HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

© Rafael Ascanio H. – 2009. Hecho el Depósito de Ley. Depósito Legal: PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385

E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 5 – AÑO 11 Valencia, 2 de Mayo de 2013

HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO

Índice

LAS IDEAS Y OPINIONES DE LOS AUTORES DE LOS ARTÍCULOS QUE PUBLICAMOS EN HOMOTECIA SON RESPONSABILIDAD DE LOS MISMOS. SI ALGÚN LECTOR TIENE OBJECIONES SOBRE ÉSTAS, AGRADECEMOS NOS HAGA LLEGAR SUS COMENTARIOS A TRAVÉS DE NUESTRAS DIRECCIÓN ELECTRÓNICA, homotecia2002@gmail.com.

Diseño de Portada: R. A. A. H.

Revista HOMOTECIA
© Rafael Ascanio H. – 2009
Hecho el Depósito de Ley.
Depósito Legal: PPi201202405
I. S. S. N.: 2244-7385

e-mail:
homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual
Distribución Gratuita

Publicada por:

CÁTEDRA DE CÁLCULO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

DIRECTOR–EDITOR:
Profesor Rafael Ascanio Hernández

SUB-DIRECTOR:
Profesor Próspero González Méndez

COORDINADORES DE PUBLICACIÓN:
Profesor Rafael Ascanio Hernández
Profesor Próspero González Méndez

COMISIÓN
ARCHIVO Y REGISTRO HISTÓRICO

Profesora María del Carmen Padrón
Profesora Zoraida Villegas
Profesora Ivel Páez

COMISIÓN REVISORA DE MATERIAL A PUBLICAR:

Profesora Elda Rosa Talavera de Vallejo
Profesora Omaira Naveda de Fernández
Profesor José Tadeo Morales

Nº 5 - AÑO 11 Valencia, 2 de Mayo de 2013

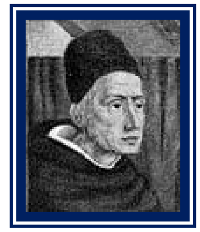
EDITORIAL

RIGOBERTO LANZ (1945-2013)

El pasado martes 16 de abril, inició su tránsito por el camino de las sombras eternas, este reconocido y talentoso sociólogo, pensador, ensayista e investigador venezolano, al no poder superar los problemas de salud que lo aquejaron en los últimos años.

Como escribiera en esa oportunidad el apreciado profesor de nuestra Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, Doctor Próspero González Méndez, quien fuera su discípulo en el Programa Posdoctoral de la Universidad Simón Rodríguez, sede Caracas: *"Sentida pérdida cuando es más necesaria la pluralidad de pensamientos. Su legado es histórico. Paz a su inmensa humanidad"*. Fuerte defensor de la necesaria existencia de la divergencia ideológica, como escribiera el 17/04/2013 tras su fallecimiento, el Doctor Evaristo Méndez, sociólogo, profesor jubilado de la Universidad del Zulia y quien también fuera su alumno: *"…este profesor universitario promovió, como eje de la acción del hombre y del universitario, la discusión, el debate abierto entre las diferencias. … Rigoberto Lanz comprendió y ejerció la esencia de la dialéctica, en cuanto que en el encuentro hay unidad y lucha de contrarios, pero la lucha no para destruirse, sino para superarse,… para generar la mejor síntesis de los opuestos, para crear una mejor circunstancia. Así lo ejerció durante toda su vida: en la relación profesor–alumno, en la relación militante-pueblo. En la relación entre las naciones. Destaco la primera: la relación profesor-alumno. Cuando fue nuestro profesor, nunca se impuso sobre sus alumnos, conducta muy común entre los profesores de la época que se aprovechaban de su formación, así mismo no quería un alumno que fuera un caletre de sus tesis sociológicas o de un paradigma de moda, lo que quería era un alumno que debatiera, que pensara sobre fundamentos epistemológicos y éticos para superar las tesis sociológicas fueran positivistas o marxistas, fueran funcionalistas o estructuralistas. Fueran propuestas por un norteamericano o por un ruso o chino. Pero no solo pedía critica por la crítica misma sino que de ella emergiera como una luz nuevos planteamientos propios del alumno y orientadores para todos los públicos. Él era para nosotros el auténtico maestro, no el simple profesor, era el maestro en todo su sentido"*. En este contexto de la diversidad en el pensar, congenió ideológicamente con las propuestas del hoy difunto presidente Hugo Chávez Frías pero a diferencia de este, al final de su vida terminó considerando que en el país no ha ocurrido ni habrá una revolución; eso sí, hubo cambios irreversibles en la práctica, en la sensibilidad de la gente. En realidad, para él, el llamado Socialismo del siglo XXI se debe identificar como un gobierno progresista-nacionalista que permitió incluir nuevos movimientos a la política como los sin tierra, las mujeres, y otros grupos sociales hasta ese momento excluidos; pero que a la vez, la misma dinámica del proceso, unido a un discurso hostil contra los opositores, obligó a la tradicional clase media a ubicarse en el lado opuesto, al dificultarle y bloquearle el acceso a bienes y servicios; un gobierno que se hizo daño a sí mismo creando sus propias exclusiones: escuelas para pobres, hospitales para pobres, mercados para pobres. Esta forma de pensar de Rigoberto Lanz lo llevó a coincidir en ideas con otros grandes pensadores venezolanos, como Alex Fergusson; o a discrepar en lo sano, como es el caso de Emeterio Gómez. En la Universidad de Carabobo tuvimos la oportunidad de escucharlo cuando a mitad de la primera década del siglo presente, asistió como conferencista al *I Encuentro Postdoctoral El Socialismo del Siglo XXI*, dejando aportes imborrables a los asistentes. Unas de sus ideas más destacadas es su tesis sobre el *Conocimiento Mundializado*. El estableció dos categorías, *conocimiento globalizado* y *conocimiento mundializado*. El *globalizado* lo identificó con los intereses de las naciones centros de poder. Representa el *conocimiento que a éstas les interesa que el resto de las naciones deben saber*. La certificación de estos conocimientos por parte de las instituciones destinadas para ello, conduce a establecer jerarquías tanto entre las naciones como entre las personas. Es decir, es parcializado o hiper-especializado, por lo tanto limitado y constreñido. El *mundializado* tiene que ver más con las *cualidades de los pueblos*, con *lo mejor de su cultura*, con *lo mejor culturalmente intercambiable entre las naciones*, tanto referido al folclore como a la producción intelectual aplicado en lo social. Lanz, según esta categorización, incluye en el *mundializado* al *globalizado*. Su propuesta fue que toda persona debía tomar la decisión en inclinarse por apropiarse como *conocimiento general, significativo y transmisible*, del *mundializado*. En una semblanza final de este destacado venezolano, señalaremos que nació en 1945, egresó como Sociólogo de la Universidad Central de Venezuela, doctor en Sociología (La Sorbona, París, 1985), posdoctorados en la Universidad de Montreal (1990), Colegio de México (1992), Universidad de Lille (1999) y Universidad La Sorbona (2001). Presidió el Centro de Estudios Latinoamericanos Rómulo Gallegos (Celarg), fundador de la revista Relea (Revista Latinoamericana de Estudios Avanzados) y publicó varias obras durante su carrera como: *El discurso postmoderno*, *Crítica de la razón escéptica*, *El malestar de la política*, *La deriva postmoderna del sujeto*, *¿Fin del sujeto?* , *Las palabras no son neutras*, así como varios escritos que quedaron por publicar. También fue uno de los artífices de la fundación de la Universidad Bolivariana de Venezuela. Por siempre lamentaremos su pérdida. También extrañaremos sus artículos.

Los Grandes Matemáticos



ALBERTO DE SAJONIA

Se sabe que no pudo haber nacido antes del año 1316, en Rickensdorf, Helmstedt; y murió el 8 de julio de 1390 en Halberstadt, Sajonia, ambas localidades hoy en día en Alemania.

Alberto de Sajonia fue un matemático alemán que actuó principalmente como transmisor de las matemáticas que hacían otros. Fue Miembro de la llamada *Escuela de París*, rector de las universidades de París (1353) y Viena (1365). Obispo de Halberstadt desde 1366. Seguidor de Juan Buridán y Nicolás de Oresme. Su aportación principal fue en la lógica escolástica. Desarrolló la teoría del *ímpetus* y la doctrina de los pesos. Escribió numerosas obras, muchas de ellas publicadas en los siglos XV y XVI. Otras aun permanecen sin publicar.

Obras:

- ***Sophismata* (París, 1495).**
- ***Quaestiones super artem veterem* (impreso con la *Expositio aurea* de Occam en Bolonia, en 1496).**
- ***Commentarius in Posteriora Aristotelis* (Venecia, 1497).**
- ***Perutilis logica* (Venecia, 1518).**

Versión en español del Artículo de: J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre Alberto de Sajonia.

Tomado de:
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/References/Albert.html

Alberto de Sajonia es conocido bajo diferentes nombres: Alberto de Helmstedt, Alberto de Rickmersdorf y por el apodo Albertucius, que significa "pequeño Alberto", esto para distinguirlo de Alberto Magno. La primera fecha concreta sobre él que se conoce es la correspondiente a la obtención del Magister en Artes de la Universidad de París: marzo de 1351. Esto deja una gama bastante amplia de las posibles fechas de su nacimiento, con la mayoría de los estudiosos argumentando que debe haber nacido entre 1316 y 1320. Es bastante seguro afirmar que Albert se crió en el barrio de Helmstedt y, antes de estudiar en París, visitó una serie de otros lugares. Se cree que visitó Erfurt y quizás Halberstadt y Magdeburgo. Fue profesor en París desde 1351 hasta 1362 llegando a ser rector allí por un tiempo de seis meses a partir de junio de 1353.

El rector de la Universidad de París era quien lideraba la enseñanza, era un cargo por elección de corta duración.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

Reflexiones

"No se escribe para ser escritor ni se lee para ser lector. Se escribe y se lee para comprender el mundo".
Juan José Millás, español, ganador del Premio Planeta 2007.

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

La Universidad en este momento estaba dividida por naciones, en total cuatro: la Nación Francesa era para los estudiantes de la región, entre ellos Francia (excepto el Norte), España e Italia; la Nación Inglesa que cubría Inglaterra, Escocia y Alemania; la Nación Normanda que cubría una pequeña región normanda en el norte de Francia; y la Nación Piccardeana que cubría la región al este de Normandía. A pesar de ser llamada la Nación Inglesa en este momento, la mayoría de los estudiantes de esta nación se fueron a la de Escocia o a la de Alemania (de hecho, su nombre fue cambiado más poco después al de Nación Alemana). Alberto, al haber nacido en la Baja Sajonia, fue a la Nación Inglesa.

De hecho, representó a la Nación Inglesa en varias ocasiones entre 1352 y 1362. En 1358 el dirigió a la Nación Inglesa en negociaciones con la Nación Piccardiana relativa a los límites fronterizos entre ambas naciones.

Durante los diez años entre 1352 y 1362 en los que Alberto se dedicó a enseñar en París, dio conferencias sobre *La Física de Aristóteles* y otras obras sobre filosofía natural. Fue influenciado por su famoso colega Jean Buridan (*¿1300? - † ¿1358?). Buridan enseñaba filosofía natural y lógica en la Universidad de París durante la primera mitad de tiempo que Alberto estuvo allí. Alberto parece haber estudiado teología durante estos años, tomando cursos en La Sorbona, pero nunca obtuvo un título en teología. Abandonó París en noviembre 1362 fue nombrado prebendado de la catedral de Mainz. Esta posición le permitió a Alberto ingresos provenientes de la hacienda de la catedral. Durante su visita a Aviñón en julio de 1363 se reunió con Rodolfo IV, Duque de Austria, y parece haber asumido un cargo diplomático con el duque como embajador. Él estaba con el duque en su visita a Praga en abril y mayo de 1364 y en septiembre del mismo año, regresó a Aviñón como embajador de Austria para tratar de persuadir al Papa Urbano V para acordar la fundación de la Universidad de Viena. Fue sólo un éxito parcial en su misión porque, aunque el Papa Urbano V acordó la fundación de la Universidad, no estuvo de acuerdo con la creación de la Facultad de Teología, ya que esto generaría competencia con la Universidad Charles de Praga, que había sido fundada en 1347. Sin embargo, Alberto se aseguró una bula papal para establecer las facultades de Artes, Derecho y Medicina.

La Universidad de Viena fue fundada por Rudolf IV y sus dos hermanos el 12 de marzo 1365, pero Rudolf murió unos meses más tarde, en julio. Alberto se quedó para organizar la creación de la Universidad, lo que hizo tomando como modelo la Facultad de Bellas Artes de la Universidad de París. Estableció, al igual que en París, cuatro naciones: Austria, Bohemia, Sajonia y Hungría. Se convirtió en el primer rector de la Universidad después de haber ganado algunos privilegios para el personal docente y los estudiantes, tales como exención de impuestos y el prestar servicio militar. La Universidad tenía su propio código de vestir y sus miembros se sujetaban a las leyes de la Universidad, en lugar de las del Estado, las cuales fueron elaboradas por el rector. Alberto no se mantuvo en esta posición por mucho tiempo porque para el 21 de octubre 1366, fue nombrado Obispo de Halberstadt, asumiendo el nombramiento en febrero del año siguiente. En el momento en que salió de Viena, la Facultad de Artes de la Universidad era la única facultad que se había establecido.

Tal vez uno podría pensar que un nombramiento como Obispo de Halberstadt significaría que a partir de entonces su vida se orientaría hacia los asuntos espirituales, pero más bien al contrario, ahora se tornó en dirección hacia la política. En 1367, Alberto se unió a Magnus, Duque de Brunswick-Lüneburg, a Dietrich, Arzobispo de Magdeburgo, a Valdemar, Príncipe de Anhalt, y otros en campaña contra Gerhard de Berg, Obispo de Hildesheim. Fueron derrotados en la batalla de Dinklar, cerca de Hildesheim, el 3 de septiembre 1367. Después de esta aventura militar sin éxito, Alberto trabajó duro para formar alianzas regionales de paz. El Papa Urbano V murió en 1370 y fue sucedido por el Papa Gregorio XI, el último de los papas de Aviñón. El Papa Gregorio XI tomó medidas enérgicas contra las herejías, especialmente en Alemania, y se puso en contacto con los inquisidores alemanes en 1372 pidiendo que se investigara la acusación de determinismo (la creencia de que el hombre no tiene libre albedrío y por lo tanto no es responsable de sus acciones), de lo cual se acusaba a Alberto. No se presentaron cargos contra Alberto, sin embargo, lo permitió que permaneciera como Obispo de Halberstadt hasta su muerte en 1390.

El lector de esta biografía bien podría preguntarse por qué se incluye a Alberto en esta sección de “Los Grandes Matemáticos” si a excepción de haber mencionado previamente que fue profesor de filosofía natural mientras estuvo en París, no se ha comentado su relación con los conocimientos matemáticos. En relación a esto, Alberto no solo fue un buen transmisor de ideas matemáticas, sino que hizo una gran cantidad de aportes propios a los mismos. Él escribió acerca de las ideas de Bradwardine, Ockham, Oresme y otros. En total publicó alrededor de 30 textos, en su mayoría producidos durante sus años de enseñanza en París, muchos de estos consistían en comentarios sobre las obras de Aristóteles. Los autores de [5] escribieron:

... *Alberto fue un pensador independiente que combinó algunas veces las teorías de sus predecesores* (*sobre todo los de Buridan, Oresme, y los maestros ingleses y parisinos*) *u optó por presentarlos problemas de una manera didáctica.*

Sus libros sobre lógica son lo mejor de él, sobre todo cuando se examinan las paradojas lógicas. Sus tres principales obras en esta área son *Questiones logicales*, *Logica Perutilis* y *Sophismta*. La *Logica Perutilis* es un manual de lógica que consiste en seis partes: Proposiciones, Propiedades de los Términos, Tipo de Proposiciones, Consecuencias y Silogismos, Falacias, e Insolubles y Obligaciones. Aunque el trabajo muestra influencias de Ockham y Buridán, hay que destacar que Alberto era un pensador original y en muchos lugares propone ideas que son muy diferentes a la de cualquiera de estos dos eruditos.

Demos un ejemplo de sus contribuciones a las paradojas. Jean Buridan había producido una falacia lógica mediante la producción de un folio en el que las únicas palabras escritas eran "Todas las declaraciones en esta hoja son falsas". Muchos sostuvieron que la paradoja es el resultado de la auto-referencia, pero Alberto demostró que este no era el caso. Él dio el siguiente ejemplo, donde no había auto-referencia: "La siguiente frase es verdadera. La frase anterior es falsa". También afirma que esta se puede extender fácilmente a cualquier número de sentencias. Su trabajo sobre la filosofía natural está principalmente contenido en sus comentarios sobre la “*Física*” de Aristóteles, en su *De Caelo*, en su *De generatione*, en su *De Anima*, en su *Meteora*, en su *Parva Naturalia*, y en *De Sphaera de Sacrobosco*. Alberto también escribió una obra propia, el *Tractatus proportionum*. Su trabajo sobre los proyectiles es, como todo trabajo sobre el tema en aquel tiempo, incorrecto. Alberto creía que un proyectil disparado horizontalmente viajará horizontalmente una cierta distancia, luego seguiría una trayectoria curva por un tiempo y caería verticalmente. Durante la primera de estas tres fases el cuerpo se movería por su propio ímpetu, durante la segunda fase la gravedad comienza a hacer efecto, y en la etapa final solo actúa la gravedad etapa final después que se pierde el efecto del impulso. Esto puede ser completamente falso, pero al menos es una aproximación más cercana a la trayectoria de un proyectil que las propuestas teóricas previas.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Le gustaba hacer experimentos mentales. Por ejemplo, consideraba qué pasaría si un agujero se hiciera a través de la Tierra y se dejara caer por él una piedra. Llegó a la conclusión de que la piedra pasaría el centro de la Tierra, luego se retiraría hacia el centro, continuando con oscilaciones alrededor del centro hasta que éstas disminuyeran por el agotamiento del impulso en la piedra. Mientras observamos su teoría sobre proyectiles, resulta interesante notar que él también afirmó que el aire podría soportar una máquina construida razonablemente de la misma forma que el agua soporta a un barco. Aunque no defendía el que la Tierra se moviera alrededor del sol, intentó al menos demostrar que los argumentos que se esgrimían afirmando que la Tierra permanecía estacionaria eran falsos. Ciertamente, Alberto creía que gran parte de lo que afirmaba, se podía explicar utilizando matemáticas y trató mediante su teoría dinámica explicar fenómenos naturales como los terremotos, las mareas y la geología. Pierre Duhem escribió [9]:

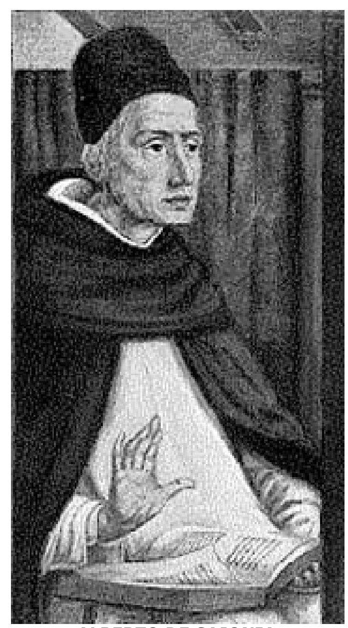
El equilibrio de la tierra y los mares es el tema de una teoría favorita de Alberto. Toda la parte terrestre está en equilibrio cuando su centro de gravedad coincide con el centro del mundo. Por otra parte, la masa terrestre no tiene la misma densidad en todas partes, de modo que su centro de gravedad no coincide con el centro de su figura. Así, la parte más clara de la tierra está más distante del centro de gravedad de la tierra que la parte más pesada. La erosión producida por la acción constante de los ríos atrae las partículas terrestres de los continentes al seno del mar. Esta erosión que, sacando los valles, ha dado forma a las montañas, constantemente desplaza el centro de gravedad de la masa terrestre, y esta masa está en movimiento regresando el centro de gravedad de la tierra al centro de su figura. A través de este movimiento de las partes sumergidas de la tierra constantemente empujando hacia arriba las partes emergidas, que no cesan de ser desplazadas y sustituidas después por las partes sumergidas. A principios del siglo XVI, la teoría de Alberto atrajo fuertemente la atención de Leonardo da Vinci, y fue para confirmar las numerosas observaciones de fósiles a las que se había consagrado. Alberto de Sajonia, por otra parte, atribuyó la precesión de los equinoccios a un movimiento muy lento similar al de la parte terrestre.

El trabajo de Alberto en la física le llevó a una idea muy sofisticada de un límite matemático. Esto ocurre cuando se examinó la cuestión, la cual había preocupado a los estudiosos durante siglos, de la existencia de un peso máximo que Sócrates había tratado. Sostuvo que para cualquier peso inferior a este peso máximo, debía haber un mayor peso cuestión que también Sócrates trató.

Finalmente, notamos que también escribió obras sobre filosofía moral, como los comentarios sobre *Ética a Nicómaco* de Aristóteles y sobre su *Oeconomica.*

La influencia de Alberto sobre los estudiosos posteriores es descrita por Joel Biard [6]:

Las enseñanzas de Alberto de Sajonia sobre lógica y metafísica fueron muy influyentes. Aunque Buridan siguió siendo la figura predominante en lógica, la "Perutilis lógica" de Alberto estaba destinada a servir como texto popular debido a su carácter sistemático y también porque recogía y desarrollaba los aspectos esenciales de la posición Ockhamista. Pero fue su comentario sobre la "Física" de Aristóteles lo que se leía *especialmente. Muchos manuscritos de esta se pueden encontrar en Francia e Italia, en Erfurt y en Praga. Gracias a Alberto de Sajonia, muchas nuevas ideas planteadas en la física y en la cosmología parisina se generalizó más tarde durante la Edad Media en Europa Central.*


ALBERTO DE SAJONIA

Imágenes obtenidas de:

Google

Referencias.-

1. E. A. Moody, Biografía en *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990).http://www.encyclopedia.com/topic/Albert_of_Saxony.aspx # 2
2. Biografía en *la Enciclopedia Británica* . [Disponible en la Web] http://www.britannica.com/EBchecked/topic/12819/Albert-Of-Saxony

Libros:

3. J. Biard, (ed.), *Itinéraires d'Albert de Saxe: Paris-Vienne au siècle XIVe, Actes du Colloque le Organisé 19-22 juin 1.990* (J Vrin, París, 1991).
4. M. Fitzgerald, *Albert de veinticinco cuestiones disputadas de Sajonia en la lógica: una edición crítica de su logicam Quaestiones circa* (EJ Brill, Leiden, 2002).
5. T. F. Glick, Livesey SJ y Wallis F, *la ciencia medieval, la tecnología y la medicina: una enciclopedia* (Routledge, 2005).

Artículos:

6. J. Biard, Alberto de Sajonia, *Stanford Encyclopedia of Philosophy.* http://plato.stanford.edu/entries/albert-saxony/
7. M. Clagett, Arquímedes en la Edad Media (Madison, Wisconsin, 1964), 398-432.
8. S. Drake, De caída libre de Alberto de Sajonia a Honoré Fabri, *Estudios de Historia y Filosofía de la Ciencia* 5 (4) (1975), 347-366.
9. P. Duhem, Alberto de Sajonia, La Enciclopedia Católica 13 (Robert Appleton Company, Nueva York, 1912). http://www.newadvent.org/cathen/13504a.htm
10. J. Sarnowsky, lugar y espacio en Alberto de Sajonia Comentario de la *Física, Ciencias de la filosofía árabe y* nueve (1999), 25-45.
11. J. Sarnowsky, des Albert von Sachsen und die 'Physik' ens móviles ad formam, en J *y H M Thijssen Braakhuis (eds.), La Tradición Comentario sobre De Aristóteles generatione y corruptione*(Brepols, Turnhout, 1999), 163-181.
12. J. M. M. H Thijssen, la escuela de Buridan reevaluados: Juan Buridan y Alberto de Sajonia, *Vivarium* 42 (1) (2004), 18-42.

Aportes al conocimiento

Integrales Curvilíneas:

CÁLCULO DE INTEGRALES CURVILÍNEAS.

Por: Prof. Pedro Briceño B.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE - UC

Cuando se hace referencia a una *integral curvilínea*, es porque se ha procedido a reemplazar el intervalo de integración [*a, b*] por una curva en el espacio *n-dimensional* la cual está definida por una función vectorial (α) y el integrando es un campo vectorial (*f)* definido y acotado en esa curva. La notación a emplear para identificarla puede ser similar a $\int f \cdot d\alpha$, donde el punto que se indica es para sugerir el producto interior de dos vectores. La curva es llamada *camino de integración*.

A la par de ésto, en matemática un **campo vectorial** es una construcción del cálculo vectorial que asocia un vector a cada punto en el espacio euclídeo, de la forma $\varphi: \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$. Los campos vectoriales se utilizan a menudo en la física para, por ejemplo, modelar la velocidad y la dirección de un líquido móvil a través del espacio, o la intensidad y la dirección de una cierta fuerza, tal como la fuerza electromagnética o la gravitatoria, pues cambian punto a punto. En el tratamiento matemático riguroso, los campos vectoriales se definen en variedades diferenciables como secciones del fibrado tangente de la variedad. Este es el tipo de tratamiento necesario para modelizar el espacio-tiempo curvo de la Teoría general de la relatividad por ejemplo.

Una técnica común en la física es integrar un campo vectorial a lo largo de una curva. Dado una partícula en un campo vectorial gravitacional, donde cada vector representa la fuerza que actúa en la partícula en ese punto del espacio, la integral curvilínea es el trabajo hecho sobre la partícula cuando viaja a lo largo de cierta trayectoria.

La integral curvilínea se construye análogamente a la integral de Riemann y existe si la curva es rectificable (tiene longitud finita) y el campo vectorial es continuo.

Será interesante, entonces, trabajar sobre el cálculo de este tipo de integrales teniendo en cuenta las posibilidades de aplicación en otras áreas. A continuación, la resolución de un ejemplo.

Calcule la integral curvilínea: $\int_C y^2 \cdot Sen^3 x \cdot \sqrt{2 - Sen^2 x} \cdot ds$**; donde *"C"* es una porción de la curva determinada por la solución particular de la ecuación** $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$ **correspondiente a las condiciones de borde** $y(0) = 0,\ y'(0) = Ln\, e$ **cuya solución general es** $y - C_1 \cdot Cos x - C_2 \cdot Sen x = 0$ **desde** $P_1(0, \lambda)\ a\ P_2(\lambda, 1)$ **siendo** $"\lambda"$ **los valores característicos de la matriz** $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 0 & \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$**.**

Solución:

Se tiene la integral curvilínea $\int_C y^2 \cdot Sen^3 x \cdot \sqrt{2 - Sen^2 x} \cdot ds$.

C: porción de la curva determinada por la solución particular de la ecuación $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$.

Condiciones de borde:

1ª) $y(0) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

Sustituyendo en la solución general:

$$y - C_1 \cdot Cos\, x - C_2 \cdot Sen\, x = 0$$
$$0 - C_1 \cdot Cos 0 - C_2 \cdot Sen 0 = 0$$
$$-C_1 \cdot 1 - C_2 \cdot 0 = 0$$
$$-C_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{C_1 = 0}$$

Se obtiene C_1.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

2ª) $y'(0) = Ln\,e = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$

Sustituyendo en la solución general:

$$y - C_1 \cdot Cos\,x - C_2 \cdot Sen\,x = 0$$
$$y' + C_1 \cdot Sen\,x - C_2 \cdot Cos\,x = 0$$
$$1 + C_1 \cdot Sen0 - C_2 \cdot Cos0 = 0$$
$$1 + C_1 \cdot 0 - C_2 \cdot 1 = 0$$
$$-C_2 = -1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{C_2 = 1}$$

Se obtiene C_2.

Luego, la solución particular correspondiente a la curva *C* es:

$$y - C_1 \cdot Cos\,x - C_2 \cdot Sen\,x = 0$$
$$y - 0 \cdot Cos\,x - 1 \cdot Sen\,x = 0 \quad \Rightarrow \quad y - Sen\,x = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{y = Sen\,x}$$

3ª) Cálculo de $P_1(0,\lambda)\ y\ P_2(\lambda,1)$.

Se calculan los valores característicos de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 0 & \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$, mediante $D(A - \lambda I) = 0$ u observar que la matriz es Triangular superior por lo que se concluye que $\lambda_1 = 0 \quad \wedge \quad \lambda_2 = \dfrac{\pi}{2}$.

Luego, los puntos son: $P_1(0,0)\ y\ P_2\left(\lambda, \dfrac{\pi}{2}\right)$.

4ª) Calculando la diferencial de la longitud de arco: ds.

$ds = \sqrt{1 + (y')^2}\,dx$, respecto a *x*.

$ds = \sqrt{1 + Cos^2 x}\,dx$.

Sustituyendo:

$$y = Sen\,x$$

$$P_1(0,0) \rightarrow P_2\left(\tfrac{\pi}{2},1\right)$$

$$ds = \sqrt{1 + Cos^2 x}\,dx$$

Y se obtiene como resultado el valor de la integral curvilínea, el cual es: $\int_C y^2 \cdot Sen^3 x \cdot \sqrt{2 - Sen^2 x} \cdot ds = \dfrac{64}{105}$.

La misma representa el valor numérico de la integral bajo las condiciones dadas.

PBB

Historia

La enseñanza de la Matemática

(Parte IV)

Por: **J. J. O'Connor – E. F. Robertson**
(Versión en español)

Fuente:
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Education/darkages.html
Consulta, registro y archivo: Diciembre 1º, 2003

La enseñanza de matemática durante la época del Oscurantismo

Después de la caída del Imperio Romano, Europa decayó en lo que se refiere al conocimiento y educación. Esto mayormente se debió a la poca paz que se vivía en esos tiempos, lo que no permitió salvar libros y textos que podían copiarse. Debido su tipo de geografía Inglaterra fue menos perjudicada en este sentido que el resto de Europa. Algunas de las ideas griegas y romanas sobre Educación parecen estar presentes, por ejemplo, sabemos que Oldham, quien nació nacido posiblemente en el 639, tenía conocimientos de Aritmética, Fracciones, Astronomía y Astrología. También, correspondiente al siglo VI, puede verse el trabajo de Cassidorus, *"De Artibus et Discioplinis Liberalium Literarum"*, que permitió conocer las siete Artes Liberales, y que se utilizaran en educación presentadas mediante el Trivium (Gramática, Retórica y Dialéctica) y en lo que fue el mayor aporte para la ciencia, el Quadrivium (Aritmética, Geometría, Música y Astronomía). Este segundo curso educativo fue introducido en los monasterios pero las cuatro áreas que abarcaba no se enseñaban en todas partes sino que era exclusivo de centros superiores de enseñanza.

En esta época la Iglesia se estableció en Bretaña y el conocimiento impartido en las escuelas estaba sujeto a la influencia de la fe cristiana. Para el siglo IX, la totalidad de los monasterios manejaban escuelas donde los monjes y los frailes se dedicaban a entrenar a los nuevos miembros del sacerdocio. Desde entonces, y extendiéndose a las bibliotecas de los monasterios, este sistema era de mejor nivel que la educación general que recibía el populacho cuya instrucción mayormente se limitó a leer, escribir y a estudiar la Biblia. Los estudios más avanzados, incluyendo aspectos de Matemática, estaban restringidos a las escuelas dependientes de las grandes catedrales, tales como la de York.

El Obispo y director de la escuela de York en el año 732 era Egberto. El plan de estudios que se siguió bajo su dirección incluyó asuntos diversos y avanzados tales como la Retórica, Leyes, Física, Aritmética, Geometría, así como los Cálculos Pascuales, que era el límite matemático que a lo sumo ofrecían las iglesias más pequeñas, además de música y canto. Uno de los alumnos de York fue Alcuino quien luego fue requerido por Carlomagno de Francia para que fuera a ese país a que los ayudara a preparar una escuela con normas similares a la de York.

¡El estado de educación en Francia se había degradado en semejante magnitud que Carlomagno, educado en la corte por lo mejor que el país le podía proporcionar, escribió sus preocupaciones sobre si incluso el mismo clero sabía bastante Latín para poder interpretar la Biblia y las Escrituras correctamente! En respuesta a esta necesidad la Escuela de Palacio se reestructuró, con Alcuino como director, y mucho fue el trabajo que debió hacer para mejorar el nivel de educación disponible. De hecho, uno de los alumnos surgido de la misma, Rabanus Maurus, después preparó su propia escuela con un plan de estudios aun más amplio que el implantado por Alcuino.

Con el retorno de las guerras y las disputas, el nivel de educación volvió a decaer, y permaneció así hasta que Gerberto, quien después se convirtió en el Papa Silvestre II (999 DC), encontró textos matemáticos que incluían trabajos de Boecio. Boecio fue uno de los pocos romanos del siglo V suficientemente interesado en escribir libros sobre Geometría que perduraran luego de su fallecimiento, y otros que detallan el trabajo realizado por los agrimensores romanos. Cuando Gerberto fue nombrado Papa, este descubrimiento hecho por él, permitió un breve resurgimiento del interés por la Matemática dentro de la Iglesia, sobre todo después de que él escribió su propia versión. Después de esto, Boecio se convirtió en una de las fuentes principales de material para el Quadrivium.

La introducción del cálculo por columna en el siglo X también ayudó, principalmente entre las clases mercantiles. Desgraciadamente, en Bretaña la Iglesia asumió la posición de librar al país de las ideas paganas. Esto afectó la amplitud que se había dado a la educación, donde la matemática y las otras áreas del Quadrivium resultaron desfavorecidas.

Versión

Del libro "Historia y Filosofía de las Matemáticas". Autor: Ángel Ruiz Zúñiga.

(Novena Entrega)

ÁNGEL RUIZ ZÚÑIGA, matemático, filósofo y educador nacido en San José, Costa Rica. Campo de investigación: educación matemática, historia y filosofía de las matemáticas, filosofía política y desarrollo social, sociología e historia de las ciencias y la tecnología, problemas de la educación superior, y asuntos de la paz mundial y el progreso humano. Autor de numerosos libros y artículos académicos, expositor y conferencista en más de un centenar de congresos internacionales, y organizador constante de eventos científicos internacionales y nacionales, ha sido, también, consultor y asesor en asuntos científicos, académicos, universitarios y políticos durante muchos años dentro y fuera de Costa Rica.

Continuación.-

Segunda Parte: EL INFLUJO DE OTRAS CIVILIZACIONES.

Capítulo IX: El Influjo Árabe.-

A pesar de un primer momento de conquista, violenta y brutal, los árabes construyeron un imperio relativamente tolerante con las otras creencias religiosas, etnias, y con una valorización positiva de la cultura.

9.1 La cultura árabe.-

Dos dinastías de califas son nuestra primera referencia para entender un poco de esta historia: Omeyas y Abasíes. Los primeros fueron destronados de Bagdad por los segundos en el 750. No obstante, Abderramán restableció el poder de los Omeyas en España, con su centro Córdoba. Se afirma que los Abasíes eran más abiertos y cosmopolitas. En el 762 la capital se trasladó a Bagdad (por el concurso de Almanzor).

Los gobernantes islámicos en Bagdad se convirtieron en importantes puntos de apoyo para el aprendizaje y el conocimiento. Con los califas Harum el-Rashid y su hijo Almamun se construyó una biblioteca, un observatorio y un instituto para la traducción e investigación. Buscaban reconstruir la antigua Alejandría.

Se puede afirmar que Bagdad integró tradiciones diferentes con una mentalidad abierta. Un hecho sin precedentes.

De manera consciente, los islámicos recolectaron y tradujeron múltiples manuscritos griegos, persas, hindúes, babilónicos. Pero, más que eso, estimularon fuertemente la actividad científica. Al-Kindi, con el apoyo de los gobernantes islámicos, fue una figura clave en la constitución de una nueva filosofía islámica; también, se conoce por un importante trabajo en óptica.

Un contemporáneo un poco más joven, al-Battani, fue un importante astrónomo que realizó su trabajo en Bagdad, en el observatorio.

Otros eminentes científicos fueron los matemáticos Thabit ibn Qurra (c. 836 - 901 d.C.), Abu'l Wafa en y Ibn al-Haytham (965 - 1039). Los trabajos de este último tuvieron influencia en Roger Bacon y Johann Kepler. Al-Haytham usó la teoría geométrica de resolución de ecuaciones algebraicas en la óptica.

AL-BATTANI

AVICENA

En la medicina se desarrollaron compendios por al-Razi (c. 1149 - 1209 d.C.) y por Ibn Sina (Avicena). Estos trabajos tuvieron una gran influencia en Europa al final de la Edad Media y en el Renacimiento.

Ibn Sina también escribió sobre matematicas (lo que a veces se desconoce), y en su obra Kitab al-shifa hizo aritmética. Además de distinciones entre números y operaciones aritméticas, incluye reglas novedosas sobre sumas de enteros.

También fue importante un texto de Jabir ibn Hayyan, quien fue el primero que introdujo la alquimia en Europa.

La ciencia y filosofía islámicas emergieron en gran parte como respuesta a la idea de que la naturaleza contiene signos, y que desenterrar tales signos acerca al creyente cada vez más a Dios. Es decir, el conocimiento era un instrumento al servicio del fin religioso. O sea, afirma una posición que, para la época, era tremendamente progresiva. Es decir, se trata de un dispositivo filosófico en busca de una reconciliación de la fe y la razón. Sin lugar a dudas, tareas semejantes se impondría el cristianismo en la Edad Media.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

No obstante, también se dieron, ya desde el siglo X, reacciones religiosas contra la filosofía y la ciencia y este equilibrio de pulsiones culturales.

AVERROES

Se puede mencionar como parte de esta reacción los nombres de al-Razi, alrededor del siglo X, o de Ibn Rushd (Averroes), en el siglo XII. Este tipo de reacciones religiosas racionales estuvo presente en la decadencia del Islam en Occidente; proceso que podemos rastrear desde el siglo XII. Esta decadencia supuso estancamiento y declinación en la ciencia y la filosofía. En la parte oriental del mundo islámico, sin embargo, la vitalidad se extendió hasta el siglo XV.

Recapitulando. Lo primero que debe subrayarse aquí, son los extraordinarios recursos culturales a los que tuvo acceso el mundo musulmán. Por diferentes vías, estableció diversos puentes con los resultados de la civilización griega. Por ejemplo, no solo establecieron contacto con los griegos del Imperio Bizantino, sino que los árabes controlaron las escuelas de Antioquía, Emesa, Damasco, la de los Nestorianos en Edessa y además varios monasterios cristianos de la región. Es decir, los árabes tuvieron acceso a la cultura y a los intelectuales del Imperio Bizantino, Siria, Persia, Egipto y establecieron contactos decisivos con la India.

9.2 Las matemáticas árabes.-

Debe subrayarse que la cultura científica y matemática bajo dominio musulmán fue desarrollada por intelectuales provenientes de diferentes pueblos: persas, judíos, griegos, cristianos, etc., eso sí escrita en árabe.

Sus fuentes en cuanto al conocimiento griego fueron manuscritos propiamente griegos o versiones sirias y hebreas. Obtuvieron las obras fundamentales de Aristóteles, Apolonio, Arquímedes, Diofanto, Herón y las tradujeron al árabe. Por ejemplo, los Elementos de Euclides fueron obtenidos de los bizantinos alrededor del año 800 y la obra astronómica de Ptolomeo, el Almagesto, a la cual ellos dieron precisamente ese nombre, en el año 827. En realidad se mencionan dos fuentes:

"Los árabes adquirieron el conocimiento de la ciencia griega a partir de dos fuentes. La mayor parte de ella la aprendieron de los griegos del Imperio bizantino, pero también la adquirieron, de segunda mano, de los cristianos nestorianos de habla siríaca de Persia oriental. Los cristianos nestorianos, desde su centro de Jundishapur, tradujeron durante los siglos VI y VII un importante número de obras griegas científicas -sobre todo de lógica y de medicina- al siríaco, que había reemplazado al griego como lengua culta del Asia occidental desde el siglo III. Después de la conquista árabe, Jundishapur continuó siendo durante un tiempo el primer centro científico y médico del Islam, donde cristianos, judíos y otros súbditos de los califas trabajaban en la traducción de textos del siríaco al árabe. Damasco y Bagdad se convirtieron también en centros de este tipo de trabajo, y ya en el siglo IX se hacían en Bagdad traducciones directas del griego al árabe. En el siglo X casi todos los textos de la ciencia griega que luego se conocieron en Occidente estaban traducidos al árabe." [Crombie, A.C.: Historia de la ciencia. De San Agustín a Galileo siglos V-XIII, pp. 44-45]

Los árabes introdujeron y mejoraron los símbolos del sistema numérico hindú y la notación posicional. También usaron los irracionales de la misma forma que lo hicieron los hindúes. Esto debe enfatizarse: Omar Khayyam (1048 - 1122) y Nasir-Eddin (1201 - 1274) afirmaron con toda claridad que las razones de magnitudes, conmensurables o inconmensurables, podían ser llamadas números. Resulta interesante, sin embargo, que aunque ellos conocían el uso de los números negativos y sus reglas de operación, introducidas por los hindúes, aún así los rechazaron. Con esto ya tenemos un primer retrato de la cultura islámica. Vamos ahora a entrar en mayor detalle en las matemáticas.

Se mencionan dos tradiciones en la astronomía y las matemáticas en Bagdad. Una con base en las fuentes persas e indias, que subrayaba una aproximación algebraica en las matemáticas, y también presente en las tablas astronómicas, y con una motivación práctica. En esa tradición se coloca al-Khwarizmi. Otra tradición con énfasis en las matemáticas helenísticas, que subrayaba la geometría y los métodos deductivos. Su figura emblemática: Tabit ibn Qurra. Ambas tradiciones se llegarían a fundir, lo que se podrá apreciar en el trabajo de Omar Khayyam y al-Kashi.

Al-Khwarizmi.-

AL-KHWARIZMI, EN UNA ESTAMPILLA.

Vamos a empezar por Abu Jafar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (c. 825). Escribió sobre aritmética, álgebra, astronomía y geografía.

Escribió en el 830 el libro: Hisab Al-jabr w'al-muqabala, que se traduce como Cálculo por restauración y reducción. También: Algorithmi de numero indorum (Cálculo con números indios).

Al traducirse al latín en el siglo XII, el primer libro quedó con el título de Ludus algebrae et almucgrabalaeque. Y aquí se redujo a álgebra. Este libro integra las tradiciones babilónicas, griegas e indias.

Los trabajos algebraicos de al-Khwarizmi se basaron en los resultados de Brahmagupta pero reflejan, también, influencias babilonias y griegas directamente (por ejemplo, de Diofanto).

El segundo libro, Aritmética, sirvió para introducir a los europeos en el sistema numérico posicional de la India. Incluye un tratamiento sistemático de las operaciones de la aritmética. Fue el primer libro traducido del árabe, y hay un detalle interesante: popularizó la palabra "algoritmo", que proviene del apellido del autor, para referirse a procedimientos sistemáticos de cálculo. Y se quedó para la historia. Se afirma que los números indios llegaron a Bagdad en el 773 por medio de una misión diplomática hindú.

El documento más antiguo en Europa con la numeración india se llama Codex Vigilanus y entró por España en el año 976. De hecho, está hoy en un museo de Madrid.

Al-Khwarizmi construyó tablas astronómicas que tuvieron influencia por 500 años, con base en las tradiciones babilónicas, indias y helenísticas.

Su obra Imagen de la Tierra se considera la más importante de la geografía desde la obra de Ptolomeo.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Al-Khwarizmi señaló 6 tipos de ecuaciones:

$$bx = ax^2$$
$$bx = c$$
$$ax^2 = c$$
$$ax^2 + bx = c$$
$$bx + c = ax^2$$
$$ax^2 + c = bx$$

con a, b, c números enteros positivos.

Ofreció en todos los tipos de ecuaciones procedimientos para resolverlas; algunas veces, dio algún fundamento lógico. Por ejemplo, en el caso del tipo 4, ofreció el método que normalmente se llama "completar cuadrados".

A la par de las consideraciones algebraicas, al-Khwarizmi buscó su fundamento teórico en la geometría. Es decir, construía figuras geométricas para mostrar la evidencia del aserto algebraico. Eso sí, usaba ejemplos específicos en su demostración.

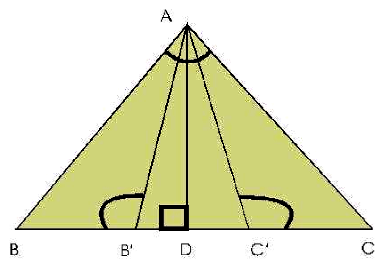
Ibn Qurra.-

Abul Hassan Thabit ibn Qurra Marwan al-Harrani hizo trabajos en trigonometría esférica, una prueba del teorema de Pitágoras, medidas de parábolas y paraboloides, y sobre números "amigos". Se considera el mejor geómetra del mundo islámico.

La generalización del teorema de Pitágoras es un resultado interesante que no se descubrió sino hasta el año 1953 en Turquía.

Los ángulos *AB´B y AC´C y BAC* son iguales por construcción. Entonces:

$$AB^2 + AC^2 = BC \times (BB' + CC')$$



GENERALIZACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS, POR IBN QURRA.

Aunque no aparece una prueba por ibn Qurra en el texto que se preserva, no es difícil demostrar el resultado usando las propiedades de los triángulos semejantes. ¿Cómo?

Aquí hay un asunto polémico. Se especula que John Wallis pudo haber estado al tanto de este resultado árabe cuando, en el año 1685, publicó este mismo teorema como suyo en el libro Treatise on angular Sections.

A diferencia de al-Khwarizmi, volvemos al uso de la geometría en el álgebra; ibn Qurra hizo una demostración general en la que introdujo dos teoremas de Euclides.

Esta integración de álgebra y geometría, unificaba las dos tradiciones del pensamiento matemático, y abrían el camino al álgebra moderna.

Omar Khayyam.-

Existe consenso entre los historiadores de las matemáticas en que la figura en este terreno más importante fue Abdul-Fath Umar ibn Ibrahim al-Kayyami, Omar Khayyam. Dio reglas para resolver ecuaciones cuadráticas y un método para la resolución de ecuaciones cúbicas con raíces reales, en la tradición de al-Kwarizmi. Ofreció algo parecido al triángulo de Pascal para los coeficientes del binomio. También, intentó una demostración del postulado de las paralelas de Euclides.

Ahora bien, una de sus más importantes contribuciones en la geometría fue una extensión de la teoría de las proporciones de Euclides. Trabajó la dimensión algebraica de esta teoría para extender el concepto de número de tal manera que pudiera incluir a los números irracionales positivos.

En lo que se refiere a la resolución de las cúbicas, usó un método geométrico para resolver ecuaciones de tercer grado con raíces positivas. Estudió 19 tipos de ecuaciones cúbicas, algunas de las cuales las pudo reducir a cuadráticas. Las restantes 14 las resolvió por medio de secciones cónicas. Un ejemplo de esto último:

OMAR KHAYYAM

Consideremos:

$x^3 + ax^2 + b^2x + c = 0$, con a, b, c mayores que 0. Procedamos a usar la sustitución $x^2 = 2dy$. La ecuación queda: $2dxy + 2ady + b^2x + c = 0$.

Esta es la ecuación de una hipérbola. Como la ecuación con la que hicimos la sustitución es una parábola, la solución de la cúbica es la intersección de la hipérbola y la parábola.

Debe entenderse, sin embargo, que todo esto se hacía sin el arsenal de simbolismo que posee el álgebra moderna.

La utilización de las secciones cónicas y de la geometría para encontrar soluciones fue el gran aporte de este matemático insigne.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Otros resultados.-

Al-Kashi en la segunda mitad del siglo XIV dio una aproximación para π con 16 decimales correctos por medio de circunscribir en un círculo un polígono con 3×2^{28} lados. Su libro Miftah al-hisab, 1427, se dice que es uno de los mejores compendios de la aritmética y el álgebra árabes hasta su tiempo. En esta La clave del calculista hace un tratamiento completo de los métodos aritméticos, incluso con fracciones decimales.

Las fracciones decimales habían aparecido por primera vez en una obra de Abul Hassan al-Uqlidisi del año 952 o 953: El libro de los capítulos sobre la aritmética india. Este conocía el método para multiplicarlas por enteros. Sin embargo, al-Kashi en el siglo XV dio el tratamiento completo a las operaciones con decimales.

Trigonometría.-

La contribución árabe a la trigonometría nos la reseña Bell de la siguiente forma:

"Los árabes adoptaron y desarrollaron la trigonometría hindú. El primer progreso notable se debió al astrónomo Al-Battani (muerto en el 929), en el siglo IX. Si bien en realidad no fue el primero que aplicó el álgebra en lugar de la sola geometría a la trigonometría, este astrónomo matemático fue el primero que dio un gran paso en esa dirección. Usó además del seno hindú, la tangente y la cotangente. En el siglo X se calcularon tablas de estas dos últimas, y también hicieron su aparición la secante y la cosecante como razones trigonométricas. Por estar el concepto de función todavía unos 600 años en el futuro, nada en su obra se parece mucho a la trigonometría elemental de hoy día". [Bell, E.T.: Historia de las matemáticas, p. 112.].

De hecho, la función seno fue traída de la matemática india se supone que a través de un texto de astronomía india Surya Siddhanta. También $r\,sen\,\alpha$ y $r - r\,sen\,\alpha$ fueron incorporadas de los hindúes. Las funciones, tangente y cotangente, sí son de origen árabe.

Abul Wafa había realizado un estudio sistemático de las 6 funciones trigonométricas, y en particular dio las relaciones:

$$sen(\alpha \pm \beta) = sen\,\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha\, sen\,\beta .$$

El interés en la trigonometría por parte de los árabes se vio potenciado cuando entraron en contacto con las tablas de los hindúes. De hecho, la finalidad básica era mejorar la exactitud de éstas. Un ejemplo notable es el de al-Kashi que calculó el valor de 60 sen 1º con una exactitud de 16 decimales, usando un método iterativo que aparece en su libro Risala al-watar wa'l-jaib (se traduce como Tratado sobre la cuerda y el seno), y que suponía la resolución de ecuaciones de tercer grado.

9.3 Un balance.-

Es importante poner énfasis en la relación privilegiada entre árabes y griegos, por ejemplo, en su resolución de ecuaciones algebraicas cuadráticas. A pesar de la perspectiva más aritmética y algebraica de los hindúes, con la cual estaban familiarizado los árabes, al-Khwarizmi introducía justificaciones geométricas. Está claro: asumieron en cierta forma la influencia griega.

En relación con la geometría, las principales influencias fueron Euclides, Arquímedes y Herón. Fue Nasir-Eddin quien realizó una sistematización de la trigonometría plana y esférica, la cual no sería conocida por los europeos sino hasta el año 1 450.

Algunos historiadores de las matemáticas opinan que para los árabes las matemáticas no poseían el significado que tenía para los griegos, como parte del objetivo global y edificante de hacer inteligible el mundo, sino, más bien, como un mecanismo para ampliar su dominio sobre la naturaleza. También, se suele afirmar que la contribución árabe se redujo a preservar más que ampliar las matemáticas griegas e hindúes y transmitirlas a Europa.

El influjo de los árabes terminaría en una sucesiva colección de hechos que van desde los ataques de los cruzados, la conquista por los mongoles y la destrucción realizada por los tártaros, y, tiempo después, en España, su derrota por los cristianos.

A pesar de la opinión bastante generalizada de algunos expertos, la realidad es, sin embargo, según demuestran más recientes investigaciones, que los árabes en muchos campos extendieron significativamente el conocimiento recibido de los griegos y los hindúes. No fueron solo compiladores mecánicos del acervo de otra civilización, tampoco fueron un simple puente para el desarrollo de las ciencias en Europa.

Durante siglos, una visión eurocentrista ha dominado buena parte de las opiniones sobre el desarrollo cultural y científico de la humanidad, en particular, con una subestimación de las contribuciones de pueblos ajenos a Europa occidental. El caso de los árabes es uno de ellos. Afortunadamente, en los últimos tiempos hay una revalorización que ha permitido visualizar la historia de Occidente de una manera diferente, en particular de las ciencias y las matemáticas.

Algunos de los elementos que en las matemáticas son indiscutiblemente construcciones diferentes de las griegas, son, para empezar, la notación posicional en base 10, el uso de números negativos y de números irracionales, afirmados explícitamente como números, un álgebra con letras y operaciones.

Los resultados hindúes y árabes permitieron construir un fundamento más avanzado para el álgebra que el que se tuvo en la Antigüedad Griega. Por ejemplo, con el uso de símbolos de una manera más sistemática, una profundización en el estudio de las ecuaciones indeterminadas, en las ecuaciones de tercer grado, y, sin duda, un progreso en la trigonometría.

Se debe subrayar, además, que, los árabes, al aceptar el uso de los números irracionales de una manera extensiva hacían posible dar valores numéricos a los segmentos de recta y a todas aquellas figuras geométricas que en la Antigüedad Griega tuvieron que ser limitadas a magnitudes cualitativas.

La práctica de resolver ecuaciones algebraicas por un lado y luego, por el otro, realizar justificaciones geométricas, un "paralelismo" de estas dos disciplinas, se debe interpretar como un valioso fundamento para lo que luego se llamaría la geometría analítica.

Aquí, por último, es necesario hacer un comentario general. Tanto los hindúes como los árabes utilizaron la aritmética y el álgebra sin prestar demasiado cuidado a las demostraciones deductivas como los griegos en la geometría. Los árabes eran conscientes de estas características de la matemática griega y estaban plenamente familiarizados con los requerimientos de la demostración axiomática.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Sin embargo, privilegiaron la aproximación práctica presente en la aritmética, el álgebra, y en la formulación algebraica de las relaciones trigonométricas. Es decir, el énfasis en estas disciplinas, carentes de la demostración axiomática y deductiva de la geometría sintética, revela una visión, ideología y actitud diferentes en estas civilizaciones, más orientadas hacia necesidades prácticas que requieren un tratamiento cuantitativo, y que se proporciona mejor con la aritmética y el álgebra. Aunque los árabes y los hindúes eran conscientes, hasta cierto punto, de esta ausencia de fundamentos lógicos en la aritmética y el álgebra, enfatizaron estas disciplinas a través de la intuición y la heurística, dejando para luego las correcciones y justificaciones lógicas. Esto permitió un gran desarrollo del álgebra y la aritmética, lo que sería un componente esencial para los desarrollos científicos y matemáticos de Europa occidental.

Dos tradiciones se heredaron en las matemáticas occidentales. Por un lado, los objetos y métodos de la geometría clásica griega, con sus virtudes y sus debilidades, y, por el otro lado, esta tradición cultural y científica que retomó las contribuciones egipcias y babilonias, algunos resultados de los matemáticos alejandrinos en la aritmética y el álgebra, y los desarrollos en estos campos de los hindúes y los árabes. Esto dos componentes desarrollarían una dialéctica y encontrarían una magnífica síntesis en las mismas culturas islámicas, pero en el mundo europeo, con precisión, en la geometría analítica y, posteriormente, en el cálculo diferencial e integral.

9.4 Biografías.-

ABU JA'FAR MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI

Abu Al-Khwarizmi nació alrededor del año 780 en Bagdad, Irak. Han sido muchas las interpretaciones que se le han dado a su nombre, al parecer indica que procede de Khwarizm, al sur del Mar Aral en Asia central o de Qutrubbull, un distrito entre el Tigris y Eufrates no lejos de Baghdad.

Al-Khwarizmi junto con otros colegas pertenecientes al Banu Musa, eran parte de los sabios que asistían a la Casa de la Sabiduría en Bagdad. Ellos eran los encargados de la traducción de varios escritos científicos griegos. Además, juntos estudiaron álgebra, geometría y astronomía.

Al- Khwarizmi trabajó bajo la tutela de Al-Mamum y sus tratados de álgebra y astronomía se los dedicó a él. De los dos tratados el que se considera de mayor importancia es el tratado de álgebra por dos razones: fue el primer libro que se escribió acerca del álgebra y en el que por primera vez se resolvían problemas de la vida cotidiana.

En ese mismo libro, expone los números naturales, y da la solución a seis tipos de ecuaciones. Tuvo una gran influencia de los Elementos de Euclides en la realización de sus tratados.

Se le conoce como el padre del álgebra.

Thabit ibn Qurra nació en el año 826 en Harran, Mesopotamia. Heredó una gran fortuna familiar y su familia mantenía una alta posición en su comunidad. Perteneció a la secta religiosa Sabian. Ellos adoraban la estrella Harran. De esta secta sobresalieron muchos astrónomos a lo largo de su existencia.

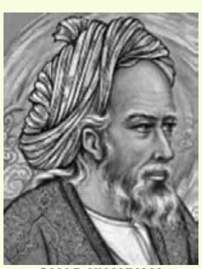
Muhammad ibn Musa ibn Shakir visitó Harran y quedó impresionado por el potencial de Thabit, así que lo persuadió de ir a Bagdad y tomar lecciones de matemáticas con él y su hermano.

Posteriormente, obtuvo el puesto de astrónomo en Bagdad, su jefe era el Califa Al-Mu'tadid, uno de los grandes califas del 'Abbsid.

Tradujo y revisó muchos trabajos griegos al árabe. Escribió ocho tratados acerca de astronomía, uno de los más famosos fue Acerca del Movimiento de la Octava Esfera. También escribió otros estudios en mecánica y filosofía.

Murió el 18 de febrero del año 901 en Bagdad.

AL-SABI THABIT IBN QURRA AL-HARRANI



OMAR KHAYYAM

Omar Khayyam nació el 18 de mayo de 1048 en Nishapur, Persia, Irán. Su nombre completo era Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyami. El significado de su nombre tiene relación con la profesión de su padre, el cual era comerciante.

Durante el siglo XI, tribus turcas invadieron Asia y establecieron un imperio en el que Siria, Palestina y la mayor parte de Irán fueron controladas. Durante 1038 y 1040 conquistaron todo Irán. Se trató de establecer un estado ortodoxo musulmán en momentos en que la inestabilidad militar era notable, Omar tuvo que crecer en este ambiente.

Estudió filosofía en Naishapur y a pesar de que era considerado genio, su situación era difícil sin apoyo político. Fue un excelente matemático y astrónomo y a pesar de las dificultades que tenía, antes de cumplir los veinticinco años, ya había escrito varios trabajos, entre ellos: un libro de aritmética, uno de música y otro de álgebra.

En 1070, se mudó a Samarkand en Uzbekistán, en donde fue respaldado por Abu Tahir, un jurista prominente. En 1073, recibió una invitación de parte de Malik-Shah, el gobernante de la ciudad, para instalar un observatorio en Esfahan, el que mantuvo por dieciocho años.

En 1118, Omar dejó Esfahan y viajó a Merv, en donde escribió muchos de sus trabajos matemáticos. Además de matemático, es famoso por su afición a la poesía, escribió alrededor de ciento veinte versos.

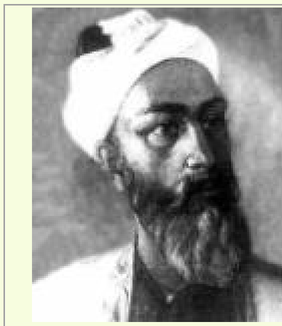
Murió el 4 de diciembre en Nishapur, Persia, Irán.

Ibn Sina nació en al año 980 en Kharmaithen, Asia Central, Uzbekistán. Se le conoce también por su nombre en Latín: Avicenna.

Su vida fue marcada fuertemente por un gran periodo de inestabilidad política, se encontraba en el poder la Dinastía Samanid. Cuando ibn Sina nació, Nuh ibn Mansur era el Sultán en Bukhara. Su padre, era el gobernador en uno de los pueblos que Nuh ibn Mansur controlaba. Fue educado por su padre, a la edad de diez años. Memorizó el Corán y la mayoría de la poesía árabe que había leído. A los trece años inició sus estudios en medicina y tres años después ya atendía pacientes. También estudió lógica y metafísica.

Dos hechos que cambiaron su vida fueron: el derrocamiento de la Dinastía Samanid y la muerte de su padre. Entonces, se trasladó a Irán, en donde se estableció como médico oficial. Se le forzó a esconderse debido a sus antagonismos políticos y estuvo además en prisión. Después de salir de prisión, se trasladó en 1022 a Ispahán, en donde trabajó como consejero científico y médico del príncipe. Fue aquí donde vivió los últimos años de su vida y escribió muchos trabajos sobre filosofía, medicina y acerca del lenguaje árabe. Se le conocen además, trabajos en psicología, geología, matemáticas, astronomía y lógica.

Murió en junio de 1037 en Hamadan, Persia, Irán.



ABU ALI AL-HUSAIN IBN ABDALLAH IBN SINA (AVICENA)

ABU KAMIL SHUJA IBN ASLAM IBN MUHAMMAD IBN SHUJA

Abu Kamil Shuja nació alrededor del año 850 posiblemente en Egipto.

Es conocido como “al-Hasib al-Misri”, que significa calculadora. Es reconocido por su aporte al avance del álgebra. Al parecer fue uno de los sucesores directos de al-Khwarizmi a quien atribuía ser el “inventor del álgebra”.

Sus estudios, fueron la base para los libros de Fibonacci, lo que fue fundamental en la introducción del álgebra a Europa. Además se cree que influyó en la elaboración de dos textos de álgebra de al-Karaji.

Murió alrededor del año 930.

9.5 Síntesis, análisis, investigación.-

1. En un libro de historia general, investigue acerca del nacimiento y desarrollo de la cultura islámica. Haga un resumen de unas tres páginas.
2. ¿Cuáles fueron los puntos de partida culturales que permitieron a los árabes adquirir y expandir el conocimiento y la ciencia?
3. ¿Cuáles dos tradiciones se pueden mencionar en las matemáticas y astronomía de los árabes? Explique.
4. Describa los asuntos de que trataban los libros de álgebra y aritmética escritos por al-Khwarizmi.
5. Demuestre la generalización del teorema de Pitágoras hecha presumiblemente por ibn Qurra.
6. Resuma algunos de los aportes de Omar Khayyam a las matemáticas.
7. Comente las características del álgebra y la aritmética de los árabes con relación o en comparación con la geometría griega clásica.
8. Lea cuidadosamente la cita que sigue.

   "La aproximación árabe a las matemáticas fue ayudada, sin dudas, en los primeros años, por la existencia de una tensión creadora entre los 'algebristas' y los 'geómetras', cuyos personajes más representativos fueron al-Khwarizmi y Thabit ibn Qurra, respectivamente. Cada grupo permaneció abierto a las influencias del otro grupo, como se ve en la aproximación geométrica de al-Khwarizmi a la resolución de las ecuaciones cuadráticas y el descubrimiento de Thabit de una regla para generar números amigos. Conforme se desarrollaron las matemáticas árabes, el trabajo sobre geometría 'pura', como, por ejemplo, los intentos de demostrar o modificar el postulado de las paralelas de Euclides, continuó en paralelo con el desarrollo de ingeniosos métodos numéricos para extraer raíces y resolver ecuaciones de orden superior. Ciertamente, la principal razón de por qué las modernas matemáticas se han separado tan sustancialmente del espíritu y métodos de las matemáticas griegas fue la intervención de los árabes. Quizá, si las lecciones de los árabes hubiesen sido asimiladas antes, y si las obras de las figuras principales de las matemáticas árabes como Omar Khayyam y Thabit ibn Qurra hubiesen sido mejor conocidas de lo que lo fueron, entonces el período de dolorosa transición y de naturaleza monótona de algunas matemáticas medievales podría haberse evitado”. [Joseph, George G.: La cresta del pavo real, p. 463].

   Explique cuál es la valoración que realiza el autor sobre el papel de los árabes en las matemáticas.
9. Estudie el siguiente texto con cuidado. ¿Qué comparación señala el autor entre las matemáticas griegas y las árabes? ¿Qué quiere decir que hubiera 2 geometrías diferentes?

   "No se puede negar que la aproximación griega a las matemáticas produjo algunos resultados notables, pero ello estorbó el desarrollo ulterior del tema. Los puntos fuertes de la aproximación griega se han discutido ampliamente; cualquier libro estándar sobre la historia de las matemáticas trata el asunto, de modo que tiene poco sentido volver de nuevo sobre ello. Pero el efecto limitante del modo griego de pensamiento es otra cuestión. La preocupación griega por la geometría, hasta la infiltración de las influencias babilónicas y egipcias en el periodo helenístico posterior, fue una grave constricción. Grandes mentes como Pitágoras, Euclides y Apolonio gastaron gran parte de su tiempo creando lo que fueron, esencialmente construcciones abstractas e ideales; cómo llegaran a una conclusión era, en algunos aspectos, más importante que cualquier significación práctica. Existieron en la práctica dos geometrías diferentes coexistiendo a la vez: la geometría `pura' de los griegos, cuya validez se determinaba totalmente por su consistencia y coherencia internas, y la geometría aplicada de otras tradiciones matemáticas, cuya validez se juzgaba exclusivamente por su capacidad para describir la realidad física. (Es interesante especular lo que un Euclides, que había asimilado la aritmética y el álgebra de los babilonios y sintonizaba con su aproximación analítico-algebraica a la geometría, podría haber creado con su particular manera de razonamiento deductivo.) El Cónicas de Apolonio parecía un producto de una geometría abstracta griega que no necesitaba más refinamiento. Sólo con la aparición de los árabes se rescataron las obras de la época y se les dio una nueva orientación. Sin embargo, los pioneros de las modernas matemáticas en el período posrenacentista se vieron obligados a experimentar a veces un distanciamiento doloroso de la aproximación geométrica griega que sus predecesores habían aceptado demasiado fácilmente, careciendo como carecía del fermento del espíritu árabe". [Joseph, George G.: La cresta del pavo real, pgs. 464-465].

   ¿A qué se refiere con "distanciamiento doloroso"? Comente brevemente la opinión del autor.

Continuará en el próximo número…

Guía para la escritura de un ensayo

Autora: **Yolanda Gamboa**
Assistant Profesor of Spanish Florida Atlantic University
Tomado de: Monografía.com. Newsletter #539. Enviado por: **Wilson Gregorio Sucari Turpo.**
Consulta: 16 agosto 2011.

El texto que incluyo a continuación, principalmente para el uso de mis estudiantes, es una versión revisada y ampliada de mi anterior *Gamboa, Yolanda. "El ensayo." Estrategias de comunicación y escritura. Only Study Guide for SPN-211-R. Ed. Yolanda Gamboa et al. Pretoria, South Africa: UNISA P., 1997. 82-88.*

Si bien algunas ideas son originales, la mayoría no lo son sino que proceden de *Nance, K., and I. Rivera Aprendizaje: técnicas de composición. Lexington, MA: DC Heath y Valdés, Guadalupe. et al. Composición: Proceso y síntesis. New York: Random House, 1989*. Mi propósito es ofrecer una síntesis de esas útiles obras, cuya lectura recomiendo, así como de la normativa del MLA, con finalidad educativa. Ojalá sea también de ayuda al público que está fuera de mis aulas.

1. QUÉ ES UN ENSAYO.

Redactar consiste en poner por escrito un pensamiento, una opinión, etc., aunque no todo tipo de escrito (o también llamado redacción) es el apropiado dentro del mundo académico. Al escrito académico lo llamamos ensayo.

El ensayo es un tipo de prosa que brevemente analiza, interpreta o evalúa un tema. Se considera un género literario, al igual que la poesía, la ficción y el drama. El ensayo con el que se suelen encontrar los estudiantes es el ensayo que constituye una pregunta de tarea o examen y que se diferencia de otros tipos de redacción en que:

Utiliza un tono formal. Por ello deben evitarse el humor, el sarcasmo, el vocabulario coloquial y las observaciones tangenciales o irrelevantes. Hay que tener presente que existe más diferencia entre el lenguaje hablado (informal) y escrito (formal) en español que en inglés, por lo que a un angloparlante a menudo el estilo español le parecerá impersonal e incluso pretencioso.

Se escribe para un lector que, aunque inteligente, no necesariamente conoce a fondo la materia.

De hecho, el propósito fundamental del ensayo de examen o tarea es demostrar los propios conocimientos sobre el curso de la manera más completa posible. Es importante responder exactamente a la pregunta.

Hay que tener en cuenta que un ensayo suele juzgarse de acuerdo con tres criterios:

1. Un contenido relevante y bien documentado.

2. Un argumento apropiado y bien organizado.

3. El uso correcto e idiomático del lenguaje.

2. ANTES DE EMPEZAR A ESCRIBIR.

No piense que los escritores profesionales escriben cualquier texto de una sola vez. Antes de llegar al texto definitivo deben escribir varios borradores [drafts]. Le ocurrirá lo mismo y no debe desanimarse por ello pues es parte del proceso.

Le recomiendo que, en los inicios del proceso, no se preocupe por lograr un vocabulario idóneo ni pierda el tiempo con el diccionario. Eso corresponde a una etapa posterior. Cuando no logre encontrar la palabra adecuada, escriba la que más se le aproxime y subráyela, o no se moleste por utilizar una palabra en español y déjela en su propio idioma.

Los pasos en la elaboración de un ensayo son:

1. Hacer una lista de ideas. Una vez hecha, intente buscarle un orden lógico y ordenarla por categorías.

2. Hacer un esbozo [outline]. Ello le permitirá presentar todas las ideas así como los argumentos centrales de un modo visual.

3. Escribir el primer borrador [draft], y luego todos los que sean necesarios.

3. LA ORGANIZACIÓN DEL ENSAYO.

Un ensayo consta de 3 partes fundamentales: introducción, nudo o cuerpo, y conclusión. A continuación veremos cada una de esas partes en detalle.

3.1. Introducción.

La introducción le indica al lector: el propósito del escritor, el acercamiento al tema y la organización que seguirá el ensayo. Vamos a ver cómo se logra algo tan aparentemente complejo.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

El primer paso de la introducción consiste en generar ideas pero ¡cuidado!: se trata de generar ideas sobre una pregunta concreta y no sobre un tema muy amplio. Por lo tanto, habrá que **limitar el tema y enfocarlo**, es decir, organizarlo de acuerdo con una cierta perspectiva y mediante una serie de preguntas que el escritor se hace a sí mismo.

Al enfocar el tema es posible elaborar la tesis: una frase que consiste en la respuesta a una pregunta de enfoque. Ahora bien, para llamar la atención del lector esa tesis puede hacer uso de las siguientes estrategias:

Sorpresa: cuando manifiesta el hecho más notable o imprevisto del ensayo. Confirmación: cuando se basa en la información que el lector ya conoce a fin de que le sea más fácil aceptar el resto de la argumentación.

Contradicción: cuando empieza con una idea común y aceptada por una mayoría, para seguidamente demostrar que es errónea y corregirla. Suspenso: cuando se presentan los datos poco a poco dejando abierta la pregunta clave, tal vez planteándosela al lector.

La introducción, que no se extenderá más de un párrafo (a lo sumo dos), contendrá las siguientes partes:

Primero, una breve introducción general al tema. Seguidamente la tesis, la cual indicará la interpretación de las implicaciones de la pregunta así como el orden que seguirá el ensayo.

A continuación, veremos una serie de tesis correspondientes a preguntas concretas. Pregunta 1. Describa al personaje principal del Poema de Mío Cid.

Tesis 1. El Cid, personaje principal del Poema, se distingue por su fortaleza física, propia de guerrero, y su fortaleza interna que lo vuelve símbolo del padre y del esposo cristiano.

Esta tesis indica lo que el escritor considera fundamental en la personalidad del Cid, y a la vez indica la organización del ensayo que consistirá en un párrafo destinado a la fortaleza física, otro destinado a la fortaleza interna, y una conclusión. Por cierto, utiliza la estrategia de sorpresa al aunar fortaleza física e interna.

Pregunta 2. Compare los personajes de Don Quijote y Sancho Panza.

Tesis 2. En general, los personajes de DQ y SP parecen totalmente opuestos: DQ representa al ser idealista y SP al realista. Sin embargo hay momentos en la novela en que los papeles parecen invertirse.

Esta tesis indica que un párrafo se dedicará a desarrollar el idealismo de DQ por medio de ejemplos sacados de la obra, el otro a desarrollar el realismo de SP, el otro a comparar los puntos de contacto entre ambos y, por último, se encontrará la conclusión. Este es un ejemplo de ensayo de comparación y contraste en el que dos párrafos están dedicados al contraste y uno a la comparación. Utiliza la estrategia de contradicción.

¡OJO!: Hay que tener en cuenta que la introducción, en la mayoría de los casos, se escribe una vez la organización del ensayo está clara, es decir, después de varios borradores. Ahora bien, el pensar en la tesis rápidamente facilita mucho el proceso.

En los ensayos de tarea/examen el título es la pregunta misma. Sin embargo, cuando escriba un ensayo con otros propósitos debe tener presente la gran importancia del título, el cual es una guía o señal retórica para el lector. El título por sí solo puede despertar el interés o apatía del lector y es también importante porque transmite, desde el principio, la impresión que quiere comunicar el escritor.

3.2. Nudo o cuerpo.

En el nudo/cuerpo tiene lugar el desarrollo de los aspectos que se indicaron en la introducción. Por lo general, cada aspecto mencionado en la tesis ocupará un párrafo del ensayo. Ahora bien, la organización del nudo/cuerpo variará algo según se escoja una u otra estrategia de argumentación.

Es una sección muy importante del ensayo pues demuestra la capacidad de organización y argumentación del escritor. Así pues, son cruciales en esta sección, el uso adecuado de transiciones y el buen manejo de la lógica.

Existen diferentes **estrategias de organización** del nudo/cuerpo, con frecuencia, se utilizan varias de ellas en el mismo ensayo. El ensayo académico no suele hacer uso de la **descripción** ni de la **narración** sino de la **exposición**, es decir, incluye una declaración general (tesis) y la evidencia específica para apoyarla. Ahora bien, dependiendo del propósito, el escritor utilizará una u otra estrategia de argumentación:

El análisis. Consiste en la descripción de partes o componentes de una entidad. Es una técnica propia del estudio de la literatura. Así pues, el análisis de una novela incluiría los personajes, el argumento, el punto de vista y demás elementos que componen la novela.

Comparación y contraste. Sirve para señalar semejanzas y diferencias entre dos o más conjuntos o entidades.

Definición. Aclaración de un término o concepto que el lector puede desconocer. Los diferentes modos de definir incluyen: la situación de un concepto dentro de una clase, la ilustración por medio de ejemplos, el uso de sinónimos y la etimología.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Clasificación. Se parece mucho al análisis pero en vez de preguntarse por las partes de que se compone la totalidad se pregunta por las diferentes clases de la entidad. Por ejemplo, la novela picaresca se podría estudiar como una clase dentro de la novela en general en tanto que es un subgrupo o género.

La causa y el efecto. Examina un objeto o fenómeno y busca sus orígenes y consecuencias.

¡OJO!: Otro modo de convencer al lector no por la evidencia sino por la emotividad corresponde a las llamadas estrategias de persuasión. Se recurre al lenguaje figurado (imágenes, metáforas y otras figuras retóricas) con el fin de llegar al lector. Si bien se utilizan tanto en publicidad como en la escritura creativa, no son materia de este curso y no deben utilizarse en los ensayos académicos.

3.3. La conclusión.

La conclusión es el último párrafo del ensayo y debe recoger (o recapitular) las ideas que se presentaron en la tesis, en la introducción.

En la conclusión se invierte la fórmula de la introducción: se empieza con un breve resumen del ensayo y se termina con una frase bien pensada que llame la atención del lector sobre el punto clave del artículo. Esta última frase debe reflejar bien el enfoque del ensayo y a menudo servir para situar la idea central dentro de un contexto más amplio.

4. DESPUÉS DE ESCRIBIR.

Una vez terminado el ensayo debe revisarlo. Tenga en cuenta que esta revisión consiste en dos pasos fundamentales:

En la primera revisión debe observar el contenido y la organización del ensayo, ver si comunica su propósito al lector y si hay cohesión entre las partes.

En la segunda revisión debe fijarse en los aspectos gramaticales. Entre ellos, prestará atención a los signos de puntuación, la acentuación, la concordancia entre género y número, la ortografía de las palabras que dude (éste es el momento de usar el diccionario), y los aspectos de gramática, especialmente los que se hayan dado en clase hasta el momento de esa tarea y aquellos con los que suela tener dificultad.

Le recomiendo que anote los problemas gramaticales que tuvo en este ensayo y que los compare con los del ensayo anterior. Quizás sería de utilidad hacerse una lista de sus errores comunes para revisarlos antes de entregar la siguiente tarea. Le ayudará a mejorar en tareas siguientes.

5. MANTENGA Y MEJORE SUS ENSAYOS.

El estilo evoluciona con el tiempo y la práctica. He aquí unas sugerencias para mejorar sus escritos e ir adquiriendo un estilo propio. Ahora que ya ha dedicado tantas horas a mantener su presente nivel vale la pena mantenerlo, ¿no cree?

Lea mucho, de estilos diversos, y fíjese en lo que le gusta y no le gusta del estilo de los demás.

Experimente con la escritura ensayando diversos estilos. Le ayudará a encontrar el propio.

Lea con cierta regularidad un periódico en la red. Fíjese en el vocabulario y en las construcciones desconocidas.

Mantenga un diccionario personal para ir anotando nuevas expresiones, o palabras con las que tiende a tener dificultad, a medida que las encuentre. Escriba mucho. Escriba frecuentemente para sí mismo: anote momentos clave de su vida en un diario o escriba sobre asuntos importantes aunque no vaya a compartirlos con nadie.

Mantenga correspondencia en español con algún amigo, o participe en un chat-room en español.

6. LA LÓGICA.

La lógica es crucial en un ensayo y lograrla es algo más sencillo de lo que parece: depende principalmente de la organización de las ideas y de la presentación. Para lograr convencer al lector hay que proceder de modo organizado desde las explicaciones formales hasta la evidencia concreta, es decir, de los hechos a las conclusiones. Para lograr esto el escritor puede utilizar dos tipos de razonamiento: la lógica inductiva o la lógica deductiva.

De acuerdo con la **lógica inductiva** el escritor comienza el ensayo mostrando ejemplos concretos para luego deducir de ellos las afirmaciones generales. Para tener éxito, no sólo debe elegir bien sus ejemplos sino que también debe de presentar una explicación clara al final del ensayo. La ventaja de este método es que el lector participa activamente en el proceso de razonamiento y por ello es más fácil convencerle.

De acuerdo con la lógica deductiva el escritor comienza el ensayo mostrando afirmaciones generales, las cuales documenta progresivamente por medio de ejemplos concretos. Para tener éxito, el escritor debe explicar la tesis con gran claridad y, a continuación, debe utilizar transiciones para que los lectores sigan la lógica/argumentación desarrollada en la tesis. La ventaja de este método es que si el generalmente aceptará las conclusiones.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

¿Cuándo debemos utilizar uno u otro método?

Eso depende del tema que deseemos tratar. En el caso de un asunto que le es familiar al lector, la lógica inductiva, con la participación activa del lector, suele resultar más interesante. Ahora bien, si los lectores perciben el asunto como desconocido, complicado, o más allá de su propia experiencia, reaccionarán más positivamente al método deductivo. El escritor puede así presentar las opiniones de los expertos al principio, lo cual les sirve a los lectores como guía o consejo en una materia desconocida.

¡OJO!: Los problemas lógicos que hay que evitar son las generalizaciones (comentarios sin fundamento), los argumentos circulares (explican el tema con las mismas palabras de la introducción sin aclaraciones), los saltos de lógica (información irrelevante que no tiene conexión alguna con las premisas propuestas).

7. LAS TRANSICIONES

Las transiciones suelen ser expresiones, palabras o frases que conectan las ideas y los argumentos del escritor y son de fundamental importancia tanto para lograr mantener la lógica del ensayo (pues dan fluidez a lo que el escritor quiere comunicar y hacen más clara la organización del ensayo), como para orientar al lector.

Las transiciones facilitan el paso de una idea a otra pues señalan los elementos clave y las conexiones entre las ideas. Todas estas expresiones pueden considerarse como en un segundo nivel de comunicación que complementa el argumento.

El uso correcto de las transiciones demuestra el dominio del idioma del estudiante avanzado. Por ello, es conveniente empezar a familiarizarse con ellas lo antes posible. La lista que sigue a continuación presenta una clasificación temática de algunas de las transiciones que puede utilizar. Naturalmente hay muchas otras y le aconsejo que mantenga una lista de ellas para poderlas utilizar en los ensayos.

Causa: ya que, dada/dado que, visto que, debido a, a causa de. **Certeza:** por supuesto, sin duda, obviamente, claro que. **Contradicción:** al contrario, sino, sino que. **Condición:** en caso de que, con tal (de) que, a menos que, a condición de que. **Efecto:** como consecuencia, entonces, por eso, como resultado. **Hecho imprevisto:** sin embargo, a pesar de, aun así, aunque. **Incertidumbre:** a lo mejor, quizá, al parecer. **Introducción del tema:** con respecto a, con motivo de, tocante a. **Medios [means]:** de esta manera, de tal modo, finalmente. **Repetición:** es decir que, o sea que, en otras palabras.

8. EL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

El trabajo de investigación (o informe) es un escrito de una cierta extensión (5 páginas o más). El proceso de escribirlo es similar al proceso de escribir un ensayo, solo que las distintas etapas duran más tiempo.

El trabajo de investigación requiere más trabajo que el ensayo puesto que la información necesaria no puede extraerse ni de la experiencia personal ni de los libros de texto del curso sino que debe ser fruto de la investigación.

Puede ser **informativo**, en cuyo caso se limita a informar, a presentar los resultados de la investigación (datos y juicios de expertos); o **crítico**, en cuyo caso presenta los datos junto con la interpretación de los mismos por parte del investigador, toma una determinada postura en vista de los diferentes juicios de los expertos, e intenta convencer.

¡OJO!: En mi opinión, el ensayo informativo es aceptable para las clases de civilización y cultura pero no para las clases de literatura ya que uno de los propósitos de las clases de literatura es el educar tanto la lectura como la escritura crítica.

9. CÓMO INVESTIGAR

Lo crean o no, hoy por hoy es todavía imprescindible acudir a la biblioteca. Por el momento, si bien algunos artículos en la red son serios y fidedignos hay mucho material que o no lo es, o que simplemente no es mejor que la Enciclopedia que pueden consultar en la biblioteca. Deben tener presente que un trabajo de investigación debe ir más allá de la información encontrada en una enciclopedia.

Les aconsejo que vayan aprendiendo a filtrar el material con el que se encuentren en la red. Asegúrense de que se menciona el nombre del autor, de la revista o libro. Todo texto procede de un determinado acercamiento crítico, ideología o propósito. Conocer esa procedencia nos ayuda a juzgar la utilidad del texto.

Una fuente importante de material en la red son las revistas, como Modern Language Notes, a las que hoy día puede accederse gracias al "Project Muse" al que se han asociado muchas bibliotecas universitarias. También debo añadir que algunos sitios en la red contienen obras completas para leer como libros electrónicos.

A la hora de investigar deben ir escogiendo títulos, yendo de lo general a lo particular. Para describirlo visualmente, es como un embudo. Tendrán muchos títulos al principio que luego acabarán no utilizando en su trabajo. Esa es la diferencia entre **Bibliografía** (obras consultadas) y **Obras citadas** (las obras a las que en definitiva, acabamos haciendo referencia en el ensayo).

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

¡OJO!: Soy consciente de que nos encontramos ante las puertas de una revolución epistemológica, comparable a la que representó en su idea el inicio de la imprenta. La red irá cambiando no sólo el modo en que investigamos sino el modo en que nos acercamos a la realidad. Por consiguiente, esta página que he escrito es necesariamente una página en proceso, que iré modificando a medida que tenga acceso a nueva información. Les estaré muy agradecida si pueden hacerme ir llegando sus descubrimientos, que intentaré ir incorporando.

10. CÓMO CITAR: EL FORMATO MLA

En el mundo de las humanidades en los Estados Unidos se utilizan varios formatos a la hora de escribir bibliografías y citar. En los estudios literarios, y especialmente de lenguas extranjeras, el más comúnmente utilizado es el método MLA. Existe un libro de referencia que deberán consultar a menudo: Gibaldi, Joseph. MLA Handbook for Writers of Research Papers. 5th. ed. 1977. New York: The Modern Language Association of America, 1999. Esta obra de referencia está repleta de indicaciones respecto al formato. En esta sección, sólo me ocuparé de resaltar algunos de los aspectos más significativos.

En primer lugar, notar que es importante entender el problema del plagio para saber cuál es el modo correcto de citar. Veremos cómo es el proceso que va de la lectura del texto de investigación a su reelaboración, por medio de una cita, en el ensayo.

Al ir haciendo investigación, es recomendable que anoten en una página (o tarjeta) los datos del texto leído. Añadan también un resumen y las citas textuales más importantes para luego poder referirse a él.

Es obvio que el copiar las palabras de otro es plagio. Nos referimos al texto de otro así: "La literatura llega a su madurez en España con Cervantes y Lope de Vega, a la vez que en Inglaterra lo hace con Shakespeare" (Cantarino 197).

Sin embargo, tomar las ideas de otro sin darles el crédito debido también es plagio, aunque después esa obra figure en la bibliografía. ¿Cómo es posible salir de este problema? Tras leer las obras de otros, escribir el ensayo consiste en resumir/sintetizar algunas de las ideas leídas pero expresándolas **con sus propias palabras** y dando crédito. Por ejemplo: Vicente Cantarino resalta la importancia del Concilio de Trento, que asegura la postura religiosa de España, como momento en que el país se cierra a ideas extranjeras y se dedica a cultivar la tradición propia (197).

Finalmente, debemos saber cómo anotar la bibliografía correctamente. El formato básico es el siguiente, pero habrá variaciones [(1)]:

- (para libros) Apellido, Nombre. Título subrayado. Lugar de publicación: editorial, año.

  Ejemplo:

  Cantarino, Vicente. <u>Civilización y cultura de España</u>. Cuarta edición. Upple Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999.

- (para artículos) Apellido, Nombre. "Artículo." Nombre de la revista número (año): página – página.

  Ejemplo:

  Shipley, George A. "A Case of Functional Obscurity: The Master Tambourine- Painter of Lazarillo, Tratado VI". Modern Language Notes 97 (1982): 225-233.

---

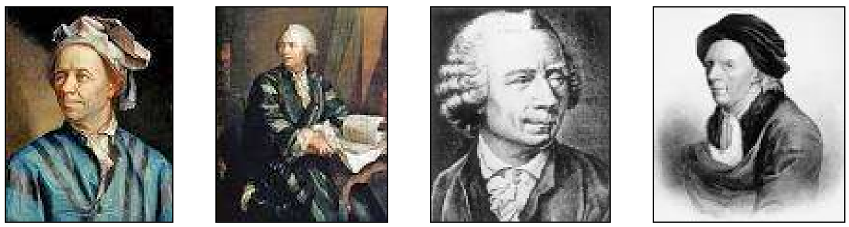
(1) **Nota del Editor:** Normalmente en la Universidad de Carabobo, se utilizan las Normas APA para presentar la bibliografía utilizada en un estudio o investigación; muy diferentes a las que presenta aquí la autora. También hay que aclarar que en cada país y en cada institución, existe libertad para escoger cuáles normas utilizar para este caso.

15 de Abril de 2013:

Leonhard Euler

306 ANIVERSARIO DE SU NACIMIENTO

Matemático y físico suizo.
Principal matemático del siglo XVIII, y uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos.



(1707-1783)

Apasionado de los números y maestro de todos los matemáticos.
El lunes 15 de abril de 2013 se cumplieron 306 años de su nacimiento.
Es el padre del número "e". Fue el primero en aplicar el concepto de función matemática.

FICHA BIOGRÁFICA:

Nombre completo: Leonhard Paul Euler (se lee oile'h).
Fecha de nacimiento: 15 de abril de 1707, en Basilea, Suiza.
Fecha de su muerte: 18 de septiembre de 1783, en San Petersburgo, Rusia.
Educación superior: Universidad de Basilea (1720–1723).
Cónyuges: Katharina Gsell (m. 1734–1773); Salomé Abigail Gsell (m. 1776–1783).
Hijos: Johann Euler, Christof Euler.
Padres: Paul Euler, Marguerite Brucker.

Fuente: Wikipedia. Consulta: Abril 15, 2013. Imágenes tomadas de Google.

Leonhard Euler es, por sus grandes aportaciones en el campo de la aritmética, la geometría, la física y la astronomía, uno de los matemáticos más importantes y prolíficos del siglo XVIII e, incluso, de todos los tiempos. Leonhard Euler, ejemplo extraordinario de razonamiento universal, capaz de tender puentes entre diferentes ciencias, fue además el responsable de la moderna tendencia a representar las cuestiones matemáticas y físicas en términos aritméticos.

El Siglo de las Luces catapultó hasta los libros de Historia a Leonhard Euler, un sobresaliente estudioso nacido en Basilea (Suiza) en 1707. Desde muy pequeño y gracias a que su padre era amigo de la familia Bernoulli, el interés por las matemáticas despertó pronto en Leonhard Euler y, a pesar de tener un pie ya dentro de la Universidad de Basilea, donde se había matriculado para titularse en Filosofía, Johan Bernoulli convenció a su padre de que Leonhard Euler podría llegar a convertirse en un gran matemático. Y no se equivocó.

Finalizó Leonhard Euler su Doctorado en 1726 con una tesis sobre la propagación del sonido titulada *De Sono*, y tan solo unos meses después, se trasladó a Rusia para trabajar en el departamento de matemáticas de la Academia de San Petesburgo. Por esa época, Leonhard Euler aprendió ruso y conoció a la que se convertiría en su mujer, Katharina Gsell, la hija de un pintor de la Academia con la que tuvo 13 hijos.

Quince años después de su llegada a San Petesburgo y preocupado por los acontecimientos políticos que estaban teniendo lugar en Rusia y la falta de libertades, Leonhard Euler aceptó un cargo en la Academia de Berlín. En la ciudad alemana publicó dos de sus obras más importantes: *Introductio in analysin infinitorum* y la *Insittutiones calculi differentialis*, dos estudios que versan sobre las funciones matemáticas y el cálculo diferencial y solo una pequeña parte de su extensa producción de títulos de los que solamente un 10 % han sido estudiados.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

La extrema dedicación de Leonhard Euler al estudio y al trabajo le provocó la pérdida de visión de su ojo derecho a los 31 años, lo que no afectó ni a la calidad ni a la cantidad de sus aportaciones intelectuales, recogidas en miles de cartas, artículos y textos manuscritos, muchos de ellos aún sin publicar hoy en día. A los 63 años, Leonhard Euler perdió el otro ojo en una operación de cataratas, pero esto tampoco le detuvo. Continuó pensando y dictando sus tesis a su secretario.

En 1766 aceptó una invitación para regresar a la Academia de San Petesburgo. Leonhard Euler pasaría allí los últimos años de su vida, hasta que el 18 de septiembre de 1783 falleciese a causa de un accidente cerebrovascular.

Aportes a la ciencia…

Leonhard Euler fue uno de los matemáticos más prolíficos de la historia. Apasionado por su trabajo, trabajó en casi todas las áreas de las matemáticas: geometría, cálculo, trigonometría, álgebra..., y sin embargo, según Hanspeter Kraft, presidente de la Comisión Euler de la Universidad de Basilea, no se han estudiado más que un 10% de los escritos de Leonhard Euler.

Leonhard Euler fue el encargado de introducir el concepto de función matemática, una notación que ofrecía mayor comodidad frente a los métodos del cálculo infinitesimal. Leonhard Euler introdujo también la notación moderna de las funciones trigonométricas, el número *e*, la letra griega que representa el símbolo para las sumatorias, la letra *i* para los números imaginarios y la letra *pi* (π) para representar el cociente entre la longitud de la circunferencia y la longitud de su diámetro.

Leonhard Euler fue además un apasionado de la teoría de números, llegando a unir la naturaleza de la distribución de los números primos con sus ideas del análisis matemático. Leonhard Euler consiguió demostrar la divergencia de la suma de los inversos de los números primos, y con ella, descubrió la conexión entre la función zeta de Riemann y los números primos.

En el campo de la geometría, Leonhard Euler destaca por haber sido el primero en resolver el problema conocido como problema de los puentes de Köningsberg, y su solución se considera el primer teorema de la teoría de grafos y de grafos planares.

Algunos de los mayores éxitos de Leonhard Euler vinieron en las matemáticas aplicadas, consiguió hacer grandes avances en la mejora de las aproximaciones numéricas para resolver integrales, hasta el punto de conocerse hoy en día como aproximaciones de Euler.

Una amplia obra…

Leonhard Euler ha sido uno de los matemáticos más prolíficos de la historia gracias a una actividad de publicación que fue incesante. En su época de mayor producción (entre 1727 y 1783) se considera que Leonhard Euler completó ochocientas páginas de artículos.

Se calcula que sus obras completas reunidas podrían ocupar entre sesenta y ochenta volúmenes, pero una buena parte de su obra está todavía sin recopilar. La labor de recopilación y publicación de los trabajos de Leonhard Euler, que recibe el nombre de *Opera Omnia*, comenzó en 1911 y hasta la fecha se han publicado setenta y seis volúmenes.

Pierre Simon Laplace expresa en una frase la influencia de Leonhard Euler en los matemáticos posteriores: “Lean a Euler, lean a Euler, él es el maestro de todos nosotros”.

EVENTO ACADÉMICO

Enlace Conceptual entre la geometría hiperbólica y la geometría fractal

El día jueves 25 de abril del presente año, se realizó en el Auditorio de la Facultad de Ciencias de la Educación (FACE) de la Universidad de Carabobo, el Evento Académico “ENLACE CONCEPTUAL ENTRE LA GEOMETRÍA HIPERBÓLICA Y LA GEOMETRÍA FRACTAL”, en el horario comprendido entre las 8:00 AM y las 5:00 PM.

La actividad estuvo organizada por Programa de Maestría en Educación Matemática y la Cátedra de Cálculo del Departamento de Matemática y Física de la FACE, y coordinada por los profesores Próspero González Méndez, Rafael Ascanio Hernández, Ahmad Osman, Lorena Cedillo, Violerva Alastre, Yely Noguera y Javier Brizuela quien fungió de moderador.

El primer conferenciante fue el Prof. Roberto Ruggiero (FACyT – UC) quien disertó sobre "Fundamentos conceptuales de la geometría fractal”.

El segundo ponente fue el Prof. Otoniel Sanguino (UC) quien al no poder asistir por estar participando como Profesor Visitante en una prestigiosa universidad de Colombia, hizo su exposición, también sobre Geometría Fractal, mediante una Vídeo-Conferencia, presentada por el Prof. Ahmad Osman. Su ponencia versó sobre "Fundamentos conceptuales de la geometría fractal, desde un enfoque histórico social”.

En horas de la tarde, realizó su ponencia el Prof. Samuel Flores (Ingeniería UC), quien trabajó sobre Geometría Hiperbólica.

LAS FOTOS ADJUNTAS MUESTRAN MOMENTOS DE la EXPOSICIÓN DEL PROF RUGGIERO

El evento culminó con la participación del Prof. José Tesorero (FACE UC), versando su ponencia sobre "Cambio de concepción geométrica a través de la historia; tránsito de la geometría euclidiana a otras geometrías".

Se contó con la asistencia de más de doscientas personas, en su mayoría estudiantes de Educación y de Ingeniería de la UC y de la UNEFA-Naguanagua. También hubo la presencia de participantes del programa de Maestría en Educación Matemática, de profesores de FACE e Ingeniería UC y de instituciones de Educación Media públicas y privadas de la región.

PARTE DEL PÚBLICO ASISTENTE

TRIGONOMETRÍA

Fuente: html.rincondelvago.com/historia-de-la-trigonometria.html
Consulta: Diciembre 2, 2011.

INTRODUCCIÓN.-

La Trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos. Los babilonios y los egipcios (hace más de 3000 años) fueron los primeros en utilizar los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para efectuar medidas en agricultura y para la construcción de pirámides. También se desarrollo a partir de los primeros esfuerzos hechos para avanzar en el estudio de la astronomía mediante la predicción de las rutas y posiciones de los cuerpos celestes y para mejorar la exactitud en la navegación y en el cálculo del tiempo y los calendarios.

El estudio de la trigonometría pasó después a Grecia, en donde se destaca el matemático y astrónomo Griego Hiparco, por haber sido uno de los principales desarrolladores de la Trigonometría. Las tablas de "cuerdas" que construyo fueron las precursoras de las tablas de las funciones trigonométricas de la actualidad.

Desde Grecia, la trigonometría pasó a la India y Arabia donde era utilizada en la Astronomía. Y desde Arabia se difundió por Europa, donde finalmente se separa de la Astronomía para convertirse en una rama independiente que hace parte de la matemática.

Es así, como en este trabajo, se expondrá la historia y desarrollo de la trigonometría y de acuerdo a esto, fechas, épocas y principales precursores o personajes que lideraron el proceso o dieron los pasos fundamentales para el posterior desarrollo de esta importante rama de las matemáticas. Junto con esto, una biografía de cada uno de los exponentes y una línea del tiempo con personajes y descubrimientos para una mayor comprensión.

HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA.-

La historia de la trigonometría comienza con los babilonios y los egipcios. Estos últimos establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos. Sin embargo, en los tiempos de la Grecia clásica, en el siglo II a.C. el astrónomo **Hiparco de Nicea** construyó una tabla de cuerdas para resolver triángulos. Comenzó con un ángulo de 71° y yendo hasta 180° con incrementos de 71°, la tabla daba la longitud de la cuerda delimitada por los lados del ángulo central dado que corta a una circunferencia de radio r. No se sabe el valor que Hiparco utilizó para r.

300 años después, el astrónomo **Tolomeo** utilizó r=60, pues los griegos adoptaron el sistema numérico (base 60) de los babilonios.

Durante muchos siglos, la trigonometría de Tolomeo fue la introducción básica para los astrónomos. El libro de astronomía el Almagesto, escrito por él, también tenía una tabla de cuerdas junto con la explicación de su método para compilarla, y a lo largo del libro dio ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los conocidos. El teorema de Menelao utilizado para resolver triángulos esféricos fue autoría de Tolomeo.

Al mismo tiempo, los astrónomos de la India habían desarrollado también un sistema trigonométrico basado en la función seno en vez de cuerdas como los griegos. Esta función seno, era la longitud del lado opuesto a un ángulo en un triángulo rectángulo de hipotenusa dada. Los matemáticos indios utilizaron diversos valores para ésta en sus tablas.

A finales del siglo VIII los astrónomos Árabes trabajaron con la función seno y a finales del siglo X ya habían completado la función seno y las otras cinco funciones. También descubrieron y demostraron teoremas fundamentales de la trigonometría tanto para triángulos planos como esféricos. Los matemáticos sugirieron el uso del valor r=1 en vez de r=60, y esto dio lugar a los valores modernos de las funciones trigonométricas

El occidente latino se familiarizó con la trigonometría Árabe a través de traducciones de libros de astronomía arábigos, que comenzaron a aparecer en el siglo XII. El primer trabajo importante en esta materia en Europa fue escrito por el matemático y astrónomo alemán **Johann Müller**, llamado Regiomontano.

A principios del siglo XVII, el matemático **John Napier** inventó los logaritmos y gracias a esto los cálculos trigonométricos recibieron un gran empuje.

A mediados del siglo XVII Isaac Newton inventó el cálculo diferencial e integral. Uno de los fundamentos del trabajo de Newton fue la representación de muchas funciones matemáticas utilizando series infinitas de potencias de la variable x. Newton encontró la serie para el *Sen x* y series similares para el *Cos x* y la *Tg x*. Con la invención del cálculo las funciones trigonométricas fueron incorporadas al análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas.

Por último, en el siglo XVIII, el matemático **Leonhard Euler** demostró que las propiedades de la trigonometría eran producto de la aritmética de los números complejos y además definió las funciones trigonométricas utilizando expresiones con exponenciales de números complejos.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

¿Quién fue Hiparco de Nicea (c. 190-120 a.C.)?

Hiparco de Nicea fue astrónomo griego, el más importante de su época. Nació en Nicea, Bitinia (hoy Iznik, Turquía). Fue extremadamente preciso en sus investigaciones, de las que conocemos parte por comentarse en el tratado científico Almagesto del astrónomo alejandrino Tolomeo, sobre quien ejerció gran influencia. Comparando sus estudios sobre el cielo con los de los primeros astrónomos, Hiparco descubrió la precisión de los equinoccios .Sus cálculos del año tropical, duración del año determinada por las estaciones, tenían un margen de error de 6,5 minutos con respecto a las mediciones modernas. También inventó un método para localizar posiciones geográficas por medio de latitudes y longitudes. Catalogó, hizo gráficos y calculó el brillo de unas mil estrellas. También recopiló una tabla de cuerdas trigonométricas que fueron la base de la trigonometría moderna.

¿Quién fue Tolomeo (c. 100-c. 170)?

Claudio Tolomeo, fue un astrónomo y matemático que dominó el pensamiento científico hasta el siglo XVI por sus teorías y explicaciones astronómicas. Posiblemente nació en Grecia, pero su verdadero nombre, Claudius Ptolemaeus, dice lo que realmente se sabe de él: 'Ptolemaeus' indica que vivía en Egipto y 'Claudius' que era ciudadano romano.

Contribuyó a las matemáticas con sus estudios en trigonometría y aplicó sus teorías a la construcción de astrolabios y relojes de sol.

¿Quién fue Euler (1707-1783)?

Leonhard Euler fue un matemático suizo, sus trabajos se centraron en el campo de las matemáticas puras, Euler nació en Basilea y se licenció a los 16 años. En 1727, fue miembro del profesorado de la Academia de Ciencias de San Petersburgo. Fue nombrado catedrático de física en 1730 y de matemáticas en 1733. En 1741 fue profesor de matemáticas en la Academia de Ciencias de Berlín. Euler regresó a San Petersburgo en 1766, donde permaneció hasta su muerte. Aunque tuvo una pérdida parcial de visión antes de cumplir 30 años y una ceguera casi total al final de su vida, produjo obras matemáticas importantes, como reseñas matemáticas y científicas.

En su Introducción al análisis de los infinitos (1748), trató la trigonometría y la geometría analítica. Entre sus obras se encuentran Instituciones del cálculo diferencial (1755), Instituciones del cálculo integral (1768-1770) e Introducción al álgebra (1770).

¿Quien fue John Napier (1550-1617)?

Napier fue un matemático escocés nacido en Merchiston, cerca de Edimburgo. Estudió en la Universidad de San Andrés y allí fue seguidor del movimiento de la Reforma en Escocia, después de unos años tomó parte en los asuntos políticos de los protestantes y es autor de la primera interpretación importante en Escocia de la Biblia.

Principalmente es conocido por introducir el primer sistema de logaritmos, (1614). Además, fue uno de los primeros, si no el primero, en utilizar la moderna notación decimal para expresar fracciones decimales de una forma sistemática.

Así pues, se pretendía clarificar la historia de la trigonometría para así poder tener una visión mucho más amplia de su desarrollo y de igual manera un mayor entendimiento acerca del tema.

Fue así, como la trigonometría avanzó, hasta convertirse en una rama independiente que hace parte de la matemática. Pero esto no quiere decir que los avances, descubrimientos e investigaciones no hayan continuado. Es decir, que el estudio de la trigonometría actualmente, no solo se limita a las relaciones entre los elementos de un triangulo y a sus aplicaciones. Hoy día, la trigonometría, es parte de la matemática y se emplea en muchos campos del conocimiento, tanto teóricos como prácticos, e interviene en toda clase de investigaciones geométricas y algebraicas en las cuales aparecen las llamadas funciones trigonométricas, de gran aplicación además en la electricidad, termodinámica, investigación atómica etc.

No es de sobra aclarar esto, ya que a palabra trigonometría se deriva de dos raíces griegas: **trigon**, que significa triángulo, y **metra**, que significa medida, entonces, se tiende a creer su aplicación solo se limita o refiere a las varias relaciones entre los ángulos de un triángulo y sus lados.

Sin embargo, el hombre la ha empleado para calcular áreas, distancias, trayectorias y en el estudio de la mecánica etc., con base en la resolución de triángulos.

La trigonometría, que al principio aparece como parte de la geometría que se ocupa de formular relaciones entre las medidas angulares y las longitudes de los lados de un triangulo y que surgió para resolver inicialmente problemas de exactitud en la navegación y en el calculo del tiempo y los calendarios por parte de los griegos, posteriormente se ha convertido también el fundamento de los cálculos astronómicos. Por ejemplo, la solución del llamado triángulo astronómico se utiliza para encontrar la latitud y longitud de un punto, la hora del día, la posición de una estrella y otras magnitudes.

Así pues, esta misma trigonometría se dividió en dos ramas fundamentales, que son la trigonometría plana, que se ocupa de figuras contenidas en un plano, y la trigonometría esférica, que se usa sobre todo en navegación y astronomía y estudia triángulos esféricos, es decir, triángulos que forman parte de la superficie de una esfera.

Bibliografía.

- Aprendo a superar las matemáticas de 3º de BUP
- Matemáticas Tecnología 1º Bachiller J.R. Vizmanos y M. Anzola.
- Diccionario enciclopédico Larousse.
- Diccionario enciclopédico Vox.
- Microsoft Encarta 2000.
- Enciclopedia Planeta Multimedia.

GALERÍA

MICHAEL HARTLEY FREEDMAN

Nació el 21 de abril de 1951 en Los Ángeles, California, E. E. U. U.

Campo de Investigación:
Álgebra Homotópica, Variedades multidimensionales, Conjetura de Poincaré.

Se doctora en 1973 con la Tesis *Codimention-Two Surgerie*. Sus trabajos sobre la demostración de la Conjetura de Poincaré son de un extraordinario valor, valiéndole su descubrimiento de la demostración para el caso n = 4, la Medalla Fields de 1986. Ha realizado importantes descubrimientos en el campo del álgebra homotópica, con trabajos de gran importancia en el cálculo en variedades n-dimensionales. Entre otros muchos honores recibidos, figura la Medalla Nacional de la Ciencia (1987), el Humboldt Award (1988), y el Guggenheim Fellowship Award (1994).

Fuentes:

- **Wikipedia.**
- **http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/References/Freedman.html**

Versión en español del artículo de J. J. O'Connor y E. F. Robertson sobre Michael Hartley Freedman.

Consulta: Enero 7, 2012.

Los padres de Michael Freedman, Benedict y Nancy Freedman lograron ser muy famosos. Su madre, Nancy Mars, nació en Chicago en 1920 y tuvo algunos papeles de actuación antes de asistir al Instituto de Arte de Chicago, a la Universidad de Los Ángeles y a la Universidad del Sur de California. Se casó con Benedict Freedman, el 29 de junio de 1941. El padre de Benedict Freedman, David, nació en Rumania. Benedict fue un talentoso matemático, músico y escritor. Estudió en el Instituto Técnico Curtiss-Wright de Glendale, California, donde se graduó con una licenciatura en ingeniería aeronáutica. Enseñó ingeniería aeronáutica en el Instituto Técnico Curtiss-Wright durante la década de 1940 pero tuvo una carrera paralela como guionista de programas de radio, crítico de teatro y editor de un periódico. Benedict y Nancy Freedman son coautores de varias conocidas novelas. Tuvieron tres hijos, Johanna, Michael y Deborah.

Michael mostró talento excepcional para las matemáticas a medida que crecía. Sin embargo, también gustaba pintar en un estilo expresionista y cuando entró en la Universidad de California en Berkeley en 1968, aún no se había decidido entre las matemáticas y el arte. Pronto decidió estudiar matemáticas, y casi finalizando su primer año de estudio, se decidió concursar para hacer estudios de posgrado en la Universidad de Princeton. Freedman disfrutó de jugar “Go” y se enteró de que el matemático Ralph Fox en Princeton fue campeón en este juego del “Go”. En 1963 leyó el texto de Fox titulado *Introducción a la teoría de los nudos* e incluyó conjeturas propias en su concurso en Princeton en 1969. Se le concedió el doctorado en Princeton en 1973 por su tesis doctoral titulada *Codimension-Two Surgery (Codimensión de dos Cortes)*. Su tutor de tesis fue William Browder.

Después de graduarse Freedman fue nombrado profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad de California en Berkeley. Ocupó este cargo desde 1973 hasta 1975, cuando se convirtió en miembro del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. En 1976 fue nombrado Profesor Asistente en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de California en San Diego.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Freedman fue promovido a Profesor Asociado en San Diego en 1979. Pasó los años 1980 y 1981 en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton volviendo a la Universidad de California en San Diego, donde fue ascendido a Profesor en 1982. Ejerció este puesto simultáneamente con la Cátedra Charles Lee Powell de Matemáticas para la cual fue nombrado en 1985.

Freedman fue galardonado con la Medalla Fields en 1986 por su trabajo sobre la conjetura de Poincaré. La conjetura de Poincaré , uno de los problemas de matemática más famoso del siglo XX, afirma que una variedad simple conexa compacta múltiple de 3 dimensiones es una esfera tridimensional. La conjetura de Poincaré afirma que la más alta dimensión para cualquier *n*-variedad cerrada la cual es la equivalente homotopía de la *n* -esfera debe ser la *n* -esfera. Cuando *n* =3 se cumple la conjetura de Poincaré. Smale, en 1961, demostró que la dimensión más alta que se podía probar para la conjetura de Poincaré, es por lo menos para *n* igual 5. Freedman demostró la conjetura para *n* =4 en 1982, pero la conjetura original permaneció sin ser resuelta en su totalidad hasta la prueba total hecha por Gregory Perelman, lo que le permitió obtener en 2006 la Medalla Fields.

Milnor describe el trabajo de Freedman que dio lugar a la concesión de la Medalla Fields en el Congreso Internacional de Matemáticos en Berkeley en 1986. Dijo:

Michael Freedman no sólo ha demostrado la hipótesis de Poincaré para múltiples topológicos de cuatro dimensiones, lo que caracteriza a la esfera S4, sino que también nos ha dado teoremas de clasificación, fácil de decir y de usar pero difícil de probar, para en general mucho más de 4–variedades.

La naturaleza simple de sus resultados en el caso topológico debe ser contrastada con las complicaciones extremas, las cuales se sabe ahora que existen en el estudio de las 4 -variedades diferenciables y lineales a trozos. ... La prueba de Freedman en 1982 de la hipótesis de Poincaré 4-dimensional fue de un extraordinario esfuerzo. Sus métodos fueron tan nítidos como para ofrecer realmente una clasificación completa de todas las 4-variedades topológicas simples conexas compactas, dando muchos ejemplos hasta ahora desconocidos de tales variedades, y muchos homeomorfismos previamente desconocidos entre las variedades conocidas.

Freedman ha recibido muchos honores por su trabajo. Fue Científico del Año de California en 1984 y, en el mismo año, fue nombrado Fellow (Compañero, Miembro) de la Fundación MacArthur y también fue elegido Miembro de la Academia Nacional de Ciencias. En 1985 fue elegido Miembro de la Academia Americana de las Artes y las Ciencias. Además de ser galardonado con la Medalla Fields en 1986, también recibió el Premio Veblen de la Sociedad Matemática Americana en ese año. En la nota de adjudicación del Premio Veblen, se puede leer [3]:

Tras el descubrimiento a principios de los años 60 de una prueba para la conjetura de Poincaré y otras propiedades de las variedades simplemente conexas de dimensión superior a cuatro, uno de los mayores problemas pendientes de resolver, además de la conjetura de tres dimensiones de Poincaré, era la clasificación de compactos conexos de cuatro dimensiones. En el escrito sobre su trabajo, La topología de de cuatro dimensiones múltiple, publicado en el Diario Geometría Diferencial (1982), Freedman resolvió este problema, y en particular, la conjetura de cuatro dimensiones de Poincaré. La innovación más importante fue la solución del problema del corte simple conexo porque probaba una condición teórica de homotopía sugerida por Casson de encajar una doble asa, es decir, un disco engrosado de cuatro dimensiones con frontera.

Además de estos resultados sobre conexos simples compactos de cuatro dimensiones, Freedman también demostró:

a. *Cualquier variedad cuatro propiamente equivalente a* R^4 *es homeomórfico a* R^4*, un resultado relacionado que vale para* $S^3 \times \mathrm{R}$.

b. *Hay un compacto de cuatro dimensiones no aplanable.*

c. *El Hauptvermutung*[1] *de cuatro dimensiones es falsa, es decir, hay cuatro dimensiones con triangulaciones de combinatorias no equivalentes.*

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

[1] Hauptvermutung: palabra alemana para referirse a la conjetura principal.

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Por último, señalamos que los resultados del trabajo antes mencionado, junto con el trabajo de Donaldson, produjo el sorprendente ejemplo de un aplanado exótico de $\mathbf{R}^4$.

En su respuesta Freedman agradeció a sus profesores (entre quienes dijo incluir a sus estudiantes) y también dio algunas opiniones fascinantes sobre matemáticas [3]:

Mi principal interés en la geometría es la luz que arroja sobre la topología de las variedades. Aquí parece importante estar abierto a todo el espectro de la geometría, de lo formal a lo concreto. Por el espectro, me refiero a la variedad de formas en la cual podemos pensar en las estructuras matemáticas. En un extremo la intuición para resolver los problemas surge casi enteramente de imágenes mentales. En el otro extremo la carga geométrica se desplaza hacia el pensamiento simbólico y algebraico. Por supuesto, este extremo sólo es el punto medio del punto de vista del álgebra, que está dispuesto a ir mucho más allá en la dirección de las operaciones formales y abandonar por completo la intuición geométrica.

En la misma respuesta Freedman habla también de la influencia que las matemáticas pueden tener en el mundo y la manera en que los matemáticos deben expresar sus ideas:

En el siglo XIX hubo un movimiento, del que Steiner fue un exponente principal, para mantener la geometría pura y evitar las depredaciones del álgebra. Hoy creo sentimos que gran parte del poder de las matemáticas viene de combinar conocimientos de ramas aparentemente distantes de la disciplina. La matemática no es tanto una colección de diferentes temas como una forma de pensar. Como tal, puede ser aplicada a cualquier rama del conocimiento. Quiero aplaudir los esfuerzos que están realizando los matemáticos al publicar sus ideas sobre educación, energía, economía, defensa, y la paz mundial. La experiencia dentro de las matemáticas demuestra que no es necesario ser un veterano en un área para hacer una contribución. Fuera de las matemáticas la situación es menos clara, pero no puedo evitar sentir que allí, también, es un error dejar la discusión de los temas importantes en su totalidad a los expertos.

En junio de 1987 Freedman se presentó para recibir la Medalla Nacional de Ciencia en la Casa Blanca por parte del presidente Ronald Reagan. Al año siguiente recibió el Premio Humboldt y, en 1994, recibió el Premio Guggenheim al compañerismo.

Freedman continuó manteniendo la cátedra Charles Lee Powell de Matemáticas de la Universidad de California de San Diego hasta 1998 cuando dejó el mundo académico para aceptar un nombramiento en Station Q, un grupo de investigación de Microsoft, localizado en la Universidad de California, en Santa Bárbara, que trabajan sobre computación cuántica topológica.

De este modo, Freedman se convirtió en el primer medallista Fields en dejar el mundo académico para irse a trabajar en una empresa. Llegó a ser director de Station Q y para ver un poco de los temas sobre los que trabajó, veamos algunos de los títulos de los trabajos sobre los que escribió en los siguientes diez años. En primer lugar observamos que pronunció un discurso como invitado al Congreso Internacional de Matemáticos en Berlín de 1998, el cual tituló *Puntos de vista topológicos de la complejidad computacional*. Luego publicó artículos tales como: *La computación cuántica y la localización de los funtores modulares* (2001); *Plano proyectivo y Códigos cuánticos del plano* (2001), *Poli-localidad en la computación cuántica* (2002), *Simulación de las teorías de campo topológicas por los ordenadores cuánticos* (2002); *Computación cuántica topológica (2003); Cálculo aproximado y Computación Cuántica* (2005); *Computación cuántica topológica (2006), Computación cuántica topológica con un único móvil cuasi partícula (2006); Algunas interacciones en líquidos cuánticos topológicos: La cadena de oro (2008); La única medida de la Computación Cuántica Topológica (2008), y Fase topológica en un modelo gravitacional cuántico (2008). También publicó algunos artículos que no estaban relacionados con la computación cuántica, como Extensión de las superficies incompresibles en los límites de las 3-variedades (2000), Diámetros de los espacios homogéneos (2003), y Cubriendo un nudo no dominado por el desenlace (2007).*

Resumen de algunas publicaciones de Michael Freedman.-

- Freedman, Michael Hartley (1982), "The topology of four-dimensional manifolds" ("La topología de cuatro dimensiones múltiples"), *Journal of Differential Geometry* 17 (3): 357–453, ISSN 0022-040X, MR679066
- Michael H. Freedman and Frank Quinn, *Topology of 4-manifolds (“Topología de 4-variedades”)*, Princeton Mathematical Series, vol 39, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1990. ISBN 0-691-08577-3

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

- Freedman, Michael H.: Z2-systolic-freedom (Z2-libertad sistólica). Proceedings of the Kirbyfest (Berkeley, CA, 1998), 113–123 (electronic), Geom. Topol. Monogr., 2, Geom. Topol. Publ., Coventry, 1999.
- Freedman, Michael H.; Meyer, David A.; Luo, Feng: Z2-systolic freedom and quantum codes (Z2- libertad sistólica y códigos cuánticos). Mathematics of quantum computation, 287–320, Comput. Math. Ser., Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2002.

Referencias.-

1. Biografía de Freedman en *Encyclopaedia Britannica.* http://www.britannica.com/eb/article-9096472/Michael-Hartley-Freedman

Artículos:

2. K. Kuga, The contributions of Michael H Freedman (Japanese), *Sugaku* 39 (1) (1987), 8-16.
3. Michael H. Freedman awarded 1986 Veblen Prize, *Notices Amer. Math. Soc.* 33 (2) (1986), 227-228.
4. J. Mi, The work of mathematicians awarded the Fields Medal in 1983 and 1986 (Chinese), *J. Northwest Univ.* 19 (1) (1989), 103-104.
5. J. Milnor, The work of M H Freedman, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Berkeley, 1986* 1 (Providence, RI, 1987), 13-15.

Imágenes obtenidas de:

Google