



EDITORIAL

Se inicia un nuevo semestre y todavía estamos con la duda de quién será el nuevo Decano. Más aún, no se sabe cuando se realizará el proceso. La comisión electoral manifestó que probablemente sea para el próximo mes de mayo.

Tampoco y más grave aún, se han realizado los concursos de oposición para el ingreso de nuevos docentes ordinarios. Grave por lo que representa para la estabilidad académica de nuestra facultad.

Pero a pesar de todo esto, lo más importante son nuestros alumnos. Se terminan de aperturar todas las nuevas menciones anunciadas, lo que significa más oportunidades de obtener opción a una de ellas, y mayor diversidad para la escogencia.

Para este nuevo semestre recomendamos a los estudiantes la internalización de un principio moral que deben convertir en un valor personal: "cuando promuevo es porque me lo merezco y no porque otro interceda por mí para que me promuevan, aunque no tenga méritos para que esto suceda".

REFLEXIONES

"No existe remedio contra el mal cuando los vicios se convierten en costumbre."

Lucio Anneo Séneca

"El hombre no es el creador de las circunstancias, más bien las circunstancias crean al hombre."

Benjamín Disraeli

Prof. Julio Natera

Jefe del Departamento de Matemática

Prof. Rafael Ascanio H.

Jefe de la Cátedra de Cálculo

Prof. Próspero González M.

Adjunto al Jefe de Cátedra

Coordinadores publicación de HOMOTECIA:

Prof. Rafael Ascanio H.

Prof. Próspero González M.

Colaboradores de HOMOTECIA

Br. Adabel Disilvestre

Br. Key L. Rodríguez

Br. Domingo Urbáez

Br. Daniel Leal L.

Br. Adrián Olivo

Br. Luís Velásquez

Br. Luís Orozco

Br. Luís Medina

La resolución de problemas:

¿Una solución o una problemática de las estrategias didácticas de la enseñanza de la matemática?

Por: **Prof. José López**

Departamento de Pedagogía Infantil y Diversidad
Facultad de Ciencias de la Educación-Universidad de Carabobo

RESUMEN

El presente trabajo nace como expresión de una profunda inquietud compartida por quienes ejercemos la docencia en algún nivel educativo y nos hemos involucrado de manera especial con la enseñanza de la matemática. Sin duda habremos caído alguna vez en cuenta que no todas las estrategias didácticas mediante las cuales se han intentado enseñar a los estudiantes a resolver problemas matemáticos conducen certeramente al objetivo propuesto, al menos no en todos los casos; pero también es posible que hayamos vivido "en carne propia" la sensación de incapacidad para responder a situaciones problemáticas, con el respectivo desencanto de quien habiéndose sentido "fuerte" en esta materia, descubre grandes limitaciones en su posibilidad de resolver problemas. Trabajar en un análisis de los pro y los contra del uso de determinadas estrategias didácticas orientadas a la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, pretende aportar a los profesionales de la enseñanza de la matemática y a quienes tienen a su cargo la iniciación al aprendizaje de la misma en educación inicial y primaria, un elemento de reflexión que enriquezca su acción docente en beneficio de la formación matemática de los estudiantes que tienen a su cargo.

Palabras claves: enseñanza de la matemática, resolución de problemas, estrategias didácticas.

UN REFERENTE TEÓRICO-CONCEPTUAL.

Abordar la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos como objeto de estudio, demanda la precisión de algunos conceptos y la explicitación de ciertos supuestos; ello permitirá proponer una respuesta a preguntas como: ¿qué es un problema?, ¿qué supone la resolución de problemas en términos de actividad cognitiva?, ¿qué tipos de conocimiento quedan involucrados en la resolución de problemas?, y desde un foco de interés particular, ¿es "enseñable" la resolución de problemas matemáticos?, ¿cómo puede orientarse en tal caso su enseñanza?

Como aproximación al concepto de problema, se asume la siguiente afirmación de Parra, 1990:

"un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata". (p 22).

Un problema sitúa al que trata de resolverlo en una situación que amerita el accionar de su cognición y sus conocimientos previos para dar una respuesta satisfactoria a las interrogantes planteadas en dicho problema.

Si la resolución de problemas se analiza delimitada a situaciones de aprendizaje intencionalmente estructuradas y vinculadas con algún campo de estudio, como las que se dan en la dinámica escolar, ese disponer de los elementos para comprender la situación que el problema describe, a que se hace alusión en el párrafo anterior, supone que el sujeto que habrá de resolver el problema en cuestión, ha tenido acceso o ha construido aquel conocimiento conceptual y el respectivo conocimiento procedimental que son requeridos como antecedente mínimo necesario para comprender la información, establecer relaciones y utilizar procedimientos con la finalidad de llegar a resolver el problema que se le ha planteado.

Aunque no es finalidad de este trabajo hacer una revisión amplia de lo que son el conocimiento declarativo (conceptual) y el procedimental, conviene especificar brevemente que Monereo (1998) refiere que el conocimiento es declarativo por cuanto puede comunicarse o declararse a través del lenguaje verbal; se trata de un conocimiento que ha sido construido mediante un proceso que Marzano (1997) describe de la siguiente manera: "el primer paso en el aprendizaje de conocimiento conceptual de alguna área de contenido es agregar lo que no se sabe a lo ya conocido acerca del contenido", en otras palabras, es construir significado: agregar lo que sabes a lo que estás aprendiendo. Posteriormente, es necesario organizar el contenido que ha sido comprendido, de tal manera que éste tenga orden desde la perspectiva del aprendiz; esto supone una actividad cognitiva mediante la cual se reformula y rehace dicho contenido en alguna de las múltiples formas en que es posible organizarlo. Finalmente, se da un procesamiento de la información mediante el cual, conscientemente se guarda el conocimiento conceptual de manera que pueda ser recordado posteriormente.

(continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

En el caso concreto del contenido propio de la matemática, puede afirmarse, por ejemplo, que señalar las características de un triángulo equilátero, establecer las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo, utilizar de manera apropiada algunos símbolos matemáticos o definir lo que es un número racional, es posible cuando el aprendiz ha construido el conocimiento conceptual respectivo.

El conocimiento procedimental o procesal es un conocimiento ligado a la acción o ejecución; dicho de otra manera, tiene que ver con el aprendizaje de procedimientos; hablar de procedimientos requiere también de ciertas especificaciones porque se trata de un término usado con diferente alcance en diversos contextos; para efectos de este ensayo se recurre a una clasificación que tiene como base el tipo de regla que subyace en un conjunto de operaciones y que permite distinguir entre procedimientos algorítmicos y procedimientos heurísticos.

De tal manera que, Monereo (1998) aclara:

“Se llama a un procedimiento algorítmico cuando la sucesión de acciones que hay que realizar se halla completamente prefijada y su correcta ejecución lleva a una solución segura del problema o de la tarea (por ejemplo, realizar una raíz cuadrada o coser un botón). En cambio, cuando estas acciones comportan un cierto grado de variabilidad y su ejecución no garantiza la consecución de un resultado óptimo (por ejemplo, planificar una entrevista o reducir el espacio de un problema complejo a la identificación de sus principales elementos más fácilmente manipulables) hablamos de procedimientos heurísticos” (p. 29).

Los procedimientos algorítmicos y los procedimientos heurísticos pueden ser considerados como extremos de un *continuum* en el que es posible situar diferentes tipos de procedimientos según su proximidad o lejanía respecto a cada uno de ellos.

En el campo de la matemática se hace necesario aprender una gran cantidad de procedimientos algorítmicos (que son los que más se identifican en este caso con el conocimiento procedimental), por ejemplo: para realizar la división con números naturales, para despejar incógnitas en una ecuación, para efectuar mediciones diversas, para construir gráficas, etcétera; pero también se requiere trabajar en situaciones que demandan un uso discriminado o diferenciado de ciertas acciones u operaciones de acuerdo con el objetivo al que responde su realización, se trata en estos casos de los llamados procedimientos heurísticos cuya utilización es mayormente demandada cuando el aprendiz debe dar respuesta a situaciones problemáticas.

Marzano (1997) señala que el aprendizaje de contenidos procesales (conocimiento procedimental) demanda: la construcción de significado que supone relacionar lo que se está tratando de aprender con lo que ya se sabe, la organización del contenido procesal que incluye la identificación de los pasos involucrados en un procedimiento determinado y finalmente la práctica de los procedimientos aprendidos hasta el punto en que la ejecución se vuelva prácticamente automática.

Hasta el momento, el énfasis de este apartado se ha puesto en explicar qué supone disponer de los elementos para comprender la situación que un problema describe; para ello se ha recurrido a la caracterización del conocimiento conceptual y del conocimiento procedimental en términos de considerarlos como antecedentes necesarios para posibilitar la resolución de problemas. Ahora se turnará la reflexión al otro aspecto que fue señalado como parte de la conceptualización de lo que es un problema, demanda el análisis de la información presentada como dato relevante en el problema, la cual no siempre está dada de manera explícita y, sobre todo, requiere de un uso creativo y pertinente del conocimiento conceptual y procedimental del que ya se dispone, para ir más allá en un proceso que permita al estudiante la generación de un tercer tipo de conocimiento, denominado condicional, al que Monereo (1998), describe como un conocimiento que el alumno construye para la ocasión o reactualiza parcialmente si las circunstancias tienen elementos parecidos a los de otra situación en la que se utilizó eficazmente una estrategia.

El nombre de condicional intenta reflejar la actuación mental que subyace en la toma de decisiones sobre las acciones a realizar, en estas condiciones, lo mejor es pensar o actuar así para lograr ese objetivo.

Ahora bien, la generación del conocimiento condicional es posible cuando el estudiante desarrolla un sistema de regulación y lo utiliza de manera consciente, reflexiva y eficaz. En otras palabras, el estudiante que llega a generar el conocimiento condicional que se requiere para poder enfrentar con éxito la resolución de problemas, en este caso de problemas matemáticos, ha desarrollado estrategias de aprendizaje que, que son definidas Monereo (1998), como:

"procesos de toma de decisiones (conscientes e intencionales) en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para cumplimentar una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción" (p.27).

El caso ampliamente conocido de estudiantes de matemáticas que conocen la información relevante que les permitiría resolver un determinado problema, pero no pueden emplearlo en forma espontánea, muy probablemente es atribuible al insuficiente desarrollo de estrategias de aprendizaje. En otras palabras, es posible que algunos estudiantes cuenten con el conocimiento declarativo y procedimental que cierto problema demanda para su solución, pero que no estén en posibilidad de hacer un uso creativo y pertinente del mismo para generar el conocimiento condicional, que es demandado por el conjunto de información y de situaciones específicas involucradas en el planteamiento de cada problema matemático.

En la literatura existente acerca de la resolución de problemas matemáticos, pueden encontrarse múltiples análisis acerca de qué supone la realización de esta tarea en términos de actividad cognitiva y algunas propuestas de sistematización, hasta donde ésta es posible, de la tarea de resolver problemas. Entre otras, son ampliamente conocidas las aportaciones de Polya (1957), De la Vega (1984), Gagné (1991), Schoenfeld (en Santos, 1992), Parra (1990), mismas que tienen algunos elementos de coincidencia, aunque diferente designación de las etapas o acciones clave que se dan cuando una persona pretende resolver un problema.

Dado que en este trabajo el objetivo está relacionado con la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, no se extenderá a una amplia revisión y contrastación de propuestas como las referidas en el párrafo anterior, sino que se orientará a la discusión de su objetivo central a partir del referente conceptual presentado anteriormente, por ello se avanza ahora hacia preguntas que resultan fundamentales para dar respuesta a la pregunta generatriz.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

¿ES "ENSEÑABLE" LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS?, ¿CÓMO PUEDE ORIENTARSE EN TAL CASO SU ENSEÑANZA?

Para proponer una respuesta a estas preguntas, se retomarán necesariamente algunas de las ideas establecidas en el apartado anterior. Se ha afirmado que la resolución de problemas requiere de un uso creativo y pertinente del conocimiento declarativo y procedimental del que ya se dispone, para generar un tercer tipo de conocimiento, denominado condicional.

A su vez, se hizo notar que, llegar a generar conocimiento condicional supone el desarrollo de estrategias de aprendizaje; así, la pregunta acerca de si es enseñable la resolución de problemas matemáticos puede hacerse parcialmente equivalente a la de ¿es posible enseñar estrategias de aprendizaje?

Se habla de una equivalencia parcial en tanto que las estrategias de aprendizaje se desarrollan no sólo para una tarea específica, como lo es la resolución de problemas matemáticos; si realmente se han desarrollado como tales (las estrategias), una de sus características esenciales es la posibilidad de transferencia a diversas situaciones o tareas que se le plantean al estudiante. Así, la enseñanza de estrategias de aprendizaje involucra, aunque rebasa en amplitud, a la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.

Conviene entonces abundar un poco en la caracterización de las estrategias de aprendizaje, precisando primeramente con Monereo (1998):

"el uso reflexivo de los procedimientos que se utilizan para realizar una determinada tarea, supone la utilización de estrategias de aprendizaje, mientras que la mera comprensión y utilización (o aplicación) de los procedimientos se acerca más al aprendizaje de las llamadas técnicas de estudio" (p.17).

Ahora bien, el uso reflexivo de procedimientos demanda conciencia e intencionalidad, se trata pues de una reflexión activa y consciente respecto a cuándo y por qué es adecuado un procedimiento o una técnica determinada, lo que en otras palabras puede designarse como toma consciente de decisiones, por contraposición a una forma azarosa de utilizar procedimientos o realizar acciones.

A la pregunta de si es posible enseñar estrategias de aprendizaje, no sólo se ha respondido positivamente, sino que existen cada vez más proyectos y programas educativos centrados en la enseñanza de las estrategias de aprendizaje, entre ellos los de Nickerson, Perkins y Smith (1985); Nisbet y Shucksmith (1986); Presley et al. (1992).

Del análisis de la obra de los autores que acaban de mencionarse derivan una especie de principios o pautas metodológicas que pueden constituirse en orientadores de estrategias didácticas que tengan como objetivo enseñar estrategias de aprendizaje a los alumnos.

En primer término destaca el principio de plantear actividades que, debido a su complejidad, requieran por parte de los estudiantes una regulación consciente y deliberada de su conducta, de manera que para realizarlas se vean obligados a planificar previamente su actuación, deban controlar y supervisar lo que están haciendo y pensando mientras lo hacen y les parezca útil evaluar su ejecución cuando la concluyan.

Lograr que un profesor desarrolle estrategias de aprendizaje y además la habilidad para diseñar experiencias de aprendizaje que tengan potencial para propiciar que los alumnos que tiene a su cargo desarrollen también estrategias de aprendizaje, es una tarea sumamente compleja que implica, quizá, desde una reestructuración de la formación inicial de los docentes, hasta una reorientación de los programas de actualización para docentes en servicio.

Baste para dar idea de la complejidad de esta meta, escuchar a maestros de educación primaria (por citar algunos en especial) que se muestran desconcertados con los nuevas formas de planificar y dar la clase de matemática con la reforma de la Educación Básica realizada en 1997 en Venezuela a través del nuevo "CBN" que manifiestan no entenderlos ni poder trabajar con ellos porque la lógica de construcción de los mismos ha cambiado a una lógica de plantear al alumno situaciones problemáticas que surgen de contextos reales y que le demandan planificar su acción, controlar y supervisar lo que hace y piensa, así como evaluar lo que ha obtenido. Para que el alumno logre realizar este tipo de tareas, la intervención del docente tiene que estar orientada precisamente a desarrollar estrategias de aprendizaje, no puede abandonar en el texto la conducción del trabajo del alumno, no puede "entretener al alumno" contestando páginas del mismo, necesita tener una rica interacción con los alumnos antes, durante y después del uso del texto, precisamente para facilitar que las actividades planteadas se aprovechen en todo su potencial en vías no sólo de obtener respuestas correctas, sino de facilitar que los alumnos, mediante esta actividad, a la vez que construyen conocimiento matemático, desarrollen estrategias de aprendizaje.

Es de suma importancia caer en la cuenta de que, aunque el desarrollo de estrategias de aprendizaje no es recurso exclusivo de quien pretende enseñar a resolver problemas matemáticos, el tipo de actividades que se recomienda plantear a los estudiantes, según el principio que ahora se analiza, son precisamente coincidentes con lo que diversos autores, mencionados en el primer apartado de este trabajo, han señalado como tareas clave para la resolución de problemas matemáticos, a saber: planeación, control, supervisión y evaluación, todas ellas realizadas no por un agente externo, sino por el propio individuo que resuelve el problema en cuestión.

Una reflexión más acerca de lo que se señala en el primer principio mencionado, da cabida a cuestionar que sea la complejidad de las actividades por sí misma la que posibilite que se realicen tareas que contribuyan al desarrollo de estrategias de aprendizaje; es necesario tomar en cuenta también que existen grados y formas de complejidad que, lejos de facilitar el desarrollo de actividades como las que se han venido señalando, paralizan todo intento de acción y de búsqueda por parte de los estudiantes.

Un segundo principio que se plantea es el de evitar la enseñanza de técnicas de estudio simples en relación a objetivos concretos, dado que tenderán a aprenderse de forma mecánica, por el contrario, es importante asegurarse de que el alumno domina diferentes procedimientos de aprendizaje que pueden serle útiles en una situación determinada, que es capaz de escoger de forma razonada los más adecuados y de coordinar su utilización, siempre en función de las condiciones de la actividad que se planea.

Dado que se ha venido haciendo un paralelo entre la enseñanza de estrategias de aprendizaje y la enseñanza de la resolución de problemas, aunque habiendo precisado que el uso de estrategias de aprendizaje responde a la realización de un espectro más amplio de tareas, entre las cuales la resolución de problemas matemáticos supone un caso particular; resulta de interés realizar una especie de transferencia de este principio a las circunstancias y tipos de tareas específicas que supone la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos analizada desde esta perspectiva.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Con base en el segundo principio mencionado, se afirma entonces que se trata de evitar el planteamiento de problemas matemáticos simples que conservan un mismo tipo de estructura y que demandan de manera reiterada y única un determinado tipo de respuesta, lo cual da lugar a que el alumno memorice un pequeño modelo de solución e incluso llegue a afirmar "esos problemas ya me los enseñaron" cuando le plantean alguno del tipo de los ya ejercitados, o que exprese que esos problemas no se los han enseñado cuando le plantean cualquier variante en torno a ellos.

Un principio más se concreta en la propuesta de enseñar estrategias de aprendizaje en contextos en los que éstas resulten funcionales; es decir, en aquellas situaciones reales en que estas estrategias sean útiles para atender las necesidades académicas y personales que pueda tener un alumno de una edad determinada, que trata con unas materias y materiales determinados y tiene unos problemas vitales peculiares.

Justamente, en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, ubicada en el marco de la enseñanza de estrategias de aprendizaje, se hace evidente la necesidad que las situaciones problemáticas que el alumno ha de resolver, se planteen en contextos y situaciones reales de acuerdo con su entorno, su edad y sus experiencias previas de aprendizaje.

A lo largo de este apartado se ha podido establecer que es posible enseñar estrategias de aprendizaje, en el sentido en que éstas se han venido caracterizando, lo cual permite responder también de manera afirmativa a la pregunta de si es enseñable la resolución de problemas matemáticos. A su vez, se ha hecho notar el paralelismo existente entre los principios orientadores que se derivan del análisis de autores cuya obra se centra en la enseñanza de las estrategias de aprendizaje y los principios que sustentan el enfoque de la enseñanza de las matemáticas, asumido en los planes y programas de Educación Básica vigentes en Venezuela desde 1997.

Los principios en los que se manifiesta la coincidencia antes señalada, que seguramente se habrán reconocido ya como ubicados en una postura constructivista, servirán como marco para el análisis siguiente.

ALGUNAS VECES LA SOLUCIÓN ES UN PROBLEMA.

Cuando en este trabajo se habla de estrategias didácticas, se hace referencia a las acciones que el profesor realiza o promueve que realicen sus alumnos, con la intención específica de convertir a éstas en experiencias que posibiliten el aprendizaje. En el mejor de los casos, el diseño de dichas acciones es resultado de una toma de decisiones sustentada en una postura, construida con base en algunos principios teóricos, acerca de cómo propiciar el aprendizaje, así como en el análisis de las características del contenido a aprender y de los sujetos que habrán de lograr el aprendizaje.

En otros casos, se trata de estrategias didácticas que han sido adoptadas por imitación y que se han convertido en rutinas de acción cuya eficacia rara vez es cuestionada.

De cualquier manera, en uno y otro casos, habrá cuestiones valiosas que rescatar y límites que hacer notar en relación con el uso de diversas estrategias didácticas; por ello se emplea la expresión "algunas veces la solución es un problema" para acentuar los focos del análisis. En razón de que escapa a las posibilidades de extensión de este trabajo hacer el análisis exhaustivo de un gran número de estrategias didácticas, el ejercicio se hará con cuatro de ellas.

a) Enseñar a resolver "problemas tipo".

Esta estrategia consiste en plantear a los alumnos algún problema que combina cierta información, de manera que su solución demanda el uso de algún procedimiento determinado o de una combinación de ellos; digamos por ejemplo, un problema que puede reducirse al planteamiento de una proporción y al cálculo de un término desconocido de la misma.

Una vez que el problema es resuelto, deseablemente en un trabajo conjunto entre el profesor y los alumnos y no como mera ejemplificación del profesor, se propone una serie de nuevos problemas que conservan la misma estructura que el problema inicial, de tal manera que sólo varían los datos y el contexto.

Conservar la misma estructura supone que la información acerca de ciertas variables sigue siendo del mismo tipo, la pregunta que se plantea demanda que dicha información se relacione de la misma manera y se responda a ella utilizando procedimientos similares; por ello se habla de estar trabajando con "problemas tipo".

A favor de una estrategia como ésta, habrá que decir que, reconocer modos de relacionar cierta información en determinadas circunstancias, es un aprendizaje valioso dado que permite la formación de un esquema que podrá ser incorporado como nuevo elemento al bagaje de conocimientos que el estudiante ha construido previamente y que podrá ser utilizado como recurso en nuevas situaciones que compartan, al menos parcialmente, las condiciones presentes en los "problemas tipo" que han sido trabajados; en otras palabras, con esta estrategia didáctica se contribuye al aprendizaje de modos de relación de información y de procedimientos, que pueden ser transferibles a nuevas situaciones.

Sin embargo, cuando se privilegia o se usa de manera exclusiva la estrategia didáctica de enseñar a resolver "problemas tipo", cuando la ejercitación en los mismos ocurre sin introducir prácticamente ninguna variación, la experiencia puede resultar para el alumno muy similar a la del aprendizaje de un nuevo algoritmo.

En casos como éste, el problema deja de ser tal, en tanto que deja de cumplirse la condición e que para resolverlo, el alumno no disponga de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata; por otra parte, ha dejado de demandarle un uso creativo y pertinente del conocimiento declarativo y procedimental al que anteriormente ha tenido acceso. Así es como llegan a generarse en los alumnos expresiones como "ese problema no me lo han enseñado", manifestando con frases como ésta una concepción de problema similar a la de un algoritmo y perdiendo de vista el carácter original y constructivo que la solución de un problema demanda.

b) Inducir la reformulación verbal del problema a resolver.

Para explicar en qué consiste esta estrategia didáctica, conviene hacer referencia a una idea expuesta por Parra (1990) acerca de que la resolución de un problema pasa por un proceso de reformulación, en el que la persona que resuelve hace una especie de traducción de la situación planteada a un esquema propio de explicación, el cual es punto de partida para iniciar la búsqueda de alguna forma de solución. Se trata de una reformulación que puede interpretar o no, de manera acertada, la situación planteada en el problema y que puede asociarse a la comprensión o a la falta de comprensión del mismo.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

La reformulación a la que se hace referencia va más allá de un mero asunto de reformulación del lenguaje verbal con que es planteado el problema en cuestión (pasando quizá de un lenguaje técnico a un lenguaje coloquial), pero en muchos de los casos, se ve facilitada justamente por una atinada reformulación de dicho lenguaje, a la cual se le llamará en lo sucesivo "reformulación verbal".

Así, la estrategia didáctica de inducir la reformulación verbal del problema a resolver, consiste en propiciar que los alumnos (con la asistencia del profesor en la medida que resulte estrictamente necesario) reelaboren el enunciado del problema, utilizando para ello las palabras de uso familiar que les permitan precisar con mayor claridad cuál es la situación planteada en el problema, cuidando, desde luego, que no se modifique con ello su estructura original.

El uso de esta estrategia didáctica se apoya en el supuesto que la comprensión de la situación planteada en el problema es fundamental para proceder a cualquier intento de solución y que sólo se puede verbalizar de manera adecuada aquello que se ha comprendido satisfactoriamente.

A favor de una estrategia didáctica como ésta, hay que señalar que es propiciadora de un primer nivel de análisis que facilita la comprensión del problema en cuestión; que a través de ella se puede salvar la dificultad que el alumno tiene en ocasiones para interpretar los términos que aparecen en el enunciado de un problema; que permite descartar, en su caso, si una solución incorrecta tiene que ver con una inadecuada interpretación del lenguaje en el que está expresado el problema, o con otro tipo de razones y que, en la medida en que los alumnos puedan realizar dicha reformulación sin ayuda del maestro, esta estrategia didáctica permitirá que el alumno desarrolle una estrategia de aprendizaje sumamente valiosa para emprender la resolución de problemas matemáticos.

Sin embargo, es necesario ponderar también algunos riesgos presentes al inducir la reformulación verbal de los problemas a resolver. Sin un seguimiento cuidadoso de la realización de esta tarea, la reelaboración del enunciado puede alterar la estructura original del problema y, por consiguiente, llevar a una solución errónea del mismo. Por otra parte, si la reelaboración trae consigo una constante eliminación del lenguaje técnico o de palabras que obligarían al estudiante a ampliar no sólo su vocabulario, sino también la construcción de significados, esta estrategia puede resultar limitante para el logro de otro tipo de objetivos de aprendizaje que también se propician a través de la resolución de problemas matemáticos.

c) Facilitar por medio de preguntas el análisis del enunciado del problema.

En esta estrategia didáctica, el docente asume el papel de constructor de preguntas que faciliten a los alumnos identificar la información contenida de manera explícita o implícita en el enunciado del problema, descartar aquella información que no sea relevante, descubrir si está presente toda la información que sería necesaria para resolver el problema y percibir cuáles son las relaciones que pueden establecerse a partir de la información detectada, todo esto como antecedente para idear un plan de resolución del problema.

Las preguntas del docente pueden incluso generar que se recuperen de la memoria algunos conceptos, y en su caso notación simbólica (conocimiento declarativo), involucrados en el planteamiento del problema y que se precise su significado; esto aumentará la probabilidad del estudiante de elegir atinadamente aquellos procedimientos que resulten pertinentes para alcanzar la solución del problema.

Las preguntas, en este caso, se convierten en una especie de andamiaje que apuntalará ese uso creativo y pertinente del conocimiento declarativo y procedimental que caracteriza al proceso de generación del conocimiento condicional que es requerido para resolver un problema determinado.

Por supuesto que se trata de preguntas generadoras de análisis y reflexión, no de aquellas cuya respuesta consiste meramente en asentir o disentir de lo planteado por el docente, ni de preguntas que sugieran por sí mismas una respuesta; esto se convierte en condición fundamental de la pertinencia de esta estrategia didáctica. Se requiere que el docente desarrolle habilidad para plantear preguntas como las que se han venido describiendo, que seleccione y analice cuidadosamente los problemas que propondrá a sus alumnos y que pueda establecer en el aula las condiciones para la participación grupal en la reflexión y discusión que demanda el proceso de dar respuesta a este tipo de preguntas.

A favor de una estrategia didáctica como ésta, habrá que señalar la riqueza de la pregunta como mediación que puede facilitar aprendizajes complejos, como es el caso de la resolución de problemas matemáticos; su potencial para apoyar a los alumnos en el descubrimiento de qué tipo de elementos conviene analizar antes de elegir los procedimientos para la resolución de problemas, en otras palabras, para apoyar que aprendan en la acción lo que es difícil aprender por descripción; y desde luego, su intervención para impedir al alumno que de manera inmediata, después de una lectura superficial del problema, se lance a la decisión de cuál o cuáles procedimientos de solución utilizar.

Como contraparte, hay que hacer notar el riesgo de convertir esta estrategia didáctica en "necesaria" para el alumno, esto es, que origine en él cierta dependencia intelectual que finalmente le traiga resistencia a un trabajo individual si no cuenta con la asistencia del docente cuando se le proponga resolver problemas matemáticos.

d) Facilitar la explicitación de los razonamientos presentes durante el proceso de solución del problema.

Esta estrategia didáctica consiste en propiciar una especie de "pensamiento en voz alta", ya sea durante la acción o en forma posterior a ésta, que contribuya a que el alumno sea plenamente consciente de las razones por las que va tomando ciertas decisiones y concretándolas en la realización de algún procedimiento con la intención de resolver el problema.

La explicitación de los razonamientos presentes durante el proceso de solución del problema, se facilita mediante preguntas del tipo ¿cómo se te ocurrió esta forma de solución?, ¿qué pensaste cuando decidiste realizar tal operación?, ¿por qué decidiste este procedimiento y no otro?, ¿qué te ayudó a pensar de esa manera?, ¿qué pasaría si usaras tal procedimiento en lugar del que utilizaste?; o bien mediante solicitudes expresas como: explica a tus compañeros qué fuiste pensando mientras resolvías el problema o, si tú fueras el maestro ¿cómo le explicarías a tu grupo por qué este problema puede resolverse como tú lo resolviste?

El uso de esta estrategia didáctica tiene como propósito propiciar que ocurra lo que se planteó en el referente conceptual de este trabajo: que el alumno llegue a desarrollar un sistema de regulación y lo utilice de manera consciente, reflexiva y eficaz, lo cual permitirá generar ese otro tipo de conocimiento, el condicional, que es la clave para la resolución de problemas.

Pero no sólo eso, la estrategia didáctica en cuestión puede contribuir también a ejercitar en el alumno el retorno reflexivo que, una vez resuelto el problema, le permite evaluar la pertinencia, tanto de la solución en sí, como de los procedimientos utilizados para llegar a ella, pues aun en el caso de haber encontrado la respuesta correcta, conviene que analice, comparta y discuta con sus compañeros y con su maestro, otras alternativas para llegar a la solución esperada.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Realizar un trabajo como el que se propone en el caso de esta estrategia didáctica, demanda no sólo la buena intención del profesor, requiere un ambiente grupal que dé cabida a la reflexión y a la escucha, pues la participación de cada estudiante, y la del docente, necesitan ser cuidadosamente analizadas, atendiendo tanto a la claridad y precisión de la explicación en sí, como a su congruencia con las actividades realizadas durante la solución del problema.

A favor de una estrategia didáctica como ésta, habrá que señalar su potencial de contribución a la formación del pensamiento reflexivo, de la capacidad de argumentar la toma de decisiones, de controlar el sentido de las acciones e incluso de propiciar el desarrollo de habilidades metacognitivas.

Sin embargo, en su utilización habrá que cuidar que todos los alumnos tengan o lleguen a tener una participación en esta reflexión compartida, pues sólo de esa manera se podrá evitar el riesgo que algunos estudiantes únicamente se acojan a las respuestas de los que usualmente solicitan participar.

Una reflexión final

A partir de una mirada global de las ventajas y riesgos de las cuatro estrategias didácticas analizadas, podría surgir la preocupación de si a través de estas mediaciones, que finalmente son apoyos para ir desarrollando en los alumnos la habilidad para resolver problemas matemáticos, se está impidiendo que surja más espontáneamente el uso creativo y pertinente del conocimiento conceptual y procedimental con que cuenta el alumno, para generar ese nuevo tipo de conocimiento (el condicional) que se requiere para llegar a resolver un problema matemático.

Al respecto se puede señalar que, en uno de los apartados de este trabajo, se estableció que el desarrollo de estrategias de aprendizaje, y por lo tanto la resolución de problemas matemáticos, son "enseñables", esto es, pueden ser favorecidos de manera intencional a través de ciertas mediaciones que, en el ámbito del trabajo escolar, se están denominando estrategias didácticas. Otra alternativa sería abandonar a los alumnos a su propio ritmo y esfuerzo hasta que de forma totalmente heurística lograran, en el mejor de los casos, encontrar formas de solución al problema planteado y poco a poco fueran generalizando su uso en otros tipos de problemas.

No obstante el argumento anterior a favor del uso de estrategias didácticas como las que se han presentado en este trabajo, resulta fundamental compartir las siguientes consideraciones:

- Cada una de las estrategias didácticas analizadas tiene su función en un momento dado, unas en el primer análisis del problema, otras en el proceso de solución o en el de evaluación de la respuesta; no se trata de convertirlas en un apoyo permanente, es fundamental que el docente intuya cuándo es conveniente que deje de usarlas con el mismo alumno o grupo de alumnos.
- El objetivo de mayor alcance al usar las estrategias didácticas mencionadas, es que el alumno llegue a internalizarlas como propias, convirtiéndolas en estrategias de aprendizaje que le posibiliten la resolución de problemas matemáticos.
- El uso de estrategias didácticas como las que se han analizado, y en el fondo propuesto por su valor formativo, demanda del docente planeación cuidadosa, tiempo, esfuerzo y creatividad, trabajo con el grupo en pleno y acercamiento con los estudiantes uno a uno; pero los avances que percibirá en los estudiantes apoyados en ellas, sin duda le llevarán a tener la certeza que vale la pena ese esfuerzo.

REFERENCIAS

- **Currículo Básico Nacional.** (1997). *La resolución de problemas matemático. Contenidos conceptuales y procedimentales de matemática*. Caracas: Ediciones del M. E.
- **De la Vega, M.** (1984). *Introducción a la psicología cognitiva*. Madrid: Editorial Alianza
- **Gagné, E.** (1991). *La psicología cognitiva del aprendizaje escolar*. Madrid: Editora Visor.
- **Monereo, C.** (1998). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula*. Barcelona, España: Grao.
- **Marzano, R.** (1997). *Dimensiones del aprendizaje*. Guadalajara, México: Editores iteso.
- **Nickerson, R.; Perkins, D.; Smith, E.** (1985). *Enseñar a pensar*. Barcelona, España: Editorial Paidós.
- **Nisbet, J. y Shucksmith, J.** (1986). *Estrategias de aprendizaje*. Santillana, Madrid.
- **Presley, M.; Harris, K.; Marks, M.** (1992). *But good strategy instructors are constructivists!* Educational Psychology Review, vol. 4, núm. 1, pp. 3-31.
- **Parra, B.** (1990). *Dos concepciones de resolución de problemas*. Revista Educación Matemática, vol. 2, núm. 3, diciembre, pp. 22-31
- **Polya, G.** (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- **Santos, L. M.** (1992). *Resolución de problemas: el trabajo de Alan Schoenfeld: una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas*. Revista Matemática Educativa, vol. 4, núm. 2, agosto, pp. 16-24.
- **Secretaría de Educación del Estado Carabobo.** (2001). *Guión técnico pedagógico para la elaboración de la olimpiada matemática estatal*. Informe.

TRABAJANDO EN CÁLCULO

Por: Prof. Rafael Ascanio H.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – FACE – UC

CÁLCULO INTEGRAL: Algunas referencias históricas de interés



DEMÓCRITO



ARQUÍMEDES



KEPLER



CAVALIERI



PASCAL



BARROW



NEWTON



LEIBNIZ



J. BERNOULLI



EULER



CAUCHY



RIEMANN



LEBESGUE

El cálculo integral se basa en el proceso inverso de la derivación o integración. Una aplicación bien conocida de la integración es el cálculo de áreas de regiones y de volúmenes de sólidos, considerándose que el surgimiento del cálculo integral se debe al interés de los matemáticos en estos temas.

Plantear problemas sobre el cálculo de áreas planas y de volúmenes de sólidos se remonta a la antigüedad griega, donde básicamente se utilizaban dos tipos de métodos: *heurísticos o atómicos*, y *de exhaustión o agotamiento*.

- *Métodos Heurísticos*: estaban basados en la teoría atomista de **Demócrito** (460 a.C.-370 a.C.), que consideraba una línea, superficie o volumen formado por un grande aunque finito, número de átomos. Así, al sumar todos sus átomos se podía calcular su longitud, superficie o volumen. Demócrito usó este método para calcular, por primera vez, los volúmenes del cono y la pirámide.

- *Métodos de Exhaustión*: se caracterizaban por la rigurosidad con que se trataba el cálculo de áreas y volúmenes, utilizando demostraciones exhaustivas de los resultados, pero con la aparente desventaja de la necesidad de conocer el resultado para así demostrarlo. Estos métodos fueron típicos de la Matemática griega y renacentista.

Se considera que **Arquímedes** (287 a. C. – 212 a. C.), entre los matemáticos griegos, fue quien mayor aportación dio al cálculo integral. En sus trabajos se encuentran resultados sobre las relaciones entre el área de la esfera y la longitud del ecuador, entre el volumen de la esfera y el del cilindro circunscrito, sobre área de un segmento de parábola, área de la elipse, volumen y área lateral de esferas, conos y pirámides. Arquímedes utilizó tanto los métodos heurísticos como los de exhaustión.

Es en el siglo XVII, por las necesidades que se originaban en el estudio de la Mecánica, cuando resurge el interés por los problemas de cálculo de áreas y de volúmenes. Así, **Johann Kepler** (1571-1630) calcula el volumen de determinados *recipientes*, con forma de vasos o vasijas, que se obtenían a partir de la revolución o giro, de segmentos de cónicas. Utilizó un método para estos cálculos considerando que un círculo está formado por una infinidad de triángulos con un vértice común en el centro. Este método era más heurístico y menos riguroso que el utilizado por Arquímedes.

En el transcurso del siglo XVII, mediante *el principio de Cavalieri*, el cual se debe al matemático italiano **Bonaventura Francesco Cavalieri** (1598-1647), se establece que dos sólidos con la misma curva de altura tienen el mismo volumen si las secciones planas de igual altura tienen la misma área. El establecer este principio, permitió integrar polinomios.

El matemático francés **Blaise Pascal** (1623-1662), calculó áreas y volúmenes relacionados con la cicloide, utilizando indivisibles. Obtuvo también, utilizando sumas o *sumación*, las áreas determinadas por las funciones $\sin x$, $\sin^2 x$ y $x \sin x$ cuando uno de los límites es 0 ó π .

En el año 1670, el matemático inglés **Isaac Barrow** (1630-1677), presentó de su autoría, un método general para el cálculo de tangentes y formula la relación entre tangente y área, un gran e importante paso dentro del cálculo integral pero del cual aparentemente, Barrow no tuvo consciencia de la magnitud de su logro.

Al gran matemático inglés **Isaac Newton** (1643-1727) y al gran matemático alemán **Gottfried Wilhelm von Leibniz** (1646-1716), se les debe el considerar el problema del cálculo de áreas como el inverso del cálculo de diferenciales. Newton sí se dio cuenta de la relación existente entre los dos problemas, unificándolos en el "cálculo de fluxiones". Newton calculó áreas por antidiferenciación, dando el primer enunciado explícito del teorema fundamental del Cálculo. Por su parte, **Leibniz** llega a los mismos resultados, pero considerando la integración como una suma. Leibniz introdujo además la moderna notación de $\int_a^b$.

Quien le da el nombre de Cálculo Integral es el matemático suizo **Jacob Bernoulli** (1654-1705), a finales del siglo XVII; y en el siglo XIX, se publica un trabajo de otro matemático suizo, **Leonhard Euler** (1707-1783) que versaba sobre todo lo conocido sobre el cálculo integral elemental.

El Cálculo Integral queda asentado rigurosamente a partir de la noción de límite del matemático francés **Augustin Louis Cauchy** (1789-1857), la cual surge como una de las respuestas a las críticas que se presentaron dentro de una de las crisis históricas importantes producidas sobre los fundamentos de la matemática, específicamente con respecto al cálculo infinitesimal. Pero como la integral de Cauchy sólo era válida para funciones continuas en intervalos cerrados y acotados, esto dejaba fuera muchas funciones. Es entonces, cuando el matemático alemán **Georg Friedrich Bernhard Riemann** (1826-1866) define la hoy conocida *Integral de Riemann*, que permite ampliar la clase de funciones integrables a las funciones continuas salvo en un número determinado de discontinuidades, donde la relación entre derivación e integración deja de ser válida en los puntos de discontinuidad.

El gran desarrollo del análisis hace aparecer la noción de *Integral de Lebesgue*, logro del matemático francés **Henri León Lebesgue** (1875-1941), que permite que toda función definida de forma constructiva sea integrable. Esta integral tiene mayor generalidad, y un mejor comportamiento en los procesos de paso al límite. Pero en la mayoría de los cursos de iniciación al estudio del Cálculo Integral, se utiliza más la *integral de Riemann* para tratar los problemas de cálculo de áreas.

RAH.

Índice Cronológico de la Matemática (Parte XXIII)

LA CRONOLOGÍA ENTRE 1860 DC Y 1870 DC

1860: *Delaunay* publica el primer volumen de *La Théorie du mouvement de la lune* (la teoría del movimiento de la Luna), el cual es el resultado de un trabajo realizado durante veinte años. *Delaunay* resuelve el problema de los tres-cuerpos dando la longitud, la latitud y el paralaje de la Luna como una serie infinita.

1861: *Weierstrass* descubre una curva continua que no es diferenciable en algún punto.

1862: *Maxwell* propone que la luz es un fenómeno electromagnético.

1862: *Jevons* lee *General Mathematical Theory of Political Economy* (Teoría Matemática General de Economía Política) a la Asociación Británica.

1862: *Listing* publica *Der Census raumlicher Complexe oder Verallgemeinerung des Euler'schen Satzes von den Polyedern*, en el cual discute ampliamente la "Fórmula de Euler".

1863: *Weierstrass* da una prueba durante el curso de una conferencia, en cuanto a que los números complejos son la única extensión algebraica conmutativa de los números reales.

1864: *Bertrand* publica *Treatise on Differential and Integral Calculus* (Tratado sobre Cálculo Diferencial e Integral).

1864: Es fundada la Sociedad Matemática de Londres.

1864: *Benjamín Peirce* presenta su trabajo sobre Álgebras Lineales Asociativas a la Academia Americana. Clasifica todas las álgebras asociativas complejas de dimensión menor que siete usando las ahora familiares herramientas de la idempotencia y elementos nilpotentes.

1865: *Plücker* hace grandes adelantos en geometría cuando define un espacio de cuatro dimensiones como el lugar en el que las líneas rectas son los elementos básicos en vez de los puntos.

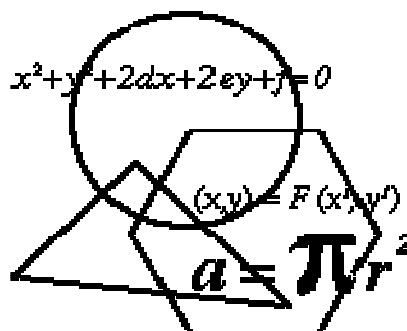
1866: El trabajo *Elements of Quaternions* (Los elementos de los Cuaterniones) de *Hamilton* queda sin terminar luego de su muerte, pero las ochocientas páginas que había escrito durante siete años, fueron publicadas póstumamente por su hijo.

1867: Es fundada la Sociedad Matemática de Moscú.

1868: *Beltrami* publica *Essay on an Interpretation of Non-Euclidean Geometry* (Ensayo sobre una Interpretación de la geometría No-Euclidiana) el cual da un modelo concreto para las geometrías no-euclidianas de Lobachevsky y Bolyai.

1869: *Lueroth* descubre lo que hoy se llama "quártico de Lueroth".

1870: *Benjamín Peirce* publica las "Álgebras Lineales Asociativas" financiado por el mismo.



MATEMÁTICOS DE NUESTRO TIEMPO (15)

La matemática actual tiene abiertos fecundos campos de un gran interés. Los grandes matemáticos de la segunda mitad del siglo XX y hasta nuestros días intentan el desarrollo de una matemática acorde con el tiempo en que vivimos, capaz de afrontar el reto que representa la tendencia social tanto como el progreso de las necesidades computacionales de las nuevas ingenierías o el avance vertiginoso de algunas disciplinas como la Astrofísica y la Computación Teórica.

Mostramos aquí algunas referencias a su trabajo, utilizando diversas fuentes de datos, entre las que podemos destacar, por su excelente documentación, la base de datos de la Universidad de San Andrés, Escocia.

Es una somera indicación del quehacer en la disciplina de matemáticos de extraordinaria calidad, algunos de ellos prematuramente fallecidos, que nacieron en los últimos años de la década de los 40, en plena devastación, terminada ya la Segunda Guerra Mundial.



Vladimir Gershonovich Drinfeld

(1954, Kharkov, Ucrania)

**Geometría Algebraica, Teoría de Números,
Teoría de grupos cuánticos.**

Trabaja desde 1981 en el Instituto B Verkin de Bajas Temperaturas de la Academia de Ciencias de Ucrania. Candidato a doctor desde 1978, defendió su tesis en 1988 en el instituto Steklov, de Moscú. Por sus extraordinarios descubrimientos en teoría cuántica de grupos, y en la teoría de números, obtuvo la Medalla Fields en el Congreso internacional de Kyoto, 1990, junto con Vaughan, Shigefumi y Witten. Drinfeld ha conseguido una interesantísima prueba para la Conjetura de Langlands en $GL(2)$ sobre campos funcionales, introduciendo en general novedosas ideas sobre módulos elípticos. Son de gran valor sus trabajos, en colaboración con Manin, sobre las ecuaciones de Yang-Mills, uno de los grandes problemas actualmente abiertos, usando métodos de Geometría Algebraica. Es actualmente miembro de la Academia Nacional de Ciencias de Ucrania.



Efim I Zelmanov

(07/09/1955, Antigua Unión Soviética)

**Teoría de grupos, Álgebras de Jordan, Álgebras
de Lie, Problema de Burnside.**

Candidato a doctor en 1980, se doctora en 1985 en la Universidad de Novosibirsk. Obtuvo en 1994 la Medalla Fields, por su prueba del Problema restringido de Burnside, solo resuelto hasta entonces en algunos casos parciales, antes de 1930. Su extraordinario estudio del Problema general de Burnside le ha permitido introducir ideas de gran originalidad en relación con las Álgebras de Lie y las Álgebras de Jordan, con importantes descubrimientos en este campo. Ha recibido, entre otros premios, la Medalla de Francia (1992) y el Premio André Aizenstadt (1996). Actualmente trabaja en la Universidad de Yale, EE.UU.

N acido genio



CARL FRIEDRICH GAUSS

Nació: 30 de Abril 1777 en Brunswick, y falleció: 23 de Febrero 1855 en Göttingen, Hanover; ambas localidades en la actual Alemania.

Cuando Gauss tenía diez años de edad, su maestro solicitó a la clase que encontrara la suma de todos los números comprendidos entre uno y cien. El maestro, pensando que con ello la clase estaría ocupada algún tiempo, quedó asombrado cuando Gauss, levantó en seguida la mano y dio la respuesta correcta. Gauss reveló que encontró la solución usando el álgebra, el maestro se dio cuenta que este niño era una promesa en las matemáticas.

Hijo de un humilde albañil, Gauss dio señales de ser un genio antes de cumplir los tres años. A esa edad aprendió a leer y hacer cálculos aritméticos mentales con tanta habilidad que descubrió un error en los cálculos que hizo su padre para pagar unos sueldos. Ingresó a la escuela primaria antes de cumplir los siete años.

Cuando tenía doce años, criticó los fundamentos de la geometría euclidiana; a los trece le interesaba las posibilidades de la geometría no euclidiana. A los quince, entendía la convergencia y probó el binomio de Newton. El genio y la precocidad de Gauss llamaron la atención del duque de Brunswick, quien dispuso, cuando el muchacho tenía catorce años, costear tanto su educación secundaria como universitaria. Gauss, a quien también le interesaban los clásicos y los idiomas, pensaba que haría de la filología la obra de su vida, pero las matemáticas resultaron ser una atracción irresistible.

Cuando estudiaba en Gotinga, descubrió que podría construirse un polígono regular de diecisiete lados usando sólo la regla y el compás. Enseñó la prueba a su profesor, quién se demostró un tanto escéptico y le dijo que lo que sugería era imposible; pero Gauss demostró que tenía la razón. El profesor, no pudiendo negar lo evidente, afirmó que también él procedió de la misma manera. Sin embargo, se reconoció el mérito de Gauss, y la fecha de su descubrimiento, 30 de Marzo de 1796, fue importante en la historia de las matemáticas. Posteriormente, Gauss encontró la fórmula para construir los demás polígonos regulares con regla y compás.

Gauss se graduó en Gotinga en 1798, y al año siguiente recibió su doctorado en la Universidad de Helmstedt. Las matemáticas no fueron el único tema que le interesó a este hombre; fue también astrónomo, físico, geodesta e inventor. Hablaba con facilidad varios idiomas, e inclusive dominó el ruso a la edad de sesenta años. En 1807 fue nombrado director del observatorio y profesor de astronomía en la Universidad de Gotinga.

A principios del siglo XIX, Gauss publicó sus *Disquisiciones Aritméticas*, que ofrecían un análisis lúcido de su teoría de números, comprendiendo las complicadas ecuaciones que confirmaban su teoría y una exposición de una convergencia de una serie infinita.

Estudió la teoría de los errores y dedujo la curva normal de la probabilidad, llamada también curva de Gauss, que todavía se usa en los cálculos estadísticos.

En 1833 inventó un telégrafo eléctrico que usó entre su casa y el observatorio, a una distancia de unos dos kilómetros. Inventó también un magnetómetro bifilar para medir el magnetismo y, con Weber, proyectó y construyó un observatorio no magnético. Tanto Gauss como Riemann, que fue discípulo suyo, pensaban en una teoría electromagnética que sería muy semejante a la ley universal de la gravitación, de Newton. Empero, la teoría del electromagnetismo fue ideada más tarde, en 1873, por Maxwell, aunque Gauss ya poseía los cimientos matemáticos para la teoría. En 1840, las investigaciones de Gauss sobre la óptica tuvieron especial importancia debido a sus deducciones en lo que toca a los sistemas de lentes.

A la edad de setenta y siete años, Gauss falleció. Se ha dicho que la lápida que señala su tumba fue escrita con un diagrama, que construyó el mismo Gauss, de un polígono de diecisiete lados. Durante su vida, se reconoció que era el matemático más grande de los siglos XVIII y XIX. Su obra en las matemáticas contribuyó a formar una base para encontrar la solución de problemas complicadísimos de las ciencias físicas y naturales.

Gauss fue gran admirador de Arquímedes y Newton, a quienes citaba en sus trabajos llamándolos "*illustrissimus*"; junto con ellos, Gauss es considerado uno de los matemáticos más grandes de todos los tiempos: *el Príncipe de las matemáticas*.

(Viene de la página anterior)

Distribución normal (Función densidad/ Función distribución)

Una de las mayores aportaciones al cálculo integral que realizó Gauss, fue la introducción de esta función, conocida más comúnmente como la Campana de Gauss.

Esta distribución es frecuentemente utilizada en las aplicaciones estadísticas. Su propio nombre indica su extendida utilización, justificada por la frecuencia o normalidad con la que ciertos fenómenos tienden a parecerse en su comportamiento a esta distribución.

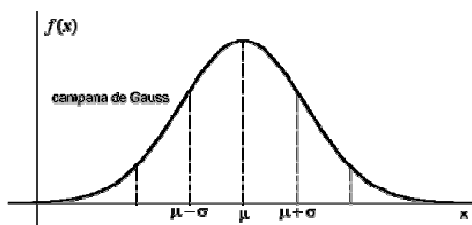
Muchas variables aleatorias continuas presentan una función de densidad cuya gráfica tiene forma de campana.

En otras ocasiones, al considerar distribuciones binomiales, tipo $B(n, p)$, para un mismo valor de p y valores de n cada vez mayores, se ve que sus polígonos de frecuencias se aproximan a una curva en "forma de campana".

En resumen, la importancia de la distribución normal se debe principalmente a que hay muchas variables asociadas a fenómenos naturales que siguen el modelo de la normal:

- *Caracteres morfológicos* de individuos (personas, animales, plantas,...) de una especie, p. Ej. tallas, pesos, envergaduras, diámetros, perímetros,...
- *Caracteres fisiológicos*, por ejemplo: efecto de una misma dosis de un fármaco, o de una misma cantidad de abono.
- *Caracteres sociológicos*, por ejemplo: consumo de cierto producto por un mismo grupo de individuos, puntuaciones de examen.
- *Caracteres psicológicos*, por ejemplo: cociente intelectual, grado de adaptación a un medio,...
- *Errores cometidos* al medir ciertas magnitudes.
- *Valores estadísticos muestrales*, por ejemplo: la media.

Aquí está la representación gráfica de la función Campana de Gauss:



La notación matemática de esta función es: $G(p) = \int_0^p e^{-x^2} dx$, donde los límites de integración son 0 y p.

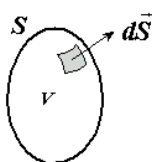
Teorema de Gauss

Otra de las contribuciones de Gauss al Cálculo integral fue su famoso teorema, que relacionaba las integrales de superficies con las triples. Su aplicación a la electrostática es la más conocida.

- Enunciado:

El flujo de un campo vectorial a través de una superficie cerrada S es igual a la integral de la divergencia del campo extendida al volumen V encerrado por S , suponiendo que el volumen V contenga únicamente puntos ordinarios.

$$\oiint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \nabla \cdot \vec{A} dV$$



(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

• Demostración:

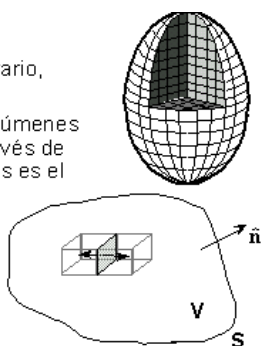
- El volumen se puede dividir en un número arbitrario, N , de subvolúmenes.
- El flujo a través de la cara común de dos subvolúmenes contiguos se cancela: la suma de los flujos a través de las superficies asociadas, S_i , a los subvolúmenes es el flujo a través de la superficie externa.

$$\oiint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \sum_i^N \oiint_{S_i} \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

- Si las S_i son suficientemente pequeñas ($N \rightarrow \infty$), a partir de la definición de divergencia:

$$\nabla \cdot \vec{A} = \lim_{\substack{S \rightarrow 0 \\ V \rightarrow 0}} \frac{\oiint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}}{V} \Rightarrow \lim_{\substack{S \rightarrow 0 \\ V \rightarrow 0}} \oiint_{S_i} \vec{A} \cdot d\vec{S} = (\nabla \cdot \vec{A}) V_i$$

- Por tanto: $\oiint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_i^N \nabla \cdot \vec{A} V_i = \iiint_V \nabla \cdot \vec{A} dV$

**Fórmula de Gauss**

En su estudio de la integración, Gauss desarrolló una fórmula matemática, conocida por nosotros como la fórmula de Gauss, que tiene la siguiente expresión:

$$\iiint_{\text{vol}} u \cdot \text{div} \mathbf{V} \, dx dy dz = \iint_{\sigma} u \cdot \mathbf{V} \, d\sigma - \iiint_{\text{vol}} \text{grad}(u) \cdot \mathbf{V} \, dx dy dz$$

que dedujo a partir de la siguiente igualdad, derivada de las propiedades de los diferenciales:

$$\text{div}(u \cdot \mathbf{V}) = \text{grad}(u) \cdot \mathbf{V} + u \, \text{div} \mathbf{V}$$

Esta fórmula tiene una gran importancia en el desarrollo del cálculo integral debido sobre todo a que su aplicación a una dimensión es la fórmula fundamental del método de integración por partes, tan utilizada como recurso elemental, que permite la simplificación de muchas integrales de cualquier tipo.

Bibliografía

- Ana María Ugena Martínez, "Cálculo integral multivariable", Servicio de publicaciones E.T.S.I. Telecomunicación, Madrid, 2001
- Gran Enciclopedia Larousse, Editorial Planeta, Barcelona, 1987

En el desarrollo de este trabajo también se ha complementado la información con la ayuda de la documentación recogida en las siguientes páginas de Internet:

- www.lafacu.com
- www.hrc.es/bioest/estadis_1.html
- www.mat.usach.cl
- www.personal5.iddeo.es/ztt/Tem/t21_distribucion_normal.htm

Todas ellas con material relacionado con el área del Cálculo Integral.

LA VIDA

Un punto,
una señal....



Por:
A. S. Rojas
Colaboradora de
HOMOTECIA

Educación o formar... Causa tristeza que en este tiempo existan niños en edad preescolar y escolar en las calles, sin tener donde pasar su tiempo, bien sea en una institución pública o privada que aunque la misma presente ciertas limitaciones en cuanto a su funcionamiento, tenga como propósito atenderlos.

El niño, a mi parecer y modo de ver, debe y tiene que asistir diariamente y a partir del año y medio o dos años, a una institución donde se le cuide e instruya en el manejo de lápices, colores, plastilina, canto, baile, etc., y a tener un orden en cuanto a las actividades a realizar. Eso es lo que marcará su sentido de pertenencia y a desenvolverse más adelante, dentro de procesos organizados. Al superar esa etapa, podrá asistir al colegio donde aprenderá a leer, escribir, sumar-restar, multiplicar-dividir. Lo que quiero decir es que debe existir una intencionalidad cuando se socializa al niño para iniciarlo en su formación como ciudadano de la nación, pero siempre respetándole sus derechos y libertad garantizados constitucionalmente.

Es en este punto donde una gran mayoría pierde la ruta. Pienso y convencida estoy que en las mismas escuelas, clubes, casas de cultura, casas vecinales, etc., deben abrirse salas para las artes plásticas, manuales y hasta culinarias: para pintar, para trabajar con arcilla, para repostería, para el dibujo, la fotografía, la litografía, la talla y toda esa gama de actividades que permitirán al individuo, a medida que va creciendo, desarrollar aptitudes.

Particularmente, al niño que hoy vemos abandonado a su suerte en las calles, le crecerán sus posibilidades de una vida mejor, su autoestima se elevará y cualquier sueño podría hacerse realidad.

Pero esto no debe quedarse en este ámbito del niño de la calle. Debe extenderse a todas las instituciones educativas, ser parte del currículo escolar, convirtiendo de esta manera al país en un modelo en la educación y formación ciudadana. Preguntémonos: ¿no sería este el momento para comenzar inculcar valores en el joven y así conseguir el ciudadano deseado?

Esta tarea es urgente asumirla desde ya, involucrando a padres, madres, hermanos, profesores, médicos, empresarios, etc. El camino en este momento es largo, pero un compromiso sincero de los actores señalados permitirá avanzar mucho desde el principio.

¿Y por qué no comenzar por las universidades? Los rectores y demás autoridades pueden invitar a quienes integran estos institutos a participar. Me imagino que hay muchos con deseo de involucrarse. Sólo hay que probar.

APRENDAMOS A ENVEJECER!!!

El primer día de clase en la Universidad, nuestro profesor se presentó a los alumnos y nos desafió a que nos presentásemos a alguien que no conociésemos todavía.

Me quedé de pie para mirar alrededor cuando una mano suave tocó mi hombro.

Miré para atrás y vi una pequeña señora, viejita y arrugada, sonriéndome radiante, con una sonrisa que iluminaba todo su ser. Dijo: "Eh, muchacho... Mi nombre es Rosa. Tengo ochenta y siete años de edad. ¿Puedo darte un abrazo?"... Me reí y respondí: "¡Claro que puede!". Y ella me dio un gigantesco apretón. "¿Por qué está Ud. en la facultad en tan tierna e inocente edad?", pregunté. Respondió juguetona: "Estoy aquí para encontrar un marido rico, casarme, tener un montón de hijos y entonces jubilarme y viajar". "Está bromeando", le dije.

Yo estaba curioso por saber qué la había motivado a entrar en este desafío con su edad; y ella dijo: Siempre soñé con tener estudios universitarios, y ahora estoy teniendo uno".

Después de clase caminamos hasta el edificio de la unión de estudiantes, y compartimos una malteada de chocolate. Nos hicimos amigos instantáneamente.

Todos los días en los siguientes tres meses teníamos clase juntos y hablábamos sin parar. Yo quedaba siempre extasiado oyendo a aquella "máquina del tiempo" compartir su experiencia y sabiduría conmigo. En el curso de un año, Rosa se volvió un icono en el campus universitario y hacía amigos fácilmente dondequiera que iba. Adoraba vestirse bien, y se reflejaba en la atención que le daban los otros estudiantes. Estaba disfrutando la vida.

Al fin del semestre invitamos a Rosa a hablar en nuestro banquete del equipo de fútbol. Fue presentada y se aproximó al podium. Cuando comenzó a leer su charla preparada, dejó caer tres de las cinco hojas al suelo. Frustrada, tomó el micrófono y dijo simplemente: "Disculpenme, ¡estoy tan nerviosa! ...Nunca conseguiré colocar mis papeles en orden de nuevo, así que déjenme hablar a Uds. sobre aquello que sé". Mientras reíamos, ella despejó su garganta y comenzó: "No dejamos de jugar porque envejecemos; envejecemos porque dejamos de jugar". Existen solamente tres secretos para que continuemos jóvenes, felices y obteniendo éxito:

1. Se necesita reír y encontrar humor en cada día.

2. Se necesita tener un sueño, pues cuando éstos se pierden, uno muere. ¡Hay tantas personas caminando por ahí que están muertas y ni siquiera lo sospechan!

3. Se necesita conocer la diferencia entre envejecer y crecer...

Si usted tiene diecinueve años de edad y se queda tirado en la cama sin hacer nada productivo, terminará amargado y lucirá envejecido... Pero si usted como yo tiene ochenta y siete años y es productivo, no le pondrá años a su vida sino que le pondrá vida a su edad y lucirá y actuará como cualquier joven. Eso no exige talento ni habilidad.

La idea es crecer a través de la vida y encontrar siempre oportunidad en la novedad. Los viejos generalmente no se arrepienten por aquello que hicieron, sino por aquellas cosas que dejaron de hacer. Las únicas personas que tienen miedo de la muerte son aquellas que tienen remordimientos.

Rosa terminó el último año de la facultad culminando su carrera. Una semana después de recibirse, Rosa murió tranquilamente durante el sueño. Más de dos mil alumnos de la facultad fuimos a su funeral en tributo a la maravillosa mujer que enseñó, a través del ejemplo, que "nunca es demasiado tarde para hacer todo aquello que uno puede probablemente ser".

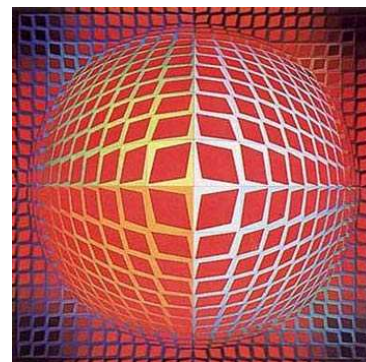
Cuando termines de leer este escrito, por favor, has saber esta historia a tus amigos y familiares, ¡ellos lo apreciarán realmente!.. Esta historia ha sido divulgada por amor, y en memoria de Rosa: "Envejecer es obligatorio; crecer, opcional".

PD: Esta es una historia real que sucedió en la Universidad de Antioquia, Colombia.

Enviado por:

Adabel Disilvestre

Mención Matemática – FACE – UC.



EL PERIÓDICO NUNCA SERÁ REEMPLAZADO POR INTERNET...

No importa que Internet sea rápido, ni que la televisión nos dé muchos canales con lo mismo, ni que el radio cacaree sus noticias en una avalancha repetitiva. Los periódicos constituyen una herramienta indispensable y de gran utilidad para la gente.

¿Acaso ha intentado usted matar un zancudo con un teclado, o castigar al perro en el hocico con la pantalla del monitor?

Por eso no importa que no lo lea, el periódico será siempre el mejor aliado en todos los momentos de la vida. He aquí algunos de los mil y un usos del periódico.

Usos domésticos

Madurar aguacates.
 Recoger la basura.
 Sacarle brillo a los vidrios.
 Envolver el pesebre.
 Nivelar las patas de la mesa coja.
 Empacar la vajilla.
 Tapizar la jaula del pájaro.
 Recoger las heces del perro.
 Cubrir los muebles y el piso antes de pintar.
 Evitar que se meta el agua por debajo de la puerta.
 De tapete en las puertas de las fincas.
 De protector en el piso del garaje, si el carro bota aceite.
 Matar moscas e insectos rastreros.
 Prender chimeneas.
 Sustituir al papel higiénico.

Usos educativos

Castigar al perro en el hocico cuando se orina en la casa.
 Recortar letras y fotos para las tareas de los niños.
 Construir cometas y globos.
 Elaborar títeres.
 Hacer barcos de papel.
 Forrar cuadernos.

Usos comerciales

Envolver la panela (papelón, trozo en bloque de azúcar morena).
 Ensanchar zapatos.
 Rellenar los bolsos para que conserven su forma.
 Envolver la carne.
 Empacar clavos en la ferretería.
 Hacer un sombrero de pinto.
 Enmascarar los carros en la latonería.
 Dar trabajo a voceadores y periodistas.
 Envolver flores.
 Empacar voladores y papeletas.
 Cortar moldes de modistería.
 Hacer rulos.
 Envolver cuadros en las marqueterías.

Usos festivos:

Prender los carbones para la parrilla.
 Rellenar el muñeco de año viejo (costumbre andina).
 Prender el marrano de Navidad.
 Rellenar los regalos del amigo secreto.
 Como paraguas para que el aguacero no dañe el peinado.
 Para hacer moldes y estampar las camisetas del equipo del barrio.
 Para usar como "ventosa" para sacar los vientos del cuerpo.
 Con huecos a la altura de los ojos para esconder a los espías.
 Para que "los malos" escondan el revólver en las películas.
 Como vaina para guardar el machete.
 Para subir el ego de políticos, deportistas y lagartos.

¡Ah...! ¡TAMBIÉN SIRVE PARA ENTERARNOS DE LAS NOTICIAS!!!

Enviado por:

Lic. Oscar E. Briceño

HUMOR UNIVERSITARIO.....

La siguiente pregunta fue hecha en un examen trimestral de química en la Universidad de Toronto. La respuesta de uno de los estudiantes fue tan "profunda", que el profesor quiso compartirla con sus colegas, vía Internet, razón por la cual podemos todos disfrutar de ella.

Pregunta: ¿Es el Infierno exotérmico (desprende calor) o endotérmico (lo absorbe)?

La mayoría de estudiantes escribieron sus comentarios sobre la Ley de Boyle (el gas se enfría cuando se expande y se calienta cuando se comprime).

Un estudiante, sin embargo, escribió lo siguiente: En primer lugar, necesitamos saber en qué medida la masa del Infierno varía con el tiempo. Para ello hemos de saber a qué ritmo entran las almas en el Infierno y a qué ritmo salen. Tengo sin embargo entendido que, una vez dentro del Infierno, las almas ya no salen de él. Por lo tanto, no se producen salidas.

En cuanto a cuántas almas entran, veamos lo que dicen las diferentes religiones. La mayoría de ellas declaran que si no perteneces a ellas, irás al Infierno. Dado que hay más de una religión que así se expresa y dado que la gente no pertenece a más de una, podemos concluir que todas las almas van al Infierno. Con las tasas de nacimientos y muertes existentes, podemos deducir que el número de almas en el Infierno crece de forma exponencial.

Veamos ahora cómo varía el volumen del Infierno. Según la Ley de Boyle, para que la temperatura y la presión del Infierno se mantengan estables, el volumen debe expandirse en proporción a la entrada de almas.

Hay dos posibilidades:

1.- Si el Infierno se expande a una velocidad menor que la de entrada de almas, la temperatura y la presión en el Infierno se incrementarán hasta que éste se desintegre.

2.- Si el Infierno se expande a una velocidad mayor que la de la entrada de almas, la temperatura y la presión disminuirán hasta que el Infierno se congele.

¿Cuál posibilidad es la verdadera?: Si aceptamos lo que me dijo Teresa en mi primer año de carrera ("hará frío en el Infierno antes de que haga el amor contigo"), y teniendo en cuenta que eso sucedió anoche, la posibilidad número 2 es la verdadera. Doy por tanto como cierto que el Infierno es exotérmico y que ya está congelado.

El corolario de esta teoría es que, dado que el Infierno ya está congelado, ya no acepta más almas y está, por tanto, extinguido, dejando al Cielo como única prueba de la existencia de un ser divino.

Dicho estudiante fue el único calificado como sobresaliente!

Enviado por: Odont. Iris A. Ascanio H.

LECCIONES DE VIDA

VERDADERO AMOR

Esta historia nos recuerda que es importante el amor del prójimo pero más importante aún es el amor de la familia, del hermano, del hijo, de los padres, de los nietos y abuelos, de los tíos y primos. Ese amor de hecho puede,..... ¡hasta salvarnos la vida!!!!

Ángel

Como cualquier buena mamá, cuando Diana supo que estaba esperando un bebé, hizo lo que pudo para ayudar a su hijo Luisito de tres años, para que se preparase a enfrentar una nueva etapa en su vida. Supieron que el nuevo bebé, sería una niña. Día y noche Luisito le cantaba y le cantaba a su hermanita en el vientre de su madre. Él estaba encariñándose con su hermanita, aún antes de conocerla..... ya deseaba jugar con ella y protegerla.

El embarazo de Diana progresó normalmente, y a los 9 meses empezó su labor de parto. Pronto los dolores eran cada cinco minutos, cada tres minutos y finalmente, cada minuto...Pero una complicación se presentó de repente y Diana tuvo que pasar varias horas en labor de parto. ¡¡¡Los médicos dijeron que requeriría una cesárea!!! .Luego de muchas horas de lucha, la hermanita de Luisito nació, pero en muy malas condiciones. La llevaron inmediatamente en una ambulancia a la Unidad de Cuidados Intensivos Sección Neonatal del Hospital de la ciudad.

Los días pasaron y la niña empeoraba. Los médicos dijeron finalmente a los padres las terribles palabras: "Hay muy pocas esperanzas, prepárense para lo peor". Diana y su esposo se contactaron con el cementerio local para apartar un lugar para su hijita.

Ellos habían creado un cuarto nuevo para su hija y ahora se encontraban haciendo arreglos para un funeral.

Sin embargo, Luisito, le rogaba a sus padres, que lo dejaran ver a su hermanita diciendo una y otra vez "Quiero cantarle como cuando estaba en la panza de mi mami"...

Estuvieron dos semanas en Terapia Intensiva y parecía que el funeral vendría antes de que se acabara la semana. Luisito siguió insistiendo que quería cantarle a su hermanita, pero le explicaban que no se permitía la entrada de niños a Terapia Intensiva. Lo cual a Luisito no le quedaba claro e insistió hasta que su mami se decidió...

Diana llevaría a Luisito, a ver a su hermanita, ¡lo dejaron o no!

Si no veía a su hermanita en ese momento, tal vez no la vería viva nunca más.

Ella le puso un overol inmenso y lo llevo a Terapia Intensiva, Luisito iba escondido en una enorme canasta de ropa sucia. Pero la jefa de enfermeras, se dio cuenta, de que era un niño oculto y se enfureció.....

¡Saquen a ese niño de aquí, ahora mismo! ¡No se admiten niños aquí!

El carácter fuerte de Diana, afloró y, olvidándose de sus lindos modales de dama que siempre la habían caracterizado, miró con ojos de acero a la enfermera, sus labios eran una sola línea y con firmeza dijo: "El no se va hasta que pueda ver y cantarle a su hermanita" y levantó a Luisito llevándolo a la cama de la bebé.

El miró a la pequeñita, la que ya perdía la batalla por conservar la vida... Después de un momento empezó a cantar con la voz que sale del corazón de un niño de tres años... Comenzó a cantarle:

"Eres mi luz del sol, mi única luz, tu me haces feliz cuando el cielo es gris"...

Instantáneamente, la bebé pareció responder al estímulo de la voz de Luisito.

Su pulso se empezó a volver normal. - "Sigue cantando hijo" le pedía desesperadamente su mamá, con lágrimas en los ojos, y el niño seguía cantando: "Tu no sabes querida hermanita, cuánto te amo yo, por favor te pido que ya vengas hoy"... Al tiempo que Luisito cantaba a su hermanita, la bebé se movía y su respiración se volvía tan suave como la de un gatito cuando lo acarician. "Sigue cantando, cariño", le decía su mamá y el continuaba haciéndolo, como cuando todavía su hermanita estaba en el vientre de su madre. "La otra noche hermanita, cuando yo dormía, soñé abrazarte y un besito te di"..... Mientras seguía cantando el niño, la bebé empezó a relajarse y a dormir con un sueño reparador, que parecía que la mejoraba por segundos.

"Sigue cantando Luisito". Ahora era la voz de la enfermera gruñona que con lágrimas en los ojos y un nudo en la garganta no dejaba de pedirle al niño que continuara. "Tu eres mi luz, mi única amiga y con amor te pido ven ya por favor".

Al día siguiente... la niña estaba casi en perfectas condiciones para irse a casa. Los periódicos y noticieros no daban cabida y lo llamaron "*El Milagro de la canción de un Hermano*". Los doctores le llamaron simplemente un milagro. Diana le llamo "El Milagro del amor de Dios y su misericordia".

Esta es una hermosa historia, del poder del amor, en todas circunstancias.

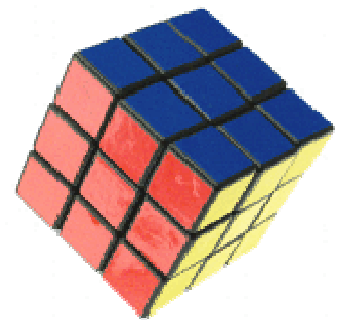
"Nunca te rindas, lucha por la gente que Amas.... El Amor es increíblemente poderoso"

Enviado por:

Adabel Disilvestre
Mención Matemática – FACE – UC.

AMENIDADES

1. Si en el interior de un coche llevamos un globo, ¿hacia qué lado se movería el globo al tomar una curva a la derecha? **Hacia la izquierda si está inflado, en caso contrario no se movería.**
2. ¿Cómo se llama la abeja macho? **Zángano.**
3. ¿Cómo se llama la zona que se encuentra entre el trópico de Capricornio y el de Cáncer? **Zona tropical.**
4. ¿En qué dirección puede moverse la reina en ajedrez? **En cualquier dirección.**
5. ¿En qué deporte se ponen en juego cada año alrededor de 25 millones de pelotas? **En el tenis de campo.**
6. ¿Cuál era la nacionalidad del pintor Alberto Durero? **Italiana.**
7. ¿Qué se mezcla con arcilla para fabricar la mina de un lápiz? **Grafito.**
8. ¿Qué clase de animal es un ciervo volante? **Insecto.**
9. ¿Cómo se llama el polígono regular de 11 lados? **Eneágono.**
10. ¿Cuántos cuadraditos de colores hay en el "Cubo Mágico de Rubik"? **9 cuadraditos por 6 caras, igual a 54 cuadraditos.**



CUBO MÁGICO DE RUBIK

GALERÍA



Alexandre Grothendieck
(28 de marzo de 1928)

Matemático franco-alemán, nacido en Berlín, que desde la segunda mitad del s. XX ha llevado a cabo un extraordinario proceso de unificación de la Aritmética, la Geometría Algebraica y la Topología, dando gran impulso al desarrollo de estas tres ramas fundamentales de las matemáticas.

Su padre Alexandre Schapiro (Novozybkov, 6 de agosto de 1890 -- Auchswitz, ¿1942?) fue un judío anarquista ruso. Fue condenado a muerte en 1907 por el régimen zarista, y se le conmutó la pena por la de cadena perpetua a causa de su juventud. Liberado por la revolución rusa de 1917, fue condenado a muerte por el régimen comunista, y emigró clandestinamente a Berlín, donde conoció en medios anarquistas a la periodista ocasional Hanka Grothendieck (Hamburgo, 21 de agosto de 1900 -- Montpellier, 16 de diciembre de 1957), mujer de vida fascinante. Vida que narra en su novela autobiográfica inédita *Eine Frau* hasta la concepción del único hijo que tuvo con Schapiro: Alexandre Grothendieck.

Entre los años 1934-1939 Grothendieck vive en Hamburgo con una familia adoptiva, mientras sus padres están en Francia y participan en la guerra civil española junto a los anarquistas. En 1939 se reúne con su madre Hanka en Francia. En 1940, al ser alemanes, se le interna en el campo de Rieucros junto con su madre, y estudia en el cercano Instituto de Mende. Mientras, su padre es internado en el campo de Le Vernet, y fue deportado por los nazis en 1942 a Auchswitz, donde fue exterminado. En 1942 Grothendieck es acogido La Guespy, hogar infantil del Socorro Suizo para refugiados en Chambon sur Lignon, y termina el Bachillerato en el Collège Cévenol.

Entre 1945 y 1948 estudia matemáticas en la Universidad de Montpellier y de allí marcha a París, donde asiste al seminario de Henri Cartan. Se doctora con Laurent Schwarz en Nancy, con una tesis de Análisis Funcional. Entra a formar parte del grupo Bourbaki

y, prendado su espíritu de la generalidad y la naturalidad, analiza cuáles han de ser los conceptos naturales que sirvan de base a la Geometría. Entre 1957 y 1962 expone en el Seminario Bourbaki una renovación total de los Fundamentos de la Geometría Algebraica, y en 1958 introduce la teoría K, y enuncia y demuestra el teorema de Riemann-Roch-Grothendieck, que de la noche a la mañana lo convierte en matemático de primera fila.

En 1959 se crea en Bures-sur-Yvette, cerca de París, el IHES y se le ofrece la plaza de matemáticas. Allí desarrolla un trabajo intenso hasta 1970 renovando la Geometría Algebraica de cabo a rabo. Sus *Elementos de Geometría Algebraica* (llega a escribir 4 volúmenes de los 12 previstos) y la serie de siete *Seminarios de Geometría Algebraica* ofrecen una asombrosa síntesis con la Aritmética y la Topología alrededor de los dos conceptos cruciales de «esquema» y «topos» (la más vasta labor de fundamentos jamás realizada en matemáticas). Inspiración central de esta etapa fueron las conjeturas de Weil, que en gran parte demuestra, terminando la labor su alumno más brillante Pierre Deligne. En 1966, en el Congreso Internacional de Matemáticas de Moscú, al que no acude en rechazo de la Unión Soviética, recibe la Medalla Fields. En estos años también desentraña (aunque no publica) la teoría de motivos, fantástica visión de una unión más íntima de la Aritmética y la Geometría que aún permanece sin demostrar en gran parte, y expuso en las llamadas «conjeturas standard» los principios que permitirían desarrollar la teoría de motivos.

En 1970 abandona el IHES, porque esta institución aceptaba fondos de instituciones militares, y se mueve en ambientes pacifistas y ecologistas. Ante el estancamiento espiritual que le supone su absorbente dedicación a las matemáticas, abandona también todas las actividades matemáticas tradicionales.

En 1972 deja de ser apátrida y adquiere la nacionalidad francesa, y pasa a ser profesor en la Universidad de Montpellier, dando clases en su Facultad de Ciencias y continuando sus investigaciones matemáticas fuera de los «circuitos oficiales». En 1984 solicita una plaza en el CNRS, para lo que escribe la memoria *Esquisse d'un Programme*, esbozo de los temas matemáticos que ha estudiado en los últimos años y de un programa para continuarlos en el futuro. En esta época escribe miles de páginas con meditaciones matemáticas y no-matemáticas, destacando entre estas últimas *Eloge* (¿perdido?), *Récoltes et Semailles*, donde repasa su trayectoria vital en el mundo matemático, y *La Clef des Songes*, donde explica su descubrimiento de Dios, (ambas obras todavía inéditas).

En 1988 se jubila y, junto con su alumno Perre Deligne, recibe el Premio Crafoord de la Real Academia Sueca de las Ciencias. A pesar de su cuantiosa dotación económica, lo rechaza porque «dado el declive en la ética científica, participar en el juego de los premios significa aprobar un espíritu que me parece insano» y porque «mi pensión es más que suficiente para atender mis necesidades materiales y las de los que de mí dependen».

En 1990 traslada su residencia a un lugar desconocido (¿cerca de los Pirineos?), aceptando sólo el contacto humano directo con sus más allegados, convecinos y visitantes esporádicos, mientras prosigue sus reflexiones.