



EDITORIAL

Dentro de los nuevos lineamientos socio-políticos-educativos que se proponen para el país, se menciona la solicitud por parte del ejecutivo nacional, sobre todo en las instituciones públicas de educación superior, de disminuir en un año todas las carreras. Es una medida que aparentemente no debería afectar significativamente la formación de los estudiantes universitarios; pero si se analiza el caso particular de la Facultad de Ciencias de la Educación (FACE), las recientes variadas modificaciones curriculares (varios cambios sucesivos de pensum por mención) que se han ido realizando, ajustándose a ciertas exigencias institucionales, crea una situación de alerta. Un grupo de docentes, alumnos y egresados consideran que ya estas modificaciones hechas han afectado la formación de los licenciados en educación y que las mismas han creado ciertas desventajas a las recientes promociones.

No nos oponemos a cambios que busquen mejorar la formación y sobre todo elevar la cultura de la población venezolana, pero lo que no queremos es que una reducción del espacio curricular afecte la formación profesional del educador.

En otras palabras, es cierto que por ser el mayor mercado laboral de nuestros egresados el sector público administrado por el ahora llamado Ministerio del Poder Popular para la Educación, tengamos la obligación de contribuir con el país formando el personal adecuado para este sector pero esto no debe ser una causa que limite las aspiraciones de nuestros egresados de laborar en niveles superiores. Es decir, el pensum de estudio de cada mención no debe reducirse solo y únicamente a formar docentes para educación primaria y secundaria.

Esto es un detalle que debe cuidarse en la próxima reforma curricular que probablemente nos veamos obligados a realizar en nuestra facultad.

REFLEXIONES

"La belleza del cuerpo es un viajero que pasa; pero la del alma es un amigo que queda."

Saavedra Fajardo

Prof. Julio Natera

Jefe del Departamento de Matemática y Física

Prof. Rafael Ascanio H.

Jefe de la Cátedra de Cálculo

Prof. Próspero González M.

Adjunto al Jefe de Cátedra

Coordinadores publicación de
HOMOTECIA:

Prof. Rafael Ascanio H.

Prof. Próspero González M.

CONJETURAS EN MATEMÁTICA (III)

En Matemática, una *conjetura* es una afirmación que se supone cierta, pero que no ha sido probada ni refutada hasta la fecha; y que cuando se comprueba, entonces se le considera un *teorema*. Es bueno hacer notar que en este proceso de comprobación, aunque se suceden continuos intentos fallidos, éstos han permitido la obtención de nuevos e innovadores conocimientos matemáticos.

Nos comprometimos en publicar las más conocidas y en continuación de ello, hoy publicamos la *Conjetura de Collatz*.

La Conjetura de Collatz.-

La Conjetura de Collatz es un famoso problema matemático, conocido también como **conjetura $3n+1$** entre otros nombres. Fue enunciado por el matemático alemán Lothar Collatz (1910-1990) en 1937, y aún se desconoce si el resultado es cierto.

Enunciado

Sea la siguiente operación, aplicable a cualquier número entero positivo:

- Si el número es par, se divide entre 2.
- Si el número es impar, se multiplica por 3 y se suma 1.

Formalmente, esto equivale a una función $f: \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}$:

$$f(n) = \begin{cases} n/2, & \text{si } n \text{ es par} \\ 3n+1, & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

Dado un número cualquiera, podemos considerar su órbita, es decir, las imágenes sucesivas al iterar la función. Por ejemplo, si $n=13$:

$$f(n) = 13 \cdot 3 + 1 = 40; f(f(n)) = 40/2 = 20; f(f(f(n))) = 20/2 = 10; \text{ etc.}$$

Si observamos este ejemplo, la órbita de 13 es periódica (es decir, se repite indefinidamente a partir de un momento dado): 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

La conjetura dice que siempre alcanzaremos el 1 (y por tanto el ciclo 4, 2, 1) para cualquier número con el que comencemos.

Estado actual del problema

Aunque no se ha demostrado la veracidad ni falsedad del resultado, existen ciertas evidencias en ambos sentidos.

Si existe algún contraejemplo a la conjetura (es decir, un número cuya secuencia no alcance nunca el 1), debe satisfacer alguna de estas condiciones:

- La órbita del número no está acotada; o bien
- La órbita también es periódica, pero con un período distinto de 1, 4, 2.

Evidencia computacional

Aunque formalmente no demuestra nada, existen diversos grupos de computación que se dedican a calcular las secuencias de números cada vez más grandes. Actualmente (noviembre de 2005) se han comprobado todas las secuencias de números menores que 2^{58} . Esta es una evidencia intuitiva fuerte a favor de la veracidad del resultado, a pesar de no aportar nada formalmente hablando.

FUENTE: Wikipedia® de Wikimedia Foundation, Inc. Septiembre 13 2006.

Índice Cronológico de la Matemática (Parte XXXII)

LA CRONOLOGÍA ENTRE 1960 DC Y 1970 DC

1960: *M Suzuki* descubre nuevas familias infinitas de grupos simples finitos.

1961: *Edward Lorenz* descubre un sistema matemático simple con comportamiento caótico. Conduce a las nuevas matemáticas de la teoría del caos que es extensamente aplicable.

1961: *Smale* prueba la *conjetura de Poincaré* para dimensiones superiores a $n > 4$, de tal manera que cualquier múltiple dimensional cerrado de n que sea homotópicamente equivalente a la n -esfera debe ser la n -esfera.

1962: *Jacobson* publica su clásico texto *Lie algebras* (Álgebras de Lie).

1962: *Sobolev* publica *Applications of Functional Analysis in Mathematical Physics* (Aplicaciones del análisis funcional en la física matemática).

1963: *Juan Thompson* y *Feit* publican la solubilidad de grupos de orden impar que prueba que todos los grupos simples finitos nonabelianos son de orden uniforme. En este papel de trabajo requieren de 250 páginas para probar este teorema.

1963: *Cohen* demuestra la independencia del axioma de opción y de la hipótesis del continuo.

1964: *Hironaka* resuelve un problema mayor acerca de la resolución de singularidades en una variedad algebraica.

1965: El trabajo de *Sergi Novikov* sobre topología diferencial, en particular en el cálculo firme de grupos homotópicos y la clasificación de múltiplos de conexión simple, lo lleva a formular la "Conjetura de Novikov".

1965: *Bombieri* utiliza su mejorado largo método del tamiz para probar lo que ahora se llama "el teorema del valor medio de Bombieri", el cual concierne a la distribución de números primos en progresiones aritméticas.

1965: *Tukey* y *Cooley* publican un papel de trabajo donde presentan el algoritmo de las "Transformadas rápidas de Fourier".

1965: *Selten* publica un importante trabajo sobre distinguir entre las decisiones razonables e irrazonables prediciendo el resultado de los juegos. Esto lo llevará a recibir el Premio Nóbel en 1994.

1966: *Grothendieck* recibe la Medalla Fields por su trabajo sobre geometría, teoría de números, topología y análisis complejo. Su teoría de los esquemas permitió resolver con seguridad las conjeturas de la teoría de números de Weil. Su teoría del topoi es muy pertinente a la lógica matemática, dio una prueba algebraica del teorema de Riemann-Roch, y proporcionó una definición algebraica del grupo fundamental de una curva.

1966: *Lander* y *Parkin* utilizan un computador para encontrar un contraejemplo a la *conjetura de Euler*. Ellos encontraron $a: 27^5 + 84^5 + 110^5 + 133^5 = 144^5$.

1966: *Alan Baker* demuestra la *conjetura de Gelfonds* acerca de la independencia lineal de los números algebraicos con respecto a los números racionales.

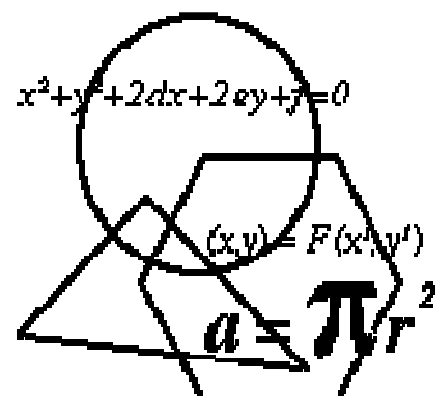
1967: *Atiyah* publica la Teoría K que detalla su trabajo sobre la Teoría K y teorema del índice, que le permitieron obtener la medalla Fields en 1966.

1968: *Novikov* y *Adian* en conjunto publican una prueba sobre que el grupo *Burnside* $B(d, n)$ es infinito para cada $d > 1$ y cada $n > 4380$.

1969: *Conway* publica detalles de su descubrimiento de nuevos esporádicos grupos simples finitos.

1970: *Alan Baker* recibe la Medalla Fields por su trabajo sobre Ecuaciones Diofánticas.

1970: *Matiyasevich* muestra que "el décimo problema de Hilbert" es irresoluble, puesto que no hay un método original para determinar cuando las ecuaciones polinómicas tienen una solución en los números enteros.



TRABAJANDO EN CÁLCULO

Por: Prof. Rafael Ascanio H. – Prof. Próspero González M.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE - UC

CÁLCULO INTEGRAL: INTEGRAL INDEFINIDA

TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN. Integración por Partes.-

Más ejercicios sobre integración por partes.-

1) Hallar $\int (x^2 - x) \cdot \cos(2x) dx$.

Solución:

Resolviendo la integral. Utilizando la integración por partes. Cambio para I :

$$u = x^2 - x \Rightarrow du = (2x - 1)dx$$

$$dv = \cos(2x)dx \Rightarrow \int dv = \int \cos(2x)dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} \operatorname{Sen}(2x) + C$$

Aplicando el cambio:

$$I = \int (x^2 - x) \cdot \cos(2x) dx = u \cdot v - \int v du = \frac{1}{2} (x^2 - x) \cdot \operatorname{Sen}(2x) - \frac{1}{2} \int \operatorname{Sen}(2x) \cdot (2x - 1) dx + C = (*)$$

(I₁)

Utilizando nuevamente la integración por partes. Cambio para I_1 :

$$u = 2x - 1 \Rightarrow du = 2dx \quad dv = \operatorname{Sen}(2x)dx \Rightarrow \int dv = \int \operatorname{Sen}(2x)dx \Rightarrow v = -\frac{1}{2} \cos(2x) + C$$

Volviendo a (*):

$$(*) = \frac{1}{2} (x^2 - x) \cdot \operatorname{Sen}(2x) - \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} (2x - 1) \cdot \cos(2x) + \frac{1}{2} \int \cos(2x) \cdot 2dx \right] + C = (**)$$

(I₂)

Cambio de variable para I_2 : $a = 2x \Rightarrow da = 2dx$

Volviendo a (**):

$$(**) = \frac{1}{2} (x^2 - x) \cdot \operatorname{Sen}(2x) + \frac{1}{4} (2x - 1) \cdot \cos(2x) - \frac{1}{4} \int \cos a \cdot da + C = \frac{1}{2} (x^2 - x) \cdot \operatorname{Sen}(2x) + \frac{1}{4} (2x - 1) \cdot \cos(2x) - \frac{1}{4} \operatorname{Sen} a + C =$$

$$= \frac{1}{2} (x^2 - x) \cdot \operatorname{Sen}(2x) + \frac{1}{4} (2x - 1) \cdot \cos(2x) - \frac{1}{4} \operatorname{Sen}(2x) + C$$

2) Comprobar que $\int [\operatorname{Sen}(2^x) + 2^x \cdot x \cdot \cos(2^x) \cdot \ln 2] dx = x \cdot \operatorname{Sen}(2^x) + C$.

Comprobación:

Resolviendo a la integral. Se aplica la propiedad integral de una suma algebraica de funciones.

$$I = \int [\operatorname{Sen}(2^x) + 2^x \cdot x \cdot \cos(2^x) \cdot \ln 2] dx = \int \operatorname{Sen}(2^x) dx + \int 2^x \cdot x \cdot \cos(2^x) \cdot \ln 2 dx = (*)$$

(I₁) (I₂)

Resolviendo a I_2 por partes:

$$I_2 = \int 2^x \cdot x \cdot \cos(2^x) \cdot \ln 2 dx = u \cdot v - \int v \cdot du = (**)$$

Sustituciones:

$$u = x \Rightarrow du = dx$$

$$dv = 2^x \cdot \cos(2^x) \cdot \ln 2 dx = \cos(2^x) \cdot 2^x \cdot \ln 2 dx = \cos(2^x) \cdot d(2^x) = d[\operatorname{Sen}(2^x)] \Rightarrow v = \operatorname{Sen}(2^x) + C$$

Volviendo a (**):

$$(**) = I_2 = x \cdot \operatorname{Sen}(2^x) - \int \operatorname{Sen}(2^x) dx + C_2 = x \cdot \operatorname{Sen}(2^x) - I_1 + C_2$$

Volviendo a (*):

$$I = \int \operatorname{Sen}(2^x) dx + \int 2^x \cdot x \cdot \cos(2^x) \cdot \ln 2 dx = \int \operatorname{Sen}(2^x) dx + x \cdot \operatorname{Sen}(2^x) - \int \operatorname{Sen}(2^x) dx + C = x \cdot \operatorname{Sen}(2^x) + C$$

Luego:

$$\int [\operatorname{Sen}(2^x) + 2^x \cdot x \cdot \cos(2^x) \cdot \ln 2] dx = x \cdot \operatorname{Sen}(2^x) + C$$

L. Q. Q. C.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

3) Verifique que: $\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{(1+x)}{2} \cdot \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} + C.$

Verificación:

Se factoriza el denominador del integrando:

$$I = \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (1+x^2)} dx = (*)$$

Ahora se utiliza la integración por partes.

Cambio en I:

$$u = \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}} = (1+x^2)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow du = -\frac{x dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$dv = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx \Rightarrow \int dv = \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx \Rightarrow v = e^{\operatorname{arctg} x} + C$$

Volviendo a (*):

$$I = u \cdot v - \int v \cdot du = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}} + \int \frac{x \cdot e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx + C = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} + \int \frac{x \cdot e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (1+x^2)} dx + C = (**)$$

(I₁)

Se utiliza nuevamente la integración por partes para resolver a I₁.Cambio en I₁:

$$u = \frac{x}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow du = \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$dv = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx \Rightarrow v = e^{\operatorname{arctg} x} + C$$

Volviendo a (**):

$$I = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} + \left[\frac{x \cdot e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} - \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx \right] + C = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{x \cdot e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} - \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx + C =$$

$$= (1+x) \cdot \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} - \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx + C \Rightarrow I = (1+x) \cdot \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} - I + C.$$

(I)

Luego, despejando a I:

$$2I = (1+x) \cdot \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} + C \Rightarrow \boxed{I = \frac{(1+x)}{2} \cdot \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{1+x^2}} + C} \quad \text{L. Q. Q. V.}$$

En el manual de nuestra autoría, **CÁLCULO II. Ejercicios**, se presentan un significativo número de ejercicios resueltos y propuestos sobre la técnica de Integración por Partes, que pueden servir al lector interesado para profundizar mejor sobre la misma. El manual está a disposición de todos en la sección de Publicaciones de la Facultad de Ciencias de la Educación.

Homenajes Matemáticos

In memoriam: Miguel de Guzmán. El último pitagórico



"El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de las matemáticas. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza?"

Miguel de Guzmán

Por: Antonio Pérez Sanz

En: DivulgaMAT

Página WEB diseñada para Internet Explorer.

© Comisión de Divulgación RSME. Lukas Multimedia (Mutriku.).

Consulta: 16 de enero de 2007.

El pasado 14 de abril de 2006, una inoportuna y fulminante infección detenía los latidos del corazón de Miguel de Guzmán. Nos ha dejado a los 68 años un matemático universal, el último de los pitagóricos.

Miguel de Guzmán Ozámiz nació en 1936 en Cartagena (España), era catedrático de Análisis de la Universidad Complutense de Madrid, miembro numerario de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales desde 1982, miembro correspondiente de la Academia Nacional de Ciencias de la República Argentina desde 1985. En la década de los 90, desde 1991 al 1998, fue presidente de la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI).

Obtuvo la licenciatura en Filosofía en el Berchmanskolleg de Munich (Alemania) en 1961 y después se licenció en Matemáticas y en Filosofía en la Universidad Complutense en 1965. Se doctoró en la universidad de Chicago de la mano de Alberto Calderón en 1968. Regresó a la universidad Complutense en 1968, obteniendo el título de doctor por esta universidad ese mismo año. En la Complutense, desde entonces ha impartido clases hasta ahora. Como tantos y tantos matemáticos españoles, tuve la suerte de contarme entre sus alumnos allá por los años 70.

Ha sido profesor en las universidades de Chicago, San Luís, Princeton, Brasil...

En esta faceta nos ha dejado unos cuantos libros que para muchos matemáticos españoles han sido de lectura casi obligada.

- Differentiation of integrals in. Universidad Complutense de Madrid. (1974).
- Real variable methods in Fourier analysis. North-Holland Publishing Company (1981).
- Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría de estabilidad y control. Alambra (1975).
- Integración: teoría y técnicas. Alambra (1979). Con B. Rubio.
- Problemas, conceptos y métodos del análisis matemático: estrategias del pensamiento matemático. 1, números reales, sucesiones y series. Editorial Pirámide (1990).
- Problemas, conceptos y métodos del análisis matemático: estrategias del pensamiento matemático. 2, funciones, integrales, derivadas. Editorial Pirámide (1992).

Fue un gran matemático y un gran profesor pero a lo largo de su vida ha sido mucho más. En los últimos años Miguel se ha convertido en el referente obligado de los medios de comunicación ante cualquier tema o noticia que tuviera que ver con las matemáticas o con su enseñanza en el país. Miguel era, de hecho, el abanderado de la popularización de las matemáticas en España. Y por esta ciencia, ponía no sólo su imagen, sino su palabra sensata y profunda, su tiempo y su entusiasmo allá donde le reclamaban.

La última vez que tuve ocasión de hablar con él fue hace unas semanas en Cosmocaixa, el museo de la Ciencia de Alcobendas. Presentó al matemático y divulgador japonés Jin Akiyama. La conferencia de Akiyama propiciaba un ambiente relajado o lúdico en la sala. Como siempre en este tipo de actos, Miguel hizo su breve y medida intervención con una gran sonrisa en la boca y una contagiosa expresión de felicidad. Y era eso lo que transmitía en sus intervenciones públicas, que han sido muchas, hablando de matemáticas: alegría, entusiasmo y felicidad. Sobre todo cuando se trataba de divulgar las matemáticas.

Con su muerte perdemos no sólo a un gran matemático, sino a una de las personas, si no la que más, que más esfuerzos ha hecho por popularizar y poner esta ciencia al alcance de todo el mundo.

Buena muestra son sus numerosos libros de carácter divulgativo, siempre amenos, atractivos e interesantes; buscando generar en el lector la curiosidad y la inquietud inteligente ante las matemáticas. Porque esa ha sido una de las características de sus libros: mostrar los aspectos más atractivos de la actividad matemática, descubrir el rostro humano de la reina de las ciencias.

(Continúa en la página siguiente)

(Viene de la página anterior)

Sus títulos son ya clásicos en nuestro país y en todo el mundo:

- Mirar y ver. 1976, reeditado por NIVOLA en 2004
- Los espingorrios. 1980
- Cuentos con cuentas. 1985, reeditado por NIVOLA en el 2003. Dice Miguel en la presentación de esta reedición: El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de las matemáticas. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza?
- Aventuras matemáticas. 1986.
- Para pensar mejor. 1991.
- El rincón de la pizarra. 1996.
- Estructuras fractales. 1993.
- Los matemáticos no son gente seria. Rubes, 1996. Con C. Alsina.
- Aventuras matemáticas: una ventana hacia el caos y otros episodios. 2000.
- La experiencia de descubrir en geometría. 2002.

Pero su labor de divulgación de las matemáticas no se reduce a sus libros. Donde aflora el carácter polifacético y generoso de Miguel es en sus publicaciones a través de Internet. Como en otras tantas cosas Miguel fue un pionero de la utilización de Internet para extender el saber matemático.

Mis contactos con él en el mundo virtual de Internet se remontan al año 1998. A finales del 1997 yo acababa de colgar en la red mi primera página Web, casi como un entretenimiento más y sin grandes pretensiones. A los pocos meses me encontré con un agradable y cordial mensaje de Miguel, felicitándome por la iniciativa – por supuesto él ya tenía una página mucho más extensa e interesante:

<http://usuarios.bitmailer.com/edeguzman/InternetMat/guzman110299/guzman.htm>

animándome a seguir adelante y anunciándome que colocaría un enlace a mi dirección en sus páginas. Desde entonces, nuestras páginas han estado enlazadas bidireccionalmente; las suyas han ido cambiando de dirección con cierta frecuencia, ganando siempre en contenidos y extensión; y he tenido el privilegio de ser citado, a veces con inmerecidos elogios, en casi todos los artículos que sobre Internet y Matemáticas ha escrito.

Desde hace más de quince años siempre ha tenido muy claro el papel revolucionario que Internet podía jugar en la popularización y en la educación matemática. De hecho, el pasado mes de febrero me invitó a participar en un curso que con el título Usos matemáticos de Internet iba a dirigir en septiembre en la Universidad Internacional Menéndez Pelayo. El curso sin su presencia real nunca será lo mismo.

En su página actual: <http://ochoa.mat.ucm.es/~guzman/> podemos encontrar un mosaico vivo de las inquietudes e ideas de Miguel en los más diversos campos, siempre relacionados con las Matemáticas.

Su propio índice es de lo más explícito y pone de manifiesto las líneas maestras de sus inquietudes desde hace muchos años; en primer lugar sus clases en la facultad y acompañando a esta actividad, las otras muestras de su espíritu inquieto y polivalente: el proyecto de la Real Academia de Ciencias para la detección y el estímulo del talento matemático entre niños y niñas de primaria, su preocupación por la educación matemática en todos los niveles, desde primaria hasta la universidad, la utilización de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas, era uno de los pioneros en la utilización de DERIVE y nos ha dejado dos libros con multitud de ejemplos prácticos, el papel del juego como herramienta de aprendizaje, el lugar de las matemáticas en la cultura y la sociedad actuales... y cómo no, la Historia de las Matemáticas y dentro de esta su gran pasión: el legado de los pitagóricos.

Detrás de estos 14 apartados, que el Departamento de Análisis de la Universidad va a mantener, indefinidamente, como homenaje a uno de sus miembros más destacados, cualquiera que no le conociera personalmente, podrá formarse una idea precisa no solo de su gran valía intelectual sino también, y sobre todo, de su gran humanidad.

1. Curso: Laboratorio de Matemáticas.
2. Curso: Cálculo integral en varias variables.
3. Curso: Análisis de variable real.
4. Un proyecto de la Real Academia de Ciencias: Detección y estímulo del talento matemático.
5. Otras actividades.
6. Sobre las matemáticas del nuevo milenio.
7. Sobre Historia de la matemática
8. Miniaturas de la Geometría del Triángulo.
9. Sobre Geometría Elemental.
10. De posible interés para los que trabajan con DERIVE.
11. Pensando sobre Educación Matemática.
12. Algunos artículos de divulgación matemática.
13. El juego, impulsor de la matemática y herramienta de su aprendizaje.
14. Varios.

(Continúa en la página siguiente)

(Viene de la página anterior)

En esta página, además de los materiales de sus cursos del 2002 en la Facultad de Matemáticas, están recogidos sus proyectos inmediatos y sus opiniones sobre el pasado, el presente y el futuro de las Matemáticas y de su enseñanza en todos los niveles. Resumir aquí el contenido de todos sus apartados es tarea imposible, pero el navegante se sorprenderá de la cantidad y calidad de los temas. La extensión es tal que el propio Miguel, con esa generosidad sin estridencias que siempre le ha caracterizado, se comprometía a enviar por correo un CD-ROM con los contenidos con el título genérico de *Pensamientos en torno al quehacer matemático* a todo aquél que se lo solicitara.

El "precio" revela más que mil palabras el talante humano de Miguel: enviar un donativo a cualquiera ONG. Por supuesto, él no quería ningún justificante al respecto, le bastaba la palabra del receptor.

El espíritu de Miguel de Guzmán esta vivo en estas páginas. Y la variedad de temas nos demuestran que además de matemático era un gran humanista.

Le preocupan las matemáticas en sí, pero le preocupa sobre todo el papel de las mismas en una sociedad a caballo entre dos siglos, buena muestra de ello son sus conferencias, de la Real Academia, de 1994 sobre el Impacto de la matemática sobre la cultura, en las que realiza un certero diagnóstico de la naturaleza del quehacer matemático, su relación con el pensamiento filosófico y su conexión con la técnica, el arte y la cultura.

Así como le preocupa, y de que forma, la educación matemática y no sólo en los niveles universitarios, donde también aplica sus ideas sobre la didáctica de esta ciencia y sobre todo la aplicación de las nuevas tecnologías en su enseñanza. Su inquietud, en una época de reformas y contrarreformas se centra en las enseñanzas primaria y secundaria.

Y aquí las ideas y las posiciones de Miguel de Guzmán son claras y rotundas. Las manifestó en todos los foros nacionales e internacionales en los que participó de forma activa: desde sus conferencias en los ICME, hasta sus intervenciones en el Congreso de los Diputados con motivo del 2000 Año Mundial de las Matemáticas o en la ponencia sobre la enseñanza de las ciencias de la Comisión de Educación del Senado en el año 2002.

El último pitagórico

Nos ha dejado el último pitagórico, quizás sea mejor decir el penúltimo. Porque Miguel de Guzmán estaba cautivado por el legado de los pitagóricos y no sólo por sus aportaciones matemáticas, ciencia de la que son padres y fundadores, sino también y sobre todo por su legado ético y moral. Código moral del que él mismo ha dado ejemplo vivo a lo largo de su dilatada vida profesional. Una vida profesional dedicada a la búsqueda de esa Armonía del Universo de la que somos partícipes y a cuya búsqueda estamos obligados como matemáticos y como hombres.

No es casualidad que su discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias, leído el 23 de marzo de 1983 llevase por título: Impacto del Análisis Armónico: El sueño pitagórico. Todo es armonía y número

Más recientemente, en la Ponencia sobre la situación de las enseñanzas científicas en la educación secundaria, constituida en el seno de la Comisión de Educación, Cultura y Deporte del Senado celebrada en 2002-03, Miguel, hablando sobre **Valores y aspectos éticos en la actividad científica** no puede dejar de poner como ejemplo a imitar en nuestros días la lección ética de los pitagóricos:

El quehacer matemático fue entre los pitagóricos en cierto modo una guía de contemplación y de comportamiento. Una buena lección de humanismo ecológico que lastimosamente hemos desaprovechado convirtiendo, en gran parte, la educación matemática en una rutina un tanto vacía en las aulas de formación de nuestros jóvenes, precisamente donde sería más necesario hacer uso de la capacidad formativa e integradora del quehacer matemático.

Quizás no como pensaba Pitágoras, cuando defendía la trasmigración de las almas, pero sí a través de sus obras y de sus actos, Miguel vivirá en nuestra memoria.

Para todos aquellos que le conocimos y pudimos disfrutar de sus conocimientos, de su generosidad y su bonhomía, nos queda el consuelo de uno de los versos pitagóricos: *"Pero tú ten ánimo. De naturaleza divina son los mortales"*.



CONCEPCIÓN FÍSICA CONTEMPORÁNEA DEL UNIVERSO (Parte II de III)

ALBERTO CHAMORRO BELMONT, desde el País Vasco (Universidad del País Vasco) - 2 de enero de 2001

(Continuación)

4. EL UNIVERSO PRIMITIVO:

En un principio todo debió ser inmensamente rápido y violento. Veamos, muy esquemática y simplificada, cuál pudo ser, de acuerdo con el conocimiento presente, la película de los hechos cósmicamente significativos a partir de la era de Planck. Hubo primero un cortísimo periodo de tiempo (del orden de 10^{-35} s) llamado *era de la Gran Unificación* porque entonces se aplicaba la teoría cuántica que unifica todas las fuerzas de la naturaleza salvo la gravitacional, que ya se independizó y se puede tratar clásicamente. Durante esta era existía un completo equilibrio entre la materia y la antimateria. Este equilibrio se rompe finalmente al ir bajando la temperatura resultando en la sopa cósmica una preponderancia de quarks sobre antiquarks que sería el origen de la descompensación que hoy apreciamos entre materia y antimateria. Sigue un periodo del orden de unos 10^{-12} s en el que las fuerzas nucleares fuertes se separan de las débiles y las electromagnéticas. Es el tiempo *electrodébil*. La temperatura ya es inferior a 10^{27} K y ya no hay energía suficiente para que se formen las partículas suermasivas X propias del tiempo de la Gran Unificación, pero se siguen produciendo los bosones W^+ , W^- y Z^0 , propios de la interacción electrodébil hasta que el universo se enfría por debajo de los 10^{15} K. Comienza entonces la *era hadrónica* en la que las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza adquieren la independencia con que hoy las percibimos. Desaparecen los quarks generándose a su costa los protones y neutrones y algunos mesones. Se produce pues una *transición de fase* al pasar la materia del estado quark al estado nucleón, formándose en el Universo unos 10^9 fotones por cada barión, que es la relación que se viene a tener hoy en el Universo. Hasta aproximadamente 1 segundo después de la era de Planck la abundancia de protones y de neutrones es prácticamente la misma. Pero entonces, ya a unos 10^{10} K, el plasma cósmico que se ha estado expandiendo continuamente se hace poco denso para los neutrinos que los traspasan sin colisionar, cesan las rápidas transmutaciones entre protones y neutrones, y por ser los últimos más pesados y necesitar más energía para formarse terminan quedando alrededor de 13 neutrones por cada 87 protones. Esta época, de pocos segundos de duración, se conoce como *era leptónica*. Durante los tres minutos siguientes, cuando la expansión ha hecho bajar la temperatura a unos 10^9 K, se originan los núcleos de los elementos más ligeros (deuterio y helio4). Aún no se pueden formar átomos por la enorme presión de radiación debida a los fotones, pero cuando el universo se ha enfriado hasta unos $3 \cdot 10^3$ K, unos 10^6 años después de la era de Planck, la sopa cósmica deja de estar en estado de plasma. Los fotones siguen el mismo destino que los neutrinos habían seguido alrededor de 1 s después de la era de Planck, cuando la temperatura era de 10^{10} K. El Universo se hace así transparente para la radiación fotónica que hoy llega a nosotros, experimentando ocasionales absorciones y reemisiones en su ruta, con una temperatura de 2,7 K y una estructura espectral que refleja el estado de equilibrio térmico del Universo un millón de años después de la era de Planck. Esta radiación fósil, que hoy detectamos, es la RFM descubierta por Penzias y Wilson. Cuando la RFM fue emitida tenía una temperatura de unos 3000 K. A esa temperatura ya se pudieron empezar a formar los átomos de hidrógeno, y algo después, las primeras moléculas de hidrógeno, seguidas por algunos otros compuestos químicos más pesados y complejos. Tras varios miles de millones de años, comenzaron a aparecer grandes aglomeraciones de materia formadas por las fuerzas atractivas gravitatorias; colapsando y fragmentándose se crearon las protogalaxias, los cúmulos globulares y diversos tipos de lo que hoy llamamos material intergaláctico. Finalmente, después de unos 10^{10} años, se condensan las galaxias, los cuásares, embriones de estrellas empiezan a brillar dentro de enormes nubes de polvo de galaxias, produciéndose en sus interiores, por nucleosíntesis, los elementos más pesados que componen los tejidos de los seres vivos. Se forma la nube ancestral origen de la Vía Láctea y, dentro de ella, una nebulosa protosolar se condensa para dar lugar al sistema planetario que llamamos Sistema Solar, en órbita alrededor de una estrella que llamamos Sol.

5. DIFICULTADES DEL MODELO ESTÁNDAR:

A pesar de los éxitos del modelo estándar, éste no está exento de dificultades. Señalaremos algunas. En primer lugar, no existe todavía una explicación suficientemente satisfactoria de cómo se pudo formar la estructura a escala intermedia del Universo, galaxias, cúmulos, supercúmulos y "vacíos", que describíamos en la sección 2. Otro problema es el de la *planitud* así llamado porque se corresponde con el hecho de que la densidad de materia actual en el universo, r , aunque no conocida con exactitud, está cercana al valor crítico, r_0 , que esta magnitud habría de tener para que la geometría del espacio fuera euclídea o plana. Esta "cercanía" hay que interpretarla en el sentido de que, usando la incertidumbre presente, $0,01 < r/r_0 < 2$, si nos remontamos al final de la época de Planck, y llamamos $(r/r_0)_p$ al valor de la precedente relación en aquel tiempo, tendríamos la incertidumbre dada por $1 \cdot 10^{-58} < (r/r_0)_p < 1 + 10^{-58}$. En otras palabras, las condiciones "iniciales" del Universo estaban asombrosamente cercanas a las de la planitud espacial. Esta coincidencia reviste una importancia capital pues si en vez de lo anterior se hubiera tenido solamente $(r/r_0)_p < 1 \cdot 10^{-50}$ el Universo habría sido abierto, se habría expandido con tanta rapidez y las galaxias estarían tan lejanas unas de otras que hoy día r sería prácticamente cero; si por el contrario hubiera sido $(r/r_0)_p > 1 + 10^{-50}$ el Universo sería cerrado y se habría recolapsado hace millones de años. La pregunta que se plantea es, por tanto, ¿por qué la densidad del Universo hace unos 10^{10} años estaba tan cercana al valor crítico que corresponde a la planitud espacial? El que nuestro Universo sea tan plano explica después de todo que la Humanidad haya tardado tanto en barruntar la posibilidad de que la geometría del espacio pudiera no ser euclidiana. Por último, mencionaremos el problema del *horizonte*. La gran isotropía de la RFM nos indica que el Universo era extraordinariamente homogéneo cuando la radiación se desacopló de la materia, unos 10^6 años después de la era de Planck, al menos éste debió ser el caso para aquellas regiones desde las cuales nos llega la RFM en el presente. Haciendo cálculos, en el contexto del modelo estándar, se obtiene que dichas regiones ocupen entonces un volumen que, a su vez, contenía unas 10^5 regiones que jamás podían haber tenido entre sí interacción física alguna. Esto es esencialmente una consecuencia de que la velocidad de la luz establece un límite superior para cualquier propagación física y de la hipótesis de que hubo un instante inicial o big bang. El interrogante que se suscita es: ¿cómo es posible que regiones físicamente desconectadas desde el "principio" del Universo estuviesen en estados físicos tan parecidos?

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Los dos últimos problemas que se han señalado, se podrían desdeñar aduciendo simplemente que el Universo fue creado homogéneo y prácticamente plano. Pero la ciencia contemporánea se resiste, en lo posible, a aceptar esta clase de recursos extracientíficos. Para resolver este tipo de problemas se introdujo por Guth en 1980, y en una forma más refinada un año más tarde por Linde e independientemente por Albreche y Steinhardt, el llamado "*escenario inflacionario*", una condición del Universo que supuestamente se dio después de la era de Planck durante el tiempo de la Gran Unificación. Combinando la relatividad general y la teoría de la Gran Unificación, se hace plausible la existencia de un mecanismo que produjo en el Universo diminutas regiones con presión menor que la de las regiones circundantes, de tal modo que esas regiones se "inflaron" velozmente, a un ritmo exponencial con el tiempo. El periodo de inflación finalizaría después de unos 10^{-35} s, retornando la forma de expansión friedmanniana, potencial en el tiempo en aquella época temprana del cosmos. Pero tras corto espacio de tiempo, las regiones conectadas causalmente se habrían expandido tanto que para el momento en que se produjo la RFM las 10^5 regiones de las que antes afirmamos que, con una expansión puramente friedmanniana no podían haber estado nunca conectadas causalmente, ahora formarían parte de una región mucho mayor con una conexión causal entre sus partes. De hecho, toda la región del Universo que hoy podemos observar, nuestro *horizonte*, sería una porción de una de esas regiones homogeneizadas por sus intrainteracciones físicas; de ahí la solución al problema del *horizonte*. La dinámica del modelo inflacionario para el universo primitivo resuelve también de forma natural el problema de la *planitud*. En efecto, las ecuaciones de Einstein y el ritmo de expansión exponencial nos dicen que al final del periodo inflacionario la relación r/r_0 necesariamente estaría cercana a la unidad; tan extremadamente cercana que también ése sería el caso en el presente, por lo que viviríamos en un universo prácticamente exento de curvatura.

Los escenarios inflacionarios resuelven también además otras dificultades, pero todos ellos adolecen de sus propias deficiencias cuando se desciende a los detalles. Se cree, sin embargo, que de algún modo las ideas esenciales que conforman esos modelos constituyen un paradigma al que difícilmente se puede sustraer una, aún desconocida, correcta descripción del Universo primitivo.

En años recientes se ha intentado penetrar más allá del periodo inflacionario e incluso en la era de Planck con las teorías supersimétricas de las partículas elementales, que introducen una simetría entre fermiones y bosones, las teorías de Kaluza-Klein, que dotan al espacio de dimensiones extra con las que se pretende explicar los atributos internos de las partículas, y la teoría de supercuerdas, con la que se esperaba por fin, construir la teoría cuántica unificadora de todas las interacciones, incluida la gravitatoria. A pesar del enorme esfuerzo intelectual y especulativo, las dificultades técnicas, interpretativas y de reconciliación con la realidad observada, así como la escasez de predicciones, sobre todo en el caso de la teoría de supercuerdas, ha hecho remitir el primitivo entusiasmo que llevó a algunos reputados científicos a expresar la audaz convicción de que "el fin de la física" estaba cercano. Uno de los más ambiciosos planteamientos de los últimos tiempos ha sido el de la *Cosmología Cuántica*, en el que se trata al Universo en su totalidad como un sistema cuántico dotado de su función de onda. Se trata, nada menos, que de hallar una explicación al origen mismo del Universo construyendo una teoría en la que incluso las condiciones iniciales del Universo sean consecuencia de las propias leyes físicas. Sería ésta una verdadera cosmología científica. Aún es pronto para evaluar el porvenir de estas valientes exploraciones. Por primera vez, la ciencia se hace preguntas acerca del "por qué" de las cosas, en vez del "cómo", pretendiendo desvelar cuestiones que hasta ahora se habían considerado exclusivamente metafísicas.

5. EL PRINCIPIO ANTRÓPICO:

Existe una tradición en el pensamiento natural, cimentada desde el Renacimiento en nombres como Copérnico, Galileo y Darwin, y de la que forman parte principios científicos importantes como el mismo principio cosmológico, que viene a afirmar que el ser humano no ocupa ningún lugar privilegiado en el orden del mundo. Sin embargo, comenzando con Dicke en 1961, un punto de vista diferente ha sido adoptado por algunos cosmólogos en un intento por comprender el Universo que habitamos sobre una base teológica. El conjunto de ideas tras esta novedosa forma de pensar, que apunta a reinstaurar, de una forma mucho más sutil que lo hubiera soñado Ptolomeo, al hombre en el centro del mundo, recibe el nombre de *principio antrópico*. En una de sus formas más extremas, es el postulado de que el Universo se explica en función del ser humano, o que las leyes de la física y los valores de las constantes universales que determinan la intensidad de las fuerzas fundamentales son aquellos, quizás los únicos, que pudieron hacer posible que a lo largo de la evolución del Universo, se hayan producido las formas complejas de materia en las que se basa la vida inteligente tal y como la conocemos. Esta es la versión llamada *principio antrópico fuerte*. En ese espíritu, el astrofísico Brandon Carter, parafraseando el famoso dicho de Descartes: "*pienso, luego existo*", sugiere la afirmación: "*pienso, por tanto, el mundo es como es*". Entre los muchos ejemplos que los proponentes del principio antrópico aducen en apoyo de sus tesis, mencionaremos tres:

A. Los núcleos de los átomos se mantienen estables gracias a las fuerzas nucleares fuertes cuyo origen radica en los quarks y gluones. Si esta fuerza fuese algo más débil, los núcleos atómicos serían inestables, se desintegrarían rápidamente, y así el núcleo de deuterio (que es el más simple de los compuestos: protón + neutrón), y que mantiene al protón y al neutrón unidos tenuemente por la fuerza nuclear, no podría existir de forma estable si la intensidad de la fuerza nuclear fuera sólo unos pocos tantos por ciento más débil. El Sol y las estrellas que usan el deuterio como eslabón esencial en su cadena de reacciones nucleares no podrían mantenerse encendidos, a menos que encontraran un nuevo circuito nuclear (hoy no conocido) para generar su calor. Igualmente dramáticas serían las consecuencias si las fuerzas nucleares fueran ligeramente más fuertes. En tal caso, dos protones podrían superar su repulsión eléctrica y unirse. Como dijimos antes, alrededor de $t \gg 1$ s después de la era de Planck, había muchos más protones (87%) que neutrones (13%), los protones se unieron con los neutrones para formar deuterio y después helio⁴. Los protones que sobraron quedaron para formar la mayor parte de la materia prima de las estrellas.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Si la fuerza nuclear hubiera sido más fuerte, esos protones se podrían haber asociado en pares, y en esa asociación uno de los protones se habría desintegrado en un neutrón y un positrón, dejando de nuevo núcleos de deuterio que otra vez, por pares, formaría helio. Por tanto, el Universo en el que la fuerza nuclear hubiera sido algo más fuerte no quedaría virtualmente nada de hidrógeno desde aquél primer segundo después del big bang. No podrían existir estrellas estables como el Sol, ni agua. Es por tanto dudoso que la vida hubiera podido emerger si la intensidad de la fuerza nuclear hubiera sido ligeramente distinta de la que es.

B. El cociente de la fuerza con que se atraen gravitacionalmente dos protones y la fuerza con que se repelen debido a su carga eléctrica, es crucial para la determinación de la estructura de las estrellas. El valor de este cociente da lugar a que exista un equilibrio de fuerzas dentro de las estrellas que hace que casi todas ellas, en cuanto a sus masas y luminosidades, se encuentren alejadas de los dos extremos que corresponden a las enanas rojas (frías, convectivas y pequeñas) y las gigantes azules (calientes, radiativas y grandes). Una ligerísima alteración en ese valor, por ejemplo, la que se produciría si la constante de la gravitación fuese distinta de que es en sólo un 10^{-38} %, sería suficiente para que todas las estrellas tuvieran que ser gigantes azules o enanas rojas. No existirían estrellas como el Sol, ni ninguna forma de vida que dependa de estrellas del tipo solar para su sustento.

C. Otro hecho puesto de manifiesto por Fred Hoyle: en el núcleo de las estrellas puede producirse la siguiente reacción: $3 \text{ He}^4 \rightarrow \text{C}^{12}$. Esta triple colisión es muy rara, por lo que apenas se produciría C^{12} si no fuera por una curiosa propiedad del núcleo de Carbono. Primer, lo que ocurre es $2 \text{ He}^4 \rightarrow \text{Be}^8$ que es mucho más probable. El Be^8 es inestable, y el que se produzca la reacción $\text{Be}^8 + \text{He}^4 \rightarrow \text{C}^{12}$ antes de que se desintegre el Be^8 depende muy sensiblemente de la energía con la que colisione el He^4 con el Be^8 . Hay una energía muy particular (fenómeno de la resonancia nuclear) a la que se produce la reacción. A energías ligerísimamente distintas no lo hace. Afortunadamente da la coincidencia de que la energía térmica de los constituyentes nucleares en el interior de una estrella típica está casi exactamente en el valor correspondiente a la resonancia del C^{12} . Sin este feliz accidente? La formación de carbono en las estrellas quedaría drásticamente reducida. Pero aún hay más: el C^{12} no sobreviviría en el horno estelar si no fuera por otra feliz circunstancia. En efecto, se produciría la reacción $\text{He}^4 + \text{C}^{12} \rightarrow \text{O}^{16}$ quemándose prácticamente todo el carbono, si no fuera porque la naturaleza ha elegido que la energía de resonancia a la que se produce la anterior reacción esté por debajo de la energía térmica del He^4 y del C^{12} presente en las estrellas.

La localización de estas resonancias depende de las fuerzas fundamentales de la naturaleza, especialmente de la nuclear y de la electromagnética. Si éstas hubieran sido ligerísimamente distintas, las resonancias del C^{12} y del O^{16} hubieran estado localizadas de modo que la vida, en su variedad terrestre al menos, habría sido mucho menos posible.

El cosmólogo británico John Barrow, uno de los proponentes del principio antrópico, a la vista de circunstancias tan afortunadas para que se haya producido la vida como las mencionadas, afirma que muchas de las observaciones del mundo natural, aunque son sorprendentes *a priori*, cuando se ven a la luz del principio antrópico fuerte, resultan comprensibles como consecuencias inevitables de nuestra propia existencia.

Tal vez sea necesario indicar que el principio antrópico concita una fuerte oposición en otros científicos. Si resultase correcto, habría que completar el pensamiento optimista de Leibniz de que "el Universo es el mejor entre todos los posibles" por el más dudoso, dependiendo de la valoración que se tenga de la Humanidad, con sus grandezas y miserias, de que "el Universo es el único posible que es compatible con la existencia del ser humano".

(Continúa en el próximo número)

CODA A LA FENOMENOLOGÍA¹

Por: **Víctor Manuel Hermoso**
DOCTORADO EN EDUCACIÓN -FACE-UC

Debió ser gratificante para Edmund Husserl (1859-1938) el nombre más significativo de lo que se ha llamado fenomenología, la dedicatoria que le hiciera su discípulo preferido: Martín Heidegger (1889-1976), en su obra cumbre *Ser y Tiempo*:

A Edmund Husserl

Con admiración y amistad

Todtnauber, Selva Negra, 8 de Abril de 1926.

(Heidegger, 1993, p. 9)

¿Qué suspensiones de juicios (epoché), haría Heidegger al fraguar esta dedicatoria? Recuérdese que Husserl era judío y Heidegger se acercaba al nacional socialismo

En todo caso, Heidegger crea su propia fenomenología a la cual llama hermenéutica para él:

La fenomenología es el método de la ontología, el estudio del Ser (*Sein*) de los seres (lo que es, *Seiendes*). Un preliminar necesario a la cuestión del Ser como tal es la ontología del ser que plantea la pregunta acerca del ser. Decir que el ser es el tema apropiado de la fenomenología sugiere que **Heidegger está dedicado a algo totalmente distinto de la fenomenología trascendental cuya materia es la conciencia trascendental**. Sin embargo, la diferencia no es tan grande como pudiera parecer. El ser no es alguna gran abstracción sino lo que hace posible que los seres se muestren o sean encontrados. El *Dasein* (término de Heidegger para el ser humano) es único en la medida en que su ser incluye un entendimiento del Ser, el de sí mismo y el de lo que no es sí mismo. **La fenomenología es hermenéutica en el sentido de que consiste en la interpretación, en el desenvolvimiento (*Auslegung*) conceptual del entendimiento que el *Dasein* tiene del Ser**. El ser con el entendimiento del Ser no es un ego trascendental fuera del mundo, sino un ser cuyo Ser es Ser-en-el-mundo. Sin embargo, este no es un burdo regreso a una ingenuidad prekantiana. El *Dasein* no está en el mundo en el sentido de una cosa que puede localizarse en una cosa mucho más grande. No es un *sujeto* que, en contraste con el sujeto trascendente, no esté fuera del mundo. **Antes bien la concepción de *Dasein* como Ser-en-el-mundo representa un intento por superar la dicotomía entre sujeto y objeto**. Lo que Heidegger quiere decir con “mundo” es una estructura de significación. Esto no es algo por encima y contra el *Dasein*, sino parte integral de lo que el *Dasein* es. Invertiendo el orden acostumbrado, los modos teóricos de intencionalidad y el comportamiento con los seres se ven como fincados en modos prácticos. Ser-en-el-mundo no es en sí mismo un ejemplo de intencionalidad, sino una condición de la posibilidad de intencionalidad. (Habermas: En Brown, Collinson y Wilkinson, 2001, pp. 264-265) negritas añadidas.

Son frases tales como “... la concepción del *Dasein* como ser-en-el mundo representa un intento por superar la dicotomía entre el sujeto y el objeto” lo que entusiasma a los cultores de la cualitatividad y la fenomenología en general al ofrecer términos que parecen anillarse a lo cualitativo.

Volviendo a Husserl podemos decir que hay en él dos fenomenologías; la realista y la Trascendental. La fenomenología realista:

Se caracteriza por una rica ontología que rechaza la restricción **empirista** a lo que hay de físico y mental. Hay entidades físicas y entidades mentales pero también hay números, estados de cosas, leyes lógicas, instituciones, obras de arte, etcétera. Siguiendo el

lema “¡a las cosas mismas!”, entidades de todos los tipos ontológicos **son tomadas como se presentan a la conciencia, y no como dice que deben serlo alguna teoría o sistema**. Todo tiene su “que”, su esencia. **La fenomenología es el estudio de las esencias y relaciones entre las esencias por medio de una especie de visión o intuición no sensorial**. (*Wesensschau*). Las verdades que tal fenomenología pone al desnudo son *priori*. (Habermas: En Brown, Collinson y Wilkinson, 2001, p. 264) negritas añadidas.

Tal vez el concepto de fenomenología que plantea Julián Marías, es más atractivo a los cualitativistas ya que envuelve a las vivencias o mejor dicho a la esencia de las vivencias:

“La fenomenología es una ciencia de objetos ideales. Es por tanto, una ciencia a *priori*: además es una ciencia *universal*, porque es una ciencia de las *esencias* de las *vivencias*. Vivencia (*Erlebnis*) es todo acto psíquico; al envolver la fenomenología el estudio de todas las vivencias, porque las vivencias son *intencionales*, y es esencial en ellas la referencia a un objeto”. (Marías, 1957, p. 397)

Un aspecto medular en Husserl es la reducción fenomenológica que: “consiste en tomar una vivencia y ponerla “entre paréntesis” o “entre comillas” (*Einklammerung*)... a este poner entre paréntesis, llama Husserl reducción fenomenológica o epoché” (Marías, 1957, p. p. 401-402)

El epoché o epojé... es objeto de numerosas interpretaciones, así Howard Schwartz y Jerry Jacobs hablan de muchos epojés y los clasifican en tres tipos: fenomenológico, trascendental y la reducción científica. El cuadro los describe.

Cuadro: Tipos de Epojés

Epojé Fenomenológico	“... por el cual se suspende el juicio acerca de la existencia del mundo, o de los objetos que están dentro de él, o ambas cosas” (Schwartz y Jacobs, 1999, p. 445)
Epojé Trascendente	“... por el cual se suspende la creencia en la existencia propia como ser humano particular” (Schwartz y Jacobs, 1999, p. 445)
Reducción Eidética	“... por medio de la cual se progresa del mundo de lo real al mundo de lo posible” (Schwartz y Jacobs, 1999, p. 445) Paso de las vivencias a las esencias.

Fuente: Elaboración Propia.

Los epojés (para algunos es femenino), no son a menudo mencionados explícitamente. Si lo hace Alejandro Moreno en la historia-de-vida de Felicia Valera. El texto completo es el siguiente:

Implicancia in-viviente en el horizonte hermenéutico-vivencial de la historia **no** resultan válidos los postulados de Ferrarotti.

¹ La primera vez que vi la expresión *coda* fue en el “Aro y la Trama” de Alejandro Moreno. El Diccionario de la Real Academia de la Lengua refiere a *coda* como: “Adición brillante a una pieza de música”. Aquí se parece más bien a un *excurso*.

(Viene de la página anterior)

Ferrarotti parte de un supuesto implícito en su razonamiento y no expresaba: que las condiciones de posibilidad del conocimiento son universales trascendentales y por lo mismo existe un horizonte hermenéutico válido para todos los conocimientos, **siempre que se haga una adecuada “epojé” que libere al conocedor de sus adherencias subjetivas.** (Moreno y otros, 1998, p.15). Negritas añadidas.

Al respecto se pueden evidenciar tres consideraciones:

- Uso del término epojé como femenino, posiblemente por devenir de reducción fenomenológica.
- El rechazo a la búsqueda de universalidad del conocimiento generado.
- Se afirma “...que siempre que se haga una adecuada “epojé” que libere al conocedor de sus adherencias subjetivas. Es decir se predican que los epojés permiten liberar la subjetividad, ¿es esto cierto? Sin pretender una explicación completa haré algunos razonamientos al respecto: como se reseñó antes. “para la fenomenología trascendental, la conciencia o la subjetividad es el tema exclusivo... la operación que permite al fenomenólogo entrar a la dimensión de la ciencia pura, es la reducción fenomenológica trascendental...” (Habermas, en Brown, Collinson y Wilkynson, 2001, p.266). El “hecho” de suspender (colocar entre paréntesis) por ejemplo las creencias **no** implica que haya una liberación de adherencias subjetivas”, más bien es un reconocimiento consciente de su existencia (las creencias). El epojé para el investigador cualitativista facilita el acceso al sistema de creencias del otro, pero no elimina (solo las suspende convenientemente) las creencias del investigador. Este aspecto debe ser sujeto de reflexiones dada la no unimidad del origen, presencia y uso de los epojés.

Creo que cuando los investigadores del centro de investigaciones populares usa una especie de epojé al preguntarse: ¿somos investigadores?, ¿es nuestro trabajo una investigación? Y responderse: “nos ubicamos fuera de la actual discusión entre cuantitativismo y cualitativismo, así como entre modernidad y postmodernidad” (Moreno y otros, 1998, p.18).

Hablemos ahora del tercer tipo (corriente) de la fenomenología existencial: esta asociada al concepto o idea de Lebenswelt, vocablo alemán que ha sido traducido al español de diferentes maneras de acuerdo a los autores (o quizás de los traductores).

El cuadro describe algunos términos y autores que lo usan (versión en español).

Cuadro: traducciones de Lebenswelt.

Traducción de Lebenswelt	Autor (es)
Mundo vivido	Paul Gerner (Ingles)
Mundo de la vida	Jürgen Habermas (Alemán) Rafael Flores Ochoa (Colombiano) Howard Schwarz y Jerry Jacobs (Estadounidenses)
Mundo vital consuetudinario	Richard Bernstein (Estadounidense)
Mundo de vida	Alejandro Moreno (Venezolano)

Fuente: elaboración propia.

No estoy muy seguro de que para Alejandro Moreno mundo de vida (por ejemplo *mundo de vida popular*) sea una traducción de Lebenswelt y no una interpretación adecuada a su trabajo investigativo sui-generis.

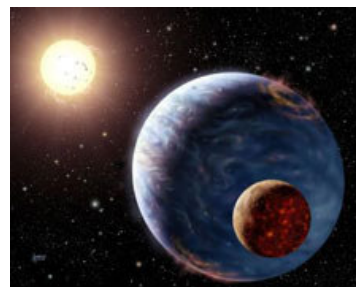
La visión habermasiana de Mundo de la vida se configura como guía comprensiva para la comunicación hacia el entendimiento. Así “... el Mundo de la vida aparece como **contexto** formador de horizontes de los procesos de entendimiento... pero el Mundo de la vida no solo tiene la función de **formar contexto**. Como **recurso**, el Mundo de la vida, cumple pues un papel **constitutivo** en los procesos de entendimiento”. (Habermas, 1994, p.494). Una didáctica explicación de la interpretación de Habermas la proporciona Rafael Flores Ochoa (en un marco pedagógico). Quien lo expone así:

El horizonte de sentir que nos acompaña como trasfondo prerreflexivo previo y necesario a toda interpretación, como lo entendieron Husserl, Heidegger y Gadamer, es analizado por Habermas⁸ bajo el concepto de “mundo de la vida” como el conjunto de saberes intuitivos, implícitos acerca del sobrevivir y del convivir: saberes prácticos acerca de cómo defenderse en la vida, de cómo arreglárselas, de en que confiar y de que cuidarse, que en su conjunto configuran un bagaje lingüístico de trasfondo que se transmite como tradición cultural, y que exhibe propiedades tales como:

- Es un saber implícito, no determinable exhaustivamente, que permanece en las espaldas.
- Es un saber holísticamente estructurado.
- No esta disponible ni es cuestionable al antojo de nuestra conciencia, aunque esta siempre allí presente en las evidencias familiares de la vida cotidiana.
- Solo puede ser tematizado por fragmentos, como contexto relevante para determinar situación particular.
- Provee el contexto general implícito en el que quienes dialogan tienen previamente asegurada la conexión entre mundo objetivo, mundo subjetivo y mundo social. (Flores Ochoa, 1994, pp. 218-219)
- Tal y como interpreta Flores Ochoa, el mundo de la vida es reducido a un saber como una especie de marcaje cultural sobre nosotros que no podemos manejar a nuestro antojo. Como el caso de los epojés el mundo de la vida no aparece explicado con claridad, al menos no hay unanimidad de explicación.

Seria interesante explorar las relaciones entre las epojés y los obstáculos, perfiles, actos y rupturas epistemológicas en Gaston Bachelard.

V. M. H.



*Cuento***VIRTUDES CHOIQUE****Autor: Carlos J. Durán****Del libro: "Cuentos para curar el empacho". -Ediciones Paulinas**

Una escuela en medio de las montañas. Los chicos que iban a estudiar, llegaban a caballo, en burro y en patas.

Tenía una sola maestra, que amasaba el pan, trabajaba una quintita, hacía sonar la campana y también hacía la limpieza. Se llamaba *Virtudes Choique*.

Vivía en la escuela. Al final de la hilera de bancos, tenía un catre y una cocinita...Los chicos no se perdían un solo día de clase. Principalmente, porque la señorita Virtudes tenía tiempo para ellos. Además, sabía hacer mimos, y de vez en cuando jugaba al fútbol con ellos. También estaba el mate cocido de leche de cabra, que Virtudes servía cada mañana.

Un día Apolinario Sosa volvió al rancho y dijo a sus padres:

-¡Miren, miren...! ¡Miren lo que me ha puesto la maestra en el cuaderno!

El padre y la madre miraron, y vieron unas letras coloradas.

Como no sabían leer, pidieron al hijo que les dijera, entonces Apolinario leyó: "Señores padres: les informo que su hijo Apolinario es el mejor alumno".

Los padres de Apolinario abrazaron al hijo, porque si la maestra había escrito aquello, ellos se sentían bendecidos por Dios.

Al día siguiente, otra chica llevó a su casa algo parecido. Esta chica se llamaba Juanita Chuspas, y voló con su mula al rancho para mostrar lo que había escrito la maestra: "Señores padres: su hija Juanita es la mejor alumna".

Y acá no iba a terminar la cosa. Al otro día lo mismo Melchorcito Guare. Así a los cincuenta y seis alumnos de la escuela llevaron a sus ranchos una nota que aseguraba: "Su hijo es el mejor alumno".

Y así hubiera quedado todo, si el hijo del boticario no hubiera llevado su felicitación. Porque, les cuento: el boticario, don Pantaleón Minoguye, apenas se enteró de que su hijo era el mejor alumno, dijo: ¡Mi hijo es el mejor de toda la región! Sí. Hay que hacer un asado con baile. El hijo de Pantaleón Minoguye ha honrado a su padre, y por eso lo voy a celebrar como Dios manda.

El boticario escribió una carta a la señorita Virtudes:

"Mi estimada, distinguidísima y hermosísima maestra: El sábado que viene voy a dar un asado en honor de mi hijo. Usted es la primera invitada. Le pido que avise a los demás alumnos, para que vengan al asado con sus padres. Muchas gracias. Beso sus pies, Pantaleón Minoguye; boticario".

Imagínese el revuelo que se armó. Ese día cada chico voló a su casa para avisar del convite.

Y como sucede siempre entre la gente sencilla, nadie faltó a la fiesta. Bien sabe el pobre cuánto valor tiene reunirse, festejar, reírse un rato, cantar, saludarse, brindar y comer un asadito de cordero.

Por eso, ese sábado todo el mundo bajó hasta la casa del boticario, que estaba de lo más adornada. Ya estaba el asador, la pava con el mate, varias fuentes con pastelitos, y tres mesas puestas una al lado de la otra. En seguida se armó la fiesta.

Mientras la señorita Virtudes Choique cantaba una baguala, el mate iba de mano en mano, y la carne del cordero se iba dorando. Por fin, el boticario, pidió silencio.

Todos prestaron atención. Seguramente iba a comunicar una noticia importante, ya que el convite era un festejo.

Don Pantaleón tomó un banquito, lo puso en medio del patio y se subió. Después hizo ejem, ejem, y sacando un papelito leyó el siguiente discurso: "Señoras, señores, vecinos, niños.

¡Queridos convidados! Los he reunido a comer el asado aquí presente, para festejar una noticia que me llena de orgullo. Mi hijo mi muchachito, acaba de ser nombrado por la maestra, doña Virtudes Choique, el mejor alumno.

Así es. Nada más, ni nada menos...

El hijo del boticario se acercó al padre, y le dio un vaso con vino. Entonces el boticario levantó el vaso, y continuó: Por eso, señoras y señores, los invito a levantar el vaso y brindar por este hijo que ha honrado a su padre, a su apellido, y a su país. He dicho"

(Continúa en la página siguiente)

(Viene de la página anterior)

Contra lo esperado, nadie levantó el vaso. Nadie aplaudió. Nadie dijo ni mu.

Al revés. Padres y madres empezaron a mirarse unos a otros, bastante serios. El primero en protestar fue el papá de Apolinario Sosa: Yo no brindo nada. Acá el único mejor es mi chico, el Apolinario. Ahí nomás se adelantó colorado de rabia el padre de Juanita Chuspas, para retrucar:

¡Qué están diciendo, pues! Acá la única mejorcita de todos es la Juana, mi muchachita...

Pero ya empezaban los gritos de los demás, porque cada cual desmentía al otro diciendo que no, que el mejor alumno era su hijo. Y que se dejaran de andar diciendo mentiras. A punto de que don Sixto Pillén agarrara de las trenzas a doña Dominga Llanos, y todo se fuera para el lado del demonio, cuando pudo oírse la voz firme de la señorita Virtudes Choique.

- ¡Párense...! ¡Cuidado con lo que están por hacer...! ¡Esto es una fiesta!

La gente bajó las manos y se quedó quieta. Todos miraban fiero a la maestra. Por fin, uno dijo: Maestra, usted ha dicho mentira. ¡Usted ha dicho a todos lo mismo!!!

Entonces sucedió algo notable.

Virtudes Choique empezó a reírse loca de contenta. Por fin, dijo: Bueno. Ya veo que ni acá puedo dejar de enseñar.

Escuchen bien, y abran las orejas. Pero abran también el corazón. Porque si no entienden, adiós fiesta. Yo seré la primera en marcharme. Todos fueron tomando asiento. Entonces la señorita habló así: Yo no he mentido. He dicho verdad. Verdad que pocos ven, y por eso no creen. Voy a darles ejemplo de que digo verdad:

Cuando digo que Melchor Guare es el mejor no miento. Melchorcito no sabrá las tablas de multiplicar, pero es el mejor arquero de la escuela, cuando jugamos al fútbol...

Cuando digo que Juanita Chuspas es la mejor no miento. Porque si bien anda floja en Historia, es la más cariñosa de todas...

Y cuando digo que Apolinario Sosa es mi mejor alumno tampoco miento. Y Dios es testigo que aunque es desprolijo, es el más dispuesto para ayudar en lo que sea...

Tampoco miento cuando digo que aquel es el mejor en matemáticas... pero me callo si no es servicial.

Y aquél otro, es el más prolijo. Pero me callo si le cuesta prestar algún útil a sus compañeros.

Y aquélla otra es peleadora, pero escribe unas poesías preciosas.

Y aquél, que es poco hábil jugando a la pelota, es mi mejor alumno en dibujo.

Y aquélla es mi peor alumna en ortografía, ipero es la mejor de todos a la hora de trabajo manual!

¿Debo seguir explicando? ¿Acaso no entendieron? Soy la maestra y debo construir el mundo con estos chicos. Pues entonces, ¿con qué levantaré la patria? ¿Con lo mejor o con lo peor?

Todos habían ido bajando la mirada. Los padres estaban más bien serios. Los hijos sonreían contentos.

Poco a poco cada cual fue buscando a su chico. Y lo miró con ojos nuevos. Porque siempre habían visto principalmente los defectos, y ahora empezaban a sospechar que cada defecto tiene una virtud que le hace contrapeso.

Y que es cuestión de subrayar, estimular y premiar lo mejor. Porque con eso se construye mejor.

Cuenta la historia que el boticario rompió el largo silencio.

Dijo: - ¡A comer! ¡La carne ya está a punto, y el festejo hay que multiplicarlo por cincuenta y seis!

Enviado por: Lic. Oscar E. Briceño

AMENIDADES

"El día peor empleado es aquél en que no se ha reído."

Chamfort

Humor en la red



Sudoku!!!

El juego numérico que activa la inteligencia

Recuerda: la regla para hacerlo es rellenar cada fila, cada columna y cada caja de 3x3 con los números del 1 al 9 sin repetirlos.

La respuesta del anterior:

1	8	5	2	4	7	3	6	9
9	6	3	5	8	1	7	2	4
7	4	2	6	9	3	8	1	5
4	9	8	1	7	6	5	3	2
5	2	1	4	3	8	9	7	6
6	3	7	9	5	2	1	4	8
2	5	6	3	1	9	4	8	7
3	7	4	8	2	5	6	9	1
8	1	9	7	6	4	2	5	3

Y ahora.....

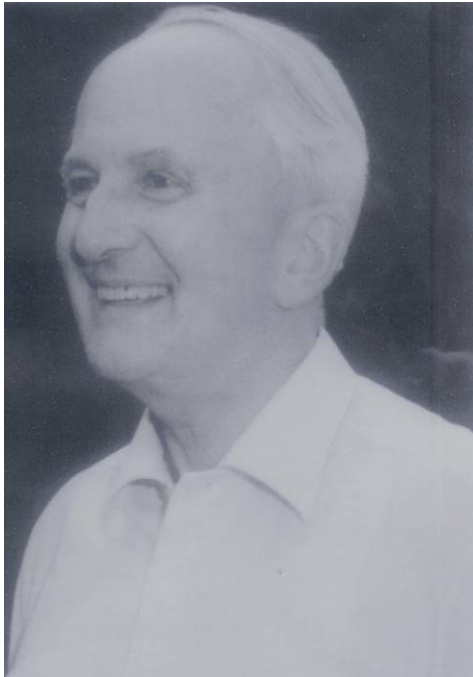
iiiNuevo Reto!!!

5			2		9			6
	1	2	8		5	9	7	
		7	5		6	2		
1								9
		3	7		1	4		
	9	4	1		7	3	5	
7			4		2			1

Tomado de: **Mephan, M.** (Comp.) (2005). *Sudoku. El nuevo juego numérico que activa la inteligencia*. Caracas-Venezuela: Editorial Random House Mondadori.

¡Éxito y hasta el próximo encuentro!

GALERÍA



LOTHAR COLLATZ
(1910- 1990)

El Profesor Dr. Lothar Collatz nació en Alemania, al norte del Rin, en Arnsberg, Westfalia, el 6 de Julio de 1910; y murió en Varna, Bulgaria, el 26 de septiembre de 1990 mientras asistía a un simposio internacional sobre Aritmética de la Computación, Computación Científica y Modelado Matemático. A pesar de su edad, su muerte sorprendió a todos; su vitalidad y energía hacía pensar que viviría más tiempo. La comunidad matemática indudablemente perdió una de las personalidades más ingeniosas e influyentes de su tiempo.

El Profesor Collatz estudió matemática y física en las Universidades de Greifswald, Munich, Gottingen, y Berlín de 1928 a 1933. A menudo manifestaba cuánto le habían impresionado las conferencias de Hilbert, Courant, von Mises, Schur, y otros matemáticos famosos de la época.

Estaba convencido que los resultados de la matemática, y los matemáticos tenían esa responsabilidad, debían aplicarse a los fenómenos reales mundialmente conocidos, y esto siempre lo motivó. Nunca se cansó de luchar por esta convicción.

De 1943 a 1952, el Profesor Collatz se desempeñó como docente en la universidad Tecnológica de Hannover. En 1952 aceptó una oferta de la

Universidad de Hamburgo dónde fundó el ahora famoso Instituto de Matemática Aplicada.

Trabajó allí hasta finales del verano de 1990. La originalidad matemática y creatividad del Profesor Collatz eran evidentes a todos los que lo conocían. Realizó trabajos en todas las áreas fundamentales del análisis numérico. Su obra incluye más de 200 publicaciones y varios libros importantes sobre límite y problemas referentes al mismo, ecuaciones diferenciales ordinarias, tratamiento numérico de ecuaciones diferenciales, funciones, análisis, optimización, y teoría de la aproximación. Muchos de estos libros se han traducido a varios idiomas.

Además, fue el editor del periódico *Teorema de la Aproximación* desde sus inicios, y estuvo al frente de los consejos de redacción de muchas otras publicaciones científicas.

Organizó un gran número de simposios sobre varios temas de Matemática Aplicada que permitió la revisión de numerosos procedimientos. No estaba solo en estas actividades; tanto él como su trabajo tenían una profunda y permanente influencia sobre un gran número de matemáticos.

El Profesor Collatz fue reconocido y honrado por sus contribuciones científicas. A él se le otorgaron doctorados honorarios por la Universidad de San Paulo, la Universidad Técnica de Viena, la Universidad de Dundee, la Universidad de Brunei, la Universidad Técnica de Hannover, la Universidad de Augsburg, y más recientemente, por la Universidad Técnica de Dresde.

Fue miembro del senado de las academias científicas de Leopoldina y de Halle, miembro electo de las academias científicas de Bolonia y Módena, y miembro honorario tanto de la Sociedad Matemática de Hamburgo como de la Sociedad de Matemáticas Aplicadas y Mecánicas.

El Profesor Collatz fue un individuo verdaderamente maravilloso. Era modesto en su conducta, y en la vida amable y útil. Su vitalidad era legendaria. Cercano a su muerte, el Profesor Collatz tomó parte activa en simposios científicos por todo el mundo, contribuyendo substancialmente a su éxito.

El Profesor Collatz es un ejemplo brillante de una vida consagrada a la ciencia. Siempre se estará en deuda con él y su memoria será recordada por todos.

FUENTE: JOURNAL OF APPROXIMATION THEORY 65, 1-2 (1991).
