad entonces \quad y' = x\cdot ArcTgx$

19) $Si \quad y = e^x\cdot ArcSenx \quad entonces \quad y' = e^x\cdot\left(ArcSenx + \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

20) $Si \quad y = ArcTg\,(Lnx) + Ln(ArcCotgx) \quad entonces \quad y' = \dfrac{1}{x\cdot\left(1+Ln^2x\right)} + \dfrac{1}{\left(1+x^2\right)\cdot ArcTg\ \ x}$

21) $Si \quad y = a^2 - x^2 + ArcSen\left(\frac{x}{a}\right) \quad entonces \quad \dfrac{dy}{dx} = a\cdot\sqrt{\dfrac{a-x}{a+x}}$

22) $Si \quad y = f(x) = Ln(1+x) + ArcSen\left(\frac{x}{2}\right) \quad entonces \quad f'(1) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

23) $Si \quad y = ArcSen(2x) \quad entonces \quad y' = \dfrac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

24) $Si \quad f(x) = \sqrt{x^2-t^2} - t\cdot ArcCos\left(\frac{t}{x}\right) \quad entonces \quad f'(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-t^2}}{x}$

V.- Obtenga la derivada de las siguientes funciones:

1) $y = ArcSen\left(2x-5\right)$
2) $y = Sen^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$
3) $y = ArcSen\sqrt{x}$
4) $f(x) = x \cdot Sen^{-1}(3x)$
5) $g(x) = x^2 \cdot ArcCos\,(2x)$
6) $h(x) = ArcCotg\,(x^2)$
7) $y = ArcTg(ax^3)$
8) $s = Sec^{-1}\left(\frac{3-t}{3}\right)$
9) $u = Cosec^{-1}\sqrt{1-2v}$
10) $\theta = ArcCotg\left(\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right)$
11) $w = ArcSec\left(\frac{2}{v}\right)$
12) $\rho = ArcSec\left(\dfrac{\tau}{2}\right)$
13) $g(x) = ArcSec\left(\sqrt{x^2+1}\right)$
14) $f(x) = \dfrac{2x^4 \cdot ArcCos^3(x^2)}{Sen^4(x^2+5)}$
15) $f(x) = \dfrac{35\,ArcTg\,(x^2)\cdot x^3}{e^x \cdot Sen\sqrt{x^3+1}}$
16) $y = \left[ArcSen\left(4x\right)\right]^2$
17) $y = \left[x^2 + 5ArcTg\left(\frac{x}{2}\right)\right]^3$
18) $y = ArcTg\left(Tg\ x\right)$
19) $y = ArcCos\left[Sen\left(3x\right)\right]$
20) $y = ArcSen\left(Sen\,x\right)$
21) $g(x) = ArcTg\,x + ArcCotg\,x$
22) $f(r) = \dfrac{x(1+r^2)\cdot ArcTg\,r - Ln\,x}{2x^2 - x^3 + 1}$
23) $y = ArcTg\,(5x^2) + ArcCotg\,(2x^5)$
24) $y = x \cdot ArcSen\,x$

. Sobre funciones hiperbólicas.

VI.- Verificar las siguientes derivadas:

1) $y = Senh\left(\frac{1}{4}x\right)$	1) $y' = \frac{1}{4}Cosh\left(\frac{1}{4}x\right)$
2) $y = Cosh^2(3x)$	2) $y' = 3Senh\,(6x)$
3) $y = Tgh(2x)$	3) $y' = 2Sech^2\,(2x)$
4) $y = Ln\ (Cosh\,x)$	4) $y' = Tgh\ x$
5) $y = ArcTg(Senh x)$	5) $y' = Sech\ x$
6) $y = Ln\sqrt{Tgh(2x)}$	6) $y' = 2Cosech\ (4x)$
7) $y = Senh^{-1}\left(\frac{1}{2}x\right)$	7) $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}$
8) $y = Cosh^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$	8) $y' = -\dfrac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$
9) $y = Tgh^{-1}(Senx)$	9) $y' = Secx$
10) $y = a\,Sech^{-1}\dfrac{x}{a} - \sqrt{a^2-x^2}$	10) $y' = -\dfrac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$
11) $y = Senh\,(3x)$	11) $y' = 3\cdot Cosh\,(3x)$
12) $y = Cosh\ \left(\frac{1}{2}x\right)$	12) $y = \frac{1}{2}\cdot Senh\left(\frac{1}{2}x\right)$
13) $y = Tgh\left(1+x^2\right)$	13) $y' = 2x\cdot Sech^2\left(1+x^2\right)$
14) $y = Cotgh\left(\frac{1}{x}\right)$	14) $y' = \frac{1}{x^2}\cdot Cosech^2\left(\frac{1}{x}\right)$
15) $y = x\cdot Sech\left(x^2\right)$	15) $y' = Sech\left(x^2\right)\cdot\left(1-2x^2\cdot Tgh\left(x^2\right)\right)$
16) $y = Cosech^2\left(x^2+1\right)$	16) $y' = -4xCosech^2\left(x^2+1\right)\cdot Cotg\left(x^2+1\right)$
17) $y = \frac{1}{4}\cdot Senh\ (2x) - \frac{1}{2}x$	17) $y' = Senh^2\ x$
18) $y = Ln\left[Tgh\left(2x\right)\right]$	18) $y' = 4\cdot Cosech(4x)$
19) $y = Senh^{-1}(3x)$	19) $y' = \dfrac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$
20) $y = Cosh^{-1}\left(e^x\right)$	20) $y' = \dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-1}}$
21) $y = 2\cdot Tgh^{-1}\left[Tg\ \left(\frac{1}{2}x\right)\right]$	21) $y' = Sec\ x$
22) $y = Sech^{-1}\left(Cos\ x\right)$	22) $y' = Sec\ x$

VII.- Obtener las siguientes derivadas:

1) $y = Senh^{-1} x^2$
2) $y = Tgh^{-1} x^3$
3) $y = x^2 \cdot Cosh^{-1} x^2$
4) $y = Tgh^{-1}(Sen 3x)$
5) $y = x \cdot Senh^{-1} x - \sqrt{1+x^2}$
6) $y = Cosh^{-1} \frac{1}{3} x$
7) $y = Cotgh^{-1}(3x+1)$
8) $y = \left(Sech^{-1} x\right)^2$
9) $y = Cosh^{-1}(Co\sec x)$
10) $y = Ln\sqrt{x^2-1} - x \cdot Tgh^{-1} x$
11) $y = Tgh^{-1} 4x$
12) $y = Co\sec h^{-1} \frac{1}{2} x^2$
13) $y = Senh^{-1}(Tgx)$
14) $y = Cotgh^{-1}(Cosh\, x)$

. Sobre derivadas de Orden Superior.

VIII.- Obtenga la primera y segunda derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = \dfrac{5x+1}{x+6}$
2) $z = Sen^3(xe^{3x})$
3) $f(x) = Sec^4\left(\dfrac{2x}{x^2+4}\right)$
4) $y = Log_4\left(8x^2+6\right)$
5) $y = xe^x$
6) $f(x) = 3x^2 + 5x + 8$
7) $y = e^{mx}; \qquad m: constante$
8) $g(x) = e^{4x+2}$
9) $h(x) = x^3 + 7xSenx$
10) $y = \sqrt[3]{4-9x}$

IX.- Obtenga la tercera derivada de las siguientes funciones:

1) $y = \dfrac{x^2}{x-a}$
2) $f(x) = 2a\sqrt{x}$
3) $y = 6x^4 - 3x^2 + 6x - 1$
4) $f(x) = A \cdot Sen\, x + B \cdot Cos\, x$
5) $y = Tg^2 x$

X.- Obtenga la primera y segunda derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = \begin{cases} x^2 + \dfrac{8}{3}x - 3 & si \quad x \le 1 \\ -\dfrac{4}{3}x^3 + 4x^2 - 2x & si \quad x > 1 \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x-1} & si \quad x > 1 \\ 1 & si \quad x = 1 \\ Cos(x-1) + x - 1 & si \quad x < 1 \end{cases}$

XI.- Compruebe que:

1) *Si* $y = x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 1$ *entonces* $y''' = 60x^2 - 48x$

2) *Si* $f(x) = x \cdot (x-1)^3$ *entonces* $f''(x) = 6 \cdot (x-1) \cdot (2x-1)$

3) *Si* $y = \dfrac{1+x}{1-x}$ *entonces* $y^{(4)} = \dfrac{48}{(1-x)^5}$

4) *Si* $f(x) = \dfrac{2-x}{2+x}$ *entonces* $f''(x) = \dfrac{8}{(2+x)^3}$

5) *Si* $y = \dfrac{(1+x)^2}{x}$ *entonces* $y'' = \dfrac{2}{x^3}$

6) *Si* $y = x \cdot Ln\, x$ *entonces*

7) Si $f(x)=\frac{e^x}{x^2}$ entonces $f''(x)=\frac{e^x\cdot\left(x^2-4x+6\right)}{x^4}$

8) Si $y=Ln\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)$ entonces $y''=\frac{32x}{\left(4x^2-1\right)^2}$

9) Si $f(x)=\frac{e^{2x}}{2x}$ entonces $f''(x)=\frac{e^{2x}\cdot\left(2x^2-2x+1\right)}{x^3}$

10) Si $y=\frac{Cos\,x}{x^2}$ entonces $y''=\frac{x^2\cdot Cos\,x-4x\cdot Sen\,x-6Cos\,x}{x^4}$

11) Si $y=Sen(2x)$ entonces $y''=-4\cdot Sen(2x)$

12) Si $y=e^{2x}\cdot Cos(2x)$ entonces $y'''=-16e^{2x}\cdot\left[Sen(2x)-Cos(2x)\right]$

13) Si $y=ax^3\cdot Sen(ax)$ entonces $y''=ax\cdot\left[\left(6-a^2x^2\right)\cdot Sen(ax)+6ax\cdot Cos(ax)\right]$

14) Si $y=\frac{Tg\left(x^2\right)}{2}$ entonces $y''=\frac{Cos\left(x^2\right)-4x^2\cdot Sen\left(x^2\right)}{Cos^3\left(x^2\right)}$

15) Si $y=Log\,(Sen\,x)$ entonces $y'''=\frac{2Log\,e\cdot Cos\,x}{Sen^3x}$

XII.- Determine a las siguientes funciones la derivada que se le indica:

1) $f(x)=x^4,\quad f^{(4)}(x)=?$
2) $f(x)=\frac{1}{x},\quad f'''(x)=?$
3) $f(x)=e^{ax},\quad f^{(n)}=?,\quad n\in\mathbf{N}$
4) $f(x)=Sen\,x,\quad f^{(10)}(x)=?$
5) $f(x)=ArcTg\,x,\quad f'''(x)=?$
6) $f(x)=x^2\cdot Cos\,x,\quad f''(x)=?$
7) $f(x)=Senh\,x+Cosh\,x,\quad f^{(10)}(x)=?$
8) $f(x)=x^2\cdot Ln\,x,\quad f^{(4)}(x)=?$
9) $f(x)=Ln(x+1),\quad f^{(5)}(x)=?$
10) $f(x)=Cos(3x),\quad f^{(4)}(x)=?$

. Sobre Derivación de funciones implícitas.

XIII.- Comprobar que si:

1) $3x^4y^2-7xy^3=4-8y$ entonces $y'=\frac{7y^3-12x^3y^2}{6x^4y-21xy^2+8}$.

2) $y^2-4\sqrt{xy}+x^2y=2$ entonces $y'=\frac{2y\sqrt{xy}-2x^2y^2}{2xy^2-2x\sqrt{xy}+x^3y}$.

3) $\sqrt{x^2+y^2}=c\cdot ArcTg\left(\frac{y}{x}\right)$ entonces $\frac{dy}{dx}=-\frac{x\cdot\sqrt{x^2+y^2}+cy}{y\cdot\sqrt{x^2+y^2}-cx}$.

4) $x^2y+3x+2y-6=0$ entonces $\frac{dy}{dx}=-\frac{3+2xy}{x^2+2}$.

5) $4\cdot Sen(x+y)+3x+2y=0$ entonces $\frac{dy}{dx}=-\frac{3+Cos(x+y)}{2+4\cdot Cos(x+y)}$.

6) $3xy-2\cdot ArcTg\left(\frac{y}{x}\right)+\frac{\pi}{2}-3=0$ entonces $y'=-\frac{y\cdot(3x^2+3y^2+2)}{x\cdot(3x^2+3y^2-2)}$.

7) $x^2 = y^2 - \sqrt{x}$ entonces $y' = \dfrac{4x^2 + \sqrt{x}}{4xy}$

8) $2xy + y^2 = 3$ entonces $y' = -\dfrac{y}{x+y}$

9) $ax^2 + bxy + c^2 = 8$ entonces $y' = -\dfrac{by + 2ax}{bx}$

10) $4y^2 + x^2y^2 + \sqrt{x} = 1$ entonces $y' = -\dfrac{4x^2y^2 - \sqrt{x}}{16xy + 4x^3y}$

11) $y^2 - 4\sqrt{xy} + x^2y = 2$ entonces $y' = \dfrac{2y\sqrt{xy} - 2x^2y^2}{2xy^2 - 2x\sqrt{xy} + x^3y}$

12) $3x^4y^2 - 7xy^3 = 4 - 8y$ entonces $y' = \dfrac{7y^3 - 12x^3y^2}{6x^4y - 21xy^2 + 8}$

13) $(x+y)^2 - (x-y)^2 = x^4 + y^4$ entonces $y' = \dfrac{x^3 - y}{x - y^3}$

14) $x^3 + y^3 = 9$ entonces $y' = -\left(\dfrac{x}{y}\right)^2$

XIV.- Determine $\dfrac{dy}{dx}$ en cada una de las siguientes ecuaciones:

1) $xy^4 + x^2y + 3x^3 - y + 2 = 0$
2) $y^3 = Ln(xy) + Tg\left(y^2\right) + 1$
3) $y\, ArcTg\, x = e^{xy^2} + 2$
4) $y^x = Cos\left(x^2 + y\right) - 2y + 3$
5) $x^y = Sen\left(x^2\right) + y$
6) $y^x + x^y = 2$
7) $e^{xy} + x = Sen(xy)$
8) $Ln\left(e^{Sen\, x}\right) + y^2 = Tg(xy)$
9) $\dfrac{2x^2 - 3xy + 6}{y^2 + 1} - 2y = 6x$
10) $xCos(xy - 2) + e^{xy^2 - 4} = 2$
11) $3xy + 5x^3 + 6y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$
12) $(x+1)\cdot e^{y+2} - x^2 + y^2 - 5 = 0$
13) $4x^2 - 48x + 16y + 6y^2 - 2 = 0$
14) $xy + x - 2y - 1 = 0 \quad con \quad x \neq 2$
15) $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0 \quad con \quad |x| \leq 3$
16) $3x + 8y - xy = 1$
17) $x^2 + 2y^3 - 2x = 1$
18) $x \cdot e^{2y+1} + 1 - x = 0$
19) $Tg(xy) + x = 2$
20) $x \cdot Sen\, y + 3 - x^2 = 0$
21) $x^2 + 3xy + y^3 - 4 = 0$
22) $e^{xy} + x^2 - y^2 = 1$
23) $Sen(x+y) + x + 3y = 2$
24) $ArcTg\left(x^2 + y^2\right) + xy = 1$
25) $Ln\left(1 + \sqrt{x^2 + y^2}\right) - x + y = 0$
26) $x^3 + 3xy^3 + y = 5$
27) $ArcTg(x+y) + y = \frac{\pi}{4}$
28) $x^y = x^x$
29) $Sen(x+y) - x + ay = b$
30) $(x+y)^y = x^2 + y^2$

XV.- Obtenga implícitamente para las funciones indicadas, las siguientes derivadas: $\dfrac{dy}{dx}, \dfrac{d^2y}{dx^2}, \dfrac{dx}{dy}, \dfrac{d^2x}{dy^2}$ **. Calcule** $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{dx}{dy}$ **y** $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{d^2x}{dy^2}$ **para cada función. Además determine si las segundas derivadas existen para los puntos** $P(1,-2)$ y $Q(-1,1)$:

1) $3xy + 5x^3 + 6y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$
2) $(x+1)e^{y+2} - x^2 + y^2 - 5 = 0$
3) $\dfrac{2x^2 - 3xy + 6}{y^2 + 1} - 2y = 6x$
4) $xCos(xy - 2) + e^{xy^2 - 4} = 2$
5) $xy + x - 2y - 1 = 0 \quad con \quad x \neq 2$
6) $x^2y + 3y - 4 = 0$
7) $x^5 + y^5 - 1 = 0$
8) $x^4 - xy + y^4 = 28$
9) $x^2 + 3xy + 2y^3 - 6 = 0$
10) $-xy + x - 2y - 1 = 0$

. Sobre Continuidad y Derivabilidad.

XVI.- Verifica si las funciones que a continuación se presentan, son derivables en el punto que se indica:

1) $f(x) = x^{\frac{1}{3}} \quad en \quad x = 0.$ Haga la gráfica de la función.

2) $f(x) = \begin{cases} -2x^2 & si \quad x \le 0 \\ 3x & si \quad x > 0 \end{cases} \quad en \quad x = 0$

3) $g(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 1 & si \quad x < 1 \\ 2x^2 - 5x + 4 & si \quad x \ge 1 \end{cases} \quad en \quad x = 1$

4) $h(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0 \\ -2x^2 & si \quad x \ge 0 \end{cases} \quad en \quad x = 0$

5) $f(x) = \begin{cases} Cos\ x & si \quad x \le 0 \\ x^2 + 1 & si \quad x > 0 \end{cases} \quad en \quad x = 0$

6) $s(t) = \begin{cases} t^2 & si \quad 0 \le t < 5 \\ 10t & si \quad t \ge 5 \end{cases} \quad en \quad t = 5$

7) $f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 8x + 5 & si \quad x < 1 \\ -4x^2 + 8x + 2 & si \quad x > 1 \end{cases} \quad en \quad x = 1.$ Haga la gráfica de la función.

XVII.- Verifica si las funciones que a continuación se presentan, son derivables en el punto que se indica:

1) $h(x) = |x - 3| \quad en \quad x = 3.$

2) $h(x) = |x - 3| \quad en \quad x = 0.$

3) $f(x) = |x^2 - 1| \quad en \quad x = 1.$

4) $f(x) = |x^2 - 1| \quad en \quad x = -1.$

5) $f(x) = |x^2 - 1| \quad en \quad x = 2.$

6) $f(x) = |x^2 - 1| \quad en \quad x = 0.$

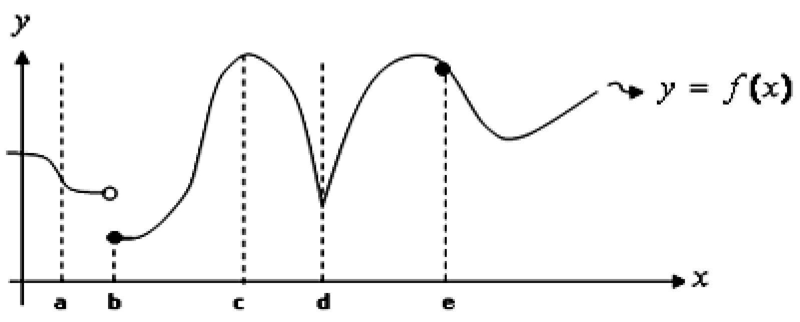
7) $g(x) = |3x - 1| \quad en \quad x = \frac{1}{3}.$

8) $g(x) = |3x - 1| \quad en \quad x = -\frac{1}{3}.$

9) $s(x) = |x^2 - 25| \quad en \quad x = 5.$

10) $s(x) = |x^2 - 25| \quad en \quad x = -5.$

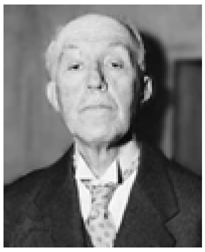
XXIV.- A continuación, se te muestra la gráfica de la función $y = f(x)$**:**



Según tus conocimientos sobre continuidad de funciones, explica con razonamiento detallado si la función es continua o no en los puntos señalados, y si en los mismos la función tiene derivada.

FÍSICOS NOTABLES

Louis de Broglie



LOUIS DE BROGLIE
(1892-1987)

Nació el 15 de agosto de 1892 en Dieppe, y murió el 19 de marzo de 1987, próximo a cumplir los 96 años, en Louveciennes, ambas localidades en Francia.

Matemático mejor conocido por su descripción de la propiedad dual partícula-onda del electrón.

Ganador en 1929 del Premio Nobel en Física.

Por su descubrimiento de la naturaleza ondulatoria del electrón, conocida como hipótesis de De Broglie.

Fuente: Wikipedia

Louis Victor Pierre Raymond duc de Broglie (*Louis de Broglie***).** Su padre fue Víctor, Duque de Broglie, y su madre Pauline d'Armaillé. Luis estudió en el Liceo Janson de Sailly en París, completando su educación secundaria en 1909. En esta etapa no se vislumbraba que fuera a seguir una carrera en ciencias, pero sí se mostraba interesado en realizar estudios literarios en la Universidad. Ingresó en la Sorbona en París tomando un curso de historia, con la intención de prepararse para una carrera en el servicio diplomático. A la edad de 18 años se graduó con una licenciatura en Artes, pero ya se evidenciaba su interés por la matemática y la física. Después de que se le asignó un tema de historia que el mismo escogió para realizar una investigación, luego de pensarlo muy detenidamente, decidió estudiar una Licenciatura en física teórica.

En 1913 *de Broglie* obtuvo su Licenciatura en Ciencias, pero antes de poder establecerse desempeñando su carrera, estalló la Primera guerra Mundial. Durante la guerra *de Broglie* sirvió en el ejército. Fue adjunto a la sección de telegrafía inalámbrica durante todo el tiempo que duró la guerra, sirviendo en la estación ubicada en la Torre Eiffel. Durante estos años de guerra dedicó todo su tiempo libre a pensar en problemas técnicos. Explicó cómo fue atraído hacia la física matemática después de la guerra (léase por ejemplo la referencia [9]):

> *Cuando en 1920 reanudé mis estudios... lo que me atrajo a la física teórica fue... el misterio en el cual la estructura de la materia y de la radiación se estaba relacionando cada vez más con el extraño concepto de quantum, introducido por Planck en 1900 en sus investigaciones sobre la radiación del cuerpo negro, que diariamente penetrada más los estudios de la física.*

Retomando la investigación en física matemática, *de Broglie* no obstante mantuvo su interés en la física experimental. Su hermano *Maurice de Broglie* estaba en aquel momento llevando a cabo experimentos sobre rayos-x y sobre esto demostró un considerable interés *Louis de Broglie* durante los primeros años de la década de 1920, época en la que estaba dedicado a obtener su doctorado.

La Tesis Doctoral de *Louis de Broglie*, titulada *Recherches sur la théorie des quanta* (Investigaciones sobre la teoría cuántica) de 1924 propuso la teoría de las ondas del electrón, basado en el trabajo de Einstein y de Planck. Propuso la teoría por la cual él es mejor conocido, es decir la teoría en la cual la materia tiene las propiedades de las partículas y de las ondas, la dualidad onda-partícula.

En una conferencia que *de Broglie* dio en la ocasión de recibir el Premio Nobel en 1929, explicó los fundamentos de las ideas contenidas en su tesis doctoral (ver por ejemplo [9]):

> *Hace treinta años, la física estaba dividida en dos campos:... la física de la materia, basada en los conceptos de partículas y átomos que supuestamente obedecían las leyes de la mecánica newtoniana clásica; y el de la física de la radiación, basado en la idea de propagación de la onda en un medio continuo hipotético, el éter luminoso y electromagnético. Pero estos dos sistemas de la física no podían permanecer separados uno del otro: tenían que estar unidos por la formulación de una teoría de los intercambios de energía entre la materia y la radiación. ... En el intento de reunir a los dos sistemas de la física, realmente no se llegó a conclusiones correctas ni siquiera admisibles cuando se aplica para el equilibrio de energía entre la materia y radiación... Planck... asumió... que una luz fuente... emite su radiación en cantidades iguales y finitas - en quantum. El éxito de las ideas de Planck ha ido acompañado de graves consecuencias. ¿Si la luz se emite en quantum, no debería, una vez emitida, poseer una estructura corpuscular? ... Jeans y Poincaré [demostraron] que si el movimiento de las partículas materiales en una fuente de luz se llevaba a cabo según las leyes de la mecánica clásica, entonces la ley correcta de la radiación del cuerpo negro, la ley de Planck, no se podría obtener.*

Durante una entrevista en 1963 *de Broglie* describió cómo, dados los antecedentes anteriores, ocurrieron sus descubrimientos:

> *Al igual que en mis conversaciones con mi hermano siempre llegamos a la conclusión de que en el caso de los rayos x, estos tenían tanto ondas y como corpúsculos, así de repente-... esto quedó confirmado durante el verano de 1923 - tuve la idea que esta dualidad se extendía a todas las partículas de la materia, especialmente a los electrones. Y me di cuenta de que, por un lado, la teoría de Hamilton-Jacobi señalaba algo en esa dirección, podía ser aplicado a las partículas y, además, representa una óptica geométrica; por otro lado, en los fenómenos cuánticos se obtienen números cuánticos, que raramente se encuentran en mecánica, pero muy frecuentemente ocurren en fenómenos de onda y en todos los problemas relacionados con el movimiento ondulatorio.*

La naturaleza de onda del electrón fue confirmada experimentalmente en 1927 por C. J. Davisson, C. H. Kunsman y L. H. Germer en Estados Unidos y por G. P. Thomson (el hijo de Thomson) en Aberdeen, Escocia. La teoría de *de Broglie* de ondas de la materia del electrón fue usada posteriormente por Schrödinger, Dirac y otros para desarrollar la mecánica ondulatoria.

Después de obtener su doctorado, *de Broglie* permaneció en la Sorbona, donde enseñó durante dos años, convirtiéndose en profesor de física teórica en el Instituto Henri Poincaré en 1928. Desde 1932 fue también profesor de física teórica en la Facultad de Ciencias en la Sorbona. *De Broglie* enseñó allí hasta que se jubiló en 1962. Desde 1944 fue miembro de la Oficina de Medidas. En 1945 se convirtió en asesor de la comisaría de energía atómica francesa.

El más grande honor que recibió fue Premio Nobel en 1929. En la referencia [9] se puede leer parte de lo que dijo en la conferencia que impartió cuando recibió este premio:

> *Así llegué a la siguiente idea que ha guiado mis investigaciones: para la materia, tanto como para la radiación, la luz en particular, debemos introducir en el mismo momento el concepto de corpúsculo y el concepto de onda. En otras palabras, en ambos casos debemos suponer la existencia de los corpúsculos acompañado por ondas. Pero los corpúsculos y las ondas no pueden ser independientes, ya que, según Bohr, son complementarios entre sí; por lo tanto debe ser posible establecer un cierto paralelismo entre el movimiento de un corpúsculo y la propagación de la onda que se asocia con él.*

Después de recibir el Premio Nobel en 1929 *de Broglie* trabajó en extensiones de la mecánica ondulatoria. Entre las publicaciones sobre muchos temas, se tienen trabajos sobre la teoría de Dirac del electrón, la nueva teoría de la luz, la teoría de Uhlenbeck del giro, y sobre aplicaciones de la mecánica ondulatoria a la física nuclear. Escribió por lo menos veinticinco libros incluyendo *Ondes et mouvements* (Ondas y movimientos) (1926), *La mécanique ondulatoire* (Mecánica ondulatoria) (1928), *Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire: la théorie de la doble solución* (1956), *Introduction à la nouvelle théorie des particules de M Jean-Pierre Vigier et de ses collaborateurs* (1961), *Étude critican des bases de l'interprétation actuelle de la mécanique ondulatoire* (1963). Los tres últimos hacen mención a libros que fueron publicados en traducciones inglesas como *Mecánica ondulatoria no-lineal: una interpretación causal* (1960), *Introducción a la teoría de Vigier de partículas elementales* (1963) y *La actual interpretación de la mecánica ondulatoria: un estudio crítico* (1964).

El escribió varios trabajos populares los cuales demostraban su interés por las implicaciones filosóficas de la física moderna, entre los que se incluyen *Materia y Luz: La Nueva Física* (1939); *La Revolución de la Física* (1953); *Física y Microfísica* (1960); y *Nuevas Perspectivas de la Física* (1962).

En 1933 *de Broglie* fue elegido a la Académie des Sciences llegando a ser Secretario Permanente para las Ciencias Matemáticas en 1942. La Academia le otorgó la Medalla Henri Poincaré en 1929 y el Premio Alberto I de Mónaco en 1932. Otros honores que recibió incluyen el Premio Kalinga, que le fue otorgado por la UNESCO en 1952 por sus esfuerzos hacia la comprensión de la física moderna por el público en general. El Centro Nacional de Investigación Científica Francés le concedió la Medalla de Oro en 1956. Otros honores incluyen la concesión de la Gran Cruz de la Legión de Honor y Bélgica le hizo oficial de la Orden de Leopoldo. Recibió Doctorados Honorarios de las universidades de Varsovia, Bucarest, Atenas, Lausania, Quebec y Bruselas. Fue elegido como miembro honorario de dieciocho academias y sociedades del saber de Europa, India y los Estados Unidos.

De Broglie se describe a sí mismo como:

> *... tengo mucho más el estado de ánimo de un teórico puro que el de un experimentador o ingeniero, amo especialmente la vista general y filosófica.*

La cuestión central en la vida de *de Broglie* fue si la naturaleza estadística de la física atómica refleja un desconocimiento de la teoría subyacente o si las estadísticas es todo lo que puede ser conocido. Durante la mayor parte de su vida creyó en lo anterior aunque como joven investigador tuvo primero que creer que las estadísticas ocultan nuestra ignorancia. Tal vez resulte sorprendente, regresó a este punto de vista en sus últimos años afirmando que:

> *... las teorías estadísticas ocultan una realidad totalmente determinada y determinable detrás de las variables que escapan a nuestras técnicas experimentales.*

Se termina esta reseña biográfica con el homenaje rendido a *de Broglie* por C. W. Oseen, Presidente del Comité Nobel de Física de la Real Academia Sueca de las Ciencias:

> *Cuando muy joven te lanzaste a la furiosa polémica que ronda el problema más profundo en la física, tuviste la osadía de afirmar, sin el apoyo de cualquier hecho conocido, que la materia tenía no sólo un carácter corpuscular, sino también la naturaleza de una onda. El experimento vino luego y estableció lo correcto de tu punto de vista. Has cubierto de gloria fresca un nombre ya coronado por siglos con honor.*

REFERENCIAS

1. J L Heilbron, A R Weill-Brunschvicg, Biography in *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990).
2. Biography in *Encyclopaedia Britannica*. http://www.britannica.com/eb/article-9016585/Louis-Victor-7e-duke-de-Broglie

Libros:

3. B L Cline, *The Questioners: Physicists and the Quantum Theory* (1965).
4. Louis de Broglie que nous avons connu, *Fondation Louis de Broglie* (Paris, 1988).

Artículos:

5. A Abragam, Louis de Broglie : la grandeur et la solitude, *La Recherche* **245** (1992), 918-923.
6. S Colombo, Louis de Broglie 1892-1987, *Revue des questions scientifiques* **162** (1991), 349-359.
7. M Eberhardt, La France a perdu un genie, *Science et vie* **836** (1987), 10-25, 160.
8. L de Guitton, Le duc Louis de Broglie : témoignage sur l'homme que j'ai connu, *Comptes rendus de l'Academie des sciences* **9** (1992), 331-334.
9. N H de V Heathcote, Prince Louis-Victor de Broglie, *Nobel prize winners in physics, 1901-1950* (New York, 1953), 287-296.
10. L Michel, Louis de Broglie : le savant, *La Recherche* **245** (1992), 923-.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Louis de Broglie " (Mayo 2001).
Fuente: MacTutor History of Mathematics. [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Broglie.html]

ESTE DIBUJO POR IUTTA WALOSCHEK

Imágenes obtenidas de: Google

LOUIS DE BROGLIE

¿En cuál fecha nació Isaac Newton?

El por qué de esta pregunta.

Antecedentes. Originariamente, en muchas culturas antiguas se utilizaba el *calendario lunar* para contar el tiempo. Luego, las evidencias históricas más antiguas indican el uso del *calendario solar*, siendo el primero de ellos creado en el Antiguo Egipto a principios del tercer milenio a. C., surgido de la necesidad de predecir con exactitud el momento del inicio de la crecida del Nilo, de periodicidad anual, acontecimiento fundamental en una sociedad que vivía de la agricultura y que tal suceso afectaba la distribución de las tierras. El calendario solar tenía un año de 365 días, dividido en tres estaciones, meses de 30 días y *decanos* de 10 días.

Los pueblos itálicos primitivos tenían diferentes calendarios lunares, cada uno con su propio número de meses, su propia duración del año y de los meses, por ejemplo, los habitantes de Alba Longa tenían un calendario de 10 meses, cada mes de 18 a 36 días; los de Labinia tenían otro de 374 días distribuido en 13 meses; los etruscos tenían meses basados en la luna llena. Ningún calendario itálico contaba las semanas.

Finalmente se acordó usar un calendario común, el llamado *calendario romano*, de 304 días distribuidos en 10 meses (6 meses de 30 días y 4 de 31 días). Pero este tenía desfases de tiempo y los pontífices paganos lo reajustaban agregando un mes llamado *mercedonius* casi siempre de forma bienal. Los reajustes se hacían con criterios políticos, no astronómicos, como determinar el día de pagar a la servidumbre, y se hacía mal uso del reajuste, para prorrogar el cargo de algún funcionario, adelantar o retrasar votaciones.

Este año constaba de doce meses: *Martius, Aprilis, Maius, Junius, Quintilis, Sextilis, September, October, November, December, Januarius y Februarius*, además del ya citado *Mercedonius*, el mes que se añadía con fines compensatorios, según conveniencia política y comercial. Según Plutarco, fue el rey Numa, sucesor de Rómulo, quien cambió el calendario de 10 a 12 meses, poniendo como primer mes del año a enero en lugar de marzo.

Los reajustes no evitaron el desfase de tiempo y sucedió que el invierno fuera fechado en el otoño astronómico. Julio César terminó con el desfase ordenando una reforma en el calendario romano. El nuevo calendario se implantó en el año 46 a. C. nombrado en forma definitiva "Juliano" en honor a Julio César.

Se fueron produciendo modificaciones y ajustes a medida que se encontraban fallas en la estructura del calendario. Así surge el *calendario gregoriano*. La reforma gregoriana nace de la necesidad de llevar a la práctica uno de los acuerdos del Concilio de Trento: ajustar el calendario para eliminar el desfase producido desde el primer Concilio de Nicea, celebrado en 325 d. C., en el que se había fijado el momento astral en que debía celebrarse la Pascua y, en relación con esta, las demás fiestas religiosas móviles. Lo que importaba, pues, era la regularidad del calendario litúrgico, para lo cual era preciso introducir determinadas correcciones en el civil. En el fondo, se trataba de adecuar el *calendario civil* al año trópico.

Para el interés historiográfico, el *calendario gregoriano* es de origen europeo, actualmente utilizado de manera oficial en casi todo el mundo. Su nombre se debe a su promotor, el papa Gregorio XIII, vino a sustituir en 1582 al calendario juliano, utilizado desde que Julio César lo instaurara en el año 46 a. C. El papa promulgó el uso de este calendario por medio de la bula *Inter Gravissimas*.

El germen del calendario gregoriano fueron dos estudios realizados en 1515 y 1578 por científicos de la Universidad de Salamanca, que fueron remitidos a la Iglesia. Del primero se hizo caso omiso y del segundo finalmente fructificó el actual calendario mundial.

Los primeros países en adoptar el calendario actual fueron España, Italia y Portugal en 1582. Sin embargo, Gran Bretaña y sus colonias americanas no lo hicieron hasta 1752.

El por qué de la pregunta inicial: ¿En cuál fecha nació Isaac Newton?

Realmente es de carácter especulativo. Aunque un número significativo de países europeos adoptaron el calendario gregoriano mucho antes del nacimiento de Newton en Inglaterra, este país no adoptó este calendario sino hasta 1752, es decir más de cien años después de su nacimiento, por lo que muchos consideran que nació bajo las normas del calendario juliano. Quienes se oponen a esta posición, aducen que el calendario juliano está en desuso y es el gregoriano el que ha prevalecido.

Es así que si se sigue el *calendario juliano*, Newton nació el 25 de diciembre de 1642; y si se sigue el *calendario gregoriano*, nació el 4 de enero de 1643. Pero esta discusión actualmente no tiene ningún sentido porque la mayoría de los pueblos del mundo se rigen en la actualidad por el gregoriano y la historia se fecha según este. Así que **Isaac Newton nació el 4 de enero de 1643**, en Woolsthorpe, una aldea en el condado de Lincolnshire, Inglaterra.

Algunos detalles biográficos de Isaac Newton.

Hijo póstumo; nació prematuramente tres meses después de la muerte de su padre, un próspero granjero analfabeto también llamado Isaac Newton.

Su pequeño tamaño y delicado estado de salud, hicieron temer sobre su suerte aunque finalmente sobrevive. Su madre Hannah Ayscough, se volvió a casar cuando Newton tenía tres años, yéndose a vivir con su nuevo marido, el reverendo Bernabé Smith, dejando al pequeño Isaac al cuidado de su abuela, Margery Ayscough. Su progenitora tuvo tres hijos en este segundo matrimonio.

Cuando tenía 14 años, su padrastro (al que odiaba) murió y Newton regresó a Woolsthorpe.

Desde joven apareció como "tranquilo, silencioso y reflexivo" aunque lleno de imaginación. Se entretenía construyendo artilugios: un molino de viento, un reloj de agua, un carricoche que andaba mediante una manivela accionada por el propio conductor, etc.

Su madre quería que se convirtiera en agricultor, pero Newton aborrecía la agricultura.

Desde los 12 años hasta que cumplió los 17, cursó estudios en la escuela primaria en Grantham. En 1661, ingresó en el Trinity College de la Universidad de Cambridge, donde estudió matemáticas bajo la dirección del matemático Isaac Barrow.

Recibió su título de bachiller en 1665 y le nombraron becario en Trinity College en 1667 (entre 1665 y 1667 la Universidad de Cambridge se cerró por la peste y Newton regresó a Woolsthorpe). Desde 1668 fue profesor. Newton se dedicó al estudio e investigación de los últimos avances en matemáticas y a la filosofía natural.

Giordano Bruno, mártir de las ideas heliocéntricas

GIORDANO BRUNO
(1548-1600)

Nació el 1º de enero de 1548 en Nola y murió el 17 de febrero de 1660 en Roma; ambas localidades en Italia.

Sus revolucionarias ideas sobre el universo y la religión le valieron la implacable persecución de los inquisidores de Roma, que lo procesaron y lo condenaron a morir en la hoguera.

FUENTES: BIOGRAFIAS Y VIDAS – WIKIPEDIA- *MSN*

---

y poeta renacentista italiano cuya dramática muerte dio un especial significado a su obra. Nació en Nola, cerca de Nápoles. Su nombre de pila era Filippo, pero adoptó el de Giordano al ingresar en la Orden de Predicadores (Dominicos), con los que estudió la filosofía aristotélica y la teología de Santo Tomás de Aquino (teología tomista).

Pero Giordano era un pensador independiente de espíritu atormentado. Abandonó la orden en 1576 para evitar un juicio en el que se le acusaba de desviaciones doctrinales. A partir de entonces inició una vida errante que le caracterizaría hasta el final de sus días.

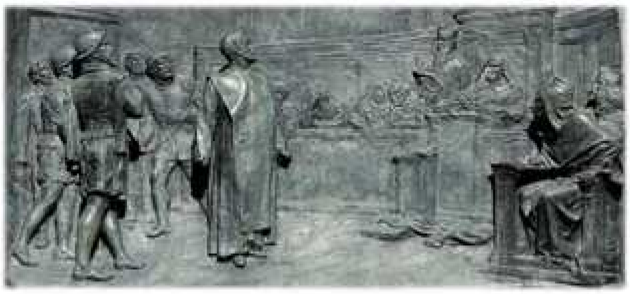
Visitó Génova, Toulouse, París y Londres, donde residió dos años, desde 1583 hasta 1585, bajo la protección del embajador francés y frecuentando el círculo del poeta inglés sir Philip Sidney. Fue el periodo más productivo de su vida ya que durante estos años escribió "La cena de las cenizas" (1584) y "Del Universo infinito y los mundos" (1584), así como el diálogo "Sobre la causa, el principio y el uno" (1584).

En Londres se dedicó también a enseñar en la Universidad de Oxford la nueva cosmología Copernicana, atacando al tradicional sistema aristotélico. En 1585 retó a los seguidores del Aristotelismo a un debate público en el College de Cambrai, donde fue ridiculizado, atacado físicamente y expulsado del país.

En los cinco años siguientes vivió en diversos sitios del centro y este de Europa, como Marburgo, Mainz, Wittenberg, Praga, Helmstedt, Frankfurt y Zurich. Se dedicó a escribir muchos trabajos en latín sobre cosmología, física, magia y el arte de la memoria. También demostró, aunque con un método equivocado, que el Sol es más grande que la Tierra.

En 1591 recibió una invitación para ir a Venecia de parte de Zuane Mocenigo, quien lo requería para aprender sobre el arte de la memoria. Las relaciones entre profesor y alumno no fructificaron, en parte porque Mocenigo tenía una idea de Bruno como un mago y no como el pensador que era. Al tratar de abandonarlo, Monciego lo denunció a la inquisición por las, según él, ideas herejes que le había transmitido. Bruno fue apresado por la inquisición e interrogado en Venecia, sin embargo, al ser solicitado por Roma fue trasladado a esa ciudad.

PALACIO DUCAL DE VENECIA, DONDE GIORDANO BRUNO FUE INTERROGADO POR LOS INQUISIDORES EN 1592 SOBRE SUS SUPUESTAS HEREJÍAS.



GRABADO DE UNA ESCENA DEL JUICIO

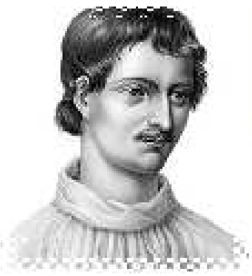
Estuvo prisionero en Roma durante siete años. En muchas ocasiones Bruno ofreció retractarse de sus acusaciones, sin embargo no le fueron aceptadas. Finalmente decidió no retractarse, aunque no se sabe por qué tomó esta decisión. El 20 de Enero de 1600 el Papa Clemente VIII ordenó que Bruno fuera llevado ante las autoridades seculares, el 8 de febrero fue leída la sentencia en que se le declaraba herético impenitente, pertinaz y obstinado. Fue expulsado de la iglesia y sus trabajos fueron quemados en la plaza pública.

Durante todo el tiempo fue acompañado por monjes de la iglesia. Antes de ser ejecutado, uno de ellos le ofreció un crucifijo para besarlo, el cual rechazó y dijo que moriría como un mártir.

Ha sido convertido en mártir de la ciencia por la defensa de las ideas heliocentristas, aunque hay que decir que la causa principal de su juicio fue la teología neognóstica, que negaba el pecado original, la divinidad especial de Cristo y ponía en duda su presencia en la eucaristía.

QUEMADO EN LA HOGUERA

GRABADO DE LA QUEMA EN LA HOGUERA



Giordano Bruno

Imágenes obtenidas de:

Google

QUÍMICOS DESTACADOS

Irving Langmuir

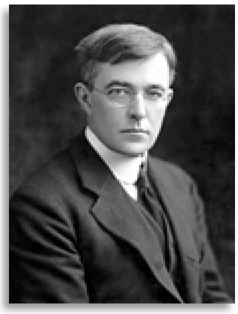
Nació el 31 de enero de 1881 en Brooklyn, Nueva York, y murió el 16 de agosto de 1957 en Woods Hole, Massachusetts; ambas localidades en EE. UU.

Físico y químico conocido por su trabajo en distintos campos de la química.

Ganador del Premio Nobel en Química en 1932.

Por sus investigaciones en la química de superficie (películas monomoleculares en superficies sólidas y líquidas).

FUENTES: Biografías y Vidas - Wikipedia



IRVING LANGMUIR (1881-1957)

Físico y químico que recibió el premio Nobel de Química en 1932 por su trabajo sobre la química de las superficies. Hijo de un agente de seguros, completó su formación secundaria en París (1892-1895). Estudió ingeniería metalúrgica en la Facultad de Minas de la Universidad de Columbia, donde se licenció en 1903. En la Universidad de Gotinga (Alemania), en la que tuvo como profesor al eminente químico Walther Nerst, obtuvo el Doctorado en Química en 1906.

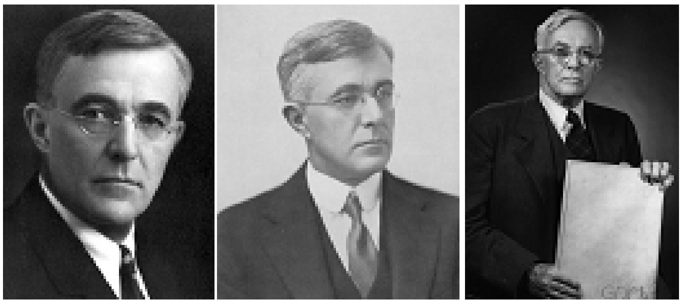
Tras dedicarse a la enseñanza en el Instituto Stevens de Hoboken de Nueva Jersey (1906-1909), se incorporó al Laboratorio de Investigación de la compañía General Electric, situado en Schenectady (Nueva York), en la que desarrolló toda su carrera profesional.

Su primera investigación de relevancia trató sobre la forma de acabar con el rápido deterioro del filamento de tungsteno de las bombillas mediante el empleo de distintos gases, así como sobre la emisión de electrones que producían los filamentos en dicho proceso; el resultado fue la invención de la lámpara de filamento de wolframio rellena de gas inerte.

En el transcurso de las experimentaciones con bombillas realizó importantes hallazgos: descubrió una bomba de mercurio de alto vacío que mejoró la radiodifusión de onda corta; describió el hidrógeno monoatómico, elemento que produce temperaturas de más de 3.000ºC.; formuló el principio por el que se forman películas monomoleculares sobre la superficie de cristal de las bombillas; estudió la velocidad de absorción de dichas moléculas, de lo que dedujo la isotermia de absorción que lleva su nombre; y amplió los conocimientos sobre estructuras electrónicas.

En 1912 contrajo matrimonio con Marion Mersereau, con quien tuvo dos hijos, Bárbara y Kenneth. En 1932 fue nombrado director adjunto de los laboratorios de General Electric, y durante la II Guerra Mundial ejerció como asesor en los programas de investigación de nuevas armas, con un papel relevante en el desarrollo del radar. En 1946 condujo, junto a Vincent J. Schaefer, el Proyecto Cirrus, un experimento sobre la producción de lluvia artificial.

Además del mencionado Premio Nobel, fue galardonado con las medallas Rumford (1921), Perkin (1928), Chardler (1929), Willard Gibbs (1930), Faraday (1944) y Mascart (1950); fue miembro de las Sociedades de Física y Química norteamericanas (de esta última fue presidente), de la Royal Society, de la Chemical Society de Londres, del Instituto Británico del Metal y presidente de la Asociación Americana para el Avance de la Ciencia. Además, ha sido merecedor de diversas distinciones honoríficas de las más prestigiosas universidades de Estados Unidos (Harvard, Princeton, Columbia).



IRVING LANGMUIR

Imágenes obtenidas de:

Google

¿Sabes quién inventó el lenguaje Braille?

Por: **Luis Figueroa**

TOMADO DE: Noticias24carabobo.com > 04/01/2017

LOUIS BRAILLE
Imagen referencial

Un 4 de enero de 1809 nació en París, Francia, **Louis Braille,** el creador del sistema de lectura que emplean las personas con discapacidad visual, denominado lenguaje Braille.

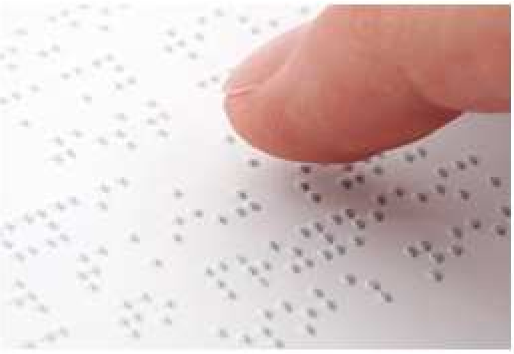


Foto: Referencial

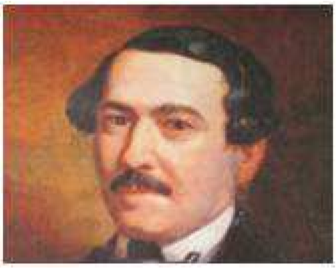
Braille inventó este lenguaje cuando contaba con tan sólo 15 años, en 1825. Este francés fue ciego desde los 3 años, sin embargo, desde muy joven desarrolló dotes para la ciencia y la música, por lo que ideó un original sistema que sustituía el alfabeto por puntos y guiones marcados en relieve sobre una superficie de cartón.

Es importante destacar que, este sistema de puntos en relieve aportaba a las personas ciegas una herramienta válida y eficaz para leer, escribir y facilitar el acceso a la educación, la cultura y la información.

Aquel lenguaje basado en el tacto aún perdura en nuestros días, aunque ha sufrido desde su origen algunas modificaciones para adaptarse a cada lengua que existe en el mundo. Actualmente es usado tanto en la escritura como en la lectura y la notación musical.

Este brillante alfabeto se lee moviendo la mano de izquierda a derecha, pasando los dedos por cada línea. Cada celda cuenta con seis puntos en relieve que, combinados, pueden formar hasta 64 patrones distintos.

Venezuela, personajes, anécdotas e historia.



4 de enero de 1860: Fallecimiento del escritor Rafael María Baralt

FUENTE: *efemeridesvenezolanas.com*
Tomado de: Notitarde.com > Cultura > 04 Enero 2017

Nace en Maracaibo, el 3 de julio de 1810, Rafael María Baralt escritor, periodista, historiador, filólogo, crítico y poeta. Baralt estudió latín y filosofía en la célebre Universidad de Bogotá donde se graduó de bachiller en 1830.

Desde entonces toma parte en la política y la milicia en Venezuela; participó en las acciones contra los Reformistas en 1835, siendo ascendido a capitán de artillería; luego ocupó un cargo en el Ministerio de Guerra. En 1840 viajó a París para editar su Resumen de la Historia de Venezuela y Diccionario de Galicismos.

El 13 de septiembre de 1841 se va definitivamente de Venezuela. Primero va a Londres y luego se radica en España, donde se compenetra con los círculos literarios de Sevilla y de Madrid. Allí realizó abundante obra literaria. Su Oda Adiós a la patria es de una impresionante riqueza poética También ocupó importantes cargos en el Reino, como Director de la Gaceta de la Corona, Administrador de la Imprenta Nacional, etc.

Fue elegido individuo de Número de la Real Academia de la Lengua, el primer hispanoamericano en recibir ese honor. Murió Baralt el 4 de enero de 1860 en Madrid, España, sin haber cumplido los 50 años de edad. Moralmente abatido tras un juicio que se le siguió en Madrid, pese a que se le reivindicó públicamente, no resistió más de tres años y murió en la fecha arriba indicada.

GALERÍA

Dennis Parnell Sullivan

Imágenes obtenidas de:

Google

Nació el 12 de Febrero de 1941 en Port Huron, Michigan, EE. UU.

Aunque Dennis Sullivan nació en Port Huron, Michigan, él se crió en Houston, Texas y siempre se ha considerado un tejano. Asistió a la escuela en Houston antes de entrar en la Universidad Rice, también en Houston, para estudiar química. Cambió de la química a las matemáticas cuando encontró que los cursos de matemáticas que tomó eran más emocionantes que todos los cursos de Ciencias, y obtuvo una licenciatura en Rice en 1963. Luego fue a la Universidad de Princeton para emprender estudios de posgrado en matemáticas. En Princeton su tutor de tesis fue William Browder y Sullivan recibió su doctorado en 1966 por su tesis *Triangulating Homotopy Equivalences* (Triangulando equivalencias homotópicas). Anthony Phillips escribe [10]:

> *Los estudiantes de William Browder en aquel momento fueron los mineros para la extracción teórica del oro topológico. La tesis de Dennis estaba en esta vena y condujo a su trabajo sobre el Hauptvermutung (1967).*

Este trabajo permitió a Sullivan recibir el Premio Oswald Veblen en Geometría en 1971 de la Sociedad Matemática Americana. La sexta entrega de este premio fue hecha:

> *A Dennis P. Sullivan por su trabajo sobre la Hauptvermutung resumidos en el documento "On the Hauptvermutung for manifolds" (Sobre el Hauptvermutung para variedades), Boletín de la Sociedad Matemática Americana, volumen 73 (1967).*

Después de obtener el doctorado, Sullivan fue designado para una beca de la OTAN en la Universidad de Warwick en Inglaterra. Muchas veces, mientras el resto de los estudiantes de doctorado jugaban *bridge*, Dennis trabajaba en una mesa cercana escribiendo artículos sobre matemática. Después de la beca en Warwick, Sullivan obtuvo una Beca Miller en la Universidad de California de Berkeley trabajando en la Conjetura Adams, la K-teoría y el étale homotópico. En 1969 fue al Instituto de Tecnología de Massachusetts para un Sloan Fellow de Matemáticas donde [9]:

> *... su trabajo se centró en lo que denominó Topología Geométrica (en particular el estudio de la simetría de Galois) y en la construcción de modelos mínimos para el tipo de homotopía racional de variedades, utilizando formas diferenciadas.*

En 1970 produjo una serie de notas titulada *Geometric topology: localization, periodicity and Galois symmetry* (Topología geométrica: localización, periodicidad y simetría de Galois). En el mismo año fue orador invitado en el Congreso Internacional de Matemáticos en Niza, Francia, donde impartió la Conferencia *Galois symmetry in manifold theory at the primes* (Simetría de Galois en la teoría de variedades de los números primos). La importancia de este trabajo puede verse claramente en el hecho de que en el año 2005, treinta y cinco años después de que fueron escritas, tanto las notas sobre la Conferencia y la Conferencia de Sullivan del congreso de Niza, fueron publicadas por Springer-Verlag. John McCleary escribe en un informe sobre la publicación de 2005:

> *En 1970, Sullivan hizo circular un conjunto de notas, las "Notas sobre el MIT", introduciendo la localización y la realización de espacios topológicos a la teoría de la homotopía y otros conceptos y construcciones importantes que han tenido una gran influencia en el desarrollo de la topología. Una versión de las notas apareció como "Genetics of homotopy theory and the Adams conjecture" (Genética de la teoría de homotopía y la conjetura de Adams) (1974). Aunque ha transcurrido mucho tiempo desde 1970, su publicación ahora es más que un ejercicio histórico. ... C. T. C. Wall escribió acerca de las notas sobre el MIT, "es difícil resumir el trabajo de Sullivan tan brevemente: la exposición filosófica completa (de las notas) debe leerse". La exposición de las notas se centra en cuestiones epistemológicas - en particular, ¿cuál es la naturaleza subyacente algebraica de una variedad, y cómo lo podemos saber? ... Mi vieja copia de las notas sobre el MIT incluyó una foto del autor, apenas reconocible después de tantas fotocopias. Las fotos en el nuevo libro del autor junto a sus hijos con la posdata dan una rara visión del desarrollo profundo de ideas matemáticas. Las notas siguen siendo dignas de leerse por la audacia de sus ideas, un claro dominio de la estructura disponible que ellos ordenan y la imagen fresca que proporcionan a la Topología geométrica. Al editor [Andrew Ranicki] se le debe agradecer el poner a disposición de otra generación de topólogos estas notas.*

En Berkeley un edificio nuevo, el Evans Hall, se concluyó en 1971 para el Departamento de Matemáticas de esta casa de estudio. Muchos pensaban que era un diseño decididamente poco atractivo y los estudiantes de postgrados decidieron pintar algunas paredes para alegrar su ambiente. Sullivan escribió a Lee Mosher en 2002 explicando cómo fue su participación [9]:

En 1971 fui invitado a la Universidad de California, para dar conferencias en el Departamento de Matemáticas. Al mismo tiempo hubo una confrontación entre los administradores y los estudiantes de postgrado. Estos últimos planearon seguir decorando las paredes del Departamento pintando murales atractivos y los fideicomisarios lo prohibieron. En la hora del té, algunos estudiantes se me acercaron y me invitaron a unirme a su jornada de pintura del siguiente día. Me entusiasmé cuando un hombre barbudo [Bill Thurston] me mostró un dibujo increíble de una curva incrustada en un disco perforado triplemente y me preguntó si creía que esto sería interesante para pintar. Le dije, 'Apuéstalo', y al día siguiente pasamos toda la tarde haciéndolo. Cuando transferimos la figura a la pared fue natural y automático para hacerlo en términos de manojos de filamentos en un momento - como una foliación aproximada - y luego lo conecté hasta el final mientras funcionaron los números. Así algunos años más tarde, en el 76, cuando Bill dio una improvisada Conferencia de 3 horas en su teoría de transformaciones de superficie, yo lo absorbí sin dolor a un nivel heurístico después de la experiencia de varias horas pintando en 1971.

Sullivan permaneció el curso de 1973-1974 en Francia, visitando la Universidad de París-Orsay. Fue invitado a ser profesor permanente del Institut des Hautes Études Scientifique - IHÉS (Instituto de Altos Estudios Científicos) en las afuera de París y tomó este cargo en 1974. En el IHÉS, Sullivan [5]:

... fue maestro en la organización de actividades y en interesar a los visitantes, especialmente eficaz con los jóvenes. El reciente Medallista Fields Curtis McMullen es un buen ejemplo de la influencia de Sullivan: McMullen aunque recibió su doctorado en Harvard, en realidad era estudiante de Sullivan, y fue visitando el IHÉS cuando a McMullen le vino la idea sobre qué realizar su tesis. Otro ejemplo es Gromov: fue por invitación de Sullivan que primero vino Gromov al IHÉS como profesor visitante en 1977, tres años después Gromov salió de la Unión Soviética.

En 1981, Sullivan fue designado a la Presidencia de la Cátedra de Ciencia Albert Einstein en el Centro para Graduados de la Universidad de Nueva York pero continuó manteniendo su cátedra a tiempo parcial en el Institut des Hautes Études Scientifique [4]:

Durante la década de 1980 los recursos de la Cátedra [Albert Einstein] permitieron la fundación de un seminario regular en la teoría de la geometría y el caos que trajo a expertos internacionales de primera fila a CUNY [la Universidad de Nueva York] y a la ciudad de Nueva York. Posteriormente, el seminario ha sido apoyado por el centro de graduados, persiguiendo las conexiones entre la topología y los modelos matemáticos de la naturaleza proporcionada por la teoría cuántica y mecánica de fluidos.

Escribiendo acerca de este seminario, explicó Sullivan donde se presenta la fuerte relación entre la topología algebraica y la teoría cuántica de campos [4]:

Estoy particularmente interesado en el método de la topología algebraica que asocia objetos lineales (grupos de homología) a objetos no lineales con puntos (variedades...) al igual que la teoría cuántica asocia espacios lineales de estados a sistemas clásicos de puntos. El personaje principal en topología algebraica es el operador nilpotente u operador límite mientras que en teoría cuántica de campos es un papel importante que jugado por operadores nilpotentes llamados Q y "delta" los cuales codifican cualquier simetría que esté presente en la acción de la teoría especial y medir la obstrucción para invariantemente asignar significado a la integral sobre todos los caminos. En la topología algebraica hay una idea potente, debido primero a Stasheff, pero va más allá de su famoso y elegante concepto de una homotopía infinita del álgebra asociativa, que nos permite vivir con ligeramente falsas identidades algebraicas en un mundo nuevo donde se convierten en verdaderos eficazmente. En teoría cuántica la necesidad de regularizar o tomar atajos a veces destruye, pero sólo un poco, identidades que expresan diversas simetrías y estructuras que pueden proporcionar la oportunidad de utilizar esta poderosa idea de topología algebraica. Finalmente la topología algebraica y geométrica siempre ha siempre dirigido los esfuerzos hacia la comprensión de objetos geométricos de forma algebraica como variedades las cuales son modelos clásicos del espacio-tiempo, mientras que la teoría cuántica de campos a menudo comienza su especificación de una particular teoría con la acción clásica definida sobre los campos clásicos repartidas en el espacio-tiempo y luego procede a sus algoritmos algebraicos.

En 1996 Sullivan dimitió a su cátedra en París para ocupar una cátedra en matemáticas en la State University de Nueva York (SUNY) en Stony Brook, mantuvo su cargo a tiempo parcial en el Graduate Center de la Universidad de Nueva York. En sesión, para 1998-1999 la SUNY promovió a Sullivan a Profesor Distinguido. En el anuncio sobre esto, se puede leer [1]:

Dennis Parnell Sullivan, Departamento de Matemáticas, Stony Brook, es uno de los grandes matemáticos de nuestro tiempo y uno de los topólogos más importantes de los últimos 100 años. Ha colaborado en varias de las diversas áreas de las matemáticas como topología, geometría, dinámica y análisis complejo.

Sullivan ha recibido otros honores importantes. Además del Premio Oswald Veblen de 1971 en Geometría mencionado anteriormente, recibió el Premio Élie Cartan de 1981 de la Academia Francesa de Ciencias, el Premio Internacional Rey Faisal de Ciencias (matemáticas) de 1994 y el Ordem Scientifico Nacional de la Academia Brasileña de Ciencias en 1998. En 1997 recibió el Premio del Alcalde de la Ciudad de Nueva York a la Excelencia en Ciencia y Tecnología. Fue galardonado con la Medalla Nacional de Ciencia en 2004 por el Presidente George W. Bush en una ceremonia en la casa blanca:

Por sus logros en matemáticas, incluyendo la resolución de los problemas más difíciles y creando enteramente nuevas áreas de actividad y por descubrir sorprendentes inesperadas conexiones entre campos aparentemente sin relación.

La descripción de sus contribuciones para la concesión de la medalla se describen en la referencia [7]:

El trabajo inicial de Sullivan fue sobre teoría de la homotopía y cortes, a la que trajo un nuevo punto de vista geométrico. Sus perspectivas geométricas condujeron a muchos resultados importantes en la topología de las variedades. Su teoría de los tipos de homotopía real y racional, basado en formas diferenciadas, ha tenido profundas aplicaciones, por ejemplo, a la topología de las variedades algebraicas complejas. Sullivan ha hecho importantes contribuciones al estudio de las foliaciones y sistemas dinámicos. También ha demostrado resultados fundamentales en variedades quasiconformables y de Lipschitz, categorías que son intermedios entre la topología y lo plano. Durante la década entre 1980 y 1990, fue responsable de la aparición del campo de conformación dinámica como una animada e importante rama de las matemáticas estableciendo fronteras tradicionales entre las áreas puras y las aplicadas. En los últimos años, puso en marcha el campo de la topología de las cuerdas.

En el año 2006 Sullivan recibió el Premio Leroy P. Steele por Logros de Por Vida de la Sociedad Matemática Americana. En el anuncio del premio se lee:

> *Dennis Sullivan ha realizado contribuciones fundamentales en muchas ramas de las matemáticas. La Teoría de Sullivan de la localización y la simetría de Galois, propagada en sus famosas notas sobre el MIT [Instituto Tecnológico de Massachusetts] de 1970, ha estado en el corazón de muchos avances posteriores de la teoría de la homotopía. Sullivan la usó para resolver la conjetura de Adams y el Hauptvermutung para variedades combinatorias. Sullivan posteriormente desarrolló y aplicó la teoría de homotopía racional a los problemas sobre geodesias cerradas, el grupo de automorfismo de un conjunto finito, la topología de las variedades Kähler y la clasificación de las variedades suaves. Él mismo se ha reinventado varias veces, interpretando papeles importantes o dominantes en sistemas dinámicos, grupos kleinianos y topología de dimensiones baja. Estas breves observaciones no hacen justicia al alcance de las ideas y la influencia de Sullivan. Más allá de las teorías específicas que ha desarrollado y los problemas que ha resuelto - y hay muchos más significativos que no se mencionan aquí - su visión uniforme de las matemáticas impregna su obra y ha inspirado a los que le rodean. Durante muchos años estuvo en el centro de la conversación matemática en IHÉS [Institut des Hautes Études Scientifiques]. Más tarde se trasladó a Nueva York donde su seminario semanal sigue siendo una característica importante de la vida matemática en la ciudad.*

Recibió el Premio Wolf en Matemáticas en 2010 por sus contribuciones a la topología algebraica y dinámicas conformables [11]:

> *Dennis Sullivan ha hecho contribuciones fundamentales en muchas áreas, especialmente en topología algebraica y sistemas dinámicos. Sus primeros trabajos ayudaron a sentar las bases para el enfoque de la teoría de cortes para la clasificación de las variedades dimensionales más altas, más particularmente proporcionando una clasificación completa de variedades simplemente conectadas dentro de un tipo determinado de homotopía. Él desarrolló las nociones de localización y completación en teoría de la homotopía y utilizó esta teoría para demostrar la conjetura de Adams (también probada independientemente por Quillen). Sullivan y Quillen introdujeron el tipo de homotopía racional del espacio. Sullivan demostró que puede ser calculada usando un modelo mínimo de una álgebra graduada diferencial asociada. Las ideas de Sullivan han tenido influencia de largo alcance y aplicaciones en la topología algebraica. Una de las más importantes contribuciones de Sullivan fue forjar las nuevas técnicas matemáticas necesarias para establecer con rigor las predicciones de la renormalización de Feigenbaum como una explicación sobre el fenómeno de la universalidad en sistemas dinámicos. El Teorema de los "dominios no errantes" de Sullivan colocó la clasificación de las dinámicas para los mapas racionales iterados de la esfera de Riemann, resolviendo una conjetura de sesenta años de edad planteada por Fatou y Julia. Su trabajo generó una oleada de actividad por la introducción de los métodos quasiconformables para el campo y el establecimiento de un diccionario inspirador entre mapas racionales y los grupos kleinianos de interés continuo. Su teorema de la rigidez para grupos kleinianos tiene importantes aplicaciones en teoría de Teichmüller y para programa de geometrización de Thurston de 3-variedades. Su trabajo reciente sobre las teorías de campos topológicos y el formalismo de la teoría de cuerdas puede considerarse como un subproducto de su búsqueda para una mejor comprensión de la naturaleza del espacio y de cómo pueden ser codificado en extrañas estructuras algebraicas. El trabajo de Sullivan ha sido consistentemente innovador e inspirador. Más allá de la solución de problemas pendientes, su trabajo ha generado áreas importantes y activas de investigación perseguidas por muchos matemáticos.*

Fue elegido a Miembro de la Academia Americana de Artes y Ciencias (1991), Miembro de la Academia Nacional de Ciencias (1983) y de la Academia Nacional de Ciencias Brasileña (1984), y es Miembro de la Academia de Ciencias de Nueva York. Se ha desempeñado como Vicepresidente (1990-1993) de la Sociedad Matemática Americana. Recibió títulos honorarios de la Universidad de Warwick (1983) y la École Normale Supérieure de Lyon (2001). Otro honor fue la Conferencia celebrada en su nombre en el CUNY Graduate Center en septiembre de 2002 para celebrar el vigésimo aniversario de su nombramiento como Presidente de la Cátedra Albert Einstein de Ciencia de la Universidad de Nueva York.

Sullivan está casado con una matemática también de la Facultad de Stony Brook. Tienen tres hijas y tres hijos.

Referencias.-

Artículos:

1. 1998-99 Distinguished Professor Recipients SUNY, *On Course*, May/June 1999.
   http://www.suny.edu/provost/mayjune.cfm
2. 2006 Steele Prizes, *Notices Amer. Math. Soc.* **53** (4) (2006), 464-470.
3. Dennis P Sullivan Receives 2006 AMS Steele Prize for Lifetime Achievement, *American Mathematical Society News, Events and Announcements* (Friday 13 January 2006).
   http://www.ams.org/news?news_id=540
4. Einstein Chair Mathematics Seminar, *The Graduate Center, SUNY.*
   http://math.gc.cuny.edu/seminars/einsteinchair.html
5. A Jackson, The IHÉS at Forty, *Notices Amer. Math. Soc.* **46** (3) (1999), 329-337.
6. A Jackson, Major Gift Launches New Geometry and Physics Center, *Notices Amer. Math. Soc.* **53** (3) (2006), 685-686.
7. A Jackson, Sullivan Receives 2004 National Medal of Science, *Notices Amer. Math. Soc.* **52** (3) (2005), 346.
8. R Kirby, Review: Mathematics at Berkeley : A history, *Notices Amer. Math. Soc.* **55** (10) (2008), 1237-1240.
9. L Mosher, What is ... A Train Track? *Notices Amer. Math. Soc.* **50** (3) (2003), 354-356.
10. A Phillips, (2005), Dennis Sullivan - A short history, in *Graphs and patterns in mathematics and theoretical physics* (American Mathematical Society, Providence RI, 2005), xiii.
11. Yau and Sullivan Awarded 2010 Wolf Prize, *Notices Amer. Math. Soc.* **57** (6) (2010), 748-749.

Versión en español por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Dennis P. Sullivan" (Julio 2011).
Fuente: MacTutor History of Mathematics [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Sullivan.html]