# HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

 Hecho el Depósito de Ley. Depósito Legal: PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385

E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 2 – AÑO 12 Valencia, 3 de Febrero de 2014

# HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO

# Índice



**LAS IDEAS Y OPINIONES DE LOS AUTORES DE LOS ARTÍCULOS QUE PUBLICAMOS EN HOMOTECIA SON RESPONSABILIDAD DE LOS MISMOS. SI ALGÚN LECTOR TIENE OBJECIONES SOBRE ÉSTAS, AGRADECEMOS NOS HAGA LLEGAR SUS COMENTARIOS A TRAVÉS DE NUESTRA DIRECCIÓN ELECTRÓNICA, homotecia2002@gmail.com.**

**Diseño de Portada: R. A. A. H.**

**La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google y de Facebook, vía Internet.**

Revista HOMOTECIA
**© Rafael Ascanio H. – 2009**
**Hecho el Depósito de Ley.**
**Depósito Legal:**
**PPi2012024055**
**I. S. S. N.: 2244-7385**

**e-mail:**
**homotecia2002@gmail.com**

**Publicación Mensual**
**Distribución Gratuita**

Publicada por:
**CÁTEDRA DE CÁLCULO**
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**
**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**



**Nº 2 - AÑO 12 - Valencia, 3 de Febrero de 2014**

# EDITORIAL

¿En cuáles disciplinas donde se forman docentes a nivel universitario, se deben o no incluir en sus respectivos pensum una fuerte carga curricular en matemática? No nos estamos refiriendo a la inclusión de una gran cantidad de asignaturas de contenido matemático sino aun siendo pocas estas, su exigencia sea de un rigor muy significativo. Esta interrogante nos la hacemos como producto de la reflexión sobre las directrices que, hasta los momentos, nos han indicado pautan el diseño de un Currículo por Competencias a implantar y desarrollar lo más pronto posible en nuestra Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo. Para los técnicos curriculares que asesoran este trabajo, pareciera que las matemáticas sólo son necesarias e importantes para los estudiantes que se forman como docentes de matemática, física y química. Siempre hemos apoyado el cambio curricular a un diseño basado en competencias puesto que lo que se pretende es *"… aumentar, de manera exponencial, el intercambio de nuevos conocimientos en cantidad, calidad y complejidad, propiciándose con ello nuevos abordajes desde el punto de vista inter y transdisciplinario en el tratamiento y resolución de situaciones problemáticas…* (para dar respuesta a) *nuevos retos de la educación, con la integración de los saberes, actitudes y el hacer de variadas disciplinas relacionadas con una determinada situación problemática…"* (Durant y Naveda, 2012, p. 9: *"Transformación curricular por competencias en la educación universitaria bajo el enfoque ecosistémico formativo"*). El insigne educador Federico Froebel afirmó "*Sin las matemáticas o, por lo menos, sin el conocimiento fundamental del cálculo que se apropia del conocimiento de la forma y de la magnitud como condiciones necesarias, la educación del hombre es una obra incompleta. El desarrollo del hombre y de la humanidad queda detenido allende sus límites naturales. Sin las matemáticas, se paralizan las fuerzas del espíritu, porque las matemáticas son tan inseparables del espíritu humano como la moral y el alma humana"* (citado por Hortensia Cuéllar Pérez, en *"FROEBEL. La educación del hombre"*. 2006, p. 82). Entendiendo a Froebel, aparentemente estaba convencido que la matemática en sí, no era sólo para el matemático y afines sino que la adquisición y aplicación del conocimiento matemático trasciende lo técnico y lo disciplinario, y que como elemento cultural ayuda a *construir al ser humano como humano*. ¿Cuáles serían las implicaciones de darse lo contrario? La opinión de los técnicos curriculares a la que hemos hecho referencia, no es nueva. Ha privado históricamente en la formación de educadores y otros profesionales cuyo *perfil no los lleve a trabajar directamente con la matemática*. ¿Esto ha traído consecuencias? El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés), de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), mide los conocimientos en matemáticas, ciencias y lectura de más de medio millón de alumnos de entre 15 y 16 años en 65 países, los cuales reúnen un 80% de la población mundial. En el informe Pisa 2012 se señala que América Latina (refiriéndose a todos los países de la región) ha retrocedido en comprensión lectora, matemática y ciencias en los últimos tres años, a pesar de los esfuerzos y anuncios de los gobiernos regionales que toman la bandera de la educación como prioridad, pero no logran que los adolescentes de 15 años mejoren los índices de comprensión lectora. Los índices revelan que la educación en América Latina está por debajo del estándar promedio de la OCDE, y en el caso de matemática, ninguno de estos países alcanza los 494 puntos que es el estándar para esta área. Es tal la situación, que en un informe presentado por la Unesco el pasado 29 de enero, titulado *"Enseñanza y aprendizaje: Lograr la calidad para todos"* en el que se apunta que, pese a que "Latinoamérica y el Caribe están cerca de lograr una matriculación universal en educación primaria con una tasa del 95%,… (pero) los escolarizados no están recibiendo una educación de calidad". Esto llevará a que de los Objetivos de Desarrollo del Milenio fijados por la ONU para 2015, este será uno de los que no logrará la mayoría de los países latinoamericanos. En el caso de Venezuela, vemos que pretender una educación de calidad, obliga el desarrollo de competencias cognitivas fundamentales. La pretensión natural de quienes aspiran ser docentes (en cualquier disciplina) es formar a otros, esto los obliga a reflejar en su desempeño las mismas competencias que intentará formar en los discentes; es decir reflejar que su formación les permitió desarrollar en ellos habilidades intelectuales específicas. Aunque el alumno es quien desarrolla el proceso, de tal manera que su comunicación, participación, interacción y la actitud curiosa e interactiva le permiten aprender, e*l profesor es un mediador que propone o insinúa el proceso*. Los resultados de este aprendizaje deben ser permanentes y de apoyo a la vida cotidiana (Sánchez y Andrade, 2010, p. 37: "*Habilidades intelectuales. Una guía para su potenciación*"). ¿Cómo formar habilidades intelectuales específicas? Siempre se ha considerado, desde el punto de vista educativo, que el papel de la matemática, enmarcándola dentro del espíritu de la modernidad, es el de dar una base positiva racional para propiciar a través de las ciencias, sensaciones de cohesión social y de progreso, de unión y extensión, necesarias para que haya un conocimiento positivo de la sociedad, lo que hace a la matemática un elemento sumamente importante para la perennidad de la humanidad en relación al desarrollo intelectual de las personas. La construcción del conocimiento matemático es un fenómeno determinante para la sociedad tecnológica actual. Por tal razón, en el contexto de la educación matemática se debería considerar críticamente el conocimiento matemático a ser transmitido y las acciones comunicativas que se utilizan, como fin ineludible para la preservación de los valores sociales (Ascanio H., 2011: *Holística Cultural. Constructo epistémico en la transición del ser al deber-ser de los alumnos en formación en Educación Matemática)*. Cuando nos ubicamos en el panorama educativo venezolano, y detallamos que hay baja calidad en la educación y que en matemática hay un alarmante bajo rendimiento, ya no podemos limitarnos a pensar que la solución está en la elaboración de una buena estrategia. El problema no es didáctico sino cultural. El pensum de la educación primaria y la secundaria incluye mayor porcentaje de asignaturas que no llevan al estudiante *a trabajar directamente con la matemática*, por lo tanto a los docentes de estas asignaturas tampoco. Previamente, estos docentes fueron formados con el mismo perfil, por lo tanto posiblemente carezcan de esas *habilidades intelectuales específicas* que sólo son posibles desarrollar con la aplicación del conocimiento matemático. Es cierto, la educación universitaria no está hecha para corregir las fallas en matemática o en otras áreas de los egresados del bachillerato. Pero ¿y en cuanto a la formación del docente? Su formación debe ser holística e integral. Es así que si se afirma que un docente es *disciplinariamente instruido* (domina y maneja del mejor modo posible, el conocimiento que le va a permitir desempeñarse como docente de su área) igualmente es de considerarse que es *didácticamente formado* (está preparado técnicamente del mejor modo posible para realizar la transposición didáctica del conocimiento que domina y maneja), entonces se hace necesario agregar el factor señalado por Froebel. Si educarse conduce a la culturización de la persona, posiblemente todo docente esté obligado a culturizarse de por vida porque quiera o no, es la principal fuente de información en los años iniciales de la existencia de los jóvenes bajo su tutela, seres cuya gran parte de su formación es puesta en sus manos, y la constante búsqueda de la cual participan no se limita a un conocimiento especializado en particular: la complejidad de la vida de por sí, está por encima de los requerimientos de un currículo escolar (Ascanio H., ob. Cit.).

# Los Grandes Matemáticos

**MAX BORN**
**(1882 – 1970)**
**Nació el 11 de diciembre de 1882 en Breslau, Alemania, en la actualidad llamada Wroclaw y ubicada en Polonia; y murió el 5 de enero de 1970 en Gotinga, Alemania.**

**Max Born tenía una carrera distinguida como matemático en Alemania antes de ser obligado en 1933 a desterrarse por causa de los Nazis. Él se dedicó, entonces, a realizar conferencias en Cambridge antes de ser designado como Profesor de Matemáticas Aplicadas en Edimburgo, donde conformó un grupo de investigación integrado principalmente por refugiados europeos. Recibió el Premio Nobel de Física en 1954 por su trabajo en Mecánica Cuántica.**

Max Born era de familia judía. Su padre, Gustav Born, fue un distinguido profesor de embriología en medicina en la Universidad de Breslau. La madre de Max, Margarete Kaufmann, provenía de una familia de Breslau ligada a la industria textil. De su madre Max heredó el amor por la música. Fue lamentable que ella muriera cuando él tenía tan solo cuatro años. Gustav entonces contrató una institutriz para que cuidara a Max y a su hermana menor durante los próximos cuatro años hasta que en 1890 se casó de nuevo. La familia mantuvo un alto nivel de cultura y academia mientras Max crecía; aun así, Max y su hermana, aunque eran bien tratados por su madrasta, no llegaron a tener con ella una relación muy afectuosa.

Max asistió al Gimnasio (Liceo) König Wilhelm de Breslau, estudiando una amplia gama de asignaturas como matemática, física, historia, idiomas modernos, latín, griego y alemán. Como estudiante, prometía muy poco en la escuela, pero particularmente mostraba más interés por los tópicos relacionados con las humanidades que con las ciencias. Aun así, luego de entrar a la Universidad de Breslau en 1901, tomó un gran número de asignaturas relacionadas con las ciencias, esto con la finalidad de complacer los deseos de su padre, fallecido poco antes de que Max dejara la escuela. La lista de cursos que tomó durante el periodo 1901-1902 fue ciertamente impresionante, incluyendo matemática, astronomía, física, química, lógica, filosofía, y zoología.

De las asignaturas estudiadas por Max, llegaron a ser sus favoritas matemática y astronomía, lo que lo llevó a pensar en especializarse en astronomía. Los estudiantes alemanes de aquella época acostumbraban a cambiarse de una universidad a otra y Max Born no fue la excepción; permaneció en Heidelberg hasta 1902 y en 1903 se trasladó a Zurich. En Zurich asistió a su primer curso de matemática avanzada, un curso dictado por Hurwitz sobre funciones elípticas.

**(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)**

**Reflexiones**

*"Lo que cuenta en la vida no es el mero hecho de haber vivido. Son los cambios que hemos provocado en las vidas de los demás lo que determina el significado de la nuestra".*
**NELSON MANDELA**

De regreso a Breslau, conversó con sus compañeros de estudios Toeplitz y Hellinger, quienes le informaron que los grandes maestros en matemática, Klein, Hilbert y Minkowski, trabajaban en la Universidad de Gotinga. De inmediato Born se trasladó a Gotinga, asistiendo a conferencias realizadas por Hilbert y Minkowski. En 1905 llegó a ser ayudante de Hilbert; a la par, continuó asistiendo a las conferencias de Klein y Runge sobre elasticidad, y a un seminario de Hilbert y Minkowski sobre electrodinámica. Quizás el mayor beneficio que Born recibió de sus famosos maestros fueron los momentos vividos durante largos paseos por los bosques donde además de discutir sobre matemática, se tocaban una gran diversidad de temas tales como problemas de filosofía, de política y de carácter social. Sin embargo, llegó a incomodar a Klein al no asistir con regularidad a las conferencias de este. Este llevó a Born a sustituir a la astronomía por la geometría como uno de sus temas de interés doctoral. Entonces, comenzó a asistir a las conferencias de Schwarzschild sobre astronomía, y en 1907 obtuvo con éxito su doctorado presentando una tesis sobre estabilidad elástica.

Además de los matemáticos señalados, Born tuvo contacto con Courant, Schmidt y Carathéodory en la misma época.

Luego de obtenido el doctorado, Born se vio obligado a prestar el servicio militar pero al padecer de asma sirvió menos del periodo normal de un año establecido para el caso. Esta circunstancia lo hizo renuente a todo lo relacionado con las actividades militares. Posterior, visitó la Universidad de Caius, en Cambridge, durante seis meses pero desestimó las conferencias de Larmor al tener dificultades con el acento irlandés de este.

Partiendo de Cambridge, Born regresa a Breslau. Es en este tiempo cuando lee los trabajos de Einstein de 1905 sobre la relatividad, quedando inmediatamente cautivado. Su trabajo de combinar las ideas de Einstein y las de Minkowski, dan pie a que se le invite a Gotinga en 1909 para trabajar en colaboración con Minkowski, pero este último muere semanas después de haber comenzado el trabajo en conjunto [8]:

> *Born refiere lo abatido que estaba por lo que él sentía era la ruina de sus esperanzas, de cómo volvía a decepcionar a Klein, pero gracias a los buenos oficios de Runge, convence a Hilbert de la validez de sus ideas.*

En 1912 a Born se le ofrece un cargo en Gotinga y, una vez integrado al personal docente, inicia un proyecto de investigación con von Kárman. Este trabajo versaba sobre dinámica de redes donde identificaron los grados de libertad de un cristal con los modos normales de vibración del cuerpo entero. En este trabajo utilizan el análisis tridimensional de Fourier y las condiciones periódicas de límite.

Born se casó en 1913 con Hedwig Ehrenberg, hija de un professor de Leyes en Gotinga. Tuvieron un hijo y dos hijas.

En 1914 se le ofrece a Born una cátedra en Berlín, donde llega a ser colega de Planck. Pero esto coincide con el inicio de la Primera Guerra Mundial, y aunque Born ya había desarrollado su rechazo por todo asunto militar, tuvo la oportunidad de una pequeña contribución a la acción bélica. Su primera contribución fue como operador de radio en la fuerza aérea alemana, pero pronto se vio involucrado en una investigación sobre el rango de sonido de la artillería, lo que lo alejó de la actividad de combate. Al quedar alejado del frente de batalla, solicitó que unieran a él en esta investigación a sus colegas y estudiantes que se encontraban sirviendo en el frente, lo que los alejó también de la actividad bélica. La excepcional dificultad que representaban los años de guerra, fue aliviada por su amistad con Einstein. Ambos compartieron su amor por la música y disfrutaron el placer de interpretar en conjunto sonatas, con Einstein al violín y Born al piano.

En abril de 1919, Born asumió una cátedra en Frankfurt-am-Main; allí llegó a ser Director del Instituto de Física Teórica. Dos años después regresó a Gotinga como Director del Instituto de Física. En 1921, año en el que se integró al cuerpo de profesores de Gotinga, reformuló la Primera Ley de Termodinámica. Al inicio del año 1926, Born colaboró con Pauli y Heisenberg (este último era alumno de Born) en Mecánica Cuántica (la terminología "mecánica cuántica" se le debe a Born). Le reconoció a Heisenberg su acercamiento a la mecánica cuántica como el ser del álgebra de la matriz.

Born produjo un trabajo de importancia fundamental sobre mecánica cuántica al comienzo de esta colaboración. Su tratamiento reemplazó la teoría cuántica original que consideraba a los electrones como partículas por una descripción matemática que representaba el comportamiento observado con más precisión.

Sin embargo, por ser judío, se vio forzado a huir de Alemania en 1933 y, después de un corto periodo en el norte de Italia, aceptó ser conferencista Stokes en Cambridge [3]:

> *Más tarde, se refirió muy afectuosamente de la buena bienvenida que se le hizo cuando fue recibido en Gran Bretaña. Durante los siguientes años que permanecieron allí, él y su esposa se dedicaron a ayudar y aconsejar a muchos otros que también se vieron obligados a emigrar de Alemania y de Austria.*

Después de pasar un corto tiempo en la India, en 1936 Born llegó a ser Profesor Tait de Matemática Aplicada en la Universidad de Edimburgo en Escocia. Allí formó un grupo de investigación de estilo continental, integrado principalmente por refugiados europeos. Uno de sus estudiantes de investigación describió los días de Born en Edimburgo:

> *Cuando Born llegaba en la mañana, acostumbraba primeramente acercarse a sus estudiantes de investigación, y preguntarles si tenían algún progreso que informar; posteriormente procedía a darles consejos y en algunos casos les presentaba hojas con cálculos detallados referentes a sus problemas que el mismo Born había realizado el día anterior. … El resto de la mañana se la pasaba exponiendo sus lecciones a los estudiantes honorarios, en atender la administración departamental, y a llevar a cabo sus investigaciones personales. Sobre esto último, la mayor parte la realizaba en su casa durante las tardes y las noches.*

**(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)**

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Luego de retirarse en 1953, Born regresó a Alemania fijando su residencia en Bad Pymont, cerca de Gotinga. Poco después recibió el gran honor de ser galardonado en 1954 con el Premio Nobel de Física por sus estudios estadísticos sobre funciones de onda. Durante este periodo él se interesó en la filosofía de la ciencia así como el impacto de la ciencia en los asuntos humanos [3]:

> *Estaba profundamente interesado sobre el peligro que corría el mundo de una guerra futura y la destrucción en masa; así que tomó la iniciativa en 1955 de conseguir una declaración sobre este asunto firmada por un número significativos de laureados con el Premio Nobel.*

Born recibió muchos honores, como ejemplos se pueden mencionar: fue electo Compañero Miembro de la Sociedad Real en 1939 y le fue otorgada la Medalla Hughes en 1950:

> *… por sus contribuciones a la física teórica en general y al desarrollo de la mecánica cuántica en particular.*

Recibió la Medalla Stokes de la Universidad de Cambridge, dos escuelas alemanas llevan su nombre y fue hecho Miembro Honorario de las Academias de Rusia, India, Rumania, Perú, Irlanda, Escocia, Dinamarca, Suiza y E.E.U.U.

Born escribió muchos libros de texto y monografías, principalmente para estudiantes o expertos en los asuntos tratados en los mismos, pero algunos son excelentes cuentos populares sobre ciencia. Su lista de publicaciones incluye 360 títulos por lo menos.

En [3] se le hace el siguiente tributo a Born:

*El fue respetado y honrado por sus muchas contribuciones a su tema de estudio, y por su sabiduría y éxito como profesor. Se le reconocía por su sencillez al exponer las ideas de la física al hombre común, y siempre manifestó mucho afecto por sus colegas y pupilos, además mostró una personalidad de franca sencillez.*

## Referencias.-


1. A. Hermann, Biography en *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990). http://www.encyclopedia.com/topic/Max_Born.aspx
2. Biography en *Encyclopaedia Britannica.* http://www.britannica.com/eb/article-9080764/Max-Born

**Libros:**

3. F. Hund, H. Maier-Leibnitz y V. F. Weisskopf, *Max Born, James Franck, Physiker in ihrer Zeit* (Berlin, 1982).
4. *James Franck und Max Born in Göttingen* (Göttingen, 1983).
5. J. Lemmerich, *Science and conscience : the world of two atomic scientists, Max Born (1882-1970), James Franck (1882-1964) : an exhibition from the Staatsbibliothek Preussischer Kulturbesitz Berlin-West* (London, 1983).

**Artículos:**

6. V Frenkel, Max Born, *Ideen des exakten Wissens 1972,* 289-298.
7. N Kemmer and R Schlapp, Max Born, *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society of London* **17** (1971), 17-52.
8. Obituary, *Yearbook of the Royal Society of Edinburgh Session 1969-71* (1971-2), 23-26.


**VERSIÓN EN ESPAÑOL por R. Ascanio H. del artículo en inglés de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre "Max Born" (Octubre, 2003).**
**FUENTE: MacTutor History of Mathematics. [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Born.html]**


**Imágenes obtenidas de:** Google

CÁTEDRA DE CÁLCULO

Escritos de la Cátedra

# Razonamiento Numérico.

Por: Prof. Rafael Ascanio Hernández

Un punto interesante para la discusión, es considerar que la importancia de la didáctica de la matemática no radica en la producción de conocimientos, ya que esta no es una tarea propia del docente sino de un matemático puro, aun suponiendo que en este último, es el efecto de lo didáctico lo que inicia en él o ella su interés por esta ciencia. La didáctica realmente es la manera individual y particular mediante la cual todo docente procura la transposición del conocimiento disciplinario, que en el medio educativo se traduce como la construcción del conocimiento matemático. Esta construcción se logra mediante la formación en el estudiante de una competencia cognitiva denominada *razonamiento numérico*, generalmente conocida como *pensamiento matemático*. El *razonamiento numérico*, desde nuestro punto de vista, se va conformando por la convergencia en el modo de pensar de una persona de dos procesos del pensamiento relacionados con el conocimiento, a los cuales se les puede denominar *razonamiento lógico matemático* y *habilidad numérica*, posibles de ir desarrollándose en el ser humano durante su tránsito por los diferentes niveles del sistema educativo. Si uno de los objetivos principales a lograr mediante la educación, en cuanto a la enseñanza de la matemática, es el desarrollo en los estudiantes del *razonamiento numérico* como competencia, es sumamente importante la didáctica en la transposición de este conocimiento.

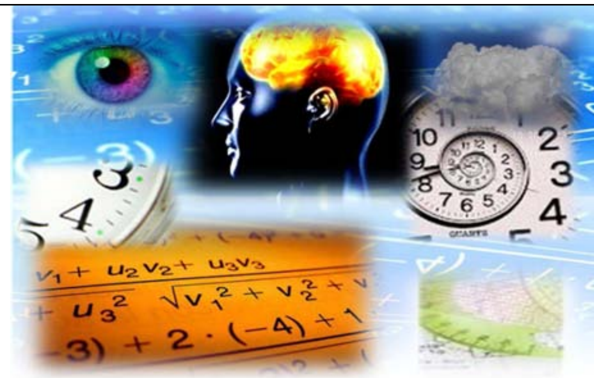
Para hablar de *razonamiento lógico matemático*, es necesario ubicarnos en el recorrido cognitivo, interno a su ser, que posiblemente transita el estudiante desde los instantes iniciales de hacer la recepción del conocimiento matemático, durante su etapa de novato a experto, detallándose evidencias de formarlo progresivamente en su memoria a una *velocidad mental* que depende de la construcción natural de su modo de pensar; recorrido éste cuyos posibles logros máximos los alcancen los matemáticos puros o *hacedores* de matemática, quienes manejando con auto exigencia las teorías de su ciencia y el conocimiento vanguardista de la misma, se involucran en el conflicto siempre presente sobre si el matemático es un creador o un innovador, pero donde esta discusión no representa obstáculo alguno para que surjan nuevos conocimientos.

En cuanto a *habilidad numérica*, la misma está referida a una aptitud humana, que se manifiesta externamente en lo práctico con el manejo del conocimiento matemático operacionable, y que también se desarrolla en un tránsito de novato a experto similar al que se ha señalado previamente; es decir se refiere a la operacionabilidad con los elementos de los conjuntos numéricos relacionada con la teoría implícita en el cálculo, el álgebra, la geometría y otras áreas de la matemática, en un proceso que permite la *algoritmización* de este conocimiento. Aunque la *algoritmización* se identifica con frecuencia en el medio educativo con la *mecanización* y la *memorización* tipo almacén, ninguna persona llega a su dominio sin antes realizar procesos de razonamiento lógico matemático, aun sean de características sencillas o simples.

¿Cómo entender qué es *Razonamiento Numérico*? Posiblemente al ser humano por la condición natural de su cerebro, no le es necesario asistir a una institución escolar desde pequeño para formar esta competencia cognitiva, pero difícilmente un desarrollo pleno de la misma se logre fuera de las instalaciones educativas. Así que el desarrollo sistemático de esta competencia se inicia en los primeros niveles de la educación, y es evidencia de la presencia del proceso cuando el estudiante actúa de la siguiente manera: reflexiona una situación problemática contextualizada a la matemática, estudia sus elementos y concuerda consigo mismo una idea sobre cómo lograr las posibles salidas o soluciones (lo que es una manifiesta aproximación a algunas de las varias características que deberían presentarse en un proceso de razonamiento lógico matemático) y luego establece el procedimiento a seguir, la algoritmización, que le permite obtener los valores adecuados los cuales vienen a ser las salidas o soluciones buscadas (lo que caracteriza el poseer una determinada habilidad numérica). ¡Son ideas para la discusión!

# Cronología de la Matemática

Este artículo está basado en la línea de tiempo desarrollada en 1994 por Niel Brandt[1]
Fuente: Wikipedia. Consulta: Diciembre 11, 2013.



## ANTES DEL PRIMER MILENIO a. C.

**ca. 70 000 a. C.:** En Sudáfrica, varios artistas adornan rocas con pinturas basadas en patrones geométricos.[2]

**ca. 35 000 a 20 000 a. C.:** En África y Francia se desarrolla el conocimiento más antiguo acerca de la cuantificación del tiempo.[3] [4]

**ca. 20 000 a. C.:** En el valle del Nilo, alguien escribe el Hueso de Ishango, donde aparece posiblemente la referencia más antigua de número primo y multiplicación egipcia.[5]

**ca. 3400 a. C.:** En Mesopotamia, los sumerios inventan el primer sistema de numeración, y un sistema de pesos y medidas.

**ca. 3100 a. C.:** En Egipto se pone por escrito el conocimiento más antiguo sobre el sistema decimal el cual permite contar indefinidamente introduciendo, si fuese necesario, nuevos símbolos.[6]

**ca. 2800 a. C.:** En el valle del Indo, se pone por escrito el uso más antiguo de la división decimal en un sistema uniforme de pesos y medidas antiguo.

**2800 a. C.:** En China se descubre el cuadrado de Lo Shu, el único cuadrado mágico de orden tres.

**2700 a. C.:** En Egipto se inventa la agrimensura de precisión.

**2600 a. C.:** En el valle del Indo, los habitantes realizan objetos, casas y calles con ángulos rectos perfectos.

**2400 a. C.:** En Egipto se inventa un calendario astronómico preciso, que debido a su regularidad matemática se usó incluso en la Edad Media.

**ca. 2000 a. C.:** En Babilonia (Irak) se usa un sistema decimal de base 60 y cómputo del primer valor aproximado del número π como 3,125 (en vez de 3,141). Existen tablas con multiplicaciones, raíces cuadradas y cúbicas y otras cuentas.

**1890 a. C.:** En Egipto se escribe un «papiro matemático» (actualmente en poder del Museo de Bellas Artes de Moscú), donde aparece calculado el volumen de una figura truncada.

**1700 a. C.:** En los Papiros de Berlín (dinastía 19[a]) contiene una ecuación cuadrática con su solución.

**1650 a. C.:** En Egipto, el escriba Ahmes escribe el Papiro Rhind —basado en un escrito del 1850 a. C. aproximadamente, y actualmente en poder del Museo Británico—. Allí presenta uno de los primeros conocimientos aproximados del valor de π de 3,16 (en vez de 3,14), el primer intento de la cuadratura del círculo, primeros conocimientos en el uso de una ordenación de la cotangente, y en la resolución de las ecuaciones lineales de primer orden.

## PRIMER MILENIO a. C.

**ca. 1000 a. C.:** En Egipto se comienzan a utilizar las fracciones vulgares.

**Primera Mitad del I milenio a. C.:** en la India védica, el sabio Iagña Valkia escribe el *Shatapatha bráhmana*, en el que describe sus descubrimientos (probablemente basado en datos de las últimas dos o tres generaciones de astrónomos) acerca de la sincronización del Sol y la Luna cada 95 años (aunque todavía cree que giran alrededor de la Tierra).[7]

**530 a. C.:** Pitágoras estudia las relaciones entre las medias aritmética, geométrica y armónica; su grupo también descubre la irracionalidad de la raíz cuadrada de dos.

**Siglo V a. C.:** En India, el gramático Panini (520–460 a. C.) escribe el *Asta dhiaii*, el cual contiene el uso de las metarreglas, transformaciones matemáticas y recursiones, originalmente con el propósito de sistematizar la gramática del idioma sánscrito.

**Siglo V a. C.:** En India, matemáticos yainas escriben el *Suria-prajinapti*, un texto matemático en el cual se clasifican todos los números en tres grupos: numerables, innumerables e infinitos. También se reconocen cinco diferentes tipos de infinitos: infinito en uno y dos direcciones, infinito en área, infinito en todo lugar, e infinito perpetuo.

**370 a. C.:** En Grecia, Eudoxo de Cnidos explica el método de exhausción para la determinación del área.

**350 a. C.:** Aristóteles debate lógicamente razonando en el *Órganon*.

**Siglo IV a. C.:** Apastamba, autor del *Apastamba shulba sutra*, otro texto sánscrito de geometría, realiza un intento de la cuadratura del círculo y también calcula la raíz cuadrada de 2 correctamente con cinco decimales.

**Siglo IV a. C.:** Se escribe otro *Shulba sutra*, que usa Ternas pitagóricas, contiene un número de pruebas geométricas, y aproxima π a 3.16.

**Siglo IV a. C.:** Textos de la India usan la palabra sánscrita *shunia* ('vacío') para referirse al concepto de cero.

**Siglo IV a. C.:** En India, matemáticos yainistas escriben el *Bhagavati sutra*, el cual contiene la más antigua información sobre combinaciones.

**ca 300 a. C.:** En Egipto, Ptolomeo I Sóter crea la Biblioteca de Alejandría.

**300 a. C.:** Euclides en sus *Elementos* estudia geometría como un sistema axiomático, demuestra la infinitud de los números primos, el lema de Euclides (sobre la divisibilidad por números primos), y el teorema de la altura (acerca de la altura de la hipotenusa de un triángulo rectángulo).

**Siglo IV a. C.:** En India comienza a utilizarse la numeración brahmi.

**300 a. C.:** En Irak, los babilonios inventan el ábaco.

**Siglo IV a. C.:** En India el matemático indio Pingala escribe el *Chhandah shastra*, el cual contiene el primer uso indio del cero como un dígito (indicado por un punto) y también presenta la descripción de un sistema numérico binario, con el primer uso de números de Fibonacci y el triángulo de Pascal.

**Siglo III a. C.:** En India, el breve *Isa-upanisad* (uno de los textos místicos *Upanisad*), de 18 versos, contiene un ambiguo texto que podría ser una referencia al infinito. Se refiere a Dios (nombrándolo como *purna,* 'completo') y declara que «si al purna se le quita o se le agrega un purna, sigue siendo purna».

**260 a. C.:** Arquímedes desarrolla un método para demostrar que el valor de $\pi$ permanece entre 3 + 1/7 (3.1429 aprox.) y 3 + 10/71 (3.1408 aprox.) utilizando polígonos inscritos y circunscritos y calcula el área bajo un segmento parabólico.

**ca. 250 a. C.:** Los últimos Olmecas ya han empezado a utilizar un verdadero cero (glifo) algunas centurias antes de Ptolomeo en el Nuevo Mundo.

**240 a. C.:** Eratóstenes usa su algoritmo para rápidamente separar los números primos.

**225 a. C.:** Apolonio de Perga escribe *Sobre Secciones cónicas* y nombra la elipse, parábola, e hipérbola.

**150 a. C.:** En India, matemáticos yainas escriben el *Sthananga sutra*, el cual contiene un trabajo acerca de la teoría de los números, operaciones aritméticas, geometría, operaciones con fracciones, ecuaciones simples, ecuaciones cúbicas, ecuaciones cuárticas, y permutaciones y combinaciones.

**140 a. C.:** Hiparco desarrolla las bases de la trigonometría.

**50 a. C.:** En India empieza a desarrollarse la numeración india, el primer sistema de numeración de notación posicional de base diez.

## PRIMER MILENIO

**Siglo I d. C.:** Herón de Alejandría proporciona la más antigua referencia a las raíces cuadradas de números negativos.

**ca. 200 d. C.:** Ptolomeo de Alejandría escribió el *Almagesto*.

**250:** Diofanto de Alejandría usa símbolos para los números desconocidos en términos del álgebra sincopada, y escribe *Aritmética*, el primer tratado sistemático sobre álgebra.

**300:** En India, matemáticos indios introducen el más antiguo uso conocido del cero como un dígito decimal.

**400:** En India, matemáticos yainas escriben el *Manuscrito Bakhshali*, el cual describe una teoría del infinito conteniendo diferentes niveles de infinito, muestra una comprensión de índices, como también logaritmos de base 2, y calcula raíces cuadradas de números tan grandes como un millón correcto hasta por lo menos 11 lugares decimales.

**450:** En China, Zu Chongzhi calcula $\pi$ con siete lugares decimales.

**500:** En India, Aria Bhatta escribe el *Aryabhatya siddhanta*, el cual introduce las funciones trigonométricas y métodos de cálculo de valores numéricos aproximados. Define los conceptos de seno y coseno, y también contiene las primeras tablas con valores del seno y coseno (en intervalos de 3.75-grados desde 0 a 90 grados).

**500s:** Aryabhata da cálculos precisos para constantes astronómicas, tales como el eclipse solar y eclipse lunar, calcula $\pi$ con cuatro lugares decimales, y obtiene todas las soluciones numéricas para las ecuaciones lineales por el método equivalente a los métodos modernos.

**550:** Matemáticos Hindúes dan al cero una representación numérica en el sistema de numeración indio.

**600s:** Bhaskara I da una aproximación racional a la función seno.

**600s:** Brahmagupta inventa el método de resolución de ecuaciones indeterminadas de segundo grado y es el primero en usar el álgebra para la resolución de problemas astronómicos. También desarrolla métodos para el cálculo de los movimientos y posiciones de varios planetas, sus ascensos y direcciones, conjunciones, y el cálculo de los eclipses del sol y la luna.

**628:** Brahmagupta escribe el *Brahmasphutasiddhanta*, dónde el cero es claramente explicado, y dónde la moderna Notación posicional del sistema de numeración indio es totalmente desarrollada. También da las reglas para la manipulación tanto de Números negativos como de Números positivos, métodos para cálculo de raíces cuadradas, métodos para la resolución de ecuaciones lineales y ecuaciones cuadráticas, y reglas para la suma de series, Identidad de Brahmagupta, y el teorema de Brahmagupta.

**700s:** Virasena da reglas explícitas para la sucesión de Fibonacci, da la derivación del volumen de un frustum usando un procedimiento infinito, y también guía con los logaritmos de base 2 y conoce sus leyes.

**700s:** Shridhara da la regla para encontrar el volumen de una esfera y también la fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas.

**773:** Kanka lleva el *Brahmasphuta siddhanta* de Brahmagupta a Bagdad para explicar el sistema indio de aritmética astronómica y el sistema de numeración indio.

**773:** Al Fazaii traduce el *Brahmasphuta siddhanta* al árabe a pedido del rey Khalif Abbasid Al Mansur.

**800s:** Govinda Swamin descubre la fórmula de interpolación de Newton-Gauss, y da las partes fraccionarias de las tablas de la función seno de Aria Bhatta.

**820:** Al-Juarismi: Considerado el padre de la moderna álgebra, escribió *al-jabr*, posteriormente transliterado a álgebra, fue quien introdujo técnicas algebraicas para la resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas aplicadas en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

**895:** Thabit ibn Qurra: El único fragmento sobreviviente de su trabajo original contiene un capítulo sobre la resolución y propiedades de las ecuaciones cúbicas.

**953:** Al-Uqlidisi escribe la más antigua traducción sobre el sistema de numeración de notación posicional indio.

**975:** Al-Batani: extiende los conceptos indios sobre el seno y coseno a otros radios trigonométricos, tales como la tangente, secante y sus funciones inversas. Deriva la fórmula: $\text{sen}\ \alpha=\tan\alpha / (1+\tan^2\alpha)$ y $\cos\alpha=1 / (1 + \tan^2\alpha)$.

## AÑO 1000 A 1499

**1020:** Abul Wáfa: Da esta famosa fórmula: sen (α + β) = sen α cos β + sen β cos α. También trata sobre la cuadratura del la parábola y el volumen de la paraboloide.

**1030:** Ali Ahmad Nasawi: Divide las horas en 60 minutos y los minutos en 60 segundos.

**1070:** Omar Jayyam comienza a escribir *Tratado sobre demostraciones de problemas de Álgebra* y clasifica las ecuaciones cúbicas.

**1100s:** Los «números indios» han sido modificados por los matemáticos árabes para formar el moderno sistema números arábigos (usado universalmente en el mundo moderno).

**1100s:** el sistema arábigo alcanza Europa a través de las invasiones árabes.

**1100s:** en India, Bhaskara Acharia escribe el *Lilavati*, el mismo que cubre los tópicos de definiciones, términos aritméticos, aritméticos y progresiones geométricas, geometría plana, geometría sólida, la sombra del gnomon, métodos para resolver ecuaciones indeterminadas, y combinaciones.

**1100s:** Bhaskara Acharya escribe la *Bijaganita* ('álgebra'), el cual es el primer texto donde se reconoce que un número positivo tiene dos raíces cuadradas.

**1100s:** Bhaskara Acharya concibe el cálculo diferencial, y también desarrolla el teorema de Rolle, ecuación de Pell, una prueba para el Teorema de Pitágoras, prueba que la división por cero es infinita, calcula π con 5 lugares decimales, y calcula el tiempo tomado por la tierra para orbitar al sol con 9 lugares decimales.

**1175:** Gerardo de Cremona traduce en Toledo el *Almagesto* de Claudio Tolomeo del árabe al latín.

**1202:** Leonardo de Pisa (más conocido como Fibonacci) publica el *Liber abaci* (Libro del ábaco o Libro de los cálculos) difundiendo en Europa la numeración arábiga.

**1303:** Zhu Shijie publica *El precioso espejo de los cuatro elementos*, el cual contiene un método antiguo de arreglo coeficientes binomiales en un triángulo.

**1300s:** Madhava es considerado el padre del análisis matemático, quien también trabajó en las series de potencias para $\mathcal{P}$ y para las funciones seno y coseno, y también con otros matemáticos escuela de Kerala, fundan el importante concepto de Cálculo.

**1300s:** Paramésuara, un matemático de la escuela de Kerala, presenta unas series formadas por las funciones seno que es equivalente a las expansiones de las series de Taylor, declara el teorema del valor medio del cálculo diferencial, y es también el primer matemático en dar el radio del círculo quien inscribe cuadrilátero cíclico.

**1400:** Madhava descubre la expansión de las series para las funciones tangente-inversa, las series infinitas para arco-tangente y seno, y muchos métodos para el cálculo de la circunferencia del círculo, y los usa para calcular π correctamente con 11 lugares decimales.

**1424:** Ghiyath al-Kashi: calcula π con dieciséis lugares decimales usando polígonos inscritos y circunscritos.

**1400s:** En India, un matemático de la escuela de Kerala llamado Nilakantha Somayaji, escribe el *Ariabhattiya bhashia* (comentario del texto de Aria Bhatta), el cual contiene un trabajo sobre las expansiones de series infinitas, problemas de álgebra, y geometría esférica.

**1456:** En Maguncia (Alemania) Gutemberg imprime la *Biblia de Gutemberg*.

**1478:** En Italia, un autor anónimo escribe la *Aritmética de Treviso*.

**1482:** Erhard Ratdolt realiza en Venecia la primera impresión latina de los *Elementos de Euclides*.

## SIGLO XVI

**1501:** Nilakantha Somayaji escribe el *Tantra samgraha*, el cual pone el fundamento para un completo sistema de fluxiones (derivadas), y expande conceptos de su texto previo, el *Aryabhatiya bhashia*.

**1518:** Henricus Grammateus publica la primera obra impresa que utiliza los símbolos + y - para la adicción y la substracción.

**1544:** Michael Stifel publica *Arithmética íntegra*.

**1545:** Gerolamo Cardano publica el *Ars Magna*, en el cual se resuelven las ecuaciones de tercer y cuarto grado.

**1550:** Jyeshtadeva, un matemático de la Escuela de Kerala escribe el primer tratado de cálculo *Iukti bhasha*, dando detalles de derivación, fórmulas y teoremas sobre cálculo.

**1557:** Robert Recorde en su obra *The Whetstone of Witte* inventa el signo = y populariza en Inglaterra los símbolos + y –.

**1572:** Rafael Bombelli realiza por primera vez cálculos con números complejos («imposibles»).

**1591:** François Viète utiliza letras para simbolizar incógnitas y constantes en ecuaciones algebraicas en su obra *In artem analyticam isagoge*.

**1596:** Ludolf van Ceulen calcula π con 20 cifras decimales usando polígonos inscritos y circunscritos.

## SIGLO XVII

**1600s:** Putumana Somayaji escribe la *Paddhati*, el cual presenta una detallada discusión de varias series trigonométricas.

**1614:** John Napier presenta los logaritmos en su obra *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*.[9]

**1617:** Henry Briggs presenta los logaritmos decimales en *Logarithmorum Chilias Prima*.

**1618:** John Napier publica la primera referencia a "*e*" en un trabajo sobre logaritmos.

**1619:** René Descartes descubre la geometría analítica (Pierre de Fermat reclama que el también lo descubrió independientemente)

**1619:** Johannes Kepler descubre dos de los poliedros de Kepler-Poinsot.

**1629:** Pierre de Fermat desarrolla un rudimentario cálculo diferencial.

**1634:** Gilles de Roberval muestra que el área bajo una cicloide es tres veces el área de su círculo generatriz.

**1637:** Primer uso del término número imaginario por René Descartes, fue propuesto para ser derogado.

**1654:** Blaise Pascal y Pierre de Fermat crean la teoría de la probabilidad.

**1655:** John Wallis escribe *Arithmetica Infinitorum*

**1658:** Christopher Wren muestra que la longitud de un cicloide es cuatro veces el diámetro de su círculo generatriz.

**1665:** Isaac Newton trabaja en su Teorema fundamental del cálculo y desarrolla su versión del Cálculo infinitesimal.

**1668:** Nicholas Mercator y William Brouncker descubren una serie infinita para el logaritmo mientras intenta calcular el área bajo un segmento hiperbólico.

**1670:** Se publica el enunciado del último teorema de Fermat.[10]

**1671:** James Gregory desarrolla una expansión de series para la función tangente-inversa (originalmente descubierta por Madhava de Sangamagrama)

**1673:** Gottfried Leibniz también desarrolla su versión de cálculo infinitesimal.

**1675:** Isaac Newton inventa un algoritmo para el cálculo de raíces funcionales.

**1680s:** Gottfried Leibniz trabaja sobre lógica simbólica.

**1691:** Gottfried Leibniz descubre la técnica de separación de las variables para ecuaciones diferenciales ordinarias.

**1693:** Edmund Halley prepara la primera tabla de mortalidad estadísticamente relacionada con el índice de mortalidad por edad.

**1696:** Guillaume de L'Hôpital presenta su regla para el cálculo de ciertos límites.

**1696:** Jakob Bernoulli y Johann Bernoulli resuelven el problema de la braquistócrona, el primer resultado en el cálculo de variaciones.

## SIGLO XVIII

**1706:** John Machin desarrolla una rápida aproximación de las series tangente-inversa para π y calcula π con 100 lugares decimales.

**1712:** Brook Taylor desarrolla las series de Taylor.

**1722:** Abraham De Moivre presenta el teorema De Moivre uniendo funciones trigonométricas y números complejos.

**1724:** Abraham De Moivre estudia estadísticas de mortalidad y la fundación de la teoría de annuities en *Annuities on Lives*.

**1730:** James Stirling publica *The Differential Method* (El método diferencial).

**1733:** Giovanni Gerolamo Saccheri escribe *ab omni naevo vindicatus*, obra sobre la teoría de las paralelas en la que estableció diversas proposiciones que entroncan con ciertos teoremas de las geometrías no euclídeas.

**1733:** Abraham de Moivre introduce la distribución normal para aproximar la distribución binomial en probabilidad.

**1734:** Leonhard Euler introduce la técnica del factor de integración para la resolución ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

**1735:** Leonhard Euler resuelve el problema de Basel, relacionando una serie infinita para π.

**1736:** Leonhard Euler resuelve el problema de los siete puentes de Königsberg, dando como resultado la creación de la teoría de grafos.

**1739:** Leonhard Euler resuelve la Ecuación diferencial ordinaria reduciendo ésta a una ecuación de coeficientes constantes.

**1742:** Christian Goldbach conjetura que todo número par mayor que 2 puede escribirse como suma de dos números primos (Conjetura de Goldbach).

**1748:** Maria Gaetana Agnesi discute el análisis en *Institución Analítica para el uso de la juventud italiana.*

**1761:** Thomas Bayes prueba el Teorema de Bayes.

**1762:** Joseph Louis Lagrange descubre el Teorema de divergencia.

**1789:** Jurij Vega mejora la fórmula de Machina y calcula π con 140 lugares decimales.

**1794:** Jurij Vega publica *Thesaurus logarithmorum completus*.

**1796:** Carl Friedrich Gauss prueba que el polígono regular de 17 lados puede ser construido usando únicamente regla y compás.

**1796:** Adrien-Marie Legendre conjetura el Teorema de los números primos.

**1797:** Caspar Wessel asocia vectores con números complejos y estudia operaciones de números complejos en términos geométricos.

**1799:** Carl Friedrich Gauss prueba el teorema fundamental del álgebra (cada ecuación polinomial tiene una solución entre los números complejos)

**1799:** Paolo Ruffini parcialmente prueba el teorema de Abel-Ruffini, con el cual se afirma que las Ecuaciones quínticas o ecuaciones mayores no pueden ser resueltas por una fórmula general.

## SIGLO XIX

**1801:** Carl Friedrich Gauss publica en latín su tratado *Disquisitiones arithméticae* sobre la teoría de los números.

**1805:** Adrien-Marie Legendre introduce el método de los mínimos cuadrados para encajar una curva a un conjunto dado de observaciones.

**1806:** Louis Poinsot descubre los dos restantes poliedros de Kepler-Poinsot.

**1806:** Jean-Robert Argand publica pruebas del Teorema fundamental del álgebra y del Plano complejo.

**1807:** Joseph Fourier anuncia su descubrimiento acerca de descomposición de funciones periódicas en series trigonométricas convergentes.

**1811:** Carl Friedrich Gauss discute el significado de las integrales con límites complejos y brevemente examina la dependencia de tales integrales en la selección del camino de integración.

**1815:** Siméon-Denis Poisson, realizó una serie de escritos sobre las integrales definidas.

**1817:** Bernard Bolzano presenta el Teorema del valor intermedio (una función continua el cual es negativo en un punto y positivo en otro punto y debe ser cero al menos en un punto entre ellos)

**1822:** Augustin Louis Cauchy presenta el Teorema integral de Cauchy para integración alrededor del borde de un rectángulo en el plano complejo.

**1824:** Niels Henrik Abel parcialmente prueba con el Teorema de Abel-Ruffini que la ecuación Ecuación quíntica o ecuaciones de mayor grado no pueden ser resueltas por una fórmula general incluyendo únicamente operaciones aritméticas y raíces.

**1825:** Augustin Louis Cauchy presenta el Teorema integral de Cauchy para caminos de integración general. Él asume que la función a ser integrada tiene un a derivada continua, e introduce la teoría de residuos en Análisis complejo.

**1825:** Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet y Adrien-Marie Legendre prueban el último teorema de Fermat para $n$=5

**1825:** André-Marie Ampère descubre Teorema de Stokes.

**1828:** George Green prueba su Teorema de Green.

**1829:** Nikolái Lobachevski publica su trabajo sobre Geometría hiperbólica no euclidiana.

**1831:** Mikhail Vasilievich Ostrogradsky redescubre y da la primera prueba del teorema de divergencia previas a las descritas por Lagrange, Gauss y Green.

**1832:** Évariste Galois presenta la condición general para la solución de ecuaciones algebraicas, esencialmente fundando así la Teoría de grupos y la teoría de Galois.

**1832:** Peter Dirichlet prueba el último teorema de Fermat para $n$=14

**1835:** Peter Dirichlet prueba el Teorema de Dirichlet acerca de números primos en progresiones aritméticas.

**1837:** Pierre Wantsel prueba que el doblamiento del cubo y la Trisección del ángulo son imposibles con únicamente regla y compás, así también como la total completitud del problema de la construcción de polígonos regulares.

**1841:** Karl Weierstrass descubre pero no publica la serie de Laurent.

**1843:** Pierre Alphonse Laurent descubre y presenta la serie de Laurent.

**1843:** William Hamilton descubre el cálculo de cuaterniones y deduce que ellos son no-conmutativos.

**1847:** George Boole formaliza la Lógica simbólica en *El Análisis Matemático de la Lógica*, definiendo a la que ahora llaman Álgebra de Boole.

**1849:** George Gabriel Stokes muestra que las ondas solitarias pueden crecer desde una combinación de ondas periódicas.

**1850:** Victor Alexandre Puiseux distingue entre poleas y puntos de ramal e introduce el concepto de puntos singulares.

**1850:** George Gabriel Stokes redescubre y prueba el Teorema de Stokes.

**1851:** Bernhard Riemann define en su tesis las superficies de Riemann.

**1852:** Francis Guthrie, estudiante de Augustus De Morgan, enuncia el teorema de los cuatro colores.

**1854:** Bernhard Riemann define en *Ueber die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe* (Sobre la representación de una Función mediante una fila Trigonométrica) la integral de Riemann y crea La teoría de funciones de una variable real. Ese mismo año, en una clase magistral sobre los fundamentos de la Geometría introduce la Geometría de Riemann.

**1854:** Arthur Cayley muestra que los cuaterniones pueden ser usados para representar rotaciones en el espacio de cuatro dimensiones.

**1858:** August Ferdinand Möbius inventa la banda de Möbius.

**1859:** Bernhard Riemann formula la Hipótesis de Riemann, la cual tiene fuertes implicaciones acerca de la distribución de los Números primos.

**1870:** Felix Klein construye una geometría analítica para la geometría de Lobachevski, estableciendo así su auto-consistencia y la independencia lógica del quinto postulado de Euclides.

**1873:** Charles Hermite prueba que el número $e$ es transcendental.

**1873:** Georg Frobenius presenta su método para encontrar soluciones de series para las ecuaciones diferenciales lineales con puntos singulares regulares.

**1874:** Georg Cantor muestra que el conjunto de todos los Números reales son infinitos no numerables pero el conjunto de todos los Números algebraicos son infinitos contables. Contrariamente a creencias extensamente sostenidas, su método no era su famoso Diagonalización de Cantor, que él publicó tres años más tarde (Tampoco formuló la Teoría de conjunto en este tiempo)

**1878:** Charles Hermite resuelve la ecuación quíntica general mediante funciones elípticas y modulares.

**1882:** Ferdinand von Lindemann prueba que $\pi$ es transcendental y que por lo tanto el círculo no puede ser cuadrado con regla y compás.

**1882:** Felix Klein inventa la Botella de Klein.

**1895:** Diederik Korteweg y Gustav de Vries derivan la ecuación KdV para describir el desarrollo de ondas solitarias en la superficie del agua en canales poco profundos.

**1895:** Georg Cantor publica un libro acerca de teoría de conjuntos conteniendo la aritmética de números cardinales infinitos y la hipótesis del continuo.

**1896:** Jacques Hadamard y Charles Jean de la Vallée-Poussin independientemente prueban el teorema de los números primos.

**1896:** Hermann Minkowski presenta *Geometría de los números*.

**1899:** Georg Cantor descubre una contradicción en su teoría de conjuntos.

**1899:** David Hilbert presenta un conjunto de axiomas geométricos auto-consistentes en *Foundations of Geometry*

## SIGLO XX

**1900:** David Hilbert presenta su lista de 23 problemas.

**1901:** Élie Cartan desarrolla las derivadas exteriores.

**1901:** Henri Léon Lebesgue formula la Teoría de la medida y define la Integral de Lebesgue.

**1903:** Carle David Tolme Runge presenta un algoritmo rápido de transformada de Fourier.

**1903:** Edmund Georg Hermann Landau da considerablemente la más simple prueba del teorema del número primo.

**1908:** Ernst Zermelo axiomatiza la teoría de conjuntos, evitando las contradicciones de la teoría de Cantor.

**1908:** Josip Plemelj resuelve el problema de Riemann sobre la existencia de una ecuación diferencial con un grupo monodrómico, usando la fórmula de Sokhotsky-Plemelj.

**1912:** Luitzen Egbertus Jan Brouwer presenta el teorema del punto fijo de Brouwer.

**1912:** Josip Plemelj publica una demostración simplificada del último teorema de Fermat para exponente $n$=5.

**1913:** Srinivasa Aiyangar Ramanujan envía una larga lista de teoremas complejos sin pruebas a G. H. Hardy.

**1914:** Ramanujan publica *Modular Equations y Approximations to* $\pi$

**1910s:** Ramanujan desarrolla sobre los 3000 teoremas, incluyendo propiedades de los números altamente compuestos, la función de partición y sus asintóticas, y funciones theta de Ramanujan. También realiza descubrimientos en las áreas de las funciones gamma, formas modulares, series divergentes, series hipergeométricas y teoría de los números primos.

**1919:** Viggo Brun define la constante de Brun $B_2$ para primos gemelos.

**1928:** John von Neumann empieza a idear los principios de la Teoría de juegos y prueba el teorema minimax.

**1930:** Casimir Kuratowski muestra que el three cottage problem no tiene solución.

**1931:** Kurt Gödel prueba su teorema de incompletitud el cual muestra que cada sistema axiomático para matemáticas es incompleto o inconsistente.

**1931:** Georges de Rham desarrolla teoremas en Cohomología y clases características.

**1933:** Karol Borsuk y Stanislaw Ulam presentan el teorema Borsuk-Ulam

**1933:** Andréi Kolmogórov publica su libro *Nociones básicas del cálculo de probabilidad* (*Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*) que contiene una axiomatización de probabilidad basado en la teoría de la medida.

**1940:** Kurt Gödel muestra que tanto la hipótesis del continuo como el axioma de elección pueden ser refutados desde los axiomas estándar de la teoría de conjunto.

**1942:** G. C. Danielson y Cornelius Lanczos desarrolla el algoritmo Transformada rápida de Fourier.

**1943:** Kenneth Levenberg propone un método para el menor montaje de los cuadrados no lineales.

**1946:** Se presenta al público el ENIAC (primera generación de computadores).

**1947:** George B. Dantzig publica el método simplex que resuelve problemas de programación lineal.

**1948:** John von Neumann estudia matemáticamente las máquinas autorreproducibles.

**1949:** John von Neumann calcula $\pi$ con 2037 lugares decimales usando el ENIAC.

**1950:** Stanislaw Ulam y John von Neumann presentan el sistema dinámico autómata celular.

**1953:** Nicholas Metropolis introduce la idea de termodinámica de algoritmos de recocido simulado.

**1955:** H. S. M. Coxeter y otros, publican la lista completa de poliedros uniformes.

**1955:** Enrico Fermi, John Pasta, y Stanislaw Ulam estudian numéricamente un modelo no-lineal de la conducción calórica y Fermi descubre en solitario el comportamiento tipo onda.

**1957:** Aparece el lenguaje de programación Fortran.

**1960:** C. A. R. Hoare inventa el algoritmo de ordenamiento rápido.

**1960:** Irving S. Reed y Gustave Solomon presentan el código de detección y corrección de errores Reed-Solomon.

**1961:** Daniel Shanks y John Wrench calculan $\pi$ con 100 000 cifras decimales usando una identidad trigonométrica *Arctg* y en un computador IBM-7090.

**1962:** Donald Marquardt propone el algoritmo Levenberg–Marquardt.

**1963:** Paul Cohen usa su técnica de forzamiento para mostrar que tanto la hipótesis del continuo como la Axioma de elección pueden ser probadas desde los axiomas estándard de la teoría de conjunto.

**1963:** Martin Kruskal y Norman Zabusky estudian analíticamente el problema de conducción de calor Fermi-Pasta-Ulam en un límite continuo y encuentra que la ecuación KdV gobierna este sistema.

**1963:** El meteorólogo y matemático Edward Norton Lorenz publica las soluciones a un modelo matemático simplificado de la turbulencia atmosférica: generalmente conocido como comportamiento caótico y atractores o atractores de Lorenz: también conocido por Efecto mariposa.

**1965:** Martin Kruskal y Norman Zabusky estudian numéricamente las colisiones de ondas solitarias en plasmas y encuentran que ellas no se dispersan después de las colisiones.

**1965:** James Cooley y John Tukey presentan un algoritmo para el cálculo de la transformada rápida de Fourier.

**1966:** E.J. Putzer presenta dos métodos para el cálculo de la exponencial de matrices en términos de un polinomio en esta matriz.

**1966:** Abraham Robinson presenta análisis no estándard.

**1967:** Robert Langlands formula el influyente programa Langlands de conjeturas relativas a la teoría del número y a la teoría de representación.

**1968:** Michael Atiyah y Isadore Singer prueban el «teorema de los índices de Atiyah-Singer» acerca del índice de operadores elípticos.

**1975:** Benoît Mandelbrot publica *Les objets fractals, forme, hasard et dimension*.

**1976:** Kenneth Appel y Wolfgang Haken usan un computador para demostrar el teorema de los cuatro colores.

**1983:** Gerd Faltings prueba la conjetura de Mordell y así muestra que hay sólo finitamente muchas soluciones de número enteras para cada exponente del último teorema de Fermat.

**1983:** La clasificación de grupos simples finitos, un trabajo colaborativo que involucró algunos cientos de matemáticos a lo largo de treinta años, es completada.

**1985:** Louis de Branges de Bourcia prueba la conjetura Bieberbach.

**1987:** Yasumasa Kanada, David Bailey, Jonathan Borwein, y Peter Borwein usan aproximaciones de ecuaciones modulares iterativas para integrales elípticas y la súper computadora NEC SX-2 para calcular $\pi$ con 134 millones de lugares decimales.

**1991:** Alain Connes y John W. Lott desarrollan la Geometría no conmutativa.

**1994:** Andrew Wiles prueba parte de la conjetura de Taniyama-Shimura y también prueba el último teorema de Fermat.

**1998:** Thomas Hales prueba casi con certeza la conjetura de Kepler.

**1999:** La conjetura de Taniyama-Shimura es probada completamente.

## SIGLO XXI

**2000:** El Instituto Clay de Matemáticas establece los siete problemas no resueltos de la matemática.

**2002:** Manindra Agrawal, Nitin Saxena y Neeraj Kayal del IIT Kanpur crean un algoritmo polinómico determinista incondicional de tiempo para determinar si un número dado es primo.

**2002:** Yasumasa Kanada, Y. Ushiro, H. Kuroda, M. Kudoh y un equipo de nueve matemáticos calculan $\pi$ con 1,24 billones de dígitos, utilizando una supercomputadora Hitachi de 64 nodos.

**2002:** Preda Mihăilescu prueba la conjetura de Catalan.

**2003:** Grigori Perelman prueba la conjetura de Poincaré.

**2007:** Un grupo de investigadores de EE. UU. y Europa usan redes de computadoras para encontrar el E8.[11]

## NOTAS

1. ↑ Brandt cedió el permiso para el uso de esta tabla en Wikipedia (Ver Timeline of mathematics).
2. ↑ AccessExcellence.org (pinturas surafricanas).
3. ↑ Tacomacc.edu (los meses).
4. ↑ Math.Buffalo.edu (África).
5. ↑ Math.Buffalo.edu (Ishango).
6. ↑ Math.Buffalo.edu (sistema decimal en Egipto).
7. ↑ Crystalinks.com (“Astronomy in ancient India”: la astronomía en la antigua India).
8. ↑ Uam.es (teorema de Pitágoras en India, tres siglos después de Pitágoras).
9. ↑ Realmente la definición dada por Napier es diferente de la definición actual de logaritmo
10. ↑ El teorema fue enunciado entorno a 1637 por Pierre de Fermat, quien lo escribió en el margen de su copia de la obra de Diofanto *Arithmetica*.
11. ↑ Elizabeth A. Thompson, MIT News Office: «Math research team maps E8».

***Versión***

# Del libro "Historia y Filosofía de las Matemáticas". Autor: Ángel Ruiz Zúñiga.

**(Décima Octava Entrega)**

**ÁNGEL RUIZ ZÚÑIGA, matemático, filósofo y educador nacido en San José, Costa Rica. Campo de investigación: educación matemática, historia y filosofía de las matemáticas, filosofía política y desarrollo social, sociología e historia de las ciencias y la tecnología, problemas de la educación superior, y asuntos de la paz mundial y el progreso humano. Autor de numerosos libros y artículos académicos, expositor y conferencista en más de un centenar de congresos internacionales, y organizador constante de eventos científicos internacionales y nacionales, ha sido, también, consultor y asesor en asuntos científicos, académicos, universitarios y políticos durante muchos años dentro y fuera de Costa Rica.**

**Continuación.-**

**Quinta Parte: MATEMÁTICAS EN LOS ESTADOS NACIONALES**

## Capítulo XVIII: Las Matemáticas en Alemania.-


El otro lugar clave en las matemáticas del siglo XIX es Alemania.

La Revolución Francesa generó una gran transformación en la educación científica y técnica. En esa dirección, fueron relevantes los colegios técnicos y de ingeniería en los cuales los profesores y estudiantes tenían un salario dado por el Estado. Esto también se desarrolló en Alemania donde después de la derrota que sufrieron ante Napoleón generaron una importante reorganización. Debe recordarse la creación de un nuevo tipo de universidad bajo la influencia de Wilhelm von Humboldt. Se trataba de una entidad financiada y manejada por el Estado, pero donde se ofrecía completa libertad a sus profesores. Esto era decisivo. ¿Que pasó, entonces? Uno de sus resultados más importantes fue que las universidades alemanas se convirtieron en auténticos centros de investigación; en algunos casos también se generaron importantes laboratorios para la experimentación.

Pero hay más. Los cambios de la educación superior no se pueden colocar fuera de otras acciones relevantes, como fue la formación de varias docenas de escuelas técnicas. Estas se orientaron esencialmente a la ingeniería y la minería pero, también, a las técnicas presentes en la producción de textiles.

¿Consecuencias? A finales del siglo XIX las universidades alemanas y sus centros de investigación y laboratorios eran los más importantes del mundo.

Este contexto sociohistórico debe introducirse para comprender el extraordinario desempeño de los matemáticos alemanes durante el siglo XIX.

### 18.1 Gauss.-

La figura más relevante es la de Carl Friedrich Gauss. Nacido en la ciudad de Brunswick, fue reconocido muy pronto como un niño prodigio y encontró apoyo para sus estudios. Entre 1795 y 1798 estudió en Göttingen y obtuvo su doctorado en matemáticas en Helmstädt. Su extraordinaria mente obtuvo resultados en los principales campos de las matemáticas del siglo XIX con una originalidad y profundidad que han hecho que se le llame el "príncipe de las matemáticas". Se sabe a partir de su diario personal, una de las joyas de la construcción intelectual y el pensamiento, que en el año 1795 ya había encontrado la ley de reciprocidad cuadrática en la teoría de números (independientemente de Euler).

**GAUSS, ESTAMPILLA.**

Sus resultados en la teoría de números aparecieron en uno de los más famosos libros de la historia de las matemáticas: Disquisitiones Arithmeticae (1801). Aquí se introduce la prueba más rigurosa hasta ese momento del teorema fundamental del álgebra, que establece que toda ecuación algebraica con coeficientes reales tiene al menos una raíz y, de hecho, posee $n$ raíces. Gauss dio varias demostraciones de este teorema a lo largo de su vida. El corazón de esta obra es la teoría de las congruencias cuadráticas, formas y residuos, que culminan con la ley de residuos cuadráticos. También considera la división del círculo, es decir, las raíces de la ecuación $X^n=1$. Una de las consecuencias de estos trabajos fue la construcción de un polígono de 17 lados mediante regla y compás.

**GAUSS**

Gauss no abandonó la teoría de números en ningún momento. Entre 1825 y 1831 publicó trabajos sobre residuos bicuadráticos que daban continuación a sus trabajos en las Disquisitiones pero usando la teoría de los números complejos.

Fue Gauss precisamente quien efectuó una representación de los números complejos a través de puntos en el plano, dando pleno sentido a estos números en la conciencia de los matemáticos.

Pero fueron muchos los intereses de Gauss. Por ejemplo, la astronomía. De hecho, fue durante muchos años director del Observatorio Astronómico en Göttingen. Calculó la órbita del planetoide Ceres descubierto en 1801 (por medio de una ecuación de grado 8). Al descubrirse un nuevo planetoide, Pallas, estudió la perturbación secular de los planetas, la atracción de elipsoides generales, la cuadratura mecánica y en los siguientes años generó varias obras relevantes en astronomía, entre ellas Theoria motus corporum coelestium (1809).

Su trabajo en geodesia le permitió combinar estudios prácticos y teóricos, puros y aplicados. Retomó el estudio del método de cuadrados mínimos, tema que ya había sido considerado por Legendre y Laplace. En 1827, publicó Disquisitiones generales circa superficies curvas: otra obra clásica.

Aunque con el transcurso de los años dedicó cada vez más su concentración a las matemáticas aplicadas, siempre encontró el momento para realizar contribuciones teóricas de primera línea. Por ejemplo, en la década de 1830, interesado en asuntos del trabajo experimental sobre magnetismo terrestre, elaboró una teoría sobre las fuerzas que actúan inversamente proporcionales al cuadrado de las distancias, tema que tocaba la teoría del potencial como una rama separada de las matemáticas.

Un resultado muy conocido en variable compleja es el siguiente. En una curva cerrada simple, con $f(z) = w = x + yi$ una función compleja con derivada en todo punto de la curva y en el interior de ésta, entonces la integral de línea a lo largo de la curva es nula: $\oint_C f(z)\,dz = 0$.

Éste se suele llamar teorema de la integral de Cauchy, también de Cauchy-Goursat.

Otra de los aportes radicalmente originales de Gauss fueron las geometrías no euclidianas, tema que retomaremos luego.

Gauss había obtenido, también, contribuciones en el tema de las funciones elípticas, que son de la forma:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\left(1-k^2x^2\right)\left(1-x^2\right)}}\,.$$

Este es un tema que también había trabajado durante muchos años Legendre, y antes Euler. Gauss había detectado la doble periodicidad de las funciones elípticas, que también se llaman "lemniscatas". Se sabe que esto lo había obtenido por lo menos desde 1800. Sin embargo, el asunto sería también descubierto tiempo después por Abel, 1827-1828, que lo publicó en el Journal de Crelle.

**18.2 Jacobi, Dirichlet.-**

**Jacobi.-**

El término de "jacobiano", que usamos en los textos de cálculo actuales fue acuñado por el matemático inglés Sylvester, y refiere a Carl Gustav Jacobi, otro de los grandes matemáticos alemanes de la época, quien estudió en Berlín y fue profesor en la Universidad de Königsberg. Jacobi desarrolló una teoría de funciones elípticas basada en las llamadas "Funciones Theta", 4 funciones que se construyen por medio de series infinitas.

Su nombre está en los orígenes de la teoría abeliana de funciones de varias variables. Una de sus primeras obras fue Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum (1829). Su trabajo en los determinantes aparece en el libro: De formatione et propietatibus determinantiumen en 1841. La idea de determinante apareció desde Leibniz, y fue tratada por Gabriel Cramer (el de la "regla de Cramer"), también por el mismo Lagrange, aunque finalmente su nombre lo dio Cauchy.

**Dirichlet.-**

Asociado a Gauss y Jacobi, aunque también con matemáticos franceses, se desarrolló el trabajo de Peter Lejeune Dirichlet. Se le suele considerar un puente viviente entre los matemáticos alemanes y franceses de la época. Dirichlet fue profesor de la Universidad de Breslau y luego ocupó la cátedra de Gauss en Göttingen.

Las llamadas "Series de Dirichlet" se encuentran en un trabajo del año 1837 en el que utilizaba la teoría de funciones analíticas en la teoría de números. De hecho, lo que quería Dirichlet era demostrar que en la sucesión $a$ con $a, a+b, a+2b, a+3b, \cdots, a+nb, \cdots$ con $a$ y $b$ primos relativos es posible encontrar un número infinito de números primos. En la demostración usó la serie de la forma $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{-z}$ donde los $a_n$ y $z$ son números complejos.

Sobre la teoría de números, una obra clásica que sirve como introducción y desarrollo de los resultados de Gauss es: Vorlesungen über Zahlentheorie (1863), donde expone las Disquisitiones de Gauss y sus propias contribuciones.

Este matemático ofreció una prueba rigurosa de la convergencia de la serie de Fourier; también estableció el llamado "principio de Dirichlet" en el cálculo de variaciones. Dirichlet fue sucedido en Göttingen por Bernhard Riemann.

**18.3 Riemann.-**

Hijo de un pastor luterano; aunque nació enfermizo poseía una inteligencia precoz. Fue estudiante de Gauss en la Universidad de Göttingen y luego logró ser profesor de esa prestigiosa institución alemana. En Göttingen, obtuvo su doctorado en 1851, fue Privatdozent en 1854 y profesor en 1959. Murió en 1866 a los 40 años. Influido por asuntos de naturaleza hidrodinámica, realizó su tesis sobre las funciones $u+iv=f(x+iy)$. Este trabajo condujo a las superficies de Riemann, concepto que abrió el camino de la intervención de la topología en el análisis (un primer artículo sobre topología apenas había sido publicado en 1847 por J. B. Listing). En 1857, al aplicar sus ideas a la hipergeometría y las funciones abelianas encontró una forma de clasificar estas últimas (con un invariante topológico). En la misma línea, trabajó en la aplicación de este tipo de ideas a superficies mínimas.

Cuando Riemann obtuvo la categoría de Privatdozent presentó dos artículos: uno sobre series trigonométricas y los fundamentos del análisis, el otro sobre los fundamentos de la geometría. El primer artículo estudió las condiciones de Dirichlet para expandir una función como serie de Fourier. En esta dirección, introdujo el concepto de "integral de Riemann". De hecho, mostró que algunas funciones definidas por series de Fourier podían tener un número infinito de máximos o mínimos. Incluso dio ejemplo de una función continua sin derivadas. Con esos resultados el concepto de función se estableció con mayor precisión.

Fue Gauss quien le había dado a Riemann como tema de estudio los fundamentos de la geometría. El trabajo sin embargo no fue publicado sino hasta 1868 y fue intitulado Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen (Acerca de las hipótesis que están en los fundamentos de la geometría). En este artículo se introduce el espacio como una variedad diferencial topológica con *n* dimensiones. La métrica que definió en esta variedad se hacía por medio de una forma diferencial cuadrática. Esto es muy interesante. Riemann define aquí el carácter del espacio a partir de un comportamiento local, de la misma manera en que había hecho con la función compleja. Esto le permitió clasificar las formas de geometría que existían incluyendo las no euclidianas. Pero, también, le permitió la creación de nuevos tipos de espacio que han encontrado grandes aplicaciones en la física y la geometría. Este asunto lo desarrollaremos en el contexto de la creación de las geometrías no euclidianas.

En 1859, Riemann presentó un artículo donde analizó la cantidad de números primos menor que un cierto número $x$, $F(x)$. Para ello utilizó la teoría de números complejos y la distribución de números primos usando una sugerencia dada por Gauss de que $F(x)$ se aproxima a una integral logarítmica:

$$\int_2^x (\log t)^{-1}\,dt\,.$$

Este artículo contiene la famosa "hipótesis de Riemann" sobre la función zeta de Euler, $\zeta(s)$: para los complejos $s=+iy$ posee todos los ceros no reales en la recta $x=\frac{1}{2}$.

**18.4 Weierstrass.-**


WEIERSTRASS

Karl Weierstrass fue profesor de la Universidad de Berlín, aunque había sido maestro en una escuela secundaria durante muchos años. Especialmente durante este período que trabajó en secundaria escribió varios artículos sobre integrales hiperelípticas y sobre ecuaciones diferenciales algebraicas. Contribuyó notablemente a fundamentar la teoría de las funciones complejas sobre series de potencias.

Una de sus contribuciones fue el llamado principio de prolongación analítica. Pudo entonces definir una función analítica como una serie de potencias junto a todas aquellas obtenidas por medio de la prolongación analítica. Esto era útil por ejemplo en la solución de ecuaciones diferenciales en física matemática.

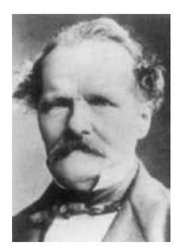
Brindó una gran atención a establecer rigor en la teoría de funciones y en el cálculo de variaciones. Por ejemplo, en lo que se refiere a nociones de mínimo de una función, derivada, continuidad, etc.

Fue Weierstrass precisamente quien descubrió la convergencia uniforme (por lo menos desde 1842): un asunto decisivo para poder diferenciar o integrar series término a término.

Weierstrass descubrió que una función continua sobre un intervalo cerrado sobre el eje real puede expresarse en ese intervalo como una serie de polinomios absoluta y uniformemente convergente. También incluyó funciones de varias variables.

**18.5 La escuela de Berlín.-**

**Kummer.-**

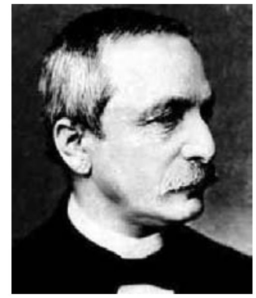

KUMMER

A la escuela de Berlín pertenecieron Ernst Kummer y Frobenius, y se podrían asociar también Richard Dedekind y Georg Cantor. Kummer desarrolló la geometría diferencial de congruencias, que había sido perfilada por Hamilton. Introdujo los números ideales en la teoría de dominios racionales algebraicos. Los trabajos de Kummer contribuyeron en la aritmética de los números algebraicos.

Creador de la teoría de ideales en 1846, y después de trabajar muchos años en los gymnasiums (escuelas secundarias), Ernst Eduard Kummer siguió a Dirichlet en Berlín cuando este último sucedió a Gauss en Göttingen en el año 1855, enseñando hasta 1883.

Se sabe que sus trabajos en la búsqueda por demostrar el último teorema de Fermat, intentos fallidos, lo condujeron a la teoría de ideales. Esto lo desarrollaremos más adelante.

**Kronecker.-**



KRONECKER

La aritmetización del análisis tuvo un desarrollo especial en la 'Escuela de Berlín' y en particular con el matemático Leopold Kronecker.

Kronecker hizo contribuciones en las funciones elípticas, en la teoría de ideales, y en la aritmética de las formas cuadráticas. En los trabajos que realizó sobre teoría de los números abogó por la aritmetización de las matemáticas, aunque de una manera especial. Kronecker decía que las matemáticas debían estar basadas en los números naturales.

De hecho, hay una frase famosa que pronunció en una reunión en Berlín en 1886, que dice así:

"Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk".

Esto se inscribía en su búsqueda por el rigor en matemáticas. Rechazó la idea de infinito actual y aceptó la definición de una entidad matemática sólo si ésta podía ser verificada en un número finito de pasos.

El tema del infinito tuvo un tratamiento totalmente distinto al que le dio Kronecker en Dedekind y Cantor. Veamos por qué.

**Dedekind.-**


DEDEKIND, ESTAMPILLA.

Dedekind fue profesor durante treinta y un años del Technische Hochschule de Brunswick. En su trabajo fue importante la formación que recibiera de Dirichlet, como señala el historiador español de las matemáticas José Ferreirós:

"Con sus sólidos conocimientos de álgebra, teoría de números y análisis, y con su adhesión a las tendencias más rigurosas del momento (Gauss, Cauchy), Dirichlet representaba lo mejor de la matemática de la época, y la tendencia más rigurosa metodológicamente. El cuidado que se tomó en perfeccionar el conocimiento que Dedekind tenía de las distintas ramas de la matemática, la manera en que encauzó su trabajo, y su seguridad en cuestiones metodológicas, fueron sin duda los motivos por los que Dedekind lo consideró siempre su principal maestro y el hombre a quien más debía en su formación”. [Ferreirós, José: "Introducción" a Dedekind, Richard: ¿Qué son y para qué sirven los números?, p. 19].

Hizo importantes contribuciones en la teoría de los números irracionales a través de un concepto que se llama precisamente "cortadura de Dedekind". Tanto Cantor como Weierstrass también dieron definiciones de los números irracionales y de maneras no muy alejadas de la aproximación de Dedekind. Dos libros en los que condensa esta teoría: Stetigkeit und Irrationale Zahlen (1872) y Was sind und was sollen die Zahle? (1 882).

Ferreirós nos resume el escenario:

"En 1872 tuvo lugar la publicación de las construcciones de los números reales propuestas por los matemáticos alemanes Weierstrass, Cantor y Dedekind. El artículo de Dedekind resalta por su claridad metodológica y expositiva, que lo ha convertido en un clásico de la literatura matemática. Su teoría es además la más sistemáticamente conjuntista de las tres, cosa que resultará natural teniendo en cuenta los apartados anteriores. Por otro lado, la teoría de Cantor es la que está más cerca de la de Dedekind, y en otros puntos de su artículo avanzaba claramente, de manera independiente, hacia la formulación de nociones conjuntistas; éste fue seguramente el motivo por el que produjo una impresión en nuestro autor. El tomar como base el dominio de los números racionales con su aritmética, la construcción de los reales por medio de ciertos objetos compuestos de infinitos elementos, la comparación de la geometría con la aritmética, la afirmación de que la continuidad del espacio es indemostrable y ha de ser postulada; todos éstos son puntos de estrecho contacto entre ambas exposiciones”.' [Ferreirós, José: "Introducción" a Dedekind, Richard: ¿Qué son y para qué sirven los números?, p. 36].

**18.6 Cantor.-**

Georg Cantor creó un nuevo campo en las matemáticas con la teoría de los "agregados" (Mengenlehre), la que refería a una teoría de cardinales transfinitos. El punto de partida era reconocer la existencia del infinito actual. Cauchy y Weierstrass pensaban que solo se podía llegar a paradojas si se aceptaba la actualidad del infinito.

En 1872 Dedekind dio una definición de conjunto infinito: S es infinito si es semejante a una parte propia de él mismo. El asunto tiene, sin embargo, su historia.

Por ejemplo, Galileo analizó la posibilidad de establecer una relación biunívoca entre el total de un conjunto y uno de sus subconjuntos. Por ejemplo, si se asocia a cada $n$ un cuadrado perfecto $n^2$:

$$\begin{array}{ccccc}
1 & \mapsto & 1^2 & = & 1 \\
2 & \mapsto & 2^2 & = & 4 \\
3 & \mapsto & 3^2 & = & 9 \\
4 & \mapsto & 4^2 & = & 16 \\
\vdots & & & & \vdots \\
100 & \mapsto & 100^2 & = & 10000 \\
\vdots & & & & \vdots \\
n & \mapsto & n^2 & & \\
\vdots & & & & \vdots
\end{array}$$

Galileo se dio cuenta de que el número de cuadrados perfectos no era menor que el número de enteros naturales. Sin embargo, pensó que lo que sucedía era que las condiciones de mayor, menor o igual no se aplicaban a los conjuntos infinitos. De hecho, abundan los ejemplos que muestran el carácter infinito de los números naturales. Uno de ellos: existe una correspondencia biunívoca entre el conjunto de pares (y el de impares) y $N$.

$$\begin{array}{ccccc}
N & \mapsto & pares & \mapsto & impares \\
1 & \mapsto & 2 & \mapsto & 3 \\
2 & \mapsto & 4 & \mapsto & 5 \\
3 & \mapsto & 6 & \mapsto & 7 \\
4 & \mapsto & 8 & \mapsto & 9 \\
\vdots & & & & \vdots \\
100 & \mapsto & 200 & = & 201 \\
\vdots & & & & \vdots \\
n & \mapsto & 2n & & 2n+1 \\
\vdots & & & & \vdots
\end{array}$$

Por eso, se puede decir que el conjunto de los pares (y el de los impares) tiene el mismo número de elementos que $N$ (un número infinito).

Bolzano en un libro que se titula Paradojas del infinito, 1851 (publicado 3 años después de su muerte), había introducido la noción de infinito actual y una óptica conjuntista. Así lo comenta Jean Sebestik, en su introducción al libro de Bolzano:

"La primera novedad de la obra consiste en la introducción de un punto de vista conjuntista en matemáticas. Este nuevo punto de vista responde, en Bolzano, a una doble necesidad. Por un lado, Bolzano intenta unificar a las matemáticas definiendo sus conceptos (en particular los de número y magnitud) a partir de uno solo, el de colección o sistema (Inbegriff). La doctrina de los conjuntos constituye en adelante la base de todas las teorías matemáticas. Por otro lado, los problemas propiamente matemáticos, en particular en la teoría de funciones, imponen un manejo extensional y así requieren de nociones conjuntistas. Finalmente, el punto de vista conjuntista permite abordar la noción de infinito con los medios conceptuales apropiados. Por ello, al inicio de las Paradojas del Infinito, Bolzano da una descripción de sus conceptos conjuntistas; en particular, los de conjunto, el de sucesión o serie, y los de número y de magnitud, que le permitirán dilucidar la naturaleza del infinito. Su concepción del infinito no tiene precedente y revoluciona una tradición milenaria.

Por primera vez, el infinito actual, cuyas propiedades dejan de ser contradictorias para convertirse simplemente en paradójicas, es admitido en matemáticas como concepto definido y con un referente. Por primera vez, igualmente, el infinito es una propiedad susceptible de ser atribuida únicamente a los objetos susceptibles de ser contados o medidos, es decir a los conjuntos y a las magnitudes". [Sebestik, Jean, en presentación del libro de Bernard Bolzano: Paradojas del infinito, pág. 10].

Bolzano sí se dio cuenta de que la característica de poner un conjunto en correspondencia biunívoca con uno de sus subconjuntos propios era la clave para su consideración como conjunto infinito.

Cantor se dio cuenta de que no todos los conjuntos infinitos eran del mismo tamaño. Los conjuntos infinitos también se podían ordenar. De lo que se trataba, entonces, era de establecer una jerarquización de números transfinitos y una aritmética para ellos. La potencia o tamaño de un conjunto era el número cardinal. El primer número cardinal transfinito, asignado a conjuntos numerables, era $\aleph_0$. El cardinal de los números reales era $C$. Este se llama el cardinal del continuo. Y se ha dado desde entonces una gran discusión sobre si existen transfinitos entre estos dos cardinales. Cantor mostró que sí hay cardinales mayores que $C$, al considerar, por ejemplo, el conjunto formado por todos los subconjuntos de los números reales. Esto es así porque siempre el conjunto de los subconjuntos de un conjunto dado tiene un cardinal mayor que el conjunto dado.

Cantor también definió los números ordinales transfinitos. Es decir, definió relaciones de orden entre transfinitos.

Se desató una polémica entre Kronecker y Cantor en torno a la aceptación del infinito actual y del fundamento de las matemáticas. Las teorías de Cantor ganaron la aceptación entre los matemáticos (algunos opinan que sobre todo a partir del trabajo en la teoría de la medida desarrollada por Lebesgue), aunque siempre quedaron dificultades lógicas e incluso paradojas que marcaron debates interesantes a finales del siglo XIX y principios del siglo XX.

Se afirma que el debate entre formalistas e intuicionistas que luego se daría no fue sino una prolongación del debate entre Kronecker y Cantor.

**18.7 Klein y el Programa de Erlanger.-**

Felix Klein fue asistente de Plücker en Bonn. En el año 1872 se convirtió en profesor de la Universidad de Erlanger. Fue precisamente en su conferencia inaugural en esta institución que describió la relevancia de la teoría de grupos para clasificar las diferentes especialidades y disciplinas matemáticas.

Una vez que Klein descubrió las posibilidades de los grupos, se dedicó mucho tiempo a ello. Entre 1888 y 1893 escribió tres tomos sobre la teoría de grupos de transformaciones; en particular, sistematizó las transformaciones de contacto que había desarrollado el matemático Lie, que permiten una correspondencia biunívoca entre rectas y esferas del espacio euclidiano. De hecho, Sophus Lie fue un gran matemático noruego que hizo grandes contribuciones en el álgebra. En 1870 se encontró con el joven Klein en París y juntos establecieron contactos con los matemáticos franceses, entre ellos Camille Jordan. Precisamente aquí iniciaron su estudio de la teoría de grupos y los trabajos de Galois (especialmente el libro de Jordan: Traité des substitutions). Se afirma que ambos matemáticos se dividieron el énfasis en su aproximación a los grupos: Klein en los discontinuos, Lie se dedicó enteramente al estudio de los grupos de transformaciones continuas y sus invariantes (al igual que Klein, demostrando su relevancia como principio de clasificación en las matemáticas).

La idea fundamental, expresada en lo que quedó para la historia como el "Programa de Erlanger", fue considerar que cada geometría era una teoría de los invariantes de un grupo específico de transformaciones. Las diferentes geometrías se obtenían al ampliar o reducir el grupo. Por ejemplo, la geometría euclidiana se puede describir como el estudio de los invariantes de un grupo métrico. La geometría proyectiva de aquellos del grupo proyectivo. Entonces: la teoría de invariantes algebraicos y diferenciales para cada grupo ofrecía la estructura analítica de una geometría.

Veamos algunos ejemplos. Al usarse la definición proyectiva de una métrica, la de Cayley en particular, la geometría métrica se podía analizar dentro de la geometría proyectiva. Si se añade un invariante cónico a la geometría proyectiva en el plano, se obtienen las geometrías no euclidianas. La topología, otro ejemplo, era en este tipo de clasificación una teoría de los invariantes de las transformaciones continuas de puntos.

Entonces, la teoría de grupos, generada por el joven Galois, hizo posible una síntesis extraordinaria del trabajo geométrico y algebraico de Monge, Poncelet, Gauss, Cayley, Clebsch, Grassmann y Riemann. No obstante, debe decirse que fue la concepción de espacio desarrollada por Riemann la que se encuentra en la base de esta clasificación y síntesis de la geometría en el siglo XIX. Esta nueva visión tuvo influencia en muchos otros matemáticos: entre ellos, Helmholtz, Lie, Hilbert. Ya retomaremos los trabajos de estos científicos.

Una de las contribuciones de Klein fue también en los planos educativo y social: potenció la enseñanza y la investigación de alta calidad en Göttingen, en la tradición de los grandes matemáticos del siglo XIX como Gauss, Dirichlet, Riemann, y logró convertir esta universidad otra vez en la Meca de las matemáticas occidentales.

**18.8 Hilbert.-**

También profesor en esa Meca de las matemáticas de la época, Göttingen, otro de los matemáticos universales, que utilizó su intelecto en diversos campos de manera fructífera, es más conocido por su intervención en el Congreso Internacional de Matemáticos de París, en 1900: David Hilbert.

En esta ocasión resumió la trayectoria y las perspectivas de las matemáticas al entrar el siglo XX, formulando 23 proyectos por desarrollar. Estos tocan los siguientes tópicos:

1. El problema de Cantor del número cardinal del continuo: la hipótesis del continuo.
2. La compatibilidad de los axiomas aritméticos.
3. La igualdad de 2 volúmenes de dos tetraedros de bases iguales y alturas iguales.
4. El problema de la recta como la distancia más corta entre dos puntos: geometrías alternativas.
5. El concepto de Lie de un grupo continuo de transformaciones sin asumir la diferenciabilidad de las funciones que definen el grupo.
6. Tratamiento matemático de los axiomas de la física.
7. Irracionalidad y trascendencia de ciertos números.
8. Problemas de números primos: la distribución de primos y la hipótesis de Riemann.
9. Prueba de la más general ley de reciprocidad en un cuerpo numérico.
10. Determinación de la solubilidad de una ecuación diofantina.
11. Formas cuadráticas sin ningún coeficiente numérico algebraico.
12. Extensión del teorema de Kronecker sobre cuerpos abelianos a dominios de racionalidad algebraicos.
13. Imposibilidad de la solución de la ecuación general de grado 7 por medio de funciones de solo 2 argumentos, generaliza la imposibilidad de resolver la ecuación de grado quinto por radicales.
14. Prueba de la finitud de un sistema completo de funciones.
15. Fundamentación rigurosa del cálculo enumerativo de Schubert.
16. Problema de la topología de curvas algebraicas y superficies.
17. Expresión de formas definidas por cuadrados.
18. Construcción de un espacio desde poliedros congruentes: cristalografía de grupos *n*-dimensionales, dominios fundamentales, etc.
19. ¿Son las soluciones de problemas regulares en el cálculo de variaciones siempre necesariamente analíticas?
20. El problema general de los valores de frontera (problemas variacionales).
21. Prueba de la existencia de ecuaciones diferenciales lineales que tienen un grupo monodrómico prescrito.
22. Uniformización de las relaciones analíticas por medio de funciones automorfas. Desarrollos adicionales de los métodos del cálculo de variaciones.

El primer problema, que ya lo hemos mencionado antes, posee dos partes. Por un lado, si hay un cardinal transfinito entre $\aleph_0$ y $c$. Y, por otra parte, si el continuo numérico puede considerarse como un conjunto bien ordenado. Esto último está asociado al llamado "axioma de elección" de Zermelo (Ernst Zermelo, 1871-1956).

Hilbert señala en su exposición de 1900:

"La pregunta que ahora emerge es si la totalidad de todos los números podrían no ser acomodados de otra manera tal que cada conjunto parcial pueda tener un primer elemento, i.e., si el continuo no puede ser considerado como un conjunto bien ordenado - una pregunta que Cantor piensa que debe ser respondida en forma positiva -. Me parece lo más deseable obtener una prueba directa de esta afirmación notable de Cantor, tal vez ofreciendo un arreglo de números tal que en cada sistema parcial un primer número pueda ser señalado". [Hilbert, D.: "Mathematical problems", en Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 8, 1901-1902, pp. 437-479].

El segundo problema refiere a la posibilidad de garantizar la consistencia de la aritmética, lo que el mismo Hilbert intentó realizar por medio de un programa muy ambicioso. Dice Hilbert:

"Por el otro lado, se necesitan un método directo de prueba de la compatibilidad de los axiomas aritméticos. Los axiomas de la aritmética son esencialmente nada más que las conocidas reglas de cálculo, con la adición del axioma de la continuidad. Recientemente los reuní y al hacerlo reemplacé el axioma de continuidad por 2 axiomas más simples, el bien conocido axioma de Arquímedes, y un nuevo axioma que en esencia dice: los números forman un sistema de cosas que no es capaz de mayor extensión, siempre y cuando los otros axiomas sean válidos (axioma de completitud). Estoy convencido que debe ser posible encontrar una prueba directa para la compatibilidad o de los axiomas aritméticos, por medio de un estudio cuidadoso y una modificación adecuada de los métodos conocidos de razonamiento en la teoría de los números irracionales". [Hilbert, D.: "Mathematical problems", en Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 8, 1901-1902, pp. 437-479].

El problema 7 refiere al estudio de la trascendencia de $\alpha^{\beta}$, donde $\alpha$ es algebraico y diferente de 0 y de 1, y $\beta$ es un irracional algebraico. Este problema fue resuelto en el año 1934 por el matemático Aleksander Osipovich Gelfond (1906-1968): $\alpha^{\beta}$ es trascendente, en esas condiciones. Lo que no está claro es que expresiones $\alpha^{\beta}$ con ambos números trascendentes sean también en general trascendentes (hay casos en que sí: $e^{\pi}$ ).

Las matemáticas del siglo XX si bien en algunos casos siguieron sus propuestas de investigación, no obstante fueron mucho más lejos; alcanzaron dimensiones y profundidades difíciles de sospechar a finales del siglo XIX.

Otro de los trabajos de Hilbert con gran influencia fue condensado en el libro Grundlagen der Geometrie (1900), donde realiza un tratamiento axiomático formal de la geometría clásica, con lo que precisa y determina los alcances y nuevas posibilidades de esta geometría, y cuya metodología fue relevante en su búsqueda por fundamentar las matemáticas por medio de lo que se llamó formalismo. De hecho, en lugar de los 5 axiomas y 5 postulados de Euclides, Hilbert utiliza 21 axiomas. Hilbert usa como objetos indefinidos los puntos, las rectas y planos, pero además 6 relaciones indefinidas: ser congruente, ser paralelo, ser continuo, estar sobre, estar en, estar entre.

Si bien no pretendemos incursionar en las matemáticas del siglo XX, debe mencionarse que se trata de un escenario en que se potencia la abstracción matemática y la crítica de sus fundamentos. Bell consigna:

"Las matemáticas del siglo XX se diferencian principalmente de las del siglo XIX en dos aspectos significativos. El primero es la tendencia deliberada hacia la abstracción, según la cual los elementos importantes son las relaciones, y no las cosas que están relacionadas. El segundo es una intensa preocupación por los fundamentos sobre los que descansa el total de la intrincada superestructura de la matemática moderna. Se pueden aventurar de manera problemática que cuando dentro de un siglo se escriba la historia de las matemáticas, si es que éstas llegan hasta entonces, se recordarán los principios del siglo XX, principalmente, como la primera gran edad de un saludable escepticismo en matemáticas, lo mismo que en otras muchas cosas". [Bell, E.T.: Historia de las Matemáticas, pp. 277-278].

Ya volveremos a desarrollar esta temática con mayor detalle.

**18.9 Biografías.-**

**JOHANN CARL FRIEDRICH GAUSS**

**Carl Friedrich Gauss** nació el 30 de abril de 1777 en Brunswick, ducado de Brunswick (Alemania). A la edad de siete años inició sus estudios elementales, su maestro Büttner y su asistente Martín Bartels se asombraron de la capacidad de Gauss para sumar números. Estudió lenguas en su juventud pero a los 17 años comenzó a interesarse por las matemáticas.

En 1792 entró al Brunswick Collegium Carolinum. Por su cuenta, descubrió la ley de Bode y el teorema del binomio, así como otros teoremas. En 1795 ingresa a estudiar a la Universidad de Göttingen la cual dejó en 1798 sin recibir un diploma. Regresó a Brunswick un año después en donde recibió su diploma. El 9 de octubre de 1805 se casó con Johanna Ostoff.

En 1807 toma el cargo de director del observatorio de Göttingen. En 1808 su padre muere, y un año después su esposa y su segundo hijo mueren durante el parto.

Al año siguiente se casa de nuevo con Minna, la mejor amiga de Johanna. En 1816 completó su nuevo observatorio. En 1831 su esposa muere después de una larga enfermedad y en 1839 muere su madre.

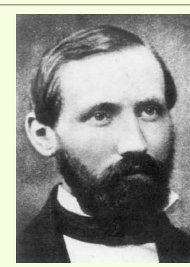
Gauss se junta con Wilhelm Weber y durante seis años hicieron una larga investigación en magnetismo. De 1845 a 1851 se dedicó de lleno a aumentar los fondos de la Universidad de Göttingen, lo cual le dio experiencia para invertir en compañías privadas.

En 1849 anunció su retiro y recibió muchos honores. Su salud se fue deteriorando poco a poco, murió el 23 de febrero de 1855 en Göttingen, Hannover (Alemania).

**Bernhard Riemann** nació el 17 de septiembre de 1826 en Breselenz, Hanover, Alemania. Bernhard fue el segundo de seis hijos de un pastor luterano. En 1840, ingresó al Liceo en Hanover y vivió con su abuela. Dos años más tarde, cuando su abuela murió, se trasladó al Gymnasium Johanneum en Lüneburg en donde mostró un gran interés por las matemáticas. Entonces, el director del Gymnasium permitió que estudiara los textos matemáticos de su propia biblioteca.

En 1846, ingresó a la Universidad de Gotinga. A pesar de que inició una carrera en teología, con el permiso de su padre se trasladó a la facultad de filosofía para poder estudiar matemáticas. Algunos de sus profesores fueron Moritz, Stern y Gauss. En 1847, se trasladó a la Universidad de Berlín y estudió bajo la tutela de Steiner, Jacobi, Dirichlet y Eisenstein. En 1849, regresó a Gotinga y dos años más tarde, obtuvo su doctorado en filosofía. Obtuvo un puesto por dos años y medio gracias a la recomendación de Gauss. En 1857, empezó a trabajar como profesor.

Dos años más tarde, después de que Dirichlet murió, Riemann obtuvo su puesto en Gotinga. Días más tarde fue elegido miembro de la Academia de Ciencias en Berlín. En 1862, se casó con Elise Koch, una amiga de su hermana y tuvieron una hija. Ese mismo año, se enfermó de tuberculosis y se marchó a Italia. Su salud empeoró considerablemente y finalmente, murió el 20 de julio de 1866 en Selasca, Italia.



**GEORG FRIEDRICH BERNHARD RIEMANN**

FELIX CHRISTIAN KLEIN

**Felix Klein** nació el 25 de abril de 1849 en Düsseldorf, Prusia (Alemania). En su ciudad natal, asistió al Gymnasium. Luego de graduarse, entró a la Universidad de Bonn y durante un año estudió matemáticas y física; dentro de la universidad trabajó como asistente de laboratorio al lado de Julius Plücker. En 1868, hizo su doctorado, supervisado por Plücker, acerca de la aplicación de la geometría en la mecánica. En ese mismo año, Plücker muere y deja incompleto su trabajo, Klein se ve forzado a terminarlo solo.

En 1869, Klein viajó a Berlín, París y Göttingen.

En 1870, cuando Francia le declaró la guerra a Prusia, Klein se enlistó en el ejército como asistente de médico. Un año más tarde, regresó a Göttingen. En 1872 se inició como profesor en Erlanger, Bavaria y fue apoyado por Alfred Clebsch. En 1875, obtuvo un puesto en el Technische Hochschule de Munich donde impartió cursos avanzados y durante ese mismo año Klein se casó con la nieta del filósofo Friedrich Hegel.

De 1880 y hasta 1886 desempeñó un puesto en Leipzig. Posteriormente, aceptó un nuevo puesto en la Universidad de Göttingen, donde fundó un estudio matemático, una biblioteca y un centro de investigación que sirvió de modelo alrededor del mundo.

En 1895, pide ayuda de David Hilbert con el fin de unirse a su investigación. Finalmente, se retira en 1913, debido a que se encontraba enfermo. Sin embargo, continua dando lecciones de matemáticas, en su casa, durante los años de la Primera Guerra Mundial.

En 1908, fue elegido presidente de la Comisión Internacional en Instrucción Matemática en el Congreso Internacional Matemático en Roma. En 1912, recibió la Medalla Copley, como miembro de la Sociedad Real.

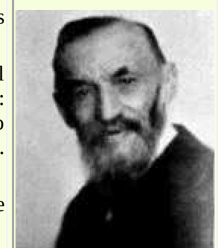
Murió el 22 de junio de 1925 en Göttingen.

**Giuseppe Peano** nació el 27 de agosto de 1858 en Cuneo, Piemonte, Italia. Sus padres trabajaron en la granja "Tetto Galant" y fue ahí donde nació Peano. Posteriormente, asistió a la escuela en Spinetta y luego ingresó a la escuela en Cuneo. Sus padres compraron una casa en Cuneo, pero su padre y dos hermanos de Peano continuaron trabajando en Tetto Galant.

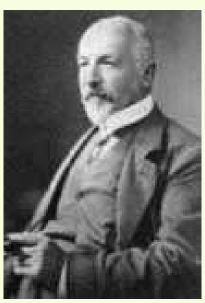
En 1870, el tío de Peano, que era sacerdote y abogado, descubrió el talento del joven y decidió llevárselo a Turín para que estudiara. Entonces, ingresó al Liceo de Cavour y se graduó en 1876, año en el que además ingresó a la Universidad de Turín. Durante sus años en la universidad tuvo profesores como: D'Ovidio, le enseñó geometría analítica y álgebra; Angelo Genocchi, que le enseñó cálculo; Giuseppe Bruno, le enseñó geometría descriptiva y Francesco Siacci, con el cual recibió un curso de mecánicas. En 1880, se graduó con un doctorado en matemáticas y empezó a trabajar como asistente de D'Ovidio. Los siguientes dos años fue asignado como asistente de Genocchi.

En 1884, inició, oficialmente, a impartir lecciones en la Universidad y continuó impartiendo las lecciones de Genocchi, quien no se encontraba bien de salud. En 1886, junto al trabajo en la Universidad, inició su carrera de conferencista en la Academia Militar de Turín.

En 1889, Genocchi murió y Peano fue asignado a su puesto. En 1891, fundó la Revista de Matemáticas y un periódico, en el que publicó estudios de lógica. Otro proyecto que emprendió fue un Formulario Matemático, el cual fue concluido en 1908. Murió el 20 de abril de 1932 en Turín, Italia.



GIUSEPPE PEANO



GEORG FERDINAND LUDWIG PHILIPP CANTOR

**Georg Cantor** nació el 3 de marzo de 1845 en San Petersburgo, Rusia. Sus padres fueron Georg Waldemar Cantor, un comerciante danés y corredor de bolsa en San Petersburgo, un hombre culto y amante de las artes y Maria Anna Böhm, rusa y aficionada a la música. Georg heredó el gusto por la música de sus padres y fue un sobresaliente violinista. Después de estudiar en casa con un tutor, ingresó a la escuela primaria en San Petersburgo. En 1856, a la edad de once años, su familia se mudó a Alemania, debido a que su padre estaba enfermo y necesitaba de un clima cálido.

En Wiesbaden, Georg asistió al Gimnasio. Luego, estudió en Realschule en Darmstadt. En 1860, se graduó con una increíble habilidad hacia la matemática, especialmente la trigonometría. Después de graduarse, ingresó a Höheren Gewerbeschule y dos años más tarde asistió al Polytechnic de Zurich, durante este tiempo su padre falleció. Georg se mudó a la Universidad de Berlín y se hizo amigo de Herman Schwarz. Recibió clases con Weierstrass, Kummer y Kronecker.

En 1866, fue a la Universidad de Göttingen y regresó un año más tarde a terminar sus estudios en Berlín. En 1864-1865, fue presidente de la Sociedad Matemática. Después de recibir su doctorado, inició a impartir clases en una escuela para niñas en Berlín. Luego, en 1868, se unió al Seminario de Schellbach, para profesores matemáticos. En 1869, fue contratado en Halle y cuatro años más tarde, fue promovido como Profesor Extraordinario y entabló una amistad con Dedekind.

En 1874, se comprometió con Vally Guttmann, amiga de su hermana y se casaron el 9 de agosto de ese mismo año. En 1886, compró una casa en Händelstrasse y para finales de ese año tuvo a su sexto hijo. Inició a tener periodos de depresión, y estos se agravaron después de la muerte de su madre, de su hermano menor y de su hijo menor en 1896 y 1899. En 1911, fue invitado de honor en el 500 aniversario de la Universidad de San Andrews en Escocia y un año después, se le otorgó el Título Honorario de Doctor en Leyes, el cual no pudo recibir en persona debido a que se encontraba enfermo.

En 1913, se retiró y pasó sus últimos años en la pobreza debido a la guerra en Alemania. En 1917, fue internado en un sanatorio y murió de un ataque al corazón el 6 de enero de 1918 en Halle, Alemania.

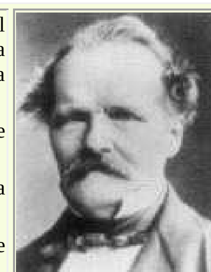
**Eduard Kummer** nació el 29 de enero de 1810 en Sorau, Brandenburgo, Prusia (hoy Alemania). Cuando Eduard tenía tres años, su padre el Dr. Carl Gotthelf Kummer murió. Su madre quedó a cargo de él y de su hermano mayor. A los nueve años entró al Gymnasium de Sorau. En 1828 ingresó a la Universidad de Halle a estudiar teología protestante pero su profesor de matemáticas pronto lo influyó para que estudiara matemáticas como su carrera principal.

En 1831 se le otorgó un premio por un ensayo matemático, además de que obtuvo un certificado que le permitía enseñar en escuelas. Hizo un año de prueba de enseñanza en el Gymnasium de Sorau. Tiempo después, obtuvo un puesto durante diez años en el Gymnasium en Liegnitz, Polonia.

En 1840 se casó con una prima de la esposa de Peter Dirichlet, después de un corto tiempo de estar casados su esposa muere en 1848. En 1842 comenzó a dar clases en la Universidad de Breslau, Polonia.

En 1861 Kummer y Karl Weierstrass establecieron en Alemania el primer seminario de matemática pura. De 1863 a 1878 se hace cargo de la sección de matemáticas y física de la Academia. Fue rector de la Universidad de Berlín de 1868 a 1869.

Murió el 14 de mayo de 1893 en Berlín.



ERNST EDUARD KUMMER

**Richard Dedekind** nació el 6 de octubre de 1831 en Braunschweig, ducado de Braunschweig, Alemania. Su padre fue profesor en el Collegium Carolinum en Brunswick y su madre fue la hija de un profesor que también trabajó en el Collegium Carolinum. Fue el menor de cuatro hijos y nunca se casó.

A los siete años asistió a la escuela de Brunswick. En 1848, a la edad de dieciséis años, ingresó a la escuela Martino-Catharineum, en donde estudió ciencias, en particular física y química. Fue durante este tiempo que nació su interés en las matemáticas. Luego, en 1850, ingresó a la Universidad de Göttingen. En esos momentos, la universidad no era el lugar adecuado para estudiar matemáticas. El departamento de matemáticas era dirigido por Stern y Ulrich; y Gauss enseñaba ahí. El departamento de física era dirigido por Listing y Weber. El primer curso que realmente entusiasmó a Dedekind, fue uno de física experimental impartido por Weber, pero fue más bien el profesor quien lo inspiró más que el tema del curso. Otro de los cursos que le influyó en su vida, fue uno impartido por Gauss.

En 1852, presentó su doctorado bajo la supervisión de Gauss, y se convirtió en el último pupilo de Gauss. Dedekind, junto a Riemann, quien estudiaba también en Göttingen, se dieron cuenta que la educación impartida ahí correspondía solo para quienes quisieran convertirse en profesores de secundaria, así que los dos años siguientes comenzaron a estudiar los últimos avances en matemática. Dedekind comenzó a impartir cursos de probabilidad y geometría en la Universidad de Göttingen.

En 1855, Gauss murió y Dirichlet lo reemplazó; esto significó un gran paso para Dedekind, ya que se convirtieron en amigos y trabajaron juntos.En 1858, emprendió la enseñanza en Polytechnikum en Zurich, después de que Dirichlet lo recomendó. Un año más tarde, viajó junto a Riemann a Berlín y ahí conoció a Weierstrass, Kummer, Borchardt y Kronecker.

En 1862, fue asignado al Brunswick Polytechnikum, lo que fue antes el Collegium Carolinum, y ese mismo año fue elegido miembro de la Academia de Göttingen. Otras academias de las que fue parte fueron las de Berlín, Roma, Leopoldino-Carolina Naturae Curiosorum y la de Ciencias en París.

Murió el 12 de febrero de 1916 en Braunschweig, ducado de Braunschweig, Alemania.

JULIUS WIHELM RICHARD DEDEKIND

JOHANN PETER GUSTAV LEJEUNE DIRICHLET

**Dirichlet** nació el 13 de febrero de 1805 en Düren, durante el Imperio Francés, Alemania. Su familia provenía de la ciudad Belga llamada Richelet. Esto explica el origen de su nombre "Le jeune de Richelet" que significa "El joven de Richelet". Su padre fue el administrador de correos en Düren.

A la edad de doce años, ingresó al Gimnasio de Bonn y su pasión por las matemáticas creció, gastando su dinero comprando libros de matemática. Después de dos años, sus padres decidieron cambiarlo al Jesuit Collège en Cologne, en donde tuvo la fortuna de conocer a Ohm.

A la edad de dieciséis años, después de concluir sus estudios en el colegio, decidió partir a París ya que consideró que Alemania no le brindaba la correcta formación; esto cambió a través de los años y las universidades en Alemania se convirtieron en las mejores del mundo, gracias a la ayuda entre muchos de Dirichlet. En París algunos de sus profesores fueron Biot, Fourier, Francoeur, Hachette, Laplace, Lacroix, Legendre y Poisson. En 1823, fue contratado por el General Maximilien Sébastien Foy. Dos años después el General murió y Dirichlet decidió volver a Alemania. La Universidad de Cologne le otorgó un Doctorado Honorario.

A partir de 1827, enseñó en Brelau, pero encontró los estándares de la universidad en un bajo nivel; así que un año más tarde, se trasladó a Berlín y comenzó a dar clases en el Colegio Militar. Luego, dio clases en la Universidad de Berlín hasta 1855. En 1831, ingresó a la Academia de Ciencias en Berlín y poco después se casó con Rebecca Mendelssohn. Mantuvo una buena amistad con Jacobi, y viajó con él a Italia. En 1845, regresó a Berlín.

Murió el 5 de mayo de 1859 en Göttingen, Hanover, Alemania.

**Alexander Ostrowski** nació el 25 de septiembre de 1893 en Kiev, Ucrania. Sus padres fueron Mark Ostrowski, un comerciante en Kiev y Vera Rashevskaya. Sus estudios primarios los realizó en Kiev y después ingresó a la Escuela de Comercio en donde, durante tres años, participó en seminarios de matemáticas. En 1911, recibió un título y una medalla de oro al ser reconocido como Candidato del Comercio. Cuando completó sus estudios, ya tenía escritos varios estudios. No pudo ingresar a la universidad de inmediato, debido a que sus estudios no los completó en un colegio sino en la Escuela de Comercio. Entonces, pidió ayuda a Landau y Hensel en Alemania. Ambos matemáticos le consiguieron un puesto en la Universidad de Marburgo en 1912. Fue allí donde inició sus estudios, supervisado por Hensel.

Al estallar la Primera Guerra Mundial, en 1914, le fueron restringidos seriamente sus derechos por parte de las autoridades, tanto fuera como dentro de la universidad. En 1918, cuando la guerra concluyó, fue a Göttingen en donde Klein, Hilbert y Landau fueron grandes influencias para él. En 1920, obtuvo su doctorado y se trasladó a Hamburgo, donde trabajó como ayudante de Hecke. En 1923, aceptó un puesto en la Universidad de Göttingen. De 1925 a 1926 pasó su tiempo en las Universidades de Oxford, Cambridge y Edimburgo. Posteriormente, aceptó un puesto en la Universidad de Basilea y se mantuvo ahí hasta su retiro en 1958. Luego, visitó diferentes universidades en los Estados Unidos.

En 1949, se casó con Margaret Sachs, una psicoanalista que había sido estudiante de Carl Jung.

Murió el 20 de noviembre de 1986 en Montagnola, Lugano, Suiza.

ALEXANDER MARKOWICH OSTROWSKI

EMMY AMALIE NOETHER

**Emmy Noether** nació el 23 de marzo de 1882 en Erlanger, Bavaria, Alemania. Asistió al Höhere Töchter Schule en Erlanger desde 1889 hasta 1897. Allí asistió a clases de alemán, inglés, francés, aritmética y piano. Decidió convertirse en profesora de idiomas y, en 1900, recibió un título de enseñanza del inglés y francés, aunque nunca ejerciera en esta área.

Decidió estudiar matemáticas en la universidad. Después de obtener los permisos requeridos por su condición de mujer, Emmy estudió en la Universidad de Erlanger de 1900 a 1902. Después, en 1903, aprobó el examen de admisión e ingresó a la Universidad de Göttingen. Asistió a conferencias de Blumenthal, Hilbert, Klein y Minkowski

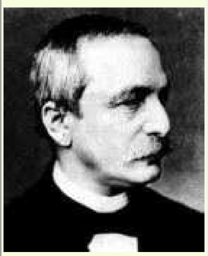
Un año más tarde, se matriculó en la Universidad de Erlangen y, en 1907, obtuvo un doctorado bajo la tutela de Paul Gordan. Después de haber completado su doctorado, ayudó a su padre en la universidad y realizó sus propias investigaciones.

En 1908, fue elegida dentro del Círculo Matemático de Palermo. Un año después, fue elegida para ser miembro del Deutsche Mathematiker Vereinigung y ese mismo año fue invitada a dirigir la reunión anual de la Sociedad en Salzburg. En 1915, Hilbert y Klein convencieron a Emmy de volver a Göttingen, pero fue hasta cuatro años después que obtuvo los permisos necesarios para impartir lecciones dentro de la universidad.

En 1928, dirigió el Congreso Internacional de Matemáticas en Bolonia y en 1932, lo dirigió en Zurich. Ese mismo año recibió junto a Artin, el Alfred Ackermann-Teubner, un premio Conmemorativo por el Avance del Conocimiento en las Matemáticas.

En 1933, fue despedida de la Universidad de Göttingen, debido a su condición de judía. Entonces, se marchó a Estados Unidos, y trabajó en el Colegio Bryn Mawr y, también, en el Instituto de Estudios Avanzados en Princeton.

Murió el 14 de abril de 1935 en Bryn Mawr, Pennsylvania, Estados Unidos.



LEOPOLD KRONECKER

**Leopold Kronecker** nació el 7 de diciembre de 1823 en Liegnitz, Prusia (Polonia). Sus padres, Isidor Kronecker y Johanna Prausnitzer procedían de familias adineradas judías.

Kronecker fue instruido por tutores privados antes de entrar al Gymnasium (Gimnasio) de Liegnitz, al iniciar sus estudios en el Gymnasum se interesa por las matemáticas. Ersnt Kummer, su profesor, reconoció en él una increíble habilidad para éstas. Entonces, ingresa en 1841, a la Universidad de Berlín donde estudió, además de matemáticas, astronomía, meteorología y química. Pero lo que realmente le interesaba era estudiar los trabajos filosóficos de Descartes, Leibniz, Kant, Spinoza y Hegel.

Posteriormente, ingresó a la Universidad de Bonn durante el verano de 1843 con el fin de ampliar sus conocimientos en astronomía. Después ingresó a la Universidad de Breslau hasta 1844, debido a que deseaba estudiar con su antiguo profesor Kummer. Al regresar a Berlín, trabajó en su tesis de doctorado.

Tiempo después, Kronecker salió de Berlín para tratar asuntos familiares en los que ayudó a manejar el negocio de su tío y en 1848 se casó con la hija de él, Fanny Prausnitzer. En 1855, regresó a Berlín a iniciar ciertas investigaciones al lado de sus colegas. En 1860 Kummer propuso a Kronecker para elección en la Academia de Berlín y un año después la Academia lo aceptó. En 1861 Kummer y Weierstrass fundaron el Seminario Matemático en Berlín y en 1883 cuando Kummer se retiró, Kronecker asumió el papel de codirector de éste.

Su esposa murió en un accidente en agosto de 1891; el 29 de diciembre del mismo año Kronecker murió en Berlín.

**18.10 Síntesis, análisis, investigación.-**

1. Explique la influencia de la Revolución Francesa en la educación alemana.
2. Mencione algunas de las contribuciones de Gauss a las matemáticas.
3. ¿Qué es la hipótesis de Riemann?
4. ¿Quién descubrió el concepto de convergencia uniforme?
5. Averigüe qué significa la frase: "Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk". Explíquela.
6. ¿A quién consideró siempre Dedekind su principal maestro?
7. Comente la relación entre las teorías de los números reales de Dedekind y Cantor.
8. Explique la principal característica de los conjuntos infinitos.
9. Explique la aproximación de Bolzano sobre el infinito.
10. Explique brevemente la aproximación de Cantor a los conjuntos infinitos.
11. Los siguientes párrafos son de una novela que recientemente ganó el Premio Biblioteca Breve 1999, de la editorial Seix Barral. El autor es un escritor mexicano: Jorge Volpi.
    "Nacido en 1823, Kronecker se convirtió en un próspero empresario después de presentar su tesis sobre teoría algebraica de los números en 1845. Como estudiante, había entrado en contacto con algunos de los mejores matemáticos de la época, como Weierstrass, Jacobi y Steiner, y había encauzado su trabajo hacia la aritmetización universal del análisis matemático con la ciega creencia de que la aritmética debía ser finita. 'Dios creó los enteros y lo demás es obra del hombre', afirmó en clara alusión a Cantor.
    En 1883, después de muchos años de dedicarse a sus propios negocios, Kronecker aceptó una cátedra en la Universidad de Berlín. Desde allí, urdió una oscura campaña contra Cantor, la cual impidió que a éste se le otorgase un nombramiento similar al suyo; a partir de entonces, Kronecker se dedicó a destruir, paulatinamente, su trabajo sobre el infinito. Despreciado, Cantor tuvo que refugiarse hasta el fin de su vida en la modesta Universidad de Halle, del mismo modo que su amigo Dedekind se había conformado con un puesto en un gimnasio de Brunswick.
    Azotado por la ira y el rencor de sus enemigos, Cantor sufrió una serie de ataques nerviosos que lo postraron en cama durante semanas. No obstante, en 1884 pudo concluir un largo tratado que contenía la mayor parte de sus aportaciones a las matemáticas, titulado Fundamentos de una teoría general de las variedades, cuyo principal objetivo era presentar batalla a las intrigas de Kronecker. En este libro, Cantor volvió a exponer su idea de que los conjuntos infinitos podían tener numeraciones definidas tanto como los finitos. Para demostrarlo, no le importaba rozar las cuestiones teológicas que tanto le habían impresionado desde su juventud e incluso llegaba a sostener que, si bien Dios era inaprensible por medio de la razón, era posible acercarse a Él, tal como lo habían hecho los místicos, por medio de su teoría.
    Kronecker rechazó cualquier confrontación pública con Cantor aunque en una ocasión accedió a recibirlo en su casa. Era el encuentro de dos genios distintos, de dos siglos, de dos temperamentos. Al final, las posiciones se mantuvieron irreductibles y nada cambió en el miserable destino de Cantor. A pesar de todo, siguió confiando en sus descubrimientos. Entonces escribió: 'Mi teoría se mantiene firme como una roca; cada flecha dirigida en su contra regresará rápidamente a su arquero. ¿Cómo sé esto? Porque la he estudiado desde todos los ángulos durante muchos años; porque he examinado todas las objeciones que se han hecho en contra de los números infinitos; y, sobre todo, porque he seguido sus raíces, por así decirlo, a la primera causa infalible de todas las cosas creadas.'

Más que los argumentos de Kronecker, fue uno de sus propios descubrimientos el que terminó arrinconándolo definitivamente en la locura. Era la 'hipótesis del continuo'. En su aritmética del infinito, Cantor pensaba que debía existir un conjunto infinito con una potencia 'mayor' que la de los números naturales y 'menor' que la de los números reales. Por desgracia, nunca fue capaz de comprobarlo: como si se tratase de una bofetada de Dios, la `hipótesis del continuo' se convirtió en una especie de maldición, una muestra de la estrechez humana, que nunca llegó a solucionarse.

Desilusionado, Cantor abandonó las matemáticas y comenzó a enseñar filosofía en los escasos momentos de paz que disfrutaba. Tembloroso y abatido, caía en frecuentes ataques depresivos que cada vez se prolongaban más. Creía que el ángel de las matemáticas lo había abandonado para siempre a pesar de que, como le escribió a un amigo, Dios fuese el único centro de su trabajo. Desesperado por la falta de pruebas a su hipótesis del continuo, en 1899 solicitó una licencia que le permitiese seguir recibiendo su pago sin la obligación de dar clases, a fin de consagrar todo su tiempo a solucionar este problema. Por fin, en 1905 se dio por vencido. Nunca resolvería este último acertijo, la sublime tortura que había caído sobre su alma”. [Volpi, Jorge: En busca de Klingsor, p. 125].

Comente este texto. ¿Cuál era la relación entre Cantor y Kronecker? Integre en su comentario el carácter humano de las construcciones matemáticas, y la relevancia de tener una visión histórica de éstas.

12. ¿Cuál era la idea básica del Programa de Erlanger?
13. Mencione los distintos énfasis que dieron Klein y Lie en su trabajo con la teoría de grupos aplicada a la clasificación de la geometría.
14. Explique el primer problema planteado por Hilbert en el Congreso Internacional de Matemáticos de París en el año 1 900.
15. ¿De qué trata el libro Grundlagen der Geometrie?
16. Investigue qué es el axioma de elección. Explíquelo.
17. Comente la cita de Bell con la que cerramos la exposición de contenidos de este capítulo.
18. El siguiente pasaje está tomado de un famoso cuento del gran escritor argentino Jorge Luis Borges. Lea con cuidado el texto.

"Arribo, ahora, al inefable centro de mi relato; empieza, aquí, mi desesperación de escritor. Todo lenguaje es un alfabeto de símbolos cuyo ejercicio presupone un pasado que los interlocutores comparten; ¿cómo transmitir a los otros el infinito Aleph, que mi temerosa memoria apenas abarca? Los místicos, en análogo trance, prodigan los emblemas: para significar la divinidad, un persa habla de un pájaro que de algún modo es todos los pájaros; Alanus de Insulis, de una esfera cuyo centro está en todas partes y la circunferencia en ninguna; Ezequiel, de un ángel de cuatro caras que a un tiempo se dirige al Oriente y al Occidente, al Norte y al Sur. (No en vano rememoro esas inconcebibles analogías; alguna relación tienen con el Aleph.) Quizá los dioses no me negarían el hallazgo de una imagen equivalente, pero este informe quedaría contaminado de literatura, de falsedad. Por lo demás, el problema central es irresoluble: la enumeración, siquiera parcial, de un conjunto infinito. En ese instante gigantesco, he visto millones de actos deleitables o atroces; ninguno me asombró como el hecho de que todos ocuparan el mismo punto, sin superposición y sin transparencia. Lo que vieron mis ojos fue simultáneo: lo que transcribiré, sucesivo, porque el lenguaje lo es. Algo, sin embargo, recogeré.

En la parte inferior del escalón, hacia la derecha, vi una pequeña esfera tornasolada, de casi intolerable fulgor. Al principio la creí giratoria; luego comprendí que ese movimiento era una ilusión producida por los vertiginosos espectáculos que encerraba. El diámetro del Aleph sería de dos o tres centímetros, pero el espacio cósmico estaba ahí, sin disminución de tamaño. Cada cosa (la luna del espejo, digamos) era infinitas cosas, porque yo claramente la veía desde todos los puntos del universo. Vi el populoso mar, vi el alba y la tarde, vi las muchedumbres de América, vi una plateada telaraña en el centro de una negra pirámide, vi un laberinto roto (era Londres), vi interminables ojos inmediatos escrutándose en mí como en un espejo, vi todos los espejos del planeta y ninguno me reflejó, vi en un traspatio de la calle Soler las mismas baldosas que hace treinta años vi en el zaguán de una casa en Frey Bentos, vi racimos, nieve, tabaco, vetas de metal, vapor de agua, vi convexos desiertos ecuatoriales y cada uno de sus granos de arena, vi en Inverness a una mujer que no olvidaré, vi la violenta cabellera, el altivo cuerpo, vi un cáncer en el pecho, vi un círculo de tierra seca en una vereda, donde antes hubo un árbol, vi una quinta de Adrogué, un ejemplar de la primera versión inglesa de Plinto, la de Philemon Holland, vi a un tiempo cada letra de cada página (de chico, yo solía maravillarme de que las letras de un volumen cerrado no se mezclaran y perdieran en el decurso de la noche), vi la noche y el día contemporáneo, vi un poniente en Querétaro que parecía reflejar el color de una rosa en Bengala, vi mi dormitorio sin nadie, vi en un gabinete de Alkmaar un globo terráqueo entre dos espejos que lo multiplican sin fin, vi caballos de crin arremolinada, en una playa del Mar Caspio en el alba, vi la delicada osatura de una mano, vi a los sobrevivientes de una batalla, enviando tarjetas postales, vi en un escaparate de Mirzapur una baraja española, vi las sombras oblicuas de unos helechos en el suelo de un invernáculo, vi tigres, émbolos, bisontes, marejadas y ejércitos, vi todas las hormigas que hay en la tierra, vi un astrolabio persa, vi en un cajón del escritorio (y la letra me hizo temblar) cartas obscenas, increíbles, precisas, que Beatriz había dirigido a Carlos Argentino, vi un adorado monumento en la Chacarita, vi la reliquia atroz de lo que deliciosamente había sido Beatriz Viterbo, vi la circulación de mi oscura sangre, vi el engranaje del amor y la modificación de la muerte, vi el Aleph, desde todos los puntos, vi en el Aleph la tierra, y en la tierra otra vez el Aleph y en el Aleph la tierra, vi mi cara y mis vísceras, vi tu cara, y sentí vértigo y lloré, porque mis ojos habían visto ese objeto secreto y conjetural, cuyo nombre usurpan los hombres, pero que ningún hombre ha mirado: el inconcebible universo”. [Borges, Jorge Luis: El Aleph, págs. 168-171].

En este cuento hay una visión metafórica del infinito. Explique esta visión. Comente lo que expresa el texto de manera literaria y lo que se consigna en nuestro libro sobre el infinito. Busque otras referencias acerca de este cuento.

19. Lea con cuidado el siguiente texto de Bernard Bolzano.

"Lo infinito se contrapone a lo finito, como la palabra misma lo indica. El hecho de que derivemos la primera designación a partir de la segunda nos indica que también pensamos el concepto de infinito como algo que se obtiene a partir del concepto de finitud cuando se añade a éste una componente nueva (como lo es, por ejemplo, el concepto de negación). Además, es innegable que, en última instancia, ambas ideas se aplican a conjuntos, más precisamente a multiplicidades (es decir, a conjuntos de unidades) y, por lo tanto, a cantidades. Es natural, entonces que sean las matemáticas, en tanto que teoría o doctrina general de las cantidades, donde se hable con mayor frecuencia del infinito. Es en este ámbito donde han de ser objeto de estudio y cómputo tanto las cantidades finitas como las infinitas, sean éstas infinitamente grandes o infinitamente pequeñas. Ahora bien, independientemente de que estas ideas (finitud e infinitud) puedan aplicarse solamente a objetos que de alguna manera exhiban cantidad y multiplicidad, cabe esperar que una investigación rigurosa del problema de las condiciones en que puede atribuirse a un conjunto uno de los dos predicados 'finito' e 'infinito' arroje, igualmente, luz sobre la naturaleza misma del infinito”. [Bolzano, Bernard: Paradojas del infinito, págs. 39-40].

Explique el concepto de infinito que expresa Bolzano en este texto.

**Continuará en el próximo número…**

Aportes al conocimiento

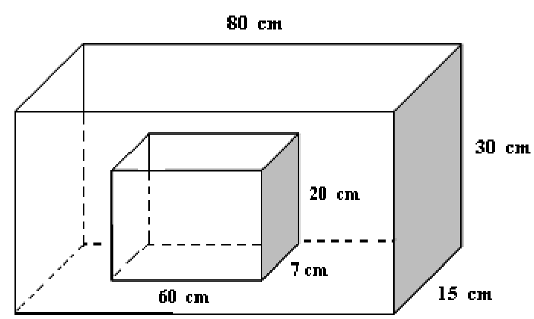
# Razonamiento Numérico: Ejercicios (Serie A)

Por: Prof. Rafael Ascanio Hernández - Prof. Próspero González Méndez

A continuación, iniciamos la publicación sucesiva de una serie de ejercicios resueltos con la finalidad de mostrar representaciones de razonamientos numéricos que posiblemente se suceden cuando un estudiante es retado con algún tipo de situación problemática, contextualizada a la matemática.

## EJERCICIO N$^{O}$ 1:

En un almacén colocaron una caja dentro de otra. Si el volumen de este tipo de cuerpos se calcula mediante la fórmula *Volumen=largo x ancho x alto* $(V = l \cdot a \cdot h)$, ¿Qué porcentaje del volumen de la caja mayor representa aproximadamente el volumen de la caja menor?




**Razonamiento**:

Se propone como requerimiento, determinar la relación que existe entre los volúmenes de ambas cajas.
Para obtenerlo, se divide el volumen de la caja menor entre el volumen de la caja mayor (luego se multiplica por 100).

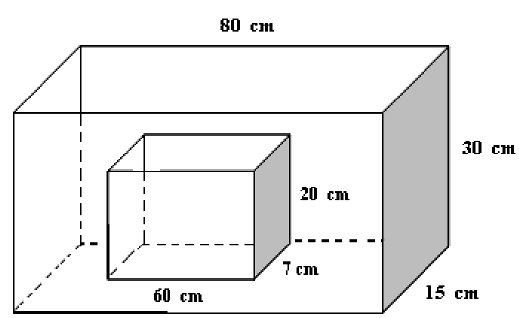
$$Volumen\ \ caja\ \ mayor: \ l\,.\,a\,.\,h = 80cm \cdot 30cm \cdot 15cm = 36000cm^3$$

$$Volumen\ caja\ menor: \ l\,.\,a\,.\,h = 60cm \cdot 20cm \cdot 7cm = 8400cm^3$$

$$\Rightarrow Porcentaje: \ 8400cm^3 \div 36000cm^3 = 0{,}23... \Rightarrow \ 23\%$$

## EJERCICIO N$^{O}$ 2:

En un almacén colocaron una caja dentro de otra. Si el volumen de este tipo de cuerpos se calcula mediante la fórmula *Volumen=largo x ancho x alto* $(V = l \cdot a \cdot h)$, ¿cuál es el volumen de la caja mayor que no ocupa la caja menor?



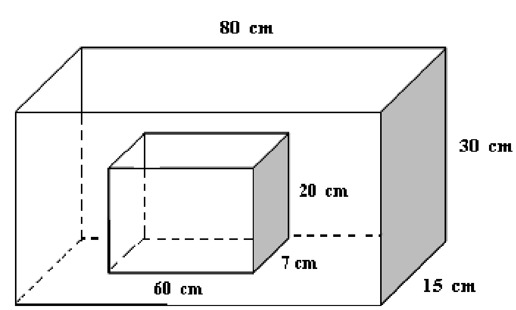

**Razonamiento**:
Se calcula el volumen de las dos cajas y se restan ambos. La diferencia es la respuesta:

$V_{caja\ mayor} = 36000\ cm^3$
$V_{caja\ menor} = 8400\ cm^3$

Diferencia = 27600 cm$^3$. Este es el volumen de la caja mayor que no ocupa la caja menor.

## EJERCICIO N$^{O}$ 3:

En un almacén colocaron una caja dentro de otra. Si el volumen de este tipo de cuerpos se calcula mediante la fórmula *Volumen=largo x ancho x alto* $(V = l \cdot a \cdot h)$, ¿cuántas cajas iguales a la pequeña pueden colocarse dentro de la mayor?




**Razonamiento**:

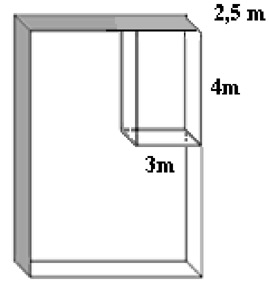
Se divide el volumen de la caja mayor entre el volumen de la caja menor, ambos calculados en el ejercicio anterior:

$$\frac{36000m^3}{8400m^3} = 4{,}28$$

El resultado debe darse en cantidades enteras. Como el resultado es 4,28, la solución debe estar entre 4 y 5. Considerando que se obtienen 28 centésimas, el entero más cercano es 4, cantidad cuya suma de volúmenes es inferior al de la caja grande (4x8400=33600) siendo una solución congruente. Si se asumiera 5 como solución, la suma de volúmenes sería mayor que el volumen de la caja más grande (5x8400=42000) y no sería una solución lógica.

**EJERCICIO N$^{O}$ 4:**

En un supermercado de la ciudad, se necesita almacenar 80 cajas de cierto producto. Todas las cajas son de volumen 0,3 $m^3$. En el salón de depósito se ha dispuesto hacia un rincón, un sitio donde hacerlo (ver figura adjunta).




Según las medidas que se indican en la gráfica, ¿cabrán en ese sitio todas las cajas?

**Razonamiento:**

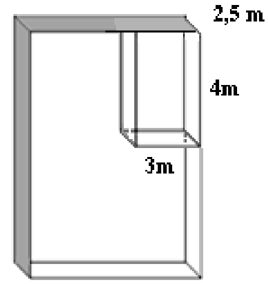
Se calcula el volumen del sitio: V=2,5m.4m.3m=30$m^3$

Se calcula el volumen que ocupan las cajas: V=80.0, 3m3=24$m^3$

Sobra espacio.

**EJERCICIO N$^{O}$ 5:**

En un supermercado de la ciudad, se necesita almacenar 80 cajas de cierto producto. Todas las cajas son de volumen 0,5 $m^3$. En el salón de depósito se ha dispuesto hacia un rincón, un sitio donde hacerlo (ver figura adjunta).




Según las medidas que se indican en la gráfica, ¿cabrán en ese sitio todas las cajas?

**Razonamiento:**

Se calcula el volumen del sitio: V=2,5m.4m.3m=30$m^3$

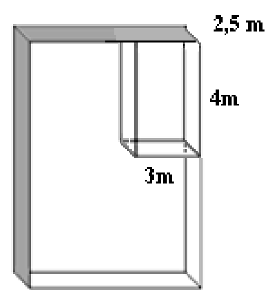
Se calcula el volumen que ocupan las cajas: V=80.0, 5$m^3$=40$m^3$

Falta espacio.

**EJERCICIO N$^{O}$ 6:**

En un supermercado de la ciudad, se necesita almacenar un determinado número de cajas de cierto producto. Todas las cajas son de volumen 0,3 $m^3$. En el salón de depósito se ha dispuesto hacia un rincón, un sitio donde hacerlo (ver figura adjunta).

Según las medidas que se indican en la gráfica, ¿cuántas cajas se necesitan para cubrir exactamente todo el espacio dispuesto para el almacenamiento?




**Razonamiento:**

Se calcula el volumen del sitio:

V=2,5m.4m.3m=30$m^3$

Se selecciona un determinado número de cajas, se calcula su volumen y se compara con el volumen del sitio:

Para 80 cajas: V=80.0, 3 $m^3$=24$m^3$. No, no alcanza; el número de cajas debe ser mayor.

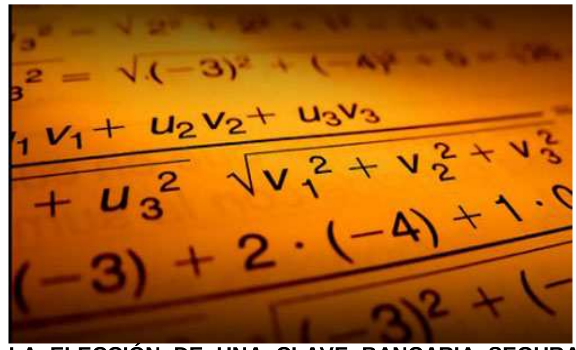
Para 110 cajas: V=110.0, 3$m^3$=33 $m^3$. No. Se pasa; el número de cajas debe ser inferior.

Para 100 cajas: V=100.0,3$m^3$=30 $m^3$. Si, el número de cajas es el exacto.

En el próximo número, la siguiente serie.

# "Las matemáticas están en todas partes", según profesor argentino

**Fuente: EFE**
**Tomado de: elcarabobeño.com**
**Consulta: 16 junio 2013**



LA ELECCIÓN DE UNA CLAVE BANCARIA SEGURA SON MATEMÁTICAS SIMPLES APLICADAS. (Foto El Carabobeño)

La elección de una clave bancaria segura, una estrategia para ganar siempre jugando a las damas o la regulación del tráfico son matemáticas empleadas a diario sin que los ciudadanos perciban que están haciendo uso de esta ciencia exacta, defiende el doctor argentino Adrián Paenza.

En una entrevista con Efe, este matemático y periodista argentino, autor del libro "¿Pero esto también es matemática?", defiende que el álgebra, la aritmética, la trigonometría, el cálculo o la analítica están presentes en la vida cotidiana.

A través de ingeniosos problemas de lógica y estrategia, Paenza, que trabaja como profesor en la Universidad de Buenos Aires, intenta "seducir" a los lectores para que se sientan atraídos por las matemáticas, explicó a Efe.

Criticó las matemáticas que se enseñan en los colegios, ya que considera que el temario "estaba bien hace 400 años", pero hoy en día la asignatura "no responde a ninguna pregunta de las que se hacen los niños y los adultos", lo que hace que muchos "experimenten un rechazo natural hacia las matemáticas".

Según Paenza, no se trata de eliminar contenidos de los planes de estudio - "no podría decir que algo no es importante"-, sino de dar un enfoque distinto a la enseñanza de las matemáticas para transmitir "el placer de equivocarse y de elaborar estrategias" y aprender "a frustrarse y a coexistir con un problema".

Para el autor del libro, "las matemáticas consisten en buscar soluciones a problemas, pero en el colegio se enseña primero la solución a problemas que no interesan a los alumnos".

Por ello, "¿Pero esto también es matemática?", tiene un capítulo titulado "Vida real" que explica, por ejemplo, una estrategia para ganar siempre jugando a las damas, el funcionamiento de las máquinas tragaperras, las apuestas en los casinos y la manera de aplicar la lógica matemática en la regulación del tráfico en las grandes ciudades, entre otros temas.

El libro contiene también un capítulo dedicado a la teoría de juegos, que consiste en el diseño de estrategias para resolver diferentes enigmas, así como un apartado dedicado a la "matemágica", es decir, a diversos trucos de cartas basados en las matemáticas.

Asimismo, la obra aborda también problemas relacionados con el azar y la probabilidad, aunque Paenza tiene claro que en los juegos de azar "estás esencialmente condenado a perder" porque las probabilidades de ganar son ínfimas, excepto para los dueños de los casinos: "El casino gana siempre".

El libro dedica otro capítulo a la aritmética, un término que según su autor puede "asustar", aunque pide un "voto de confianza" a los lectores, que podrán aprender, por ejemplo, nociones de criptografía.

En definitiva, para este profesor de la Universidad de Buenos Aires, donde enseña desde 1965, las matemáticas son una ciencia "muy viva", que se aplica en muchas tecnologías como, por ejemplo, los buscadores de Internet, que se basan en algoritmos.

En este sentido, Paenza señaló que debería cambiarse la visión social de los matemáticos porque "mucha gente se imagina que se dedican a hacer cálculos muy complicados", cuando "en realidad se dedican a buscar patrones".

Así, "cuantos más conocimientos de matemáticas se tienen, mejores condiciones se dan para aplicar la lógica en la toma de decisiones", aseguró el autor del libro, quien señaló que no tiene "conocimientos suficientes" para valorar si en la crisis se está actuando conforme a la lógica.

# Crítica a las revistas científicas.

**Por qué revistas como 'Nature' hacen daño a la ciencia. Los incentivos de las publicaciones deforman la ciencia, igual que hacen las primas con la banca.**

**Por: RANDY SCHEKMAN***
**Tomado de: The Guardian DIC 11, 2013**

Soy científico. El mío es un mundo profesional en el que se logran grandes cosas para la humanidad. Pero está desfigurado por unos incentivos inadecuados. Los sistemas imperantes de la reputación personal y el ascenso profesional significan que las mayores recompensas a menudo son para los trabajos más llamativos, no para los mejores. Aquellos de nosotros que respondemos a estos incentivos estamos actuando de un modo perfectamente lógico —yo mismo he actuado movido por ellos—, pero no siempre poniendo los intereses de nuestra profesión por encima de todo, por no hablar de los de la humanidad y la sociedad. Todos sabemos lo que los incentivos distorsionadores han hecho a las finanzas y la banca. Los incentivos que se ofrecen a mis compañeros no son unas primas descomunales, sino las recompensas profesionales que conlleva el hecho de publicar en revistas de prestigio, principalmente Nature, Cell y Science. Se supone que estas publicaciones de lujo son el paradigma de la calidad, que publican solo los mejores trabajos de investigación. Dado que los comités encargados de la financiación y los nombramientos suelen usar el lugar de publicación como indicador de la calidad de la labor científica, el aparecer en estas publicaciones suele traer consigo subvenciones y cátedras. Pero la reputación de las grandes revistas solo está garantizada hasta cierto punto. Aunque publican artículos extraordinarios, eso no es lo único que publican. Ni tampoco son las únicas que publican investigaciones sobresalientes. Estas revistas promocionan de forma agresiva sus marcas, de una manera que conduce más a la venta de suscripciones que a fomentar las investigaciones más importantes. Al igual que los diseñadores de moda que crean bolsos o trajes de edición limitada, saben que la escasez hace que aumente la demanda, de modo que restringen artificialmente el número de artículos que aceptan. Luego, estas marcas exclusivas se comercializan empleando un ardid llamado "factor de impacto", una puntuación otorgada a cada revista que mide el número de veces que los trabajos de investigación posteriores citan sus artículos. La teoría es que los mejores artículos se citan con más frecuencia, de modo que las mejores publicaciones obtienen las puntuaciones más altas. Pero se trata de una medida tremendamente viciada, que persigue algo que se ha convertido en un fin en sí mismo, y es tan perjudicial para la ciencia como la cultura de las primas lo es para la banca. Es habitual, y muchas revistas lo fomentan, que una investigación sea juzgada atendiendo al factor de impacto de la revista que la publica. Pero como la puntuación de la publicación es una media, dice poco de la calidad de cualquier investigación concreta. Además, las citas están relacionadas con la calidad a veces, pero no siempre. Un artículo puede ser muy citado porque es un buen trabajo científico, o bien porque es llamativo, provocador o erróneo. Los directores de las revistas de lujo lo saben, así que aceptan artículos que tendrán mucha repercusión porque estudian temas atractivos o hacen afirmaciones que cuestionan ideas establecidas. Esto influye en los trabajos que realizan los científicos. Crea burbujas en temas de moda en los que los investigadores pueden hacer las afirmaciones atrevidas que estas revistas buscan, pero no anima a llevar a cabo otras investigaciones importantes, como los estudios sobre la replicación. En casos extremos, el atractivo de las revistas de lujo puede propiciar las chapuzas y contribuir al aumento del número de artículos que se retiran por contener errores básicos o ser fraudulentos. Science ha retirado últimamente artículos muy impactantes que trataban sobre la clonación de embriones humanos, la relación entre el tirar basura y la violencia y los perfiles genéticos de los centenarios. Y lo que quizá es peor, no ha retirado las afirmaciones de que un microorganismo es capaz de usar arsénico en su ADN en lugar de fósforo, a pesar de la avalancha de críticas científicas. Hay una vía mejor, gracias a la nueva remesa de revistas de libre acceso que son gratuitas para cualquiera que quiera leerlas y no tienen caras suscripciones que promover. Nacidas en Internet, pueden aceptar todos los artículos que cumplan unas normas de calidad, sin topes artificiales. Muchas están dirigidas por científicos en activo, capaces de calibrar el valor de los artículos sin tener en cuenta las citas. Como he comprobado dirigiendo eLife, una revista de acceso libre financiada por la Fundación Wellcome, el Instituto Médico Howard Hughes y la Sociedad Max Planck, publican trabajos científicos de talla mundial cada semana. Los patrocinadores y las universidades también tienen un papel en todo esto. Deben decirles a los comités que toman decisiones sobre las subvenciones y los cargos que no juzguen los artículos por el lugar donde se han publicado. Lo que importa es la calidad de la labor científica, no el nombre de la revista. Y, lo más importante de todo, los científicos tenemos que tomar medidas. Como muchos investigadores de éxito, he publicado en las revistas de renombre, entre otras cosas, los artículos por los que me han concedido el Premio Nobel de Medicina, que tendré el honor de recoger mañana. Pero ya no. Ahora me he comprometido con mi laboratorio a evitar las revistas de lujo, y animo a otros a hacer lo mismo. Al igual que Wall Street tiene que acabar con el dominio de la cultura de las primas, que fomenta unos riesgos que son racionales para los individuos, pero perjudiciales para el sistema financiero, la ciencia debe liberarse de la tiranía de las revistas de lujo. La consecuencia será una investigación mejor que sirva mejor a la ciencia y a la sociedad.

* **Randy Schekman es biólogo estadounidense.**
**Ha ganado el Premio Nobel de Medicina en 2013.**  **Traducción de News Clips, Paloma Cebrián.**
**Por qué revistas como 'Nature', 'Science' y 'Cell' hacen daño** [...]

# Pasiones sectarias

Por: **AURELIO ARTETA**
**Catedrático de Filosofía Moral y Política de la Universidad del País Vasco.**
**El País. Miércoles 22 de marzo de 2006**

No falta de ninguna escena política, pero en la nuestra la especie de los sectarios prolifera hoy como nunca. Incluso se diría que afiliarse al sectarismo se ha vuelto requisito que el ciudadano medio debe satisfacer a fin de opinar acerca de los asuntos comunes. Como si tomar partido fuera lo mismo que tomar un partido único y de por vida; o como si, siendo por lo general recomendable ser partidario, resultara ineludible hacerse partidista.

El sectarismo, esa vocación de secuaces, adopta en la vida pública múltiples facetas. Por de pronto, ofrece el más perezoso y accesible sucedáneo de la reflexión: en su lugar, basta con repetir en cada caso lo dictado por la autoridad en quien delegamos nuestro propio pensamiento; aún más fácil, basta con proclamar lo contrario de lo que sostiene el contrario. Funciona como santo y seña de pertenencia al grupo de los elegidos, como guiño de complicidad suficiente con los del propio bando. La consigna sería “todo por la secta y para la secta”. Sin ella, el sectario apenas se atrevería a pregonar nada en público; la secta, y sus sumos sacerdotes, son los eficaces proveedores de sus respuestas automáticas. El sectarismo suministra también un útil mecanismo clasificatorio de la identidad política de las gentes. Si fulano frecuenta tales compañías, lee ese periódico o de vez en cuando escucha aquella emisora…, no hacen falta más costosas averiguaciones para saber de qué pie político cojea. Sabido lo cual, ya no hay mucho más que saber.

Pero el sectarismo es sobre todo una fórmula segura en política para la construcción del enemigo y su cotidiano bombardeo. El sectario decide de antemano que con el enemigo no hay que estar ni siquiera en lo que no es enemigo o debe dejar de serlo. El enemigo tiene que serlo en todo y del todo. Es preciso que él y los suyos encarnen cuanto haya de perverso y equivocado porque así, por contraste, resplandecerá la bondad o verdad indiscutibles de los míos. También vale al revés: si se supone que estoy en lo cierto y junto a las personas decentes, habrá que dar por supuesto sin mayor acopio de pruebas que los demás chapotean en el error y son gente de poco fiar. Cuando esta pasión se desata exige el todo o nada, el conmigo o contra mí en bloque y para siempre. Tal vez el sectario se muestre un día dispuesto a reconocer alguna deficiencia propia, pero no lo hará antes de que el enemigo haga confesión general y detallada de todos sus pecados. Un paso más y el sectario ha de preferir el daño del enemigo particular al bien del conjunto, aun cuando esa opción tampoco le favorezca a él mismo. ¿O está pasando entre nosotros cosa distinta en política territorial o antiterrorista, donde nuestros partidos principales, en lugar de plantar caras juntas a los enemigos comunes, han preferido enfrentarse a diario entre sí? Desde el cerco de tópicos en que se atrinchera, el sectario tiene bien claro respecto de su oponente que, “con ése, ni al cielo”.

Así es como, igual que el hincha sólo ve enfrente a otros hinchas de distinto pelaje, nuestro sectario tiende a ver en quien le objeta a otro sectario. En realidad, lo necesita como pretexto y justificación de su propio sectarismo. A ojos del sectario nacionalista, en el partido contrario sólo puede haber otros nacionalistas no menos sectarios, aunque tal vez más camuflados. Lo peor es que a menudo acierta, pero con el acierto de la profecía autocumplida. Tanto ha empujado al otro contra las cuerdas, que ese otro no tiene más remedio que hacer suya la posición extrema que se le adjudica; si le han colgado un sambenito sectario, no habrá que extrañarse si -para ocupar el espacio político que se le deja- acaba asumiendo ese sambenito y confirmando así la condena anticipada. El sectarismo a la ofensiva alimenta el sectarismo a la defensiva.

Por arrogante y fiero que componga su rostro, cualquiera puede advertir la debilidad del sectario. Primero, la debilidad teórica de sus propios pronunciamientos, según revela su negativa a argumentarlos o a reforzar sus puntos débiles. Y es que no busca la verdad, sino tener razón. Semejante impotencia arraiga en quien trajina con una sola idea porque no puede meditar más de una al mismo tiempo. Pero se advertirá asimismo su enorme debilidad política en ese gesto reacio a compartir con el contrario hasta lo poco que a veces comparten, no sea que les confundan, y propicio a exagerar aquello por lo que discrepan. La simplificación de su pensamiento prueba la propia simplicidad del sectario. Cualquier suceso, proyecto o ideario político ha de reducirse enseguida a un beneficiario neto, una maquinación, un móvil, un mecanismo lineal de funcionamiento. Todo tiene que explicarse fácil, las razones han de saltar a la vista. Verbigracia, si alguien expresara hoy su defensa de la unidad de España, eso será interpretado por muchos sin más dilación como una rendida entrega al Partido Popular. Es decir, como si lo primero que aquél pretendiera fuera la ganancia de ese partido y la unidad del Estado fuera un puro instrumento ocasional, un resultado secundario; o como si esa tesis careciera de más fundamentos legitimadores que la nostalgia franquista; o como si suscribir ese capítulo del programa partidario obligase a comulgar con todos los demás. La concurrencia en este punto de ciudadanos ideológicamente dispares sólo podría responder a alguna manipulación o a traiciones vergonzantes, no a que itinerarios reflexivos diversos les hayan abocado a ese juicio suprapartidista.

Es la huida de la complejidad, o sea, de la realidad. Al sectario le cuesta entender que las cosas, y menos las relativas a la acción humana, nunca son blancas o negras. Que lo bueno suele venir a una con lo malo, y lo malo, con lo bueno. Y que hay que aguantar la tensión de mantener los dos polos al mismo tiempo, por cómodo que nos resulte suprimir uno de los extremos contrarios… para así recrearnos en una ficción complaciente. Pues se puede ser de derechas o de izquierdas sin ser por ello sectario. Infectarse de sectarismo, en cambio, es ya empezar a perder la verdad o la virtud que hasta entonces se guardara. Y un sectario de izquierda es tan peligroso como otro de derecha. "El 'progresista' medio -advierte Todorov citando a Rousset- es un *devorador* predispuesto de todos los tópicos, siempre que lleven pegada la etiqueta de *izquierda".* Y la respuesta a por qué actúa así vale igualmente para la derecha: "Porque la verdad suele ser incómoda y, cuando la opción se impone, la mayoría de nosotros prefiere la comodidad a la verdad".

Por si no se bastara sola la mera condición humana, los usos políticos vigentes conspiran también en favor del sectarismo. Sabemos que la nuestra es una democracia competitiva de partidos o, si se prefiere, una democracia que funciona en parte como un mercado. Sabemos por eso que las pugnas electorales comienzan al día siguiente de las elecciones pasadas y acaban el día anterior a las próximas. De suerte que la lógica misma de la *res publica* de nuestro tiempo imprime a cuanto toca una forma interesada (o partidista) y beligerante (o electoralista). Con todo, ¿estamos seguros de que esas improntas agotan todo otro posible sentido de una propuesta o decisión política, o es que sencillamente nos dispensan de la molestia y el riesgo de buscarlo? El propósito de una medida pública incluirá por fuerza el interés del proponente, pero no por ello excluye el beneficio de la mayoría. En suma, no por ser partidaria aquella medida será sin más insensata e injusta.

Pero para llegar a vislumbrar ese posible carácter equitativo se requiere una mirada más honda, limpia y autocrítica que la del sectario. A éste no le importa tanto debatir el problema como cebarse en las presuntas o reales malicias del partido competidor a cuento del problema; para decirlo en la jerga futbolística: el sectario entra al jugador, no a la pelota. Son tendencias éstas que, por desgracia, cultiva con esmero la pugna política cuando se somete a la lógica triunfante de los media. Una lógica espectacular para la que el griterío o el escándalo prevalecen sobre el análisis y el juicio de valor; un "formato" para el consumo instantáneo en el que un eslogan simplón pero atrevido cuenta más que un discurso reposado. El producto político de este proceso de entretenimiento de masas no es el ciudadano, sino el sectario y, al final, el fanático.

Tampoco el voto permite a nuestros pronunciamientos demasiados matices. La consulta electoral no nos deja explicar que en este asunto particular uno se acerca al planteamiento de tal partido, pero en ese otro asunto se sentiría más a gusto con la propuesta del contrario. Ni nos deja mostrar la reserva de que nos adherimos hasta aquí y en tanto grado, pero no más allá. Como electores, en efecto, se nos pide un ejercicio de abstracción y reducción…, pero de ninguna manera se nos demanda otro tanto como ciudadanos. La ciudadanía no reclama la disciplina de voto ni mucho menos ese voto de pobreza intelectual que demasiados profesan. Al contrario, somos ciudadanos tanto mejores cuanto más razonables sean nuestros criterios políticos y mayor nuestra capacidad para evaluar las necesidades públicas. Claro que resulta más grato limitarse a seguir ovejunamente a los nuestros, jugar a esa infantil dialéctica que nos ordena no regalar ningún argumento al adversario y que al enemigo, ni agua.

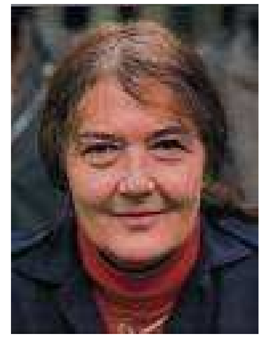
# Dian Fossey

## "Gorilas en la niebla"

**Nació en San Francisco, Estados Unidos, el 16 de enero de 1932; y murió a los 53 años en Ruhengeri, Ruanda, el 26 de diciembre de 1985.**

**Fue una zoóloga de nacionalidad estadounidense reconocida por su labor científica y conservacionista con los gorilas (*Gorilla beringei beringei*) de las montañas Virunga (en Ruanda y el Congo).**

**FUENTE: Wikipedia 16-01-2014**



**DIAN FOSSEY (1932-1985)**

Se graduó en Terapia Ocupacional en el *San Jose State College* en 1954 pasando varios años trabajando en un hospital de Kentucky. Motivada por el trabajo de George Schaller, destacado zoólogo estadounidense que se dedicó al estudio de los gorilas, Fossey viajó a África en 1963. Allí observó y estudió a los gorilas de las montañas en su hábitat natural y conoció al arqueólogo británico Louis Leakey, de quien aprendió la importancia del estudio de los grandes simios para comprender la evolución humana.

En 1966 logró el apoyo de la *National Geographic Society* y la Fundación Wilkie para trabajar en Zaire, pero pronto la complicada situación política de este país la forzaría a trasladarse a Ruanda para continuar sus investigaciones. Su paciencia y su meticulosa observación de los gorilas le permitieron comprender e imitar su comportamiento, ganando paulatinamente la aceptación de varios grupos. Aprendió a reconocer las características únicas de cada individuo, llegando a tener con ellos una relación de confianza y afecto. Karisoke, su lugar de estudio, se convirtió en centro internacional de investigación sobre los gorilas cuando ella fundó el Centro de Investigación de Karisoke en 1967. En 1974 recibió el grado de doctora en Zoología por la Universidad de Cambridge.

En 1983 publica *Gorilas en la niebla*, libro que expone sus observaciones y su relación con los gorilas en todos sus años de estudios de campo.

En sus 22 años de estudio con los gorilas, Fossey enfrentó y combatió la actividad de los cazadores furtivos que estaban llevando la especie de los gorilas de la montaña a la extinción. Esta lucha le creó muchos enemigos, y se sospecha que fue el motivo de su asesinato en 1985.

Su muerte, a machetazos, fue atribuida al jefe de los cazadores furtivos de gorilas contra los que luchó. En un principio se señaló a los furtivos, pero posteriormente fue acusado Wyne McGuire, un joven estudiante que se encontraba bajo la asesoría de Fossey y al que se le acusó de "celos profesionales". McGuire huyó a Estados Unidos poco antes de que un Tribunal ruandés le acusase del crimen y le condenase a morir fusilado en cuanto pisara territorio de Ruanda. Hoy en día, sin embargo, la teoría más extendida es la del asesinato a manos de los furtivos con el apoyo de las autoridades ruandesas.

Su trabajo contribuyó en gran parte a la recuperación de la población de gorilas y a la desmitificación de su comportamiento violento.

Fossey fue encontrada asesinada en el dormitorio de su cabaña en las montañas de Virunga, Ruanda, el 26 de diciembre de 1985. La última entrada en su diario decía:

> *Cuando te das cuenta del valor de la vida, uno se preocupa menos por discutir sobre el pasado, y se concentra más en la conservación para el futuro.*

El Cráneo de Fossey había sido dividido por una panga (machete), una herramienta ampliamente utilizada por los cazadores furtivos, que había confiscado a un cazador furtivo en años anteriores y colgado como decoración en la pared de su sala de estar junto a su dormitorio. Fossey fue encontrada muerta junto a su cama, con su pistola a su lado.

Ella estaba en el acto de cargar su arma, pero escogió el tipo incorrecto de municiones durante la lucha. La cabaña mostró signos de una lucha porque había vidrios rotos en el suelo y las mesas, junto con otros muebles volcados. Todos los objetos de valor de Fossey todavía estaban en la cabaña - miles de dólares en efectivo, cheques de viaje, y equipo fotográfico permanecían intactos. Ella estaba a 2 metros (7 pies) de distancia de un agujero cortado en la pared de la cabaña en el día de su asesinato.

Fossey fue enterrada en Karisoke, en un sitio que ella misma había construido para sus amigos gorilas muertos. Fue enterrada en el cementerio de gorilas cerca de Digit y cerca de muchos gorilas asesinados por los cazadores furtivos. Los servicios conmemorativos se llevaron a cabo también en Nueva York, Washington y California.

El testamento de Fossey establecía que todo su dinero (incluidas las ganancias de la película de *Gorilas en la niebla*) debería ser destinado a la Fundación Digit para financiar las patrullas contra la caza furtiva. Sin embargo su madre, Kitty Price, impugnó el testamento y ganó.

En 1988 la vida y obra de Fossey fue retratada en la película *Gorilas en la niebla* (*Gorillas in the Mist*), dirigida por Michael Apted y protagonizada por Sigourney Weaver.


Imágenes obtenidas de:
Google

# Restos del ADN de neandertal presentes en humanos modernos

**Los restos hallados en los genes de los humanos modernos no son porciones al azar.**

FUENTE: El carabobeño.com - 30 enero 2014

**(Foto El Carabobeño)**

**EFE**

El genoma de los humanos actuales presenta trazos de los neandertales, porque antes de extinguirse hace unos 28.000 años coexistieron y se cruzaron con los primeros hombres modernos, según un artículo publicado este jueves en la revista Science.

Los neandertales (Homo Neanderthalensis) comenzaron a habitar Europa y las regiones occidentales de Asia hace 230.000 años y en un período de aproximadamente cinco mil años ocuparon los mismos territorios europeos que el hombre de Cromañón, según prueban fósiles hallados en las cuevas de Châtelperron, en Francia.

Los científicos saben desde hace tiempo que los neandertales se cruzaron con los antecesores del hombre moderno y dejaron su material genético en el genoma de esos ancestros.

Pero Benjamin Vernot y Joshua M. Akey, del Departamento de Ciencias Genómicas de la Universidad de Washington, estudiaron los segmentos precisos que han persistido con el propósito de determinar si esas trazas proporcionan alguna ventaja de adaptación.

Los investigadores partieron de la hipótesis de que en los humanos modernos no africanos ha permanecido intacto más genoma neandertal.

Los fragmentos del ácido desoxirribonucleico de neandertal hallados en los genes de los humanos modernos no son porciones al azar, sino que han contribuido a su aspecto, incluido el cabello y la piel. Los científicos han podido extraer ADN de restos de neandertales y encontraron que hasta el 20 % de esos genes están presentes en los humanos actuales.

Los investigadores de Washington hicieron el hallazgo mediante el estudio de los genes de más de seiscientas personas vivas. Aproximadamente del uno al tres % del genoma de los no africanos se heredó de los antepasados neandertales, aunque la proporción varía de persona a persona.

Los humanos africanos no han heredado esas características, dado que los neandertal son de origen europeo, pero los cruces sí pueden haber afectado la apariencia de los europeos y los asiáticos del presente.

# Genes de los neandertales ayudaron al hombre moderno a adaptarse al frío

FUENTE: El Carabobeño.com - 30 enero 2014

(Foto Archivo El Carabobeño.com)

## EFE

Los genes que proceden de los neandertales, extinguidos hace 45.000 años, sirvieron al hombre moderno para adaptarse a climas no africanos, según un estudio publicado hoy (29-01-2014) en la revista británica Nature.

Un equipo de científicos liderados por Sriram Sankararaman, del departamento de Genética de la Universidad de Harvard (EEUU), monitorizó el genoma de más de mil humanos modernos, europeos y del este de Asia, y detectó una concentración "mayor de lo normal" de genes neandertales en la familia de genes de la queratina.

Esa proteína constituye la capa externa de la epidermis y es responsable de la resistencia del pelo y la piel, por lo que se cree que la mayor proporción de genes del hombre de neandertal pudo fomentar el nacimiento de vello corporal en los humanos para que se protegieran de bajas temperaturas.

**"Esto sugiere que los genes neandertales posiblemente ayudaron a los humanos modernos a adaptarse a climas no africanos", que son más fríos, explicó Sankararaman a Efe.**

Los genes procedentes del hombre neandertal representan entre el 1,5 y el 2,1 por ciento del ADN de hombres modernos no africanos, pero no se distribuyen de forma regular en el genoma.

En contraposición a esa mayor concentración en los genes de la queratina, existen áreas con un déficit de genes neandertales, como los testículos y el cromosoma X, responsable del sexo (del feto).

Esa carencia se debe a que "los genes neandertales reducen la fertilidad masculina en los humanos modernos, lo que se ve en la reducida cantidad de genes neandertales en el cromosoma X y en los genes específicos de los testículos", señaló Sankararam.

Para completar esta investigación, su equipo planea estudiar el genoma de los denisovanos, parientes lejanos de los neandertales, y ver "cómo su ADN ha impactado en el genoma humano moderno", subrayó.

# Las primeras joyas del Antiguo Egipto se fabricaron con hierro de meteoritos

Fuente: abc.es
Tomado de: Notitarde.com 19/08/2013

*Joyas del Antiguo Egipto (Cortesía / Abc de España)*

Un grupo de investigadores ha demostrado que las partículas de hierro trabajadas por los antiguos egipcios que se encuentran en el Museo Petrie UCL se elaboraron a partir de restos de meteoritos, en lugar de mineral de hierro. Los objetos, por tanto, serían anteriores a la aparición de la fundición del hierro. El estudio se ha publicado en la revista Journal of Archaeological Science.

Convertido en delgadas láminas que luego se enrollaron para formar tubos que colgaron de un collar de hace 5.000 años, éste iba decorado con otros materiales como el oro o piedras preciosas, lo que revela lo apreciado que era el hierro en la antigüedad.

El profesor Thilo Rehren, de la University College London (UCL) de Qatar, autor principal del artículo científico, ha explicado que «su forja se realizó tras varios ciclos de martilleo, y no por las técnicas tradicionales como tallar o la perforación, encontradas en otras piezas de la misma tumbra de donde se extrajo la pieza».

Los resultados del equipo muestran que en el cuarto milenio antes de Cristo, expertos metalúrgicos ya había dominado la forja del hierro meteórico, una aleación de hierro-níquel mucho más dura y frágil que la del cobre.

La experiencia previa que los metalúrgicos tenían fue esencial para el desarrollo de la fundición de hierro y la producción de este material a partir de mineral de hierro, lo que permitió que el hierro reemplazara al cobre y al bronce como los principales metales usados.

No era magnetita.

Excavada la tumba en 1911, en un cementerio pre-dinástico, cerca de la aldea de el-Gerzeh (en el Bajo Egipto), las cuentas ya estaban completamente corroídas cuando fueron descubiertas. Como resultado, el equipo utilizó métodos de rayos X para determinar si en realidad se trataba de hierro meteórico, y no de magnetita, que a menudo se puede confundir por sus propiedades similares.

Mediante la exploración con haz de neutrones y rayos gamma, el equipo fue capaz de revelar la textura única y también la alta concentración de níquel, cobalto, fósforo y germanio (que sólo se encuentran en pequeñas cantidades en derivados del mineral de hierro), que son características de hierro meteórico.

El profesor Rehren ha señalado que «lo realmente emocionante es que, por primera vez, estamos en condiciones de demostrar de manera concluyente que existen elementos traza típicos (como el cobalto y el germanio) presente en estas cuentas, a niveles que sólo se producen en el hierro meteórico».

«También estamos contentos de ser capaces de ver su estructura interna, que revela la forma en que se rodó y golpeó el material. Ésta es muy diferente de la tecnología de la perforación del grano de piedra al que estábamos acostumbrados, y se nota bastante que los herreros sabían cómo trabajar este material», ha concluido Rehren.

# GALERÍA

**VLADIMIR GERSHONOVICH DRINFELD**
(Владимир Гершонович Дринфельд)

**Nació el 4 de febrero de 1954, en Kharkov, en la en ese entonces República Socialista Soviética de Ucrania. Matemático ganador de la Medalla Fields, otorgada por la Unión Matemática Internacional, en 1990.**

## Campo de Investigación:

**Geometría Algebraica, Teoría de Números, Teoría de grupos cuánticos.**

**Vladimir Drinfeld** siendo un adolescente de 15 años ya destacaba como matemático, ganando la medalla de oro con una puntuación perfecta en la Olimpiada Internacional de Matemática en1969, entrando en ese mismo año a estudiar en la Universidad Estatal de Moscú, en la cual se graduó en 1974.

Permaneció en la Universidad de Moscú para llevar a cabo la supervisión de una investigación de Yuri Ivanovich Manin. Drinfeld completó estudios de postgrado en 1977, defendiendo su tesis de "candidato" en 1978 en la Universidad de Moscú. La tesis de "candidato" es el equivalente ruso para la obtención de un Ph.D. británico o estadounidense.

Trabajó desde 1981 en el Instituto de Física B Verkin de Bajas Temperaturas y de Ingeniería de la Academia de Ciencias de Ucrania.

Fue candidato a Doctor desde 1978, defendiendo su tesis en 1988 en el instituto Steklov, de Moscú. Este título ruso es equivalente al de “Habilitado” otorgado por los alemanes.

Por sus extraordinarios descubrimientos en teoría cuántica de grupos, y en la teoría de números, le fue otorgada la Medalla Fields en el Congreso internacional de Kyoto, el 21 de agosto de 1990, junto con Vaughan, Shigefumi y Witten. Drinfeld ha conseguido una interesantísima prueba para la Conjetura de Langlands en GL(2) sobre campos funcionales, introduciendo en general novedosas ideas sobre módulos elípticos.

Son de gran valor sus trabajos, en colaboración con Manin, sobre las ecuaciones de Yang-Mills, uno de los grandes problemas actualmente abiertos, usando métodos de Geometría Algebraica. Es actualmente miembro de la Academia Nacional de Ciencias de Ucrania.

Jaffe Mazur, escribe sobre Drinfeld haciendo referencia a la labor que llevó a la concesión de la Medalla Fields:

> *Los intereses de Drinfeld sólo pueden ser descritos como "amplios". Además de abarcar geometría algebraica y teoría de los números, sus ideas más recientes han tomado una dirección totalmente diferente: él ha estado haciendo un trabajo importante en matemáticas relacionadas con preguntas motivadas por la física, incluida la relativamente nueva teoría cuántica de los grupos.*
>
> *Drinfeld desafía cualquier clasificación fácil... Sus avances tienen la magia que uno esperaría de un revolucionario descubrimiento matemático: tienen consecuencias aparentemente inagotables. Por otra parte, parecen piezas muy particulares de la matemática: "Drinfeld aparentemente es el único que podría haber pensado sobre ellas". Sin embargo, contradictoriamente parecen transparentemente naturales, una vez entendida, "todos deben tener idea de lo que se trata".*

Entre los principales logros de Drinfeld, se tiene la prueba de la conjetura de Langlands GL (2) en un ámbito funcional, y su trabajo sobre grupos de la teoría cuántica. Aunque sólo demostró un caso especial de las conjeturas de Langlands, Drinfeld ha introdujo nuevas e importantes ideas en su solución y un verdadero avance. Él introdujo la idea de un módulo elíptico en su prueba (Módulo Drinfeld) y este concepto está llevando a un nuevo tema dentro de la teoría de los números.

Las interacciones entre las matemáticas y la física matemática estudiados por Atiyah llevó a la introducción de las instantons-soluciones, es decir, de un determinado sistema no lineal de ecuaciones diferenciales parciales, las ecuaciones de auto-dual de Yang-Mills, que fueron originalmente introducidos por los físicos en el contexto de la teoría cuántica de campos. Manin Drinfeld y trabajó en la construcción de instantons utilizando las ideas de la geometría algebraica.

En 1992 Drinfeld fue elegido miembro de la Academia de Ciencias de Ucrania.

Actualmente es profesor en la Universidad de Chicago.

**Fuente:** Escuela de Matemáticas y Estadísticas de la Universidad de Saint Andrews, Escocia.
Imágenes obtenidas de: Google