HOMOTECIA Tiraje: *100* ejemplares
CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - UNIVERSIDAD DE CARABOBO
PUBLICACIÓN PERIODICA Nº 6 AÑO 5 e-mail: homotecia@hotmail.com Valencia, 1º de Junio de 2007
CÁTEDRA DE CÁLCULO

EDITORIAL

¿Cuál es lo teleológico en una investigación educativa? Analizar esta interrogante nos conduce a la perennidad del ser humano sobre el planeta, perennidad que se suscitaría a la par de una continua transformación de la sociedad fundamentada en la transmisión de los más nobles valores humanos. Visto desde este aspecto, es evidente el papel relevante de la educación como propulsora de esta transformación desde la escuela hacia el hogar, lo que hace perdurar a la familia como uno de los elementos genésicos e integrador de la sociedad, base insustituible de las instituciones democráticas y promotora de la convivencia ciudadana dentro de un contexto tanto natural como legal: respeto y aceptación de deberes y derechos en la búsqueda de un mundo mejor.

Deviene en sumamente importante la función del docente para el logro de este propósito. La sociedad necesita que el docente participe en la transformación de ella para mejorar, por lo que él está obligado a tomar decisiones y a responsabilizarse de sus acciones. Todo educador tiene que asumir el compromiso de producir en ambas instituciones, la escuela y el hogar, cambios que permitan el surgimiento de un nuevo ciudadano. La educación venezolana deberá tener como una de sus metas principales, además de instruir al alumno, hacerlo mejor ciudadano, convertirlo en el habitante venezolano deseado. Los planteles deben ser lugares con un óptimo ambiente educativo, donde se inicie a la persona en el hacer científico y deben ser recintos donde existan los elementos que permitan el crecimiento de la personalidad del estudiante. En resumen, la educación necesita basarse en la continua aplicación de nuevos paradigmas, procurando la formación, afianzamiento y fortalecimiento de los valores de la personalidad, lo que no debe limitarse simplemente a que en la escuela se informe sobre la necesidad de manifestarlos, sino que debe promoverse su práctica.

Siendo el docente clave de todo este proceso, se debe considerar cómo debe ser su construcción cultural, cuidar tanto lo académico como la formación de los valores éticos y morales que su profesión lo lleva a practicar, no solo como docente sino además, como ciudadano. Evidentemente lo anterior significa que la práctica cultural del docente debe imbricar una función anagógica porque esta práctica debe ubicar su holo social, que incluye pero trasciende a su acción docente, en un lugar superior o más elevado.

REFLEXIONES

"La cultura es un saber del que no tiene uno que acordarse... fluye espontáneamente."

Diógenes Laercio

Prof. Julio Natera
Jefe del Departamento de Matemática y Física

Prof. Rafael Ascanio H.
Jefe de la Cátedra de Cálculo

Prof. Próspero González M.
Adjunto al Jefe de Cátedra

Coordinadores publicación de HOMOTECIA:
Prof. Rafael Ascanio H.
Prof. Próspero González M.

CONJETURAS EN MATEMÁTICA (VI)

En Matemática, una *conjetura* es una afirmación que se supone cierta, pero que no ha sido probada ni refutada hasta la fecha; y que cuando se comprueba, entonces se le considera un *teorema*. Es bueno hacer notar que en este proceso de comprobación, aunque se suceden continuos intentos fallidos, éstos han permitido la obtención de nuevos e innovadores conocimientos matemáticos.

Nos comprometimos en publicar las más conocidas y en continuación de ello, hoy publicamos la *Hipótesis de Riemann.*

La Hipótesis de Riemann.-

La **hipótesis de Riemann**, formulada por primera vez por Bernard Riemann en 1859, es una conjetura sobre la distribución de los ceros de la función zeta de Riemann $\zeta(s)$. La hipótesis de Riemann es uno de los problemas abiertos más importantes en la matemática contemporánea; Se ha ofrecido un premio de US $1.000.000 por el Instituto Clay de Matemáticas para el que descubra una demostración. La mayoría de los matemáticos piensan que la conjetura es cierta. J. E. Littlewood y Atle Selberg se han mostrado escépticos.

Bernhard Riemann
1826-1866

El escepticismo de Selberg ha disminuido desde sus días de juventud. En un artículo en 1989 sugirió que un análogo debe ser cierto para una clase mucho más amplia de funciones (la clase de Selberg).

La función zeta de Riemann $\zeta(s)$ está definida para todos los números complejos $s \neq 1$ y posee ciertos ceros "triviales" para $s = -2$, $s = -4$, $s = -6$, ... La conjetura de Riemann hace referencia a los ceros no triviales afirmando:

"La parte real de todo cero no trivial de la función zeta de Riemann es ½".

Por lo tanto los ceros no triviales deberían encontrarse en la línea crítica $\mathbf{1/2} + \boldsymbol{i\,t}$ donde $\boldsymbol{t}$ es un número real e $\boldsymbol{i}$ es la unidad imaginaria. La función zeta de Riemman, a lo largo de la línea crítica ha sido estudiada en términos de la función Z, cuyos ceros corresponden a los ceros de la función zeta sobre la línea crítica.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Hipótesis de Riemann.-

Historia.

Riemann mencionó la conjetura, que sería llamada la hipótesis de Riemann, en su artículo de 1859 Sobre los números primos menores que una magnitud dada, pero como no era esencial para el propósito central de su artículo, no intentó dar una demostración de la misma. Riemann sabía que los ceros no triviales de la función zeta están distribuidos en torno a la recta $s = 1/2 + i\, t$, y sabía también que todos los ceros no triviales debían estar en el rango $0 \leq \mathrm{Re}(s) \leq 1$.

En 1896, Hadamard y de la Vallée-Poussin probaron independientemente, que ningún cero podía estar sobre la recta $\mathrm{Re}(s) = 1$. Junto con las otras propiedades de los ceros no triviales demostradas por Riemann, esto mostró que todos los ceros no triviales deben estar en el interior de la banda crítica $0 < \mathrm{Re}(s) < 1$. Este fue un paso fundamental para las primeras demostraciones del teorema de los números primos.

En 1900, Hilbert incluyó la hipótesis de Riemann en su famosa lista de los 23 problemas no resueltos — es parte del problema 8 en la lista de Hilbert junto con la conjetura de Goldbach. Cuando se le preguntó que haría si se despertara habiendo dormido quinientos años, remarcablemente Hilbert contestó que su primera pregunta sería si la hipótesis de Riemann había sido probada. La hipótesis de Riemann es el único problema de los que propuso Hilbert que esta en el premio del milenio del Instituto Clay de Matemáticas.

En 1914, Hardy demostró que existe un número infinito de ceros sobre la recta crítica $\mathrm{Re}(s) = 1/2$. Sin embargo todavía era posible que un número infinito (y posiblemente la mayoría) de los ceros no triviales se encontraran en algún otro lugar sobre la banda crítica. En trabajos posteriores de Hardy y Littlewood en 1921 y de Selberg en 1942 se dieron estimados para la densidad promedio de los ceros sobre la línea crítica.

Trabajos recientes se han concentrado en el cálculo explícito de la localización de grandes cantidades de ceros (con la esperanza de hallar algún contraejemplo) y en el establecimiento de cotas superiores en la proporción de ceros que puedan estar lejos de la línea crítica (con la esperanza de reducirlas a cero).

La hipótesis de Riemann y los números primos.-

La formulación tradicional de la hipótesis de Riemann oscurece un poco la importancia real de la conjetura. La función zeta de Riemann tiene una profunda conexión con los números primos y Hege von Koch demostró en 1901 que la hipótesis de Riemann es equivalente al considerable refinamiento del teorema de los números primos: Existe una constante C > 0 tal que $\left|\pi(x) - \int_2^x \frac{dt}{\ln(t)}\right| \leq C\sqrt{x}\,\ln(x),$ para todo x suficientemente grande, donde $\pi(x)$ es la función contadora de primos y $\mathrm{Ln}(x)$ es el logaritmo natural de x. Lowell Schoenfeld mostró que se puede tomar $C = 1/(8\,\pi)$ para todo $x \geq 2657$.

Los ceros de la función zeta y los números primos satisfacen ciertas propiedades de dualidad, conocidas como fórmulas explícitas, que muestran, usando análisis de Fourier, que los ceros de la función zeta de Riemann pueden interpretarse como frecuencias armónicas en la distribución de los números primos.

Más aun, si la conjetura de Hilbert-Polya es cierta, entonces cualquier operador que nos de las partes imaginarias de los ceros como sus valores propios debe satisfacer:

$$\sum_n e^{-\beta E_n} = Tr[e^{-\beta \hat{H}}] = e^{u/2} - e^{-u/2}\frac{d\psi_0}{du} - \frac{e^{u/2}}{e^{3u} - e^u},$$

donde Tr es la traza del operador (suma de sus valores propios) , 'Beta' es un numero imaginario y $\psi(x)$ es la Función de Chebyshev que nos suma el Log(x) sobre los primos y sus potencias enteras, dicha formula es una conclusión de la 'formula explicita' de V. Mangoldt, varios operadores propuestos por C. Perelman, J. Macheca y J. García, parecen corroborar los resultados de la conjetura de Hilbert sobre el operador, reproduciendo la parte imaginaria de los zeros.

Cálculo numérico.-

- En el año 2004 Xavier Gourdon verificó la conjetura de Riemann numéricamente a lo largo de los primeros diez trillones de ceros no triviales de la función. Sin embargo esto no es estrictamente una demostración, numéricamente es más interesante encontrar un contraejemplo, es decir un valor de cero que no cumpla con que su parte real es 1/2, pues esto echaría por los suelos la validez de la conjetura.
- Hasta el 2005, el intento más serio para explorar los ceros de la función-ζ, es el Zeta Grid, un proyecto de computación distribuida con la capacidad de verificar billones de ceros por día. El proyecto acabó en diciembre del 2005, y ninguno de los ceros pudo ser identificado como contraejemplo de la hipótesis de Riemann.

FUENTE: Wikipedia® de Wikimedia Foundation, Inc. Abril 18, 2007.

TRABAJANDO EN CÁLCULO

Por: Prof. Rafael Ascanio H. – Prof. Próspero González M.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE – UC

CÁLCULO INTEGRAL: INTEGRAL INDEFINIDA.

TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN. INTEGRACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS UTILIZANDO LAS FÓRMULAS DE WERNER.

Resolución de integrales.-

1.- Resuelva $\int Sen(2x)\cdot Cos(4x)dx.$

Solución:

Resolviendo la integral. En *I,* se utiliza la siguiente fórmula de Werner: $Sen\,(mx)\cdot Cos\,(nx)=\frac{1}{2}\left[Sen\,(m-n)x+Sen\,(m+n)x\right].$

También en *I,* se utiliza: $Sen(-u)=-Senu$ por ser la función seno una función impar.

Luego:

$$I=\int Sen\,(2x)\cdot Cos(4x)\,dx=\int\frac{1}{2}\left[Sen(-2x)+Sen\,(6x)\right]dx=\frac{1}{2}\int(-Sen2x)dx+\frac{1}{2}\int Sen(6x)\,dx=-\frac{1}{2}\underbrace{\int Sen(2x)\,dx}_{(I_1)}+\frac{1}{2}\underbrace{\int Sen(6x)\,dx}_{(I_2)}=(*)$$

Cambio en I_1: $u=2x \Rightarrow du=2dx \Rightarrow dx=\frac{du}{2}.$ Cambio en I_2: $v=6x \Rightarrow dv=6dx \Rightarrow dx=\frac{dv}{6}.$

Volviendo a (*):

$$(*)=-\frac{1}{2}\int Senu\cdot\frac{du}{2}+\frac{1}{2}\int Senv\cdot\frac{dv}{6}=-\frac{1}{4}\int Senu\,du+\frac{1}{12}\int Senv\,dv=\frac{1}{4}Cosu-\frac{1}{12}Cosv+C=\frac{1}{4}Cos(2x)-\frac{1}{12}Cos\,(6x)+C$$

2.- Obtenga $\int Sen\,x\cdot Sen\,(2x)\cdot Sen\,(3x)\,dx\cdot$

Solución:

Evidentemente en esta integral se pueden aplicar las Fórmulas de Werner. En el ejercicio anterior, con el producto de dos funciones se aplicó una vez. En este ejercicio al tener un producto de tres factores, se supone que se aplicarán dos veces.

Generalizando, si el producto de funciones trigonométricas en el integrando implica *n factores*, entonces las Fórmulas de Werner se aplicarán *n*-1 veces.

Resolviendo la integral. Es conveniente que la primera aplicación se haga con los factores cuyos argumentos sean de una expresión más complicada; por lo que el procedimiento se inicia agrupándolos de la siguiente manera:

$$I=\int Sen\,x\cdot Sen\,(2x)\cdot Sen\,(3x)\,dx=\int Sen\,x\cdot\left[Sen\,(2x)\cdot Sen\,(3x)\right]\,dx=(*)$$

En *I* se aplica la siguiente Fórmula de Werner: $Sen\,(mx)\cdot Sen\,(nx)=\frac{1}{2}\left[Cos\,(m-n)x-Cos\,(m+n)x\right]\cdot$

Volviendo a (*):

$$(*)=\int Sen\,x\cdot\tfrac{1}{2}\cdot\left[Cos((2-3)x)-Cos((2+3)x)\right]dx=\int Sen\,x\cdot\tfrac{1}{2}\cdot\left[Cos(-x)-Cos(5x)\right]dx=\tfrac{1}{2}\cdot\int Sen\,x\cdot\left[Cos\,x-Cos(5x)\right]dx=$$

$$=\tfrac{1}{2}\cdot\int Sen\,x\cdot Cos\,x\,dx-\tfrac{1}{2}\cdot\int Sen\,x\cdot Cos(5x)\,dx=\frac{Sen^2x}{4}-\tfrac{1}{2}\cdot\underbrace{\int Sen\,x\cdot Cos(5x)\,dx}_{(I_1)}=(**)$$

Se hizo $Cos(-x)=Cos\,x$ porque la función coseno es función par.

En I_1 se aplica la Fórmula de Werner: $Sen\,(mx)\cdot Cos(nx)=\frac{1}{2}\left[Sen\,(m-n)x+Sen(m+n)x\right].$

Volviendo a (**):

$$(**)=\frac{Sen^2x}{4}-\tfrac{1}{2}\cdot\int\tfrac{1}{2}\cdot\left[Sen((1-5)x)+Sen((1+5)x)\right]dx=\frac{Sen^2x}{4}-\tfrac{1}{4}\cdot\int\left[Sen(-4x)+Sen(6x)\right]dx=$$

$$=\frac{Sen^2x}{4}-\tfrac{1}{4}\cdot\int Sen(-4x)\,dx-\tfrac{1}{4}\cdot\int Sen(6x)dx=\frac{Sen^2x}{4}+\tfrac{1}{4}\cdot\int Sen(4x)\,dx+\tfrac{1}{4}\cdot\int Sen(6x)dx=\frac{Sen^2x}{4}-\tfrac{1}{16}\cdot Cos(4x)-\tfrac{1}{24}\cdot Cos(6x)+C$$

En esta parte final del ejercicio, se aplicaron las Reglas Útiles para la Resolución de Integrales Indefinidas referidas previamente.

¿Problemas geométricos de cálculo?

Por: ***M.Sc. Jorge L. Del Sol Martínez y Dr. C. Eloy Arteaga Valdés***
Profesores de la Universidad Pedagógica "Conrado Benítez García". Facultad de Enseñanza Media Superior. Departamento Ciencias Exactas. Cienfuegos. Cuba.

RESUMEN

El presente trabajo sitúa la resolución de problemas geométricos como un elemento fundamental en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en el bachillerato. Se realiza una conceptualización de problema geométrico de cálculo y se efectúa una clasificación de los mismos tomando como puntos de partida el carácter del contenido, la correlación de lo conocido y lo desconocido, el tipo de actividad mental que tiene que desplegar el alumno para su solución y la relación de la Geometría con otros contenidos de la matemática escolar. Se presentan algunos ejemplos que pueden ser de gran utilidad tanto para alumnos como para los docentes encargados de impartir esta asignatura.

Desarrollo

Constituye una preocupación de los docentes encargados de la enseñanza de la Matemática, la capacitación de los estudiantes para la solución de problemas (punto muy discutido en el mundo), pues se considera una actividad de gran importancia.

En este sentido se hace cada vez más evidente, que no se trata de que los alumnos sean visto como recipientes, sino de desarrollar sus capacidades para enfrentarlos a los nuevos retos de este mundo, y en particular enseñarlos a aprender.

Por esta razón, la habilidad resolución de problemas se ha convertido en el centro de la enseñanza de la Matemática en la época actual, por lo que se hace necesario contar con una concepción de su enseñanza que ponga en primer lugar la habilidad resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento lógico.

Existen tres tipos de problemas geométricos, a saber: de demostración, de cálculo y de construcción. Hasta este momento, en la múltiple y variada bibliografía revisada no se ha encontrado una definición de los segundos; por lo que se entendió pertinente elaborar una por los autores de este trabajo.

Se define un problema geométrico de cálculo: **como aquella tarea docente que demanda la realización de determinadas acciones (prácticas o mentales) encaminadas a transformar ciertas relaciones entre los elementos de un ente geométrico y se pide determinar algún o algunos elementos del mismo para lo cual tiene que recurrirse al cálculo como método o procedimiento fundamental; mientras que su vía de solución se obtiene con ayuda de procedimientos algorítmicos o heurísticos.**

Partiendo de la definición anterior puede elaborarse una clasificación de los problemas geométricos de cálculo si se toma como punto de partida el carácter de la actividad mental que tiene que desplegar el alumno para su solución, pero una clasificación de tal tipo no sería muy útil desde el punto de vista didáctico.

Los autores de este trabajo consideran que para elaborar una clasificación de los problemas geométricos de cálculo más útil desde el punto de vista práctico, no basta con considerar el tipo de procedimiento que tiene que emplear el alumno para su solución, sino también, la forma en que se redacta la información contenida en el problema, la correlación de lo conocido y lo desconocido, y su relación con otros contenidos de la Matemática (relación interdisciplinaria).

Atendiendo a estos puntos de vista es que se realizan las siguientes clasificaciones de los problemas geométricos de cálculo, las cuales se representan en los esquemas que se muestran a continuación y que colateralmente se ejemplifican.

Clasificación de los problemas geométricos de cálculo según la forma en que se redacta la información contenida en este, la correlación de lo conocido y lo desconocido, así como, el tipo de actividad mental que tiene que desplegar el alumno para su solución.

Un problema geométrico de cálculo es cerrado, cuando contiene toda la información necesaria para su solución (datos detallados y hechos determinados) que le permiten al resolutor encontrar con relativa facilidad la vía de solución; asimismo se indica con claridad el objetivo (exigencias), lo desconocido (incógnita) se ve en el propio problema, y es el procedimiento para resolverlo. En correspondencia con esto, el alumno trata de solucionar el problema dentro de la propia tarea, sin salirse de sus marcos, mediante el análisis y explicación de los datos (los hechos) o explicando el objetivo. La solución del problema puede ser exitosa si el alumno logra establecer la relación clara y comprensible entre los datos (los hechos) y el objetivo.

Ejemplo # 1: Dos depósitos de trigo tienen forma semejante; uno contiene 270 y el otro 640 hectolitros. Si el depósito menor tiene 2.7 metros de profundidad, ¿cuál es la profundidad del mayor?

Un hecho es que los depósitos tienen forma semejante, lo cual significa que para sus volúmenes se cumple: $\frac{V_2}{V_1} = k^3$, que es un dato que no aparece explícitamente como los volúmenes de ambos depósitos. La profundidad del mayor se obtiene por una fórmula conocida $h_2 = k.h_1$.

Por su parte los problemas geométricos de cálculo se consideran abiertos cuando la tarea contiene fundamentalmente solo datos detallados, mientras que el objetivo (exigencias) no se indica o no se establece con precisión; o cuando se establece con precisión el objetivo pero los datos no se expresan con claridad.

Ejemplo # 2: En una probeta de 709 cm^3 de volumen y que contiene 601 cm^3 de agua se introduce una esfera de hierro de 3,0 cm. de radio, de forma tal que se sumerge completamente en el agua.

En el mismo se le da con claridad los volúmenes de cada uno de los cuerpos que se consideran, así como el radio de la esfera, pero no se indica la exigencia, de manera que el estudiante puede solucionarlo de acuerdo a la interpretación que realice del mismo, es decir, puede determinar el volumen de agua que falta para completar la capacidad de la probeta, calcular el volumen de la esfera para determinar la cantidad de agua que se derrama, o sencillamente calcular el volumen de la esfera.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Ejemplo # 3: En el triángulo ABC, D y E son puntos medios de los lados AC y BC respectivamente, AB = 10 cm, O centro de la semicircunferencia tangente al lado AB como se muestra en la figura. Calcule el área sombreada.

Se establece con precisión el objetivo (exigencias), pero solo se da un dato con el cual, por sí solo, no es posible llegar a la solución. Faltan datos necesarios que el estudiante debe buscar, considerando los hechos y los conocimientos que tiene al respecto.

Los problemas geométricos de cálculo se consideran **algorítmicos** cuando requieren de la aplicación de un algoritmo ya preparado o de una fórmula ya preparada y sólidamente asimilada por los alumnos, es decir, de indicaciones exactas sobre la realización consecutiva de determinadas operaciones, un código sui géneris de reglas para la solución de una serie de tareas homogéneas, basadas en un método único de solución. Por esa razón, el término "problema geométrico de cálculo con carácter algorítmico" tiene en cuenta el problema para cuya solución se requiere la aplicación de algoritmos ya preparados, pero en condiciones nuevas, empleados en relación con otros datos iniciales, en comparación con las situaciones anteriores en que el alumno había utilizado dichos algoritmos.

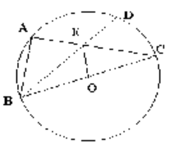
El problema algorítmico exige del alumno la determinación y planificación de los pasos que conducen al logro del objetivo.

La planificación del proceso de solución, la programación de las etapas de solución y la aplicación de algoritmos conocidos, constituyen los rasgos fundamentales de un problema algorítmico.

Los problemas geométricos de cálculo se consideran **heurísticos** cuando los datos (condiciones) y el objetivo (exigencias) no indican los algoritmos para la solución, es decir, hay que hallar el procedimiento de solución. Las búsquedas de los procedimientos de solución se relacionan fundamentalmente, con el pensamiento intuitivo (con el inside), pero puede haber problemas heurísticos relacionados con la aplicación de procedimientos y formas especiales de la actividad heurística, los "eurekas". Los problemas geométricos de cálculo con carácter heurístico se solucionan con fórmulas ideadas por los alumnos, a partir del análisis del objetivo, aunque en el proceso de solución haya que recurrir a fórmulas conocidas.

En ocasiones para la resolución de la tarea que se le propone a los estudiantes, estos tienen que recurrir al trazado de elementos que no aparecen en la figura o que para el éxito en la misma este resulta imprescindible; es en ese momento en que se dice que el alumno ha empleado y por tanto desarrollado su pensamiento lateral o divergente, y como consecuencia ha tenido que ser creativo. Lo mismo ocurre cuando el profesor exige o el alumno decide resolver la misma tarea por varias vías de solución.

Ejemplo # 4: En la figura A, B y C son puntos de la circunferencia de centro O y radio r; $O \in \overline{BC}$, $\overline{AB} = r$, $\overline{BD}$ es bisectriz del $\angle ABC$ y E es el punto de intersección de $\overline{BD}$ y $\overline{AC}$. Calcula EO en función del radio r.



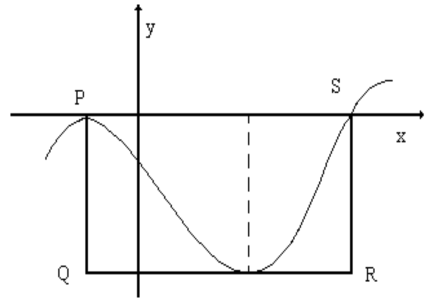
Para calcular $\overline{EO}$ no existe ninguna fórmula conocida, ni tampoco ningún algoritmo. El estudiante tiene que relacionar $\overline{EO}$ con el resto de los elementos de la figura y con los datos del problema, incluyendo procedimientos heurísticos como realizar trazos auxiliares, que le permitan relacionar $\overline{EO}$ con otros elementos con el propósito de elaborar una fórmula que permita obtener el objetivo planteado.
Otra clasificación de los problemas geométricos de cálculo se puede hacer teniendo en cuenta las relaciones interdisciplinarias, dentro de la propia Matemática.

Clasificación de los problemas geométricos de cálculo atendiendo a su relación con otros contenidos de la Matemática (relación intradisciplinaria)

Un problema geométrico de cálculo se considera puro cuando en su solución hay que utilizar conceptos, relaciones y procedimientos geométricos (ejemplos 1 al 4).

Un problema geométrico se considera mixto cuando en su solución hay que utilizar conceptos, relaciones y procedimientos de Álgebra o de la Teoría de Funciones.

Ejemplo # 5: En la figura aparece un esbozo del gráfico de la función $f(x) = x^3 - 3x - 2$ y el rectángulo PQRS, cuyo lado $\overline{PS}$ está contenido en el eje x. Si los puntos P y S pertenecen al gráfico de f y las rectas que contienen a los segmentos $\overline{PS}$ y $\overline{QR}$ son tangentes a la curva, calcule el área del rectángulo PQRS.



(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Ejemplo # 6: De un trapecio de 49 cm^2 de área se conoce que la base menor mide 4,0 cm. y la base mayor excede en 3,0 cm. a la altura. Calcular el área que tendría el trapecio si la base mayor fuese 2,0 cm. más corta.

En los ejemplos anteriores se pone de manifiesto las condiciones de un problema geométrico de cálculo mixto. En el primer caso (# 5) se necesita del conocimiento de elementos del Álgebra y del Análisis en lo referente a la teoría de funciones, para luego vincularlos con las relaciones desde el punto de vista geométrico y llegar a la solución exitosa del problema. En el segundo caso (# 6) se utilizan conocimientos de la Geometría (área del trapecio), pero la solución se alcanza empleando conocimientos del Álgebra (resolución de ecuaciones cuadráticas).

A modo de conclusiones podemos afirmar que:

- Si bien es indispensable el dominio de los distintos tipos de problemas geométricos de cálculo por parte del docente, también resulta importante, su concepción y formulación.
- Para que los problemas geométricos de cálculo contribuyan plenamente al desarrollo del pensamiento de los estudiantes, estos, siempre que sea posible no deben darse como un paquete ya elaborado, sino que sea el propio alumno quien los elabore a partir de datos del entorno.
- La elaboración, resolución y discusión de las vías que resulten como consecuencia del trabajo en pequeños grupos de trabajo cooperativo, deben ser objeto de análisis en el grupo grande para decidir cuál fue el mejor redactado, cuál el más complejo, el más difícil, el más elegante.

BIBLIOGRAFÍA

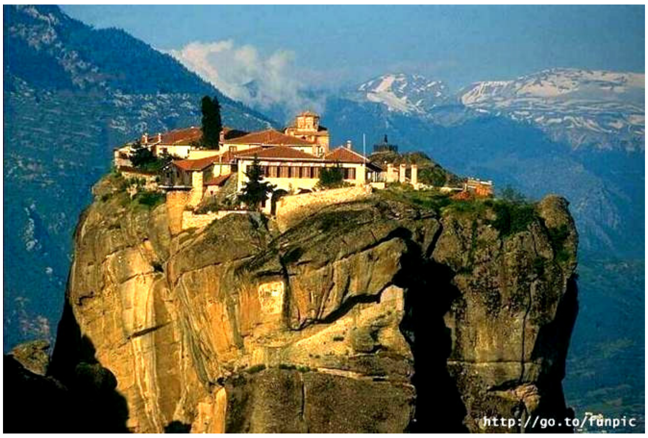
- ALSINA, CLAUDI . Invitación a la didáctica de la Geometría / Claudi Alsina, Carme Burgués, Josep M. Fortuny.-- Madrid: Editorial Síntesis S.A., 1995.-- 141p..
- ALVAREZ DE ZAYAS, CARLOS. La escuela en la vida/ Carlos Álvarez de Zayas.-- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1999.--178p.
- CONTRERAS, L. La resolución de problemas : ¿ Una panacea metodológica? – p. 49 –52.—En : Enseñanza de las Ciencias.-- Vol. 5, No. 1, feb, 1987.
- Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline, Mathematics Education Library. – Netherlands : Kluwer Academic Publishers, 1984.--467 p.
- FIALLO RODRÍGUEZ, J. Las relaciones intermaterias : una vía para incrementar la calidad de la educación. – La Habana : Ed Pueblo y Educación, 1996.-- 37p.
- GALINDO, CLAUDIA. Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la Geometría/ Claudia Galindo.-- En Revista EMA (Colombia).-- no. 1, noviembre 1996.-- p. 49 - 58.
- GARCÍA, L. La Enseñanza Problémica. –p. 104 – 111. – En : Educación.-- No. 65, abr- jun, 1987.
- HIERREZUELO COBA, N. La enseñanza problémica: ¿Una tendencia actual?. – p. 66 – 72. – En: Pedagogía Cubana .-- No. 3 – 4, oct. – dic, 1989.
- INFLUENCIAS DE LA PSICOLOGÍA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA IBEROAMERICANA/ Paúl Torres ... [et. al.].-- La Habana: Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, 1998.--33p.
- JUNGK, WERNER. Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática. – La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989, t.3
- LABARRERE SARDUY, A.F. Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria. – La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1987.—98p.
- LANGLOIS, F. Influencia de la formulación del enunciado y del control didáctico sobre la actividad intelectual de los alumnos en la resolución de problemas. – p. 179 – 192. – En : Enseñanza de las Ciencias. - Vol. 13, No. 2, Jun, 1995
- LOMPSCHER, J. La Formación de la Actividad Docente de los escolares. – La Habana: Ed Pueblo y Educación, 1987. -- 223p.
- METODOLOGÍA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. / Sergio Ballester ... [et. al.] .-- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1992.-- 459 p.
- PEHKONEN, ERKI. Use of open – ended problems in mathematics classroom: Research Report 176. - Department of Teacher Education, Univeristy of Helsinski, 1997. - 130 p.
- SÁNCHEZ GARCÍA, M. V. El conocimiento acerca de las Matemáticas y las prácticas de enseñanza p. 97 –104.—En : Enseñanza de las Ciencias.-- Vol. 8, No. 2, May, 1990,
- Seminario para profesores de institutos preuniversitarios (La Habana) Seminarios para profesores de los Institutos Preuniversitarios. – La Habana: Ministerio de Educación, octubre 1984.—90p.
- VIGOSTKY, L. S. Creación e Imaginación en la Edad Infantil. – La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1987.—10p.
- VALLE LIMA, ALBERTO Y ÁLVAREZ PÉREZ, MARTA. El tratamiento del concepto de verdad en la enseñanza de las matemáticas/ Alberto Valle Lima y Marta Álvarez Pérez.--En Revista Educación (Cuba).--año XIV, no. 52, 1984.--p. 77 - 87.
- ZILLMER, W. Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática. – La Habana : Ed. Libros para la Educación. -- 231p.

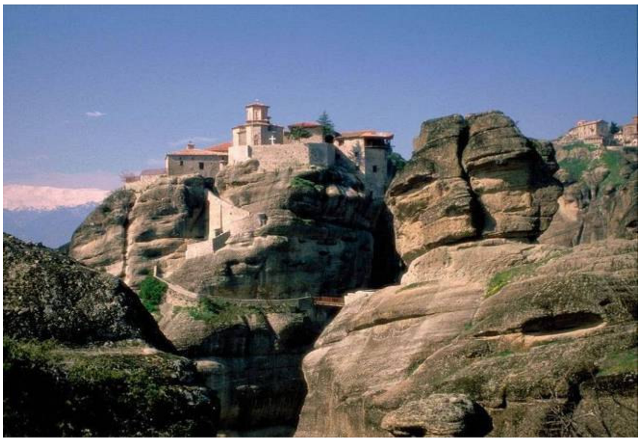
CONDOLENCIAS

El pasado viernes 18 de mayo, falleció en la ciudad de Valencia, el señor Rafael Ángel Ascanio Torres (Q. E. P. D.), padre del Profesor Rafael Ascanio H., Jefe de la Cátedra de Cálculo del Departamento de Matemática y Física – FACE - UC y uno de los Coordinadores de publicación de HOMOTECIA. Desde las páginas de nuestra revista, hacemos llegar al Profesor Ascanio y a sus familiares nuestras más sinceras palabras de condolencias.

AMENIDADES

Arquitectura exótica





Sudoku!!!

El juego numérico que activa la inteligencia

Recuerda: la regla para hacerlo es rellenar cada fila, cada columna y cada caja de 3x3 con los números del 1 al 9 sin repetirlos.

La respuesta del anterior:

8	1	6	9	4	7	3	5	2
2	5	7	3	1	8	9	4	6
3	9	4	6	5	2	7	8	1
6	2	5	4	9	3	8	1	7
1	3	8	5	7	6	2	9	4
4	7	9	8	2	1	6	3	5
5	8	3	7	6	4	1	2	9
7	4	1	2	3	9	5	6	8
9	6	2	1	8	5	4	7	3

Y ahora……

¡¡¡Nuevo Reto!!!

7		4			3			
3		8			1			
5				6		1		
				3	4			
9	4		1		2		3	5
			6	9				
		5		8				7
			5			3		9
			4			5		8

Tomado de: **Mephan, M.** (Comp.) (2005). *Sudoku. El nuevo juego numérico que activa la inteligencia.* Caracas-Venezuela: Editorial Random House Mondadori.

¡Éxito y hasta el próximo encuentro!

GALERÍA

BERNHARD RIEMANN
(17 de septiembre de 1826 - 20 de junio de 1866)

Georg Friedrich Bernhard Riemann fue un matemático alemán que realizó contribuciones muy importantes en análisis y geometría diferencial, algunas de ellas que allanaron el camino para el desarrollo más avanzado de la relatividad general. Su nombre está conectado con la función zeta, la integral de Riemann, el lema de Riemann, las variedades de Riemann, las superficies de Riemann y la geometría de Riemann.

Nació en Breselenz, una aldea cercana a Dannenberg en el Reino de Hanóver, actualmente parte de Alemania. Su padre Friedrich Bernhard Riemann era pastor luterano en Breselenz y había luchado en las guerras napoleónicas. Bernhard era el segundo de seis niños, su frágil salud y la temprana muerte de casi todos sus hermanos fue debido a la mala alimentación en su juventud. Su madre también murió antes de que sus hijos crecieran.

En 1840 Bernhard fue a Hanóver a vivir con su abuela y a visitar el Lyceum. Después de la muerte de su abuela en 1842 entró al Johanneum Lüneburg. Desde pequeño demostró una fabulosa capacidad para el cálculo unido a una timidez casi enfermiza. Durante sus estudios de secundaria aprendía tan rápido que en seguida adelantaba a todos sus profesores.

En 1846, a la edad de 19, comenzó a estudiar filología y teología en la Universidad de Göttingen, su idea era complacer a su padre y poder ayudar a su familia haciéndose pastor. Atendió a conferencias de Gauss sobre el Método de mínimos cuadrados. En 1847 su padre reunió el dinero suficiente para que comenzara a estudiar matemáticas.

En 1847 se trasladó a Berlín, donde enseñaban Jacobi, Dirichlet y Steiner. En 1848 estallaron manifestaciones y movimientos obreros por toda Alemania, Riemann fue reclutado por las milicias de estudiantes, incluso ayudó a proteger al rey en su palacio de Berlín. Permaneció allí por dos años y volvió a Göttingen en 1849.

Riemann dio sus primeras conferencias en 1854, en las cuales fundó el campo de la geometría de Riemann. Lo promovieron a profesor extraordinario en la universidad de Göttingen en 1857 y se hizo profesor ordinario en 1859. En 1862 se casó con Elise Koch. Murió de tuberculosis en su tercer viaje a Italia en Selasca.

Obras Principales.-

- *Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse* (1851). Publicado en *Werke*: Disertación sobre la teoría general de funciones de variable compleja, basada en las hoy llamadas ecuaciones de Cauchy-Riemann. En ella inventó el instrumento de la superficie de Riemann.

- *Ueber die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe* (1854) Publicado en *Werke*: Realizado para acceder a su cargo de *Privadozent* ("Profesor auxiliar"). En él analiza las condiciones de Dirichlet para el problema de representación de funciones en serie de Fourier. Con este trabajo definió el concepto de integral de Riemann y creó una nueva rama de las matemáticas: La teoría de funciones de una variable real.

- *Ueber die Hypothesen, Welche der Geometrie zu Grunde liegen* (1854) Publicado en *Werke*: Transcripción de una clase magistral impartida por Riemann a petición de Gauss. Quizás se trate de la mayor lección científica individual presentada por el hombre. Versa sobre los fundamentos de la geometría. Se desarrolla como una generalización de los principios de la geometría euclidiana y la no euclídea. La unificación de todas las geometrías se conoce hoy en día como geometría de Riemann y es básica para la Teoría de la Relatividad de Einstein.

- *Ueber die Anzahl der Primzahlem unter einter gegebenen Grösse* (1859) Publicado en *Werke*: El más célebre trabajo de Riemann. Su único ensayo sobre la teoría de números. La mayor parte del artículo está dedicado a los números primos. En ella introduce la función zeta de Riemann.

FUENTE: Wikipedia ® de Wikimedia Foundation, Inc. Abril 14, 2007.