HOMOTECIA Tiraje: *100* ejemplares
CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - UNIVERSIDAD DE CARABOBO
PUBLICACIÓN PERIODICA Nº 10 - AÑO 4 e-mail: homotecia@hotmail.com Valencia, 2 de Octubre de 2006

EDITORIAL

Iniciamos a partir de este mes, el Semestre Lectivo 2-2006. Para los estudiantes universitarios se presenta como el inicio, la continuación o el final de una carrera. De cualquier forma, estas tres situaciones son tan importantes la una como la otra. Pero para quien estudia educación, el significado del hecho que las encierra, trasciende más allá del hacerse de una profesión. Aprender para enseñar es más complejo que aprender para aplicar aún la importancia de esto último; es un paso anterior e involucra en un futuro, la responsabilidad de enseñar al ciudadano y un aporte significativo a la transmisión de la cultura del hombre en procura de la perennidad de lo más positivo del género humano. El que se forma para ser educador, no puede considerar ligera ni superficialmente a ninguno de los elementos y factores que forman parte de este proceso; hacerlo da pie a dejar huecos o fallas que se reflejarán en el futuro profesional. Y además, debe considerar siempre que el buen educador no es solamente el que tiene la capacidad, no es solamente el que se capacita, sino el que manifiesta todo esto con fehaciente y vehemente vocación.

REFLEXIONES

"El talento se educa en la calma y el carácter en la tempestad."

Johann W. Goethe

"La naturaleza no nos otorga la virtud: ser buenos es un arte."

Lucio Anneo Séneca

"La conquista propia es la más grande de las victorias."

Platón

Historia de los números primos

Autores: *J. J. O'Connor y E. F. Robertson*

Fecha original : 01-03-2005
Traducción Astroseti : 24-04-2006
Traductor: *Laura B. Rizzo Borches*

Los números primos y sus propiedades fueron estudiados de manera exhaustiva por los matemáticos de la antigua Grecia.

Los matemáticos de la Escuela Pitagórica (500 a. C. a 300 a. C.) estaban interesados en los números por su misticismo y sus propiedades numerológicas. Ellos comprendían la idea de primalidad y estaban interesados en los números *perfectos* y *amigables*.

Un *número perfecto* es aquel que la suma de sus divisores propios da como resultado el número en sí mismo. Por ejemplo, el número 6 tiene como divisores propios al 1, 2 y al 3 y 1 + 2 + 3 = 6, 28 tiene divisores 1, 2, 4, 7 y 14 y 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28.

Un *par de números amigables* es un par como 220 y 284 tal que los divisores propios de un número suman el otro y viceversa.

Para el momento en que los *Elementos* Euclidianos aparecieron por el 300 a. C., ya habían sido probados varios resultados importantes acerca de números primos. En el Libro IX de los *Elementos*, Euclides prueba que hay infinidad de números primos. Esta es una de las primeras demostraciones conocidas en la que se utiliza el método del absurdo para establecer el resultado. Euclides también demuestra el Teorema Fundamental de Aritmética: Todo entero puede ser escrito como un producto único de primos.

Euclides también demostró que si el número $2^n - 1$ es primo, entonces el número $2^{n-1}(2^n - 1)$ es un número perfecto. El matemático Euler (más tarde, en 1747) pudo demostrar que todos, aún los números perfectos, tienen esta forma. Hasta el día de hoy no se sabe si existe algún número perfecto que sea impar.

Cerca del 200 a. C. el Griego Eratóstenes ideó un *algoritmo* para calcular números primos llamado el *Tamiz de Eratóstenes*.

Se da luego un gran vacío en la historia de los números primos que es usualmente llamado la Edad Obscura.

El próximo gran descubrimiento fue realizado por Fermat en los inicios del siglo XVII. El demostró que la teoría de Albert Girard de que cada número primo de la forma $4n + 1$ puede ser escrito de una manera única como la suma de 2 cuadrados y demostró como cualquier número puede ser escrito como la suma de cuatro cuadrados.

Ideó un nuevo método de factorización de números largos que demostró por medio de la factorización del número 2027651281 = 44021 × 46061.

Probó lo que se conoce como *El pequeño teorema de Fermat* (para distinguirlo del llamado *Ultimo Teorema*).

Este establece lo siguiente: si p es un número primo entonces para cualquier entero a obtenemos que $a^p = a$ modulo p.

Esto prueba la mitad de lo que se ha llamado la *Hipótesis China* que data de unos 2000 años antes, y que dice que un entero n es primo si y solo si el número $2^n - 2$ es divisible por n. La otra mitad es falsa, ya que, por ejemplo, $2^{341} - 2$ es divisible por 341 aún cuando 341 = 31 × 11 es compuesto. El Pequeño Teorema de Fermat es la base de otros muchos resultados en la Teoría de Números y es la base de métodos de verificación de números primos que se utilizan aún hoy en ordenadores electrónicos.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Los números de la forma $2^n - 1$ también atrajeron la atención porque es muy fácil demostrar que a menos que *n* sea primo, este número será compuesto. A menudo éstos son llamados *Números primos de Mersenne* M_n, dado que Mersenne los estudió.

No todos los números de la forma $2^n - 1$ con *n* primo son primos. Por ejemplo $2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$ es compuesto, aunque fue notado por primera vez en 1536.

Durante muchos años los números obtenidos de esta forma fueron los primos más largos conocidos. Cataldi probó que el número M_{19} es primo en 1588 y fue el primo más grande conocido por unos 200 años hasta que Euler probó que M_{31} es primo. Este marcó el récord por otra centuria hasta que Lucas demostró que M_{127} (el cual tiene 39 dígitos) es primo, tomando el récord hasta la era de la computadora electrónica.

En 1952 Robinson probó que los números primos de Mersenne M_{521}, M_{607}, M_{1279}, M_{2203} y M_{2281} son primos utilizando un modelo temprano de ordenador comenzando así la era electrónica.

Para el 2005 habían sido encontrados un total de 42 primos de Mersenne. El más grande es $M_{25964951}$, el cual tiene 7816230 dígitos decimales.

El trabajo de Euler tuvo un gran impacto en la teoría numérica en general y sobre la de primos en particular.

Él amplió el Teorema Pequeño de Fermat e introdujo la función φ de Euler. Como mencionamos antes, factorizó el 5º número Fermat $2^{32} + 1$, y encontró 60 pares de números amigables a los que nos referimos anteriormente, y estableció (pero no pudo demostrar) lo que se conoce como la Ley de Reciprocidad Cuadrática.

Fue el primero en notar que la Teoría de Números puede ser estudiada utilizando las herramientas del análisis y así fundo el objeto de la Teoría del Análisis Numérico. Él demostró que no solo las llamadas series Armónicas $\sum (1/n)$ divergen, sino que las series ½ + 1/3 + 1/5 + 1/7 + 1/11 + … formadas por la suma de los recíprocos de los números primos, son también divergentes. La suma de *n* términos en las series armónicas crece rápidamente como Log(*n*), mientras que las series tardías divergen más lentamente como Log[Log(*n*)]. Esto significa, por ejemplo, que sumando los recíprocos de todos los primos que hemos listado, aún en las más poderosas computadoras, solo da un resultado próximo a 4, pero la serie continúa divergiendo a infinito.

A primera vista, los primos parecen estar distribuidos de manera caótica entre los enteros. Por ejemplo entre los 100 números anteriores a 10 000 000 hay 9 primos, mientras que entre los 100 números posteriores hay solo 2 primos. Sin embargo, tomando una escala mayor, la distribución de los números primos es bastante regular. Legendre y Gauss realizaron exhaustivos cálculos sobre la densidad de los números primos. Gauss (que fue un calculador prodigioso) le dijo a un amigo que siempre que tenía 15 minutos libres los gastaba en contar los primos existentes en un '*chiliad*' (rango de 1000 números). Para el final de su vida se estima que había contado todos los primos existentes en un rango de cerca de 3 millones. Legendre y Gauss llegaron a la conclusión de que para un largo de *n* la densidad de los primos cercanos a *n* es de aproximadamente 1/Log(*n*). Legendre dio una estimación para $\pi(n)$ del número de primos menores o iguales a n de $\pi(n) = n / (\mathrm{Log}(n) - 1.08366)$ mientras la estimación de Gauss es en términos de *Integrales Logarítmicas* $\pi(n) = \int 1/\mathrm{Log}(t)\, dt$ dónde el tramo de integración va de 2 a *n*.

Podéis ver la Estimación de Legendre y la Estimación de Gauss y compararlas.

Al enunciado de que la densidad de primos es 1/Log(*n*) se le conoce como el *Teorema de Números Primos*. Los intentos por probarlo continuaron durante el Siglo XIX, con los notables progresos realizados por Chebyshev y Riemann quien pudo relacionar este problema con algo llamado la *Hipótesis de Riemann*: un resultado aún sin probar acerca de los ceros en el plano complejo de algo llamado la función-zeta de Riemann. Los resultados fueron demostrados (utilizando poderosos métodos de análisis complejo) por Hadamard y Vallée Poussin en 1896.

Aún quedan abiertas muchas preguntas (algunas de ellas datan de hace más de cien años) relacionadas a los números primos.

Algunos problemas no resueltos

1. *La Conjetura de los Primos Gemelos* que dice que existen infinidad de pares de números primos.
2. *La Conjetura de Goldbach* (realizada en una carta de C Goldbach a Euler en 1742) de que cada entero par mayor que 2 puede ser escrito como la suma de 2 primos.
3. ¿Existen muchos primos de la forma $n^2 + 1$? (Dirichlet probó que cada progresión aritmética: $\{a + bn \mid n \in \mathbf{N}\}$ con *a*, *b* coprimos contiene infinidad de primos).
4. ¿Siempre existe un primo entre n^2 y $(n + 1)^2$? (El hecho de que siempre exista un número primo entre *n* y *2n* se llama la Conjetura de Bertrand y fue demostrada por Chebyshev.)
5. ¿Existe una infinidad de números primos de Fermat? De hecho, ¿hay algún número primo de Fermat luego del cuarto?
6. ¿Hay alguna progresión aritmética de primos consecutivos para cualquier largo (finito) dado? Por ejemplo, 251, 257, 263, 269 tiene largo 4. El ejemplo más largo conocido tiene largo 10.
7. Existen infinitos conjuntos de 3 primos consecutivos en progresiones aritméticas. (Verdadero si omitimos la palabra consecutivos).
8. $n^2 - n + 41$ es primo en $0 \leq n \leq 40$. ¿Hay infinitos primos de esta forma? La misma pregunta se aplica a $n^2 - 79n + 1601$ que es primo en $0 \leq n \leq 79$.
9. ¿Existen infinitos primos de la forma n# + 1? (dónde n# es el producto de todos los primos ≤ *n*.)
10. ¿Existen infinitos primos de la forma n# - 1?
11. ¿Existen infinitos primos de la forma n! + 1?
12. ¿Existen infinitos primos de la forma n! – 1?
13. Si *p* es primo, ¿$2^p - 1$ es siempre libre de cuadrados? Es decir, no divisible por el cuadrado de un primo.
14. ¿Contiene la secuencia de Fibonacci un número infinito de primos?

(Continúa en la página siguiente)

(Viene de la página anterior)

Aquí hay algunos de los últimos *récords de números primos* que conocemos.

- El número primo más grande conocido (encontrado por GIMPS [Gran Buscador de Internet de Primos Mersenne] en febrero de 2005) es el 42º primo de Mersenne: $M_{25964951}$ que tiene 7816230 dígitos decimales.

- Los primos gemelos más grandes conocidos son $242206083 \times 2^{38880} \pm 1$. Tienen 11713 dígitos y fueron anunciados por Indlekofer y Ja'rai en noviembre de 1995.

- El número primo factorial más grande conocido (primo de la forma $n! \pm 1$) es $3610! - 1$. Es un número de 11277 dígitos y fue anunciado por Caldwell en 1993.

- El número primo primorial más grande conocido (primo de la forma $n\# \pm 1$, dónde n# es el producto de todos los primos $\leq n$) es $24029\# + 1$. Es un número de 10387 dígitos y fue anunciado por Caldwell en 1993.

Referencias.-

1. B C Berndt, Ramanujan and the theory of prime numbers, Number theory Madras 1987 (Berlin, 1989), 122-139.
2. V N Chubarikov, Problems in prime number theory that are related to classical theorems of P L Chebyshev, Moscow Univ. Math. Bull. 46 (5) (1991), 15-19.
3. H Cohen, Les nombres premiers, La recherche 26 (278) (1995.), 760-765.
4. L E Dickson, History of the Theory of Numbers (3 volumes) (New York, 1919-23, reprinted 1966).
5. U Dudley, Formulas for primes, Math. Mag. 56 (1) (1983), 17-22.
6. U Dudley, History of a formula for primes, Amer. Math. Monthly 76 (1969), 23-28.
7. J Echeverria, Observations, problems and conjectures in number theory-the history of the prime number theorem, in The space of mathematics (Berlin, 1992), 230-252.
8. L J Goldstein, A history of the prime number theorem, Amer. Math. Monthly 80 (1973), 599-615.
9. A Granville, Harald Cramér and the distribution of prime numbers, Harald Cramér Symposium, Scand. Actuar. J. (1) (1995), 12-28.
10. S Das Gupta, The story of prime number, Ganita Bharati 16 (1-4) (1994), 37-52.
11. F Ischebeck, Primzahlfragen und ihre Geschichte, Math. Semesterber. 40 (2) (1993), 121-132.
12. F Manna, The Pentathlos of ancient science, Eratosthenes, first and only one of the 'primes' (Italian), Atti Accad. Pontaniana (N.S.) 35 (1986), 37-44.
13. L E Mauistrov, Prime values of the polynomial x2+x+41 (Russian), Istor.-Mat. Issled. 27 (1983), 63-67.
14. O Ore, Number Theory and Its History (1948, reprinted 1988).
15. J Pintz, On Legendre's prime number formula, Amer. Math. Monthly 87 (9) (1980), 733-735.
16. P Ribenboim, The little book of big primes (New York, 1991).
17. P Ribenboim, The book of prime number records (New York-Berlin, 1989).
18. W Schwarz, Some remarks on the history of the prime number theorem from 1896 to 1960, in Development of mathematics 1900-1950 (Basel, 1994), 565-616.
19. R de La Taille, Nombres premiers : 2000 ans de recherche, Science et vie 838 (1987), 16-20, 146.
20. H S Uhler, A brief history of the investigations on Mersenne numbers and the latest immense primes, Scripta Math. 18 (1952), 122-131.
21. A Weil, Number Theory: An Approach Through History from Hammurapi to Legendre (1984).

Índice Cronológico de la Matemática (Parte XXVIII)
LA CRONOLOGÍA ENTRE 1920 DC Y 1930 DC

1920: *Takagi* publica su papel fundamental en la teoría de campo de clase.

1920: *Hasse* descubre el principio "local-global".

1920: Un discurso dado por *Siegel* en este año, es importante para la teoría de las aproximaciones diofánticas.

1920: *Fundamenta Mathematica* es fundamentada por *Sierpinski* y *Mazurkiewicz*

1921: *Keynes* publica su Tratado sobre Probabilidad en el que sostiene que la probabilidad es una relación lógica y por lo tanto es objetiva. Esta declaración involucra el hecho sobre que las relaciones de probabilidad tienen un valor de verdad independiente de las opiniones de personas, opinión que viene a significar un efecto profundo dentro de las estadísticas como en la economía.

1921: *Fisher* introduce el concepto de probabilidad en la estadística.

1921: *Borel* publica el primero de una serie de papers sobre la teoría de juegos y es el primero en definir las estrategias de los juegos.

1921: *Emmy Noether* publica *Idealtheorie in Ringbereichen* (*La teoría de ideales en los anillos de áreas)* el cual es de fundamental importancia en el desarrollo de la moderna álgebra abstracta.

1922: *Richardson* publica como realizar la Predicción de Tiempo por Procesos Numéricos. Él es el primero en aplicar en la matemática, el particular método de diferencias finitas, para predecir el tiempo. Pero los cálculos manuales eran imposibles y sólo con el desarrollo de las computadoras su idea se hizo realidad con el tiempo.

1922: A *Banach* se le concede habilitación para una tesis sobre teoría de la medida. Inicia su trabajo con el desarrollo de espacios de vectores normados.

1922: *Fraenkel* intenta poner la teoría de conjunto en un contexto axiomático.

1922: *Chebotaryov* prueba el teorema de la densidad de números primos sobre una progresión aritmética.

1922. *Fejér* y *Riesz* publican un trabajo importante sobre conformación de mapas.

1922: *Kolmogorov* construye una función suma que siempre diverge.

1923: *Study* publica un trabajo importante sobre álgebras reales y complejas de dimensiones pequeñas.

1924: Alexander introduce la ahora famosa "esfera cornada de Alexander".

1925: *Fisher* publica *Statistical Methods for Research Workers* (Métodos Estadísticos para Investigadores). El proporciona métodos experimentales y estadísticos los cuales pueden ser utilizados en biología.

1925: *Whitehead* publica *Science and the Modern World* (Ciencia y el Mundo Moderno). Es el resultado de una serie de conferencias dadas en los Estados Unidos y sirve como introducción a su conocida más tarde metafísica. En él, considera el pronto crecimiento, éxito e impacto del "materialismo científico", que es la noción de concebir la naturaleza como simplemente materia y energía.

1925: *Besicovitch* resuelve "El Problema de Kakeya" sobre minimización de áreas.

1925: *Krull* prueba el "teorema de Krull-Schmidt" para descomponer a grupos abelianos de operadores.

1926: *Reidemeister* publica un libro importante sobre teoría de nudos: *Knoten und gruppen* (Nudos y grupos).

1926: Artin y Schreier publican un documento sobre ordenar formalmente campos reales y campos cerrados reales.

1926: *Banach* y *Tarski* publican la "paradoja de Banach-Tarski" en conjunto con el paper sobre Fundamenta Mathematicae: *Sur la decomposition des ensembles de points en parties respectivement congruentes* (Sobre la descomposición de los sistemas de puntos en partes respectivamente congruentes).

1927: Emmy Noether, Helmut Hasse y Richard Brauer trabajan sobre algebras no-conmutativas.

1927: *Artin* publica su Ley de Reciprocidad en *Beweis des allgemeinen Reziprozitätsgesetzes* (Prueba de la Ley General de la Reciprocidad).

1928: *Von Mises* publica *Probability, Statistics and Truth* (Probabilidad, Estadística y verdad).

1928: *Von Neumann* prueba el teorema del minimax en teoría de juego.

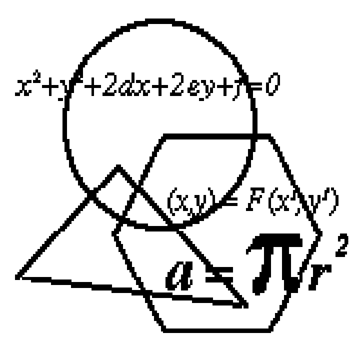
1928: *Hopf* introduce los grupos homológicos.

1929: *Gelfond* hace su conjetura sobre la independencia lineal de los números algebraicos sobre los números racionales

1930: Se publica el famoso trabajo sobre Álgebra Moderna de *Van der Waerden*. Este trabajo, de dos volúmenes, presenta el álgebra desarrollada por *Emmy Noether, Hilbert, Dedekind* y *Artin.*

1930: *Hurewicz* prueba su teorema de encaje para los espacios métricos separables en espacios compactos.

1930: Kuratowski demuestra su teorema sobre gráficos de planos.



TRABAJANDO EN CÁLCULO

Por: Prof. Rafael Ascanio H. – Prof. Próspero González M.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE – UC

CÁLCULO INTEGRAL: INTEGRAL INDEFINIDA

Ejercicios sobre Integrales de Resolución Inmediata.-

Recientemente presentamos un material titulado "Cálculo II. Ejercicios" y lo hemos puesto a la disposición de los estudiantes de las menciones Matemática, Física y Química de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, así como para todo interesado, y que puede ser adquirido en el Departamento de Publicaciones de la facultad.

En lo que respecta a las Integrales de Resolución Inmediata, en este material aparecen resueltos y propuestos un significativo número de ejercicios. Para publicar en este ejemplar de HOMOTECIA hemos escogidos algunos de ellos que resultan interesantes, pero se le hace la invitación al lector para que revise el material y así estudie las soluciones presentadas y propuestas, sean estas sencillas o ameriten un análisis más dedicado.

En cuanto a la secuencia de publicación de esta sección, para ejemplificar algunas de las técnicas de integración que aquí se presentarán, así como otros temas relacionados, utilizaremos ejercicios presentados en dicho material.

Veamos esta selección.

$$1.-\,Verifique\ que:\ \int \frac{dx}{1+Cos\,x+Sen\,x\cdot\sqrt{\dfrac{1-Cos\,x}{1+Cos\,x}}}=\frac{1}{2}x+C.$$

Verificación:

La verificación se realiza modificando el integrando con la utilización de identidades trigonométricas, producto de raíces de índices iguales, factorizaciones algebraicas, simplificaciones y propiedades de la radicación:

$$I=\int \frac{dx}{1+Cos\,x+Sen\,x\cdot\sqrt{\dfrac{1-Cos\,x}{1+Cos\,x}}}=\int \frac{dx}{1+Cos\,x+\sqrt{1-Cos^2x}\cdot\sqrt{\dfrac{1-Cos\,x}{1+Cos\,x}}}=\int \frac{dx}{1+Cos\,x+\sqrt{1-Cos^2x\cdot\dfrac{1-Cos\,x}{1+Cos\,x}}}=$$

$$=\int \frac{dx}{1+Cos\,x+\sqrt{(1+Cos\,x)(1-Cos\,x)\cdot\dfrac{1-Cos\,x}{1+Cos\,x}}}=\int \frac{dx}{1+Cos\,x+\sqrt{(1-Cos\,x)^2}}=\int \frac{dx}{1+Cos\,x+1-Cos\,x}=\int\frac{dx}{2}=\frac{1}{2}\int dx=\frac{1}{2}x+C$$

Lo que se quería verificar (L. Q. Q. V.)

$$2.-\ Determine\ si\ \int \frac{dx}{a^2\cdot Cos^2x+b^2\cdot Sen^2x}=\frac{1}{ab}\cdot ArcTg\left(\frac{bTg\,x}{a}\right)+C\cdot$$

Solución:

Como la propuesta de respuesta presenta una arco-tangente, una revisión de las fórmulas elementales presentadas en el número de HOMOTECIA anterior, permite concluir que el argumento debe estar presente en el integrando. Como el argumento lo forma $\frac{bTg\,x}{a}$, conviene dividir numerador y denominador por $a^2\cdot Cos^2x$ para obtener la tangente en el denominador. Así que:

$$I=\int \frac{dx}{a^2\cdot Cos^2x+b^2\cdot Sen^2x}=\int \frac{\dfrac{dx}{a^2\cdot Cos^2x}}{\dfrac{a^2\cdot Cos^2x}{a^2\cdot Cos^2x}+\dfrac{b^2\cdot Sen^2x}{a^2\cdot Cos^2x}}=\frac{1}{a^2}\int \frac{Sec^2x\,dx}{1+\dfrac{b^2Tg^2x}{a^2}}=\frac{1}{a^2}\int \frac{Sec^2x\,dx}{1+\left(\dfrac{bTg\,x}{a}\right)^2}=\frac{1}{a^2}\int \frac{\dfrac{b}{a}\cdot Sec^2x\,dx}{\dfrac{b}{a}\cdot\left[1+\left(\dfrac{bTg\,x}{a}\right)^2\right]}=$$

$$=\frac{1}{a^2\cdot\dfrac{b}{a}}\int \frac{\dfrac{b}{a}\cdot Sec^2x\,dx}{1+\left(\dfrac{bTg\,x}{a}\right)^2}=\frac{1}{ab}\int \frac{d\left(\dfrac{bTg\,x}{a}\right)}{1+\left(\dfrac{bTg\,x}{a}\right)^2}=\frac{1}{ab}\cdot ArcTg\left(\frac{b\,Tg\,x}{a}\right)+C$$

La igualdad es cierta (L. I. E. C.)

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

3.- Resuelva: $\int (x^3+5)^6\,dx.$

<u>Solución</u>:

Una posibilidad de solución es considerar que al ser el integrando $(x^3+5)^6$ la potencia de un binomio, puede ser desarrollado aplicando el Binomio de Newton:

$$(x+y)^n = \tbinom{n}{0}x^n + \tbinom{n}{1}x^{n-1}\cdot y + \tbinom{n}{2}x^{n-2}\cdot y^2 + \cdots + \tbinom{n}{n-2}x^2\cdot y^{n-2} + \tbinom{n}{n-1}x\cdot y^{n-1} + \tbinom{n}{n}y^n$$

Entonces, desarrollando por el Binomio de Newton, se tiene:

$$(x^3+5)^6 = \tbinom{6}{0}x^{18} + \tbinom{6}{1}x^{15}\cdot 5 + \tbinom{6}{2}x^{12}\cdot 5^2 + \tbinom{6}{3}x^9\cdot 5^3 + \tbinom{6}{4}x^6\cdot 5^4 + \tbinom{6}{5}x^3\cdot 5^5 + \tbinom{6}{6}\cdot 5^6 =$$

$$= \tbinom{6}{0}x^{18} + \tbinom{6}{1}\cdot 5x^{15} + \tbinom{6}{2}\cdot 25x^{12} + \tbinom{6}{3}\cdot 125x^9 + \tbinom{6}{4}\cdot 625x^6 + \tbinom{6}{5}\cdot 3125x^3 + \tbinom{6}{6}\cdot 15625 = (*)$$

Los valores de los números combinatorios de cada término, se calculan utilizando el Triángulo de Tartaglia, también llamado Triángulo de Pascal:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & \binom{0}{0} & & & & & & \\
 & & & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & & & & \\
 & & & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & & & & \\
 & & & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} & & & \\
 & & \binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4} & & \\
 & \binom{5}{0} & & \binom{5}{1} & & \binom{5}{2} & & \binom{5}{3} & & \binom{5}{4} & & \binom{5}{5} & \\
\binom{6}{0} & & \binom{6}{1} & & \binom{6}{2} & & \binom{6}{3} & & \binom{6}{4} & & \binom{6}{5} & & \binom{6}{6}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1
\end{array}$$

Cada número combinatorio en el triángulo se calcula por la fórmula:

$\binom{m}{n} = \dfrac{m!}{(m-n)!\,n!}$ *con* $m, n \in N$ donde para todo $k \in N \Rightarrow k! = (k-1)\cdot(k-2)\cdot(k-3)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$.

Los valores de la séptima fila en el triángulo de la derecha, corresponden a los números combinatorios que forman parte de los coeficientes de los términos del binomio desarrollado en el ejercicio.

Sustituyendo los valores en (*), el desarrollo del binomio queda igual a:

$$(*) = 1\cdot x^{18} + 6\cdot 5x^{15} + 15\cdot 25x^{12} + 20\cdot 125x^9 + 15\cdot 625x^6 + 6\cdot 3125x^3 + 1\cdot 1562 = x^{18} + 30x^{15} + 375x^{12} + 2500x^9 + 9375x^6 + 18750x^3 + 15625$$

Luego, al resolver la integral:

$$I = \int (x^3+5)^6\,dx = \int (x^{18} + 30x^{15} + 375x^{12} + 2500x^9 + 9375x^6 + 18750x^3 + 15625)\,dx =$$

$$= \int x^{18}dx + \int 30x^{15}dx + \int 375x^{12}dx + \int 2500x^9dx + \int 9375x^6dx + \int 18750x^3dx + \int 15625dx =$$

$$= \frac{x^{19}}{19} + 30\int x^{15}dx + 375\int x^{12}dx + 2500\int x^9dx + 9375\int x^6dx + 18750\int x^3dx + 15625\int dx + C =$$

$$= \frac{x^{19}}{19} + \frac{30x^{16}}{16} + \frac{375x^{13}}{13} + \frac{2500x^{10}}{10} + \frac{9375x^7}{7} + \frac{18750x^4}{4} + 15625x + C =$$

$$= \frac{x^{19}}{19} + \frac{15x^{16}}{8} + \frac{375x^{13}}{13} + 250x^{10} + \frac{9375x^7}{7} + \frac{9375x^4}{2} + 15625x + C$$

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

4.- Compruebe que $\int \frac{1}{v^2-a^2}dv = \frac{1}{2a}Ln\left|\frac{v-a}{v+a}\right| + C\cdot$

Solución:

La igualdad corresponde a una fórmula elemental. Resulta interesante comprobar la certeza de la misma. Esto se puede realizar utilizando elementos matemáticos que ameritan se expliquen.

1º) Considérese $v^2 - a^2 = (v+a)(v-a)$, que corresponde al proceso de factorizar la diferencia de cuadrados y que se puede utilizar para la determinación del *mínimo común denominador* (*m. c. d.*) en la suma o resta de fracciones con diferentes denominadores e iguales a los factores suma y resta indicados.

2º) Si este es el *m. c. d.*, entonces *(v + a)* y *(v – a)* deben ser los denominadores de dos fracciones que deben tener numerador 1 y que se suman o se restan; conclusión a la que se llega por el numerador de la fracción que forma el integrando. Al realizar las sumas y restas posibles se puede determinar cuál es la conveniente:

$$i)\quad v+a+(v-a)=2v$$
$$ii)\quad v+a-(v-a)=v+a-v+a=2a$$
$$iii)\quad v-a+(v-a)=2v-2a$$
$$iv)\quad v-a-(v+a)=v-a-v-a=-2a$$
$$v)\quad v+a+(v+a)=2v+2a$$

La opción más adecuada es la *(ii)* por aparecer *2a,* divisor en el miembro derecho de la igualdad propuesta para ser comprobada. Entonces, se procede de la siguiente manera:

$$\left[\frac{1}{(v+a)(v-a)}\right]=\frac{1}{2a}\cdot\left[\frac{2a}{(v-a)(v+a)}\right]=\frac{1}{2a}\cdot\left[\frac{v+a-(v-a)}{(v-a)(v+a)}\right]=\frac{1}{2a}\cdot\left(\frac{1}{v-a}-\frac{1}{v+a}\right).$$

Al aplicarse este procedimiento se consiguen dos integrales de inmediata solución:

$$I=\int\frac{1}{v^2-a^2}dv=\int\frac{1}{2a}\cdot\left(\frac{1}{v-a}-\frac{1}{v+a}\right)dv=\frac{1}{2a}\left(\int\frac{dv}{v-a}-\int\frac{dv}{v+a}\right)=\frac{1}{2a}\left[Ln|v-a|-Ln|v+a|\,\right]+C=\frac{1}{2a}Ln\left|\frac{v-a}{v+a}\right|+C$$

Lo que queríamos comprobar (L. Q. Q. C.)

R.A.H.

DESPEDIDA A LO GRANDE

Un recuerdo del "Paseo de Grado" por el edificio de la facultad de los integrantes de la XLVI Promoción de Licenciados en Educación Mención Matemática

CERTIDUMBRE E INCERTIDUMBRE

Nuevos tiempos para la Ciencia

Por: Joaquín GONZALEZ ALVAREZ
Optometrista y profesor de Física en Holguín, Cuba, es autor de numerosos libros y artículos científicos, habiendo recibido diversos premios y reconocimientos a su labor divulgadora.
E-Mail: joaquin.gonzalez@cristal.hlg.sld.cu

Publicado el 12 de Agosto de 2006 en *Reflexiones* de **casanchi.com**, sitio de Divulgación de Matemática, Física, Astronomía, en el contexto de la red telemática

El Premio Nóbel belga Ilya Prigogine, publicó en l996 un artículo titulado "El fin de las certidumbres" en el cual exponía sus consideraciones acerca de las nuevas formas de enfocar la ciencia que comenzaron a surgir a principios del pasado siglo XX con el establecimiento de los principios de la Mecánica Cuántica aplicables al micromundo, y que luego esas formas de enfoque se extendieron al macromundo al salir a la palestra la "Teoría del caos" y sus afines.

Antes de estos hitos en la historia de la ciencia, las leyes que se manejaban eran deterministas y toda alusión que en la explicación de la realidad, se hiciera a lo fortuito, a lo solamente probable, era rechazada como anticientífico o poco serio. El principio de incertidumbre y después lo concerniente al caos, los fractales etc., luego del escepticismo inicial motivaron el estudio serio de estas nuevas materias actualmente enriquecidas con los aportes de Prigogine principalmente en temas de la termodinámica de no equilibrio, Términos como azar, fluctuación, desorden, no equilibrio que se utilizaban para descalificar un hecho, hoy forman parte imprescindible del vocabulario científico.

El convencimiento de la existencia inevitable de fenómenos o etapas de éstos, que son impredecibles por su naturaleza y no por deficiencias técnicas en su estudio, es algo que ha aportado el estudio sistemático de la "Teoría del caos". El llegar a esa conclusión resulta de innegable utilidad, pues en situaciones de eventos naturales como el paso de huracanes, permite obrar en consecuencia conociendo las características azarosas de éstos. Los nuevos conocimientos que Prigogine esboza en "El fin de las certidumbres", muestra que no podemos evitar el caos por lo cual lo inteligente consiste en aprender a convivir con él. Algo mas que muestran los estudios sobre el caos y temas afines, los cuales conforman una disciplina mas general: la "Teoría de la complejidad", es el hecho y esto es muy importante, de que elementos, cosas, objetos, que aisladamente no presentan ciertas propiedades, al conformar colectividades presentan esas propiedades. A estas propiedades se les asigna una denominación que constituye una categoría de la "Teoría de la complejidad": Propiedades emergentes. Un ejemplo de surgimiento de propiedades emergentes se presenta en el fenómeno de la termorregulación de los tejidos vivos. La termorregulación no es detectable en una célula aislada, tal propiedad sólo surge al integrarse a una colectividad, a un tejido.

De propiedades emergentes, oí hablar con bastante acierto en una clase por televisión sobre Astronomía. En esta clase que más bien fue de Astrofísica, se trató el hecho de que se han detectado una serie de fenómenos y propiedades antes no observados en cuerpos celestes aislados que al conformar colectividades como grandes galaxias o colectividades de galaxias, se ponen de manifiesto, surgen como propiedades emergentes. Entre esos hallazgos se cuentan la detección de huecos negros masivos los cuales se supone que haya uno en cada galaxia.

Para la explicación de la existencia de los huecos negros masivos, de momento no existe una explicación definitiva. Lo que si es cierto es que tal como se manejan las teorías vigentes, la explicación no puede completarse. Aquí estamos ante algo sobre lo que he venido tratando en comentarios como el que titulé "Hipótesis y realidad", y que reafirma que las teorías que maneja la comunidad científica sólo son hipótesis de trabajo que se utilizan para continuar las investigaciones y que se mantienen mientras no se llegue a algo que no pueden explicar como es el caso que ahora tratamos. Algunas veces basta con realizar algunas modificaciones en la teoría vigente.

De lo dicho hasta ahora podemos inferir que reconocer el fin de las certidumbres no constituye ni mucho menos, un fracaso de la ciencia, por el contrario es el hallazgo de un valioso conocimiento que permitirá avanzar con paso firme sabiendo a qué atenerse, sin fanatismos ni autosuficiencias.

EL PENSAMIENTO COMPLEJO EN MATEMÁTICA (Parte II)

Por: ***Rafael Ascanio H.***
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA-FACE –UC

La matemática como motivo de estudio del hombre, a través de su historia, ha presentado situaciones críticas relacionadas con sus fundamentos. La forma como han sido asumidas, parece basarse en una posición inserta en la complejidad.

La primera dificultad conocida que surgió con respecto a los fundamentos de la matemática, le ocurrió a los Griegos y fue con la aparición de los números irracionales, las llamadas expresiones decimales infinitas no periódicas ($Ejm.: \sqrt{5} = 2,2360679...; \pi = 3,1415926...; e = 2,718281...$).

Para los griegos solo existían los números enteros y las fracciones, expresadas éstas como razones y enmarcadas en la geometría, donde un segmento de recta conformaba una sucesión muy grande de átomos pero finita. Las longitudes de todos los segmentos se podían comparar entre ellas (conmensurables entre sí) y su medida era un número racional.

Pero la crisis se presentó cuando en la escuela de los *pitagóricos*, al tratar de determinar la medida de la diagonal de un cuadrado aplicando el conocido Teorema de Pitágoras, el resultado no se correspondía con algún número racional conocido.

¿Qué fue lo que sucedió? El concepto de número que hasta ese momento manejaban los griegos era considerarlo una pluralidad discontinua (enteros y fracciones) y se encontraban en ese momento en la necesidad de concebir al número como una magnitud continua, evidentemente dos concepciones opuestas.

En un principio, en correspondencia con una racionalidad ajena al pensamiento complejo actual, adujeron las explicaciones menos lógicas para rechazarlos. Apoyándose en que el primer pitagórico que había divulgado la *irracionalidad* de $\sqrt{2}$ se ahogó en un naufragio, hacían ver que todo lo que es irracional y carente de forma se extermina o debe permanecer oculto, forma de pensar que no cuadraba con lo grandioso del pensamiento de la antigua Grecia que hoy alabamos. El hecho del descubrimiento de $\sqrt{2}$ parecía haber liberado el acceso al temible universo de lo desmesurado, a un ámbito difícil de pensar, irreductible a las normas habituales del cálculo y del discurso bien ordenado.

Pero no podían evitarlo. Había surgido el *número irracional* como tal y *su existencia* se debía asumir. Para solucionar esta crisis, los griegos aceptaron la existencia de estas dos acepciones de número, lo que condujo al concepto más general de *número aritmético*, que hoy conocemos.

Pero esto no quedó ahí. Los *números racionales* y los *números irracionales* son considerados dos conjuntos numéricos disjuntos; es decir que no contienen elementos comunes, pero la unión de ambos genera un conjunto mayor, llamado conjunto de los *números reales*.

Como consecuencia de la definición de números reales, se llega a la consideración de la *recta numérica*, que definida en términos sencillos, es la representación gráfica del conjunto de los números reales sobre la *recta geométrica*. Siendo ambos caracterizados entre sus dimensiones propias como infinitos, se establece una correspondencia biunívoca entre estos elementos, siendo así que a cada punto de la recta geométrica se le hace corresponder uno y solo uno de los números reales y viceversa. Esta correspondencia está sujeta al orden establecido sobre el conjunto de números reales $(>, <, \geq, \leq)$.

Pero el pensamiento complejo conduce a analizar una de las características de la recta numérica: la densidad. Cuando se dice que *la recta numérica es densa* se está afirmando que la misma se puede trazar con un lápiz sobre papel, por ejemplo, sin levantarlo. Es decir, la recta numérica *no presenta saltos o huecos*. ¿Será ésto posible? Esta pregunta se la hicieron los matemáticos y percibieron una falla: si los números reales están formados por dos conjuntos numéricos disjuntos entre sí, los racionales y los irracionales, esta característica también se presenta entre sus elementos. En otras palabras, en la recta numérica aunque un número racional está tan cerca como se pueda de un número irracional, siempre habrá un vacío o hueco entre ellos.

Evidentemente, ésta es una nueva crisis para la matemática. ¿Tiene solución? Aunque no se evidencia por los momentos alguna, desde la complejidad es posible plantear alternativas.

¿Estará en los conocidos números complejos la solución aunque estos gráficamente se representan en dos dimensiones?

Otra posibilidad existe desde que el matemático alemán Kurt Hensel inventó en 1897 a los *números p-ádicos*. ¿Podrá comprobarse que un número de éstos es un *intermedio* entre un racional y un irracional, de tal forma que la densidad de la recta numérica no pueda ser cuestionada? [1]

Pero hasta ahora no se ha llegado a una definición ideal que satisfaga la inquietud sobre lo denso de la recta numérica. Hasta que eso ocurra, *ubicar secuencialmente en la recta numérica un número racional, un número p-ádico y un número irracional* (no hecho hasta ahora), no garantizan que no haya entre ellos huecos o vacíos.

Sigue en duda lo denso de la recta numérica aunque en nuestras clases de matemática la hagamos ver como tal.

R. A. H.

---

[1] Ver referencia a los *números p-ádicos* en RACIONALIDAD MATEMÁTICA: UNA APROXIMACIÓN TEÓRICA por *Prof. Próspero González*, HOMOTECIA-Nº 7–Año 4 Lunes, 3 de Julio de 2006, Pp. 5-10.

LA DECONSTRUCCIÓN EN DERRIDA

(Material en revisión, 14-07-2006)

Por: *Víctor Manuel Hermoso*
DOCTORADO EN EDUCACIÓN –UC

Es un lugar común que la deconstrucción tiene su antecedente en el filósofo alemán Martín Heidegger. Creo que el tomar éste como antecedente de un concepto o de una teoría o de un constructo, es una forma de deconstrucción. Veamos:

> Básicamente, la deconstrucción consiste en mostrar cómo se han ido construyendo conceptos a partir de procesos históricos y acumulaciones metafóricas, mostrando que lo claro y evidente dista de serlo (La Nación, 2004, p. 1).

La deconstrucción puede ser útil para relacionar, desde un itinerario histórico algunos conceptos fundamentales o categorías que aparentemente parecen "ser claros y evidentes". Un ejemplo puede ser la DIDÁCTICA que ha transitado caminos donde de alguna manera refleja lo que son las sociedades que han ido construyendo ese concepto y esa práctica que denominamos DIDÁCTICA. No se trata, en esencia, de hacer clasificaciones de la didáctica o de buscarle un significado etimológico, se trata de ver, cómo la palabra se: baña en las situaciones de aprendizaje y es testigo de formas de vida mas que de vías para mejorar el aprender o el enseñar.

En nuestro curso de "Métodos de investigación" hay una enorme preocupación por sustentar vías de encuentros con conceptos que están dentro de "los objetos de estudio", la deconstrucción como actitud científica (Derrida insiste en que no es un método), puede proveer una tendencia a ir a lo histórico o mejor a las metáforas y a través del estudio o del desmenuzar las metáforas, es decir en contextualizarlas y entonces beberse otras perspectivas. En otras palabras, el saber o presuponer que un concepto encierra en sí una historia y unas metáforas que son piedras angulares para entender ese concepto, provee una actitud de no conformidad que puede contribuir a entender los contextos donde se despliega el concepto.

Me gusta esta definición complementaria:

> La <<deconstrucción>> consiste en tomar una idea, una institución o un valor y comprender sus mecanismos quitando el cemento que la constituye. Más allá de esta expresión, que puede intrigar o provocar miedo (La Nación, 2004, p.1).

En efecto hay una intuición pragmática que invita a des-velar para "comprender los mecanismos" presentes en las ideas, instituciones o valores. Por otra parte, en nuestro curso hay un permanente palpitar en el lenguaje y sus secretos. "Gran parte del trabajo de Derrida se centró en el análisis del lenguaje. Según visión de este francés, la filosofía occidental se cimentó en una conjetura errónea: que el lenguaje tiene un significado inalterable" (La Naci6n, 2004, p.1).

Que los textos tienen varias interpretaciones que pueden ser correctas es una forma de dejar volar el pensamiento para liberarse de las interpretaciones de los expertos..

Este material ha sido elaborado para incentivar la curiosidad de quienes quieren adentrarse en Derrida y su deconstrucción para dar profundidad a sus tesis de grado.

Así, el "deconstructivismo" de Derrida buscaba comprobar, desde todas las aristas semánticas, que es imposible establecer el sentido único de un texto. La tesis que reside en esa premisa es desafiante: ninguna idea o concepto se puede transferir en forma pura. Para pavor de las mentes más conservadoras, Derrida planteaba que había muchas interpretaciones legítimas.

Como era de esperar, las ideas del francés provocaron fuertes anticuerpos entre sus colegas, quienes lo acusaban de poner en duda la posibilidad de diferenciar claramente entre lo verdadero y lo falso y así intentar destruir las bases de la filosofía.

V. M. H.

Fuente bibliográfica:

EMPRESA PERIODÍSTICA LA NACIÓN (2004)
AGUSTINAS 1269 CASILLA 81-D SANTIAGO
TELÉFONO: 78701 00 FAX: 698 10 59

HUMOR EN LA RED

LO QUE IMPLICA VIVIR EN EL 2006

1. Accidentalmente tecleas tu password en el microondas.

2. No has jugado al solitario con cartas verdaderas en años (o nunca lo has jugado).

3. Tienes una lista de 15 números telefónicos para ubicar a tu familia de sólo 3 miembros.

4. Le envías un e-mail a la persona que se sienta junto a ti.

5. La razón que tienes para no estar en contacto con tu familia es porque no tienen correo electrónico.

6. Te vas a casa después de un largo día de trabajo y cuando suena el timbre de tu teléfono fijo, te preguntas qué te querrán vender, porque ninguno de tus amigos lo usa ya (eso si es que tienes teléfono fijo).

8. Tu jefe no tiene la habilidad para hacer tu trabajo.

9. Cuando llegas a casa de alguien no tocas el timbre, sino que le haces una llamada perdida para que baje.

10. No tienes suficientes enchufes en casa para todos tus aparatos electrónicos. Si pones a cargar el móvil tienes que quitar el cargador de pilas, el MP3 o la Palm.

11. Salir de tu casa sin móvil el cual no has tenido los primeros 20, 30 o hasta 60 años de tu vida te hace entrar en pánico y regresas por él.

12. Te levantas por la mañana y te conectas a Internet a leer un periódico digital antes de tomar tu café.

13. Ntnds msjs cm st.

14. Estás mirando alrededor para asegurarte de que nadie te ve que estás sonriendo enfrente de tu PC.

15. Estás leyendo esto y te estás riendo.

16. Peor que eso, ya sabes perfectamente a quién le vas a enviar este correo.

17. Estás tan distraído leyendo que no te fijaste que falta el nº 7 en esta lista.

18. Y ahora acabas de comprobar para ver que efectivamente que no está el nº 7.

19. Y ahora te estás riendo de ti mismo.

PD: y no digas que no.

Enviado por:
Lic. Tibisay González de Soto
Doctorado-UNEFA

AMENIDADES

1. ¿Cuál es más larga, la milla marina o la terrestre? **La milla marina (1.852 metros). La milla terrestre mide 1.478,50 metros.**

2. ¿Cuál es el músculo más fuerte del cuerpo humano? **La lengua.**

3. El corazón humano al bombear la sangre, ¿podría arrojarla hasta una distancia de 2 metros, 6 metros o 10 metros? **Diez metros.**

4. ¿Cuántos tornados ocurren al año, aproximadamente, en Estados Unidos: 100, 300 ó 700? **Ocurren 700.**

5. ¿Cuál es la religión mayoritaria de Etiopía? **El cristianismo.**

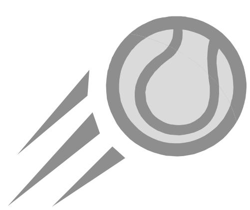
6. ¿Cuántos años puede vivir un cisne? **Más de 100 años.**

7. ¿Cuál era el oficio de los Siete Enanitos? **Era el de Mineros.**

8. ¿Qué significa la palabra francesa "brut" en una botella de vino? **Significa "Seco".**

9. ¿A qué país pertenece la isla "MUJERES"? **Pertenece a México.**

10. Usted tira hacia arriba una pelota, que alcanza su altura máxima en un segundo ¿cuánto tardará en caer de nuevo al suelo? **Un segundo.**



Sudoku!!!

El juego numérico que activa la inteligencia

Recuerda: la regla para hacerlo es rellenar cada fila, cada columna y cada caja de 3x3 con los números del 1 al 9 sin repetirlos.

La respuesta del anterior:

5	1	6	9	3	7	8	4	2
4	2	3	5	8	6	9	7	1
9	8	7	2	1	4	5	3	6
2	9	1	8	6	3	7	5	4
6	5	4	7	9	1	2	8	3
7	3	8	4	2	5	1	6	9
3	6	5	1	7	2	4	9	8
1	4	9	3	5	8	6	2	7
8	7	2	6	4	9	3	1	5

Y ahora…….

¡¡¡Quinto Reto!!!

		6	9				3	4
			2	4			8	
		1			6			7
				2				9
5			8		4			3
8				5				
1			3			5		
	4			6	2			
9	6				5	2		

Tomado de: **Mephan, M. (**Comp.) (2005). *Sudoku. El nuevo juego numérico que activa la inteligencia*. Caracas-Venezuela: Editorial Random House Mondadori.

¡Éxito y hasta el próximo encuentro!

GALERÍA

PAFNUTY LVOVICH CHEBYSHEV
(Пафнутий Львович Чебышёв)
(**16 de mayo de 1821-8 de diciembre de 1894**)

Matemático ruso. Su nombre se traduce también como Tchebychev, Tchebycheff, Tschebyscheff o Čebišev.

Primeros años

Uno entre nueve hermanos, nació en el pueblo de Okatovo, en el distrito de Borovsk, provincia de Kaluga. Su padre era el rico terrateniente Lev Pavlovich Chebyshev. Pafnuty Lvóvich recibió su educación primaria en su casa, de su madre Agrafena Ivanovna Chebysheva (lectura y escritura) y de su prima Avdotya Kvintillianovna Sukhareva (francés y aritmética). Su profesora de música jugó también un papel importante en la educación de Chebyshev, ya que "llevó su mente a la exactitud y el análisis", según mencionó el propio Chebyshev.

Es posible que durante su adolescencia y desarrollo fuera de importancia una minusvalía física, cuyas razones son desconocidas: cojeó desde su niñez y caminaba ayudado por un bastón. Por tanto sus padres desistieron de la idea de hacer de él carrera como oficial, aunque él hubiera seguido la tradición de la familia. Su impedimiento le alejó de la mayoría de los juegos infantiles, así que muy pronto se dedicó a una pasión que determinaría el resto de su vida: la construcción de mecanismos.

En 1832 la familia se trasladó a Moscú principalmente por razón de la educación de sus hijos mayores (Pafnuty y Pavel, que serían abogados). La educación continuó en el hogar, siendo contratado como profesor de matemática y física P.N. Pogorelski, tenido por uno de los mejores maestros de Moscú, y que había educado, entre otros, al escritor Ivan Sergeevich Turgenev. Para las otras materias se invitaron también a maestros de excelente reputación.

Estudios universitarios

Chebyshev pasó los exámenes de admisión el verano de 1837 y en septiembre comenzó los estudios de matemática en el segundo departamento filosófico de la universidad de Moscú. Entre sus profesores se contaron N.D. Brashman, N.E. Zernov y D.M. Perevoshchikov. No hay duda que, de entre ellos, Brashman tuvo la mayor influencia sobre Chebyshev. Le instruyó en mecánica práctica y probablemente le mostró el trabajo del ingeniero francés Jean-Victor Poncelet. En 1841 se le concedió la medalla de plata por su trabajo "cálculo de las raíces de ecuaciones" que había terminado en 1838. En esta contribución Chebyshev derivó una aproximación algorítmica para la solución de ecuaciones algebraicas de *n*-ésimo grado basándose en el algoritmo de Newton. En ese mismo año terminó sus estudios como el "candidato más sobresaliente".

En 1841 la situación económica de Chebyshev cambió drásticamente. Se declaró una hambruna en Rusia, sus padres se vieron forzados a dejar la ciudad e incapaces de seguir manteniendo a sus hijos. De todas maneras, decidió continuar sus estudios matemáticos y se preparó para los exámenes de maestría que se distribuían durante medio año. Aprobó el examen final en octubre de 1843. En 1846 defendió su tesis "Un intento de análisis elemental de la teoría probabilística". El biógrafo Prudnikov asume que Chebyshev fue dirigido a esta rama de la matemática tras conocer la publicación reciente de libros de teoría probabilística o por el crecimiento de la industria aseguradora en Rusia.

Años de adulto

En 1847 Chebyshev defendió su disertación *pro venia legendi* "Sobre la integración con la ayuda de algoritmos" ante la Universidad de San Petersburgo y obtuvo así el derecho a enseñar allí. En ese tiempo V. Y. Bunyakovski editó unos trabajos de Leonhard Euler redescubiertos por P. N. Fuss, lo que animó a Chebyshev a dedicarse a estudiarlos. De esta manera encontró la base de sus temas de interés. Ya en 1848 había enviado su trabajo en teoría de congruencias para su doctorado, que defendió en mayo de 1849. Tras un año fue elegido como profesor extraordinario en la Universidad de San Petersburgo, para convertirse en profesor ordinario en 1860. En 1872, tras 25 años de enseñanza, se convirtió en profesor meritado. En 1882 dejó la universidad y dedicó completamente su vida a la investigación.

Aparte de sus lecciones en la universidad, de 1852 a 1858 Chebyshev enseñó mecánica práctica en el Liceo Imperial de Tsarskoye Selo (ahora Pushkin), un suburbio sureño de San Petersburgo.

Sus logros científicos dan razón de su elección como *académico junior* (adjunto) en 1856. Más adelante se convirtió en miembro extraordinario de la Academia Imperial de Ciencias (1856) y en miembro ordinario en 1858. Más aún, asumió otros cargos honorables y fue condecorado varias veces: en 1856 se convirtió en miembro del comité científico del ministerio de educación nacional, a lo que siguió en 1859 la pertenencia ordinaria al departamento de ordenanza de la academia con la adopción de la jefatura de la comisión para cuestiones matemáticas de acuerdo a la ordenanza y experimentos relacionados a la teoría de tiro. La Academia de París le escogió como miembro corresponsal en 1860 y como miembro de pleno derecho en 1874. En 1893 fue elegido miembro honorario de la Sociedad Matemática de San Petersburgo, fundada recientemente en 1890.

Pafnuty Lvóvich Chebyshev murió el 26 de noviembre de 1894 en San Petersburgo

Contribuciones matemáticas

Es conocido por su trabajo en el área de la probabilidad y estadística. La desigualdad de Chebyshev dice que la probabilidad de que una variable aleatoria esté distanciada de su media en más de a veces la desviación típica es menor o igual que $1/a^2$. Si **E (X)** es la media (o la esperanza matemática) y σ es la desviación típica, entonces podemos redefinir la relación como:

$$\Pr(|X-\mathbf{E}(X)|\geq a\,\sigma)\leq\frac{1}{a^2}$$

para todo número real positivo a. La desigualdad de Chebyshev se emplea para demostrar que la ley débil de los números grandes y el teorema de Bertrand-Chebyshev (1845|1850) que establece que la cantidad de números primos menores que n es $p(n) = n / \mathrm{Log}(n) + o(n)$.

Legado

Se considera a Chebyshev uno de los fundadores de la matemática rusa. Entre sus estudiantes estuvieron Dmitry Grave, Aleksandr Korkin, Aleksandr Lyapunov y Andrei Markov, conocidos y prolíficos matemáticos. De acuerdo al Mathematics Genealogy Project, Chebyshev tiene alrededor de 4.000 descendientes matemáticos.