HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - UNIVERSIDAD DE CARABOBO

PUBLICACIÓN PERIODICA N° 7 - AÑO 1 e-mail: homotecia@hotmail.com Valencia, 1° de Agosto de 2003

EDITORIAL

La docencia es una profesión que involucra compromisos ineludibles. Ya no se puede seguir afirmando que, por ejemplo, como nosotros no somos *médicos* que al fallar en una operación pueden causar hasta la muerte del paciente, o no somos *ingenieros* que al errar en un cálculo en la construcción de un puente, el derrumbe del mismo causará una gran tragedia, sí podemos equivocarnos al momento de enseñar, podemos *sin ningún escrúpulo* suministrar información incompleta, etc. Son, exactamente, este tipo de actitudes en un docente las que dañarán la formación de los jóvenes estudiantes, que a la larga serán los médicos a los que se les morirán los pacientes y los ingenieros a quienes se les caerán los puentes.

Ser docente es también dimensionar claramente nuestra función.

REFLEXIONES

"La vida no es la que uno vivió, sino la que uno recuerda y como la recuerda para contarla".

Gabriel García Márquez

"La percepción del amigo o del enemigo depende de nuestras aptitudes mentales"

Dalai Lama

LA SIMULACIÓN EN LA CIENCIA

Autor: ***Howard Eves.*** Profesor Emérito de Matemáticas de la Universidad de Maine.

El mítico Anteo era el hijo gigante de Neptuno (dios del mar) y Gea (la diosa de la tierra) y su fuerza era invencible mientras permaneciera en contacto con su Madre Tierra. Los extranjeros que llegaban a su país estaban obligados a luchar contra él hasta la muerte, y así ocurrió que un día se batió con Hércules. Pero Hércules, que sabía cuál era la fuente del poder de Anteo, le levantó en vilo y le aplastó con sus manos en el aire.

Este relato es una parábola para las matemáticas. Así como Anteo nació y fue criado por la Madre Tierra, la historia nos ha demostrado que toda la matemática significativa y duradera ha nacido y se ha nutrido del mundo real. Al igual que Anteo, mientras que las matemáticas mantengan el contacto con el mundo real, serán poderosas. Pero si se les levanta demasiado tiempo desde el suelo en que nacieron hasta el aire tenue de la abstracción pura, se corre el riesgo de debilitarlas. Por necesidad, las matemáticas tienen que volver, de cuando en cuando, al mundo real para ganar fuerza.

Un rejuvenecimiento de las matemáticas de este tipo ocurrió en el siglo XVII, como consecuencia de los descubrimientos hechos por dos científicos y matemáticos, Galileo Galilei (1564-1642) y Johannes Kepler (1571-1630). Galileo descubrió un cierto número de hechos básicos relativos al movimiento de los cuerpos en el campo gravitatorio terrestre, mediante una serie de experimentos comenzados antes de cumplir 25 años. Kepler entrevió sus famosas leyes del movimiento planetario en 1619. Estos logros tuvieron tanta influencia para el desarrollo de las matemáticas posteriores, que se les puede catalogar como dos de los GRANDES MOMENTOS DE LAS MATEMÁTICAS. Los descubrimientos de Galileo llevaron a la creación de la ciencia de la dinámica moderna, y los de Kepler a la mecánica celeste. Ambos tipos de estudios requerían, para su desarrollo, de la creación de una nueva herramienta matemática - el Cálculo-en el que se pueden formular ideas como cambio, flujo y movimiento.

Galileo nació en Pisa en 1564 y era hijo de un noble florentino venido a menos. Inició sin mucho interés los estudios de medicina, pero logró permiso de sus padres para estudiar ciencias y matemáticas, campos para los que estaba especialmente dotado. Mientras era todavía estudiante de medicina de la Universidad de Pisa, hizo la histórica observación de que la gran lámpara pendular de la catedral oscilaba con un periodo independiente de la magnitud de la oscilación (Esto es cierto solamente de forma aproximada. La aproximación mejora para oscilaciones de pequeña amplitud). Posteriormente demostró que el periodo de un péndulo es independiente del peso colgante. Cuando tenía 25 años aceptó un puesto de profesor de matemáticas en la Universidad de Pisa. Se dice que fue durante ese periodo cuando realizó sus experimentos en la torre inclinada de Pisa demostrando que, contrariamente a las enseñanzas aristotélicas, los cuerpos pesados no caen más rápido que los ligeros. Haciendo rodar bolas por planos inclinados descubrió la ley de que la distancia recorrida durante la caída es proporcional al cuadrado del tiempo, de acuerdo con la fórmula conocida hoy en día de que $s=1/2gt^2$.

Algunas controversias locales desagradables hicieron que Galileo abandonara su cátedra de Pisa en 1591, y el año siguiente aceptara otra en la universidad de Padua, donde reinaba un ambiente más propicio para los objetivos científicos. En Padua, Galileo continuó con sus experimentos durante casi 18 años, ganando una vasta fama. Mientras estaba allí oyó hablar, hacia 1607, del descubrimiento del telescopio por el pulidor de lentes holandés Johann Lipersheim.

Se puso a trabajar para construir uno por sí mismo, logrando uno de 30 diámetros de aumento. Con él descubrió las manchas solares (contradiciendo a Aristóteles, que decía que el sol era inmaculado), vio las montañas de la Luna, las fases de Venus, los anillos de Saturno y los cuatro satélites más brillantes de Júpiter, aportando así credibilidad a la teoría copernicana del sistema solar. Los descubrimientos de Galileo suscitaron la oposición de la Iglesia y, finalmente, en 1633, fue obligado a comparecer ante la Inquisición y a desdecirse de sus descubrimientos científicos. Poco más tarde perdió la vista. Murió, prisionero en su propia casa, en 1642, al año en que Newton nació.

Johannes Kepler nació cerca de Stuttgart, Alemania, en 1571 y comenzó sus estudios en la universidad de Tübingen con la idea de hacerse ministro luterano. Al igual que Galileo, su primera elección profesional no se adecuaba a sus intereses en ciencias, especialmente en astronomía, y así cambió sus planes. En 1594, cuando tenía 23 años, aceptó un lectorado en la universidad de Gratz, en Austria. Cinco años más tarde fue nombrado ayudante del famoso astrónomo danés Tycho Brahe, que se había ido a vivir a Praga para ser el astrónomo de la corte del emperador Rodolfo II. Poco después, en 1601, Brahe murió repentinamente y Kepler no heredó no sólo el puesto de su maestro, sino su enorme colección de datos, de precisión increíble, sobre las posiciones planetarias contra el cielo estrellado. Con sorprendente perseverancia, Kepler halló sus leyes del movimiento planetario a partir de los datos de Tycho.

Se ha dicho muchas veces que se puede resolver casi cualquier problema si se ocupa uno exclusivamente de él durante un tiempo suficientemente largo. Como decía Tomás Edison, el genio tiene un 1% de inspiración y un 99% de transpiración (sudor). Quizás la mejor comprobación de este hecho que nos ofrece la historia es la increíble pertinacia de Kepler en estudiar el movimiento de los planetas alrededor del sol. Siendo un firme convencido de la teoría copernicana de que los planetas describen órbitas alrededor del sol, Kepler buscó infatigablemente la determinación de la naturaleza y posición de esas órbitas, y la forma en que los planetas las recorren. Teniendo a mano los datos de Tycho Brahe, el problema era éste: obtener un modelo del movimiento planetario que estuviera de acuerdo con los datos de Brahe. Tan fiables eran estos datos que cualquier solución que difiriera de las posiciones observadas por Brahe en más de un cuarto de diámetro aparente de la Luna, debería ser descartada por incorrecta. Kepler fue el primero en intuir, con la pura imaginación, una solución plausible y luego, con una trabajosa perseverancia, acometer la montaña de cálculos necesarios para confirmar o refutar sus conjeturas. Hizo centenares de ensayos infructuosos y cálculos tras cálculos, trabajando con celo y paciencia increíbles durante muchos años. Finalmente resolvió el problema, con sus tres famosas leyes, las dos primeras de las cuales datan de 1609 y la tercera de 1619, diez años más tarde: **I.** Los planetas recorren órbitas elípticas, en uno de cuyos focos está el sol. **II.** Las áreas barridas por el radio-vector del sol a planeta en tiempos iguales son iguales. **III.** Los cuadrados de los periodos de revolución son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de las órbitas.

El descubrimiento empírico de esas tres leyes a partir de la masa de datos de Brahe constituye una de las máximas inducciones jamás hecha en ciencia. Con justificable orgullo, escribió en el prefacio de su libro *Armonía de los mundos* en 1619 lo siguiente: *"He escrito un libro para mis contemporáneos o para la posteridad, no importa. Puede que mi libro espere un lector durante 100 años. ¿No ha esperado Dios 6.000 años a un observador?"*.

Las leyes de Kepler de los movimientos planetarios representan hitos en la historia de la astronomía y las matemáticas, ya que, en el esfuerzo que hizo Newton para justificarlas, creó la mecánica celeste. Es interesante observar que, 1.800 años después que los griegos se dieran cuenta de las propiedades de las cónicas, habría una aplicación práctica tan ilustrativa de ellas. *No se sabe nunca cuándo una determinada porción de las matemáticas va a tener una aplicación inesperada.*

Para calcular las áreas a las que se refiere la segunda ley, Kepler tuvo que recurrir a una forma rudimentaria del cálculo integral, lo que le convierte en uno de los precursores del Cálculo. En su trabajo *Stereometria doliorum vinorum* (*Geometría de los barriles de vino*) aplicó también un cálculo integral rudimentario para hallar los volúmenes de 93 sólidos diferentes obtenidos haciendo girar arcos de cónicas alrededor de ejes en sus planos. Entre esos sólidos estaban el *toro* y los llamados *manzana* y *limón*, obteniéndose este último al hacer girar un arco circular mayor y otro menor alrededor de la cuerda. El interés de Kepler en esta materia se despertó al ver los métodos tan pobres de medición que se usaban en el comercio de vinos.

Fue Kepler quien inventó la palabra *foco* (del latín *focus*, corazón). Dio la fórmula $\pi\ (a\ +\ b)$ del perímetro aproximado de una elipse de semiejes a y b. También introdujo la idea del llamado principio de continuidad, que postula la existencia en un plano de ciertos puntos ideales y de una recta ideal que constituyen el infinito. Así afirmó que una recta se cierra en el infinito y que una parábola es el límite de una elipse o hipérbola, uno de cuyos focos tiende al infinito. Esas ideas fueron desarrolladas más tarde por los geómetras.

Kepler fue un pitagórico convencido, con el resultado de que su trabajo es una mezcla de ciencia pulcra y mística agradable. Es triste que su vida personal fuera casi insoportable, por una serie de desgracias que le ocurrieron. Una infección de viruela cuando tenía cuatro años le dejó una secuela en la visión. Además de su constitución débil, su juventud no fue alegre; su matrimonio, una fuente constante de infelicidad; su hijo favorito murió de viruela; le expulsaron de su lectorado de Gratz cuando la ciudad cayó en manos de los católicos; su madre fue acusada de brujería y encarcelada y él trató desesperadamente, durante un año, de salvarla de la cámara de tortura; él mismo escapó por muy poco de una condena por heterodoxia; y siempre recibía su paga con retraso. Se dice que su segundo matrimonio fue más desafortunado que el primero, aunque tomó la precaución de analizar cuidadosamente a 11 mujeres, antes de elegir la equivocada. Se vio obligado a fabricar horóscopos para aumentar en algo sus ingresos y murió de unas fiebres en 1630, a los 59 años de edad, durante un viaje que tuvo que hacer para reclamar los salarios que se le debían.

Tomado de: **BRADLEY, G. L. y SMITH, K. J, (1998).** *"Cálculo de varias Variables"*. **Volumen 2. .(Pp. 907-910) PRENTICE HALL. Título original en inglés: Calculus. Traducción: Profesor José Luis Vicente Córdova. Revisión técnica: Pedro Paúl Escolano. Impreso en Madrid, España.**

De interés didáctico

¿De dónde vienen?

El término *"matriz"* fue acuñado en 1850 por James Joseph Sylvester.

El término *"módulo"* (en teoría de números) fue introducido por Gauss y en números complejos por Augustin-Louis Cauchy.

El nombre de *"números trascendentes"* se debe a Euler porque estos números "trascienden el poderío de los métodos algebraicos".

El término *"número perfecto"*, fue usado por Pitágoras. En inglés aparece por primera vez en la traducción de los *Elementos* de Euclides de Sir Henry Billinsley.

El término *"número primo"*, fue usado por Pitágoras. En ingles aparece por primera vez en la traducción de los *Elementos* de Euclides de Sir Henry Billinsley.

El término *"escalar"* fue introducido por Hamilton.

El término *"Ratio"* fue usado por primera vez en 1660 por Isaac Barrow en Euclides.

El término *"raíz"* fue introducido por al-Khowarizmi.

Símbolos de operaciones

El símbolo "x" para la multiplicación parece ser original de Oughtred.

El símbolo "." para la multiplicación fue utilizado por Thomas Harriot, pero quien lo popularizó fue Leibniz.

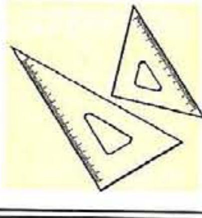
El símbolo para las raíces, aparece por primera vez en el primer álgebra publicada en alemán vulgar, en 1525, de Christoff Rudolff.

$\boxed{\sqrt{\ }}$

Sabías que ...

Los triángulos con dos lados iguales se llaman "isósceles" debido a que el nombre de *isósceles*, viene de *iso*, igual, y de *skelos*, piernas. Triángulo isósceles significaría, entonces, triángulo con dos piernas iguales.

Los triángulos con los tres lados distintos se llaman escalenos que significa triángulo cojo.



Método de inducción matemática

Generalmente, en los razonamientos, se parte de proposiciones generales y se llega a proposiciones particulares. Este es el *método deductivo*.

Por ejemplo: Proposición general: Todos los números terminados en cifra par, son divisibles por 2. Tomamos el número 128. Proposición particular: como termina en cifra par, 128 será divisible por 2.

Si partimos de proposiciones particulares y llegamos a proposiciones generales, el método utilizado se llama *método inductivo*.

El método inductivo, puede llegar a conclusiones falsas y a conclusiones erróneas.

Por ejemplo: Proposición particular: 126 es divisible por 3. Proposición general: Todos los números que terminan en 6 son divisibles por 3. Esta sería una conclusión errónea.

¿Cómo utilizar la inducción para llegar siempre a conclusiones ciertas?

Las demostraciones por el método de inducción matemática consisten en lo siguiente:

1º) Se demuestra que la proposición es válida para $n = 1$.

2º) Se supone que la proposición es válida para $n = k$, y partiendo de ésto (y de que la proposición es válida para $n = 1$, demostrado anteriormente) se demuestra que es válida para $n = k + 1$.

Método de reducción al absurdo.

Consiste en suponer cierta la proposición contraria a la que se quiere demostrar. Si se llega a un absurdo, la proposición contraria es cierta.

Método de exhausción

Exhausto significa agotado, por lo tanto este método consiste en agotar 'algo'.

Un ejemplo nos ayudará. Supongamos que tenemos que medir la longitud de una circunferencia. Podemos aproximar la longitud de la circunferencia, calculando el perímetro de polígonos regulares inscritos en la circunferencia. El cálculo será mas aproximado al real, cuantos más lados tenga el polígono. Si calculamos el límite cuando el número de lados tiende a infinito tendremos la longitud de la circunferencia.

DEFINICIONES MATEMÁTICAS

Lógica: Estudio del razonamiento, y de los métodos y principios utilizados para distinguir el razonamiento correcto o válido del incorrecto. El interés principal en lógica no es si una conclusión es en realidad exacta, sino si el proceso mediante el cual se obtiene esta conclusión a partir de un conjunto de supuestos iniciales (premisas) es correcto.

La lógica expone y examina las reglas que aseguran que, dadas premisas verdaderas, se puede llegar automaticamente a una conclusión verdadera. No le concierne a la lógica examinar o evaluar la certeza (verdad o falso) de las premisas, sino la forma y estructura del razonamiento sin que importe su contenido.

Tautología: En lógica, es una proposición o enunciado de una forma que no puede ser falsa. Por ejemplo, "si todos los cerdos comen ratones entonces algunos cerdos comen ratones" y "si vengo entonces vengo" son ambas verdaderas, independientemente de que las proposiciones que las componen, "todos los cerdos comen ratones" y "vengo", sean verdaderas o falsas. Más estrictamente, una tautología es una composición compuesta que es verdadera sean cuales fueran los valores de certeza de las proposiciones simples que la componen. Una tautología es verdadera debido únicamente a las leyes de la lógica y no en razón de un hecho real (los principios del razonamiento son tautologías). Por lo tanto, una tautología no contiene información.

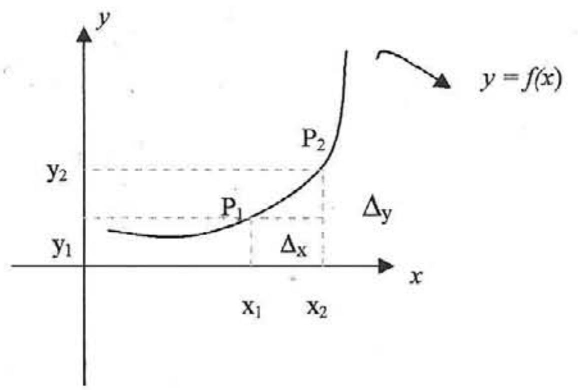
Contradicción: En lógica, una proposición, enunciado o frase que afirma algo y lo niega. Es una forma de palabras o símbolos que no puede ser verdadera. Por ejemplo, "si puedo leer el libro entonces yo no puedo leer el libro" y "él viene y él no viene".

Paradoja: (Antinomía) Proposición o enunciado que lleva a una contradicción tanto si se afirma como si se niega. Un ejemplo es la *Paradoja de Russell* de la teoría de conjuntos. Ciertos conjuntos son elementos de sí mismos (el conjunto de conjuntos es él mismo un conjunto); otros no lo son (el conjunto de caballos no es un caballo). Considérese el conjunto de todos los elementos que no son elementos de sí mismos. ¿Es ese conjunto elemento de sí mismo?: Si lo es entonces no lo es; si no lo es entonces si lo es.

TRABAJANDO EN CÁLCULO

CONTINUIDAD DE FUNCIONES

Noción de continuidad de una función: Se tiene la idea intuitiva que una función es continua cuando se puede trazar su gráfica sin levantar el lápiz del papel. Cuando se levanta, se afirma que la función no es continua en ese punto. Para detallar este aspecto del cálculo, consideremos la gráfica de la función *y=f(x)*:



P_1 y P_2: Tan cercano uno de otro como se pueda

$$para\ \ x = x_1 \rightarrow y = y_1 = f(x_1)$$
$$P_1(x_1, f(x_1))$$
$$para\ \ x = x_2 \rightarrow y = y_2 = f(x_2)$$
$$P_2(x_2, f(x_2))$$

Se tiene que: $\Delta_x = x_2 - x_1,\ \ de\ donde\ :\ \ x_2 = x_1 + \Delta_x$ (La variable se incrementa).

También se tiene:

$\Delta_y = y_2 - y_1 = f(x_2) - f(x_1) = f(x_1 + \Delta_x) - f(x_1),\ \ de\ \ donde:\ \ \Delta_y = f(x_1 + \Delta_x) - f(x_1)$ (La función se incrementa).

Conclusión: f es continua en el punto $P_1(x_1, f(x_1))$ si $\Delta_y \rightarrow 0 \ \wedge\ \Delta_x \rightarrow 0$; *es decir* : $y_1 \rightarrow y_2 \ \wedge\ x_1 \rightarrow x_2$.

Se pueden dar ahora las siguientes definiciones:

Definición:

f es continua en $x = a$, si se cumple:

i) Existe *f(a)*, es decir, en $x = a$, f tiene un valor único determinable, ni infinito ni indeterminado.
ii) Existe el $\lim_{x \to a} f(x)$; es decir, se da $\xi R \delta$.
iii) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Una función es discontinua si no cumple con alguna de las tres condiciones señaladas

Las discontinuidades en un punto pueden ser evitables (redefiniendo a la función) y no evitables o de saltos.

Definición: Una función es continua en un intervalo en las siguientes condiciones:

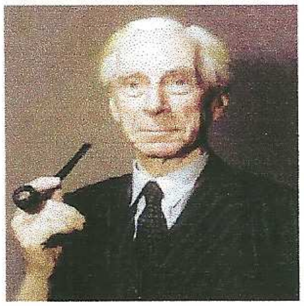
En un *Intervalo Abierto:* Una función es continua en un intervalo abierto *(a, b)* si presenta continuidad para todos los puntos del intervalo. Por ejemplo: La función definida como $f(x) = \dfrac{8}{x-3}$, es discontinua para cualquier intervalo que incluya a 3.

En un *Intervalo Cerrado:* Una función es continua en un intervalo cerrado [*a*, b] si lo es en el intervalo abierto *(a, b)* y además se cumple que:

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)\ \ (continua\ por\ la\ derecha\ de\ a)\ \ \ y\ \ \ \lim_{x \to b^-} f(x) = f(b)\ \ (continua\ por\ la\ izquierda\ de\ b)$$

Prof. Rafael Ascanio H.

DEFINICIÓN DE NÚMERO



Por Bertrand Russell

La pregunta "¿qué es número?" se ha planteado con frecuencia, pero sólo en nuestros días se le ha dado una respuesta correcta. La respondió Frege, en 1884, en sus *Grundlagen der Arithmetik (Fundamentos de Aritmética)*. Aunque se trata de un libro bastante breve, nada difícil y de la máxima importancia, apenas despertó atención y su definición de número permaneció prácticamente ignorada hasta que fue redescubierta por el presente autor, en 1901.

Al buscar una definición de número, lo primero que debe quedar claro es lo que podríamos denominar la gramática de nuestra investigación. En sus intentos de dar una definición de número, muchos filósofos se plantean, de hecho, una definición de pluralidad, lo cual es muy distinto. *Número* es lo que caracteriza a los números, del mismo modo que *hombre* caracteriza a los hombres. Una pluralidad no es un ejemplo de número, sino un número concreto. Un trío de hombres, pongamos por caso, es un ejemplo del número 3, y el número 3 es un ejemplo de número; pero el trío no es un ejemplo de número. Esto, que puede parecer un detalle elemental y apenas digno de mención, sin embargo ha resultado un exceso sutil para los filósofos, con escasas excepciones.

Un número concreto no es idéntico a una colección con ese número de términos; el número 3 no equivale al trío formado por Brown, Jones y Robinson. El número 3 es algo común a todos los tríos y que los distingue de otras colecciones. Un número es algo que caracteriza a determinadas colecciones, concretamente las que tengan ese número.

En vez de referirnos a una "colección", por regla general hablaremos de una "clase" o, a veces, de un "conjunto". En matemática se usan también con igual sentido las palabras "agregado" y "multiplicidad". Más adelante hablaremos ampliamente de las clases. De momento, procuraremos referirnos a ellas lo menos posible. Sin embargo, será preciso hacer de inmediato algunas observaciones.

Una clase o colección puede definirse de dos maneras a primera vista muy distintas. Podemos enumerar a sus miembros, como cuando decimos: "Esta colección se compone de Brown, Jones y Robinson". O podemos citar una propiedad definitoria, como cuando hablamos de la "humanidad" o de "los habitantes de Londres". La definición enumeradora se denomina definición por "extensión" y la que señala una propiedad definitoria, definición por "intensión". La segunda es, lógicamente, la más fundamental de los dos tipos de definición. Así lo indican dos consideraciones: 1) La definición extensiva siempre puede reducirse a una definición intensiva; 2) a menudo no es posible reducir, ni siquiera teóricamente, la definición intensiva a la extensiva. Estas consideraciones exigen una breve aclaración:

1) Brown, Jones y Robinson poseen, los tres, una propiedad determinada que no posee nada ni nadie más en todo el universo, a saber, la propiedad de ser o Brown o Jones o Robinson. Esta propiedad puede emplearse para dar una definición por intensión de la clase formada por Brown y Jones y Robinson. Considérese una fórmula del tipo "x es Brown o x es Jones o x es Robinson". Esta fórmula sólo será válida para tres x, concretamente, Brown y Jones y Robinson. En este sentido se asemeja a una ecuación cúbica con sus tres raíces. Puede considerarse que asigna una propiedad común a los miembros de la clase integrada por estos tres hombres y privativa de ellos. Evidentemente, puede procederse del mismo modo con cualquier otra clase citada por extensión.

2) Es evidente que, en la práctica, a menudo podemos saber muchas cosas sobre una clase sin estar en condiciones de enumerar a sus miembros. Nadie podría enumerar realmente a todos los hombres, y ni siquiera a todos los habitantes de una ciudad, pero no obstante es mucho lo que se sabe sobre cada una de estas clases. Lo cual basta para demostrar que la definición por extensión no es *necesaria* para conocer una clase. Pero a la hora de considerar las clases infinitas, nos encontramos con que la enumeración ni siquiera es teóricamente posible para quienes poseen una vida finita. No podemos enumerar todos los números naturales; estos son 0, 1, 2, 3, *etcétera*. En algún momento tenemos que contentarnos con el *"etcétera"*. Tampoco podemos enumerar todas las fracciones ni todos los números irracionales, ni todos los integrantes de cualquier otra colección infinita. En consecuencia, nuestro conocimiento sobre todas las colecciones de este tipo sólo puede proceder de una definición por intensión.

Estas consideraciones son relevantes en tres aspectos para nuestra búsqueda de la definición de número. En primer lugar, los números mismos forman una colección infinita y, por tanto, no pueden definirse por enumeración. En segundo lugar, probablemente las colecciones con un número determinado de términos forman, a su vez, una colección infinita; cabe suponer, por ejemplo, que existe una colección infinita de tríos en el mundo, pues de no ser así en el número habría un número infinito de cosas, lo cual, aunque posible, parece poco probable. En tercer lugar, deseamos definir el "número" de manera que admita los números infinitos; en consecuencia, tenemos que poder hablar del número de términos de una colección infinita, y esta colección tiene que definirse forzosamente por intensión, esto es, por medio de una propiedad común a todos sus miembros y privativa de éstos.

Una clase y una característica definitoria de ella son prácticamente intercambiables para muchos fines. La diferencia fundamental entre ambas reside en el hecho de que sólo hay una clase integrada por un conjunto dado de miembros, pero siempre existen muchas características distintas que permiten definir una clase dada. Es posible definir a los hombres como bípedos sin plumas, o como animales racionales, o (más correctamente) a través de las características con que Swift describe a los *yahoos* (en *"Los viajes de Gulliver"*). La utilidad de las clases reside justamente en que una característica definitoria nunca es única; de lo contrario, podríamos contentarnos con las propiedades comunes y privativas de sus miembros. Siempre que la singularidad no sea importante, puede sustituirse la clase por cualquiera de estas propiedades.

Volviendo a la definición de número, es evidente que número es una forma de agrupar determinadas colecciones, concretamente las que tienen un número dado de términos. Podemos suponer que todas las parejas están agrupadas a un lado, todos los tríos en otro, etc. Así obtendremos varias agrupaciones o haces de colecciones, cada una integrada por todas las colecciones que tienen un número dado de términos. Cada agrupación es una clase cuyos miembros son colecciones, esto es, clases; luego es una clase de clases: cada pareja es una clase de dos miembros y toda la agrupación de parejas es una clase con un número infinito de miembros, cada uno de los cuales es una clase de dos miembros.

¿Cómo podemos determinar si dos colecciones pertenecen al mismo haz? La respuesta inmediata es: "Averiguaremos cuántos miembros tiene cada una y les asignaremos el mismo haz si tienen igual número de miembros". Pero ello presupone que se han definido los números y que se sabe cómo averiguar cuántos términos tiene una colección. Sin embargo, de hecho, contar es una operación lógicamente muy compleja, aunque familiar; además sólo sirve para averiguar cuántos términos tiene una colección en caso de que ésta sea finita. Nuestra definición de número no debe suponer de antemano que todos los números son finitos y, en cualquier caso, si no queremos caer en un círculo vicioso, no podemos utilizar la operación de contar para definir los números, puesto que éstos se usan para contar. Por tanto, precisamos otro método para determinar si dos colecciones tienen el mismo número de términos.

En la práctica, resulta lógicamente más sencillo averiguar si dos colecciones tienen el mismo número de términos que definir qué es el número. Un ejemplo nos ayudará a aclararlo. Si no existieran la poligamia ni la poliandria en ningún lugar del mundo, es obvio que el número de esposos vivos coincidiría con el número de esposas. No precisamos un censo para tener la certeza de que así sería, como tampoco será necesario conocer el número real de esposos y de esposas. Sabemos que ambas colecciones deben tener el mismo número porque cada esposo tiene una esposa y cada esposa, un esposo. La relación entre esposo y esposa es lo que se denomina una relación "biunívoca", o de "uno a uno".

Una relación se llama "biunívoca" o de "uno a uno" cuando, si x tiene relación dada con y, ningún otro término x' tiene la misma relación con y, y x no tiene la misma relación con ningún término y' distinto de y. Cuando sólo se cumple la primera de estas dos condiciones, la relación será "uno a muchos"; cuando sólo se cumpla la segunda, será de "muchos a uno". Obsérvese que en estas definiciones no se emplea el número 1.

La relación marido-mujer es de uno a uno en los países cristianos, de uno a muchos en los países musulmanes y de muchos a uno en el Tibet. La relación padre-hijo es de uno a muchos; la relación hijo-padre, de muchos a uno, pero la de hijo mayor a padre es de uno a uno. Siendo n un número cualquiera, la relación n a $n+1$ es biunívoca, de uno a uno, y otro tanto sucede con la relación n a $2n$ o a $3n$. Si consideramos sólo los números positivos, la relación n a n^2 es de uno a uno; pero si se incluyen también los números negativos, entonces será de dos a uno, puesto que n y $-n$ tienen el mismo cuadrado. Debería bastar con estos ejemplos para dejar claro el concepto de las relaciones uno a uno, uno a muchos y muchos a uno, que desempeñan un importante papel en los principios de la matemática, no sólo en relación con la definición de número, sino también en muchos otros contextos.

Se dice que dos clases son "similares" cuando existe una relación uno a uno que hace corresponder a cada uno de los términos de una clase un término de otra clase, tal como la relación del matrimonio hace corresponder a los maridos con las mujeres. Algunas definiciones preliminares nos ayudarán a precisar más la definición. La clase de aquellos términos que se encuentran en una relación dada con alguna otra cosa se denomina el *dominio* de esa relación. Así, los padres son el dominio de la relación de padre a hijo, los esposos son el dominio de la relación esposo a esposa, las esposas son el dominio de la relación esposa a esposo, y esposos y esposas reunidos son el dominio de la relación de matrimonio. La relación de esposa a esposo se denomina la *inversa* de la relación de esposo a esposa. Análogamente, *menos* es la inversa de *más*, *más temprano* es la inversa de *más tarde*, etcétera. En términos generales, la inversa de una relación dada es la relación que existe entre y y x, cualquiera que sea la relación entre x e y. El *dominio inverso* de una relación es el dominio de su inversa; así, la clase de las esposas es el dominio inverso de la relación esposo a esposa. Ahora podemos expresar nuestra definición de similitud de la siguiente forma: *Se dice que una clase es "similar" a otra cuando existe una relación uno a uno (o biunívoca) de la cual una clase es el dominio y la otra es el dominio inverso.*

Resulta sencillo demostrar que: 1) Toda clase es similar a sí misma ; 2) si una clase α es similar a una clase β y β lo es a γ, entonces α es similar a γ. Cuando una relación posee la primera de estas propiedades, se dice que es *reflexiva*; si posee la segunda, es *simétrica*, y *transitiva* si posee la tercera. Es evidente que una relación que sea simétrica y transitiva debe reflexiva en todo su dominio. Las relaciones que poseen estas propiedades constituyen un grupo importante y merece la pena señalar que la similitud es una de estas relaciones.

Para el sentido común es obvio que dos clases finitas tendrán el mismo número de términos si son similares, pero no en caso contrario. El acto de contar consiste en establecer una correlación de uno a uno entre el conjunto de objetos contados y los números naturales (excluido el 0) utilizados en el proceso. De lo cual el sentido común concluye que el conjunto incluye tantos objetos como números hasta el último empleado en la operación de contar. Y también sabemos que, si nos limitamos a los números finitos, de 1 hasta n hay exactamente n números. De lo cual se desprende que el último número empleado para contar una colección es el número de términos incluido en ella, siempre que la colección sea finita. Pero este resultado, además de ser aplicable sólo a las colecciones finitas, depende de, y presupone, el hecho de que dos clases que sean similares tendrán el mismo número de términos. En efecto, al contar, pongamos por caso, 10 objetos, lo que hacemos es señalar que el conjunto de estos objetos es similar al conjunto de los números 1 al 10. La operación de contar presupone lógicamente la noción de similitud, que es lógicamente más simple aunque menos familiar. Al contar, es necesario considerar los objetos contados en un determinado orden, como primero, segundo, tercero, etc., pero el orden no forma parte de la esencia del número; se trata de un aditamento irrelevante, una complicación innecesaria desde el punto de vista lógico. La noción de semejanza no exige un orden. Por ejemplo, comprobábamos que el número de esposos es igual al de esposas sin necesidad de establecer un orden de precedencia entre ellos. Asimismo, la noción de similitud tampoco requiere que las clases que son similares sean finitas. Tomemos, por ejemplo, los números naturales (excluido el 0), por un lado, y las fracciones cuyo numerador es 1, por otro; es evidente que podemos correlacionar 2 con ½, 3 con 1/3, etc., con lo cual se demuestra que ambas clases son semejantes.

Por consiguiente, podemos emplear la noción de "similitud" para decidir si dos colecciones pertenecen al mismo haz o no, en el sentido en que nos planteábamos esta pregunta al principio de este capítulo. Formaremos un haz que contenga la clase que no tiene ningún miembro: éste será el número 0. A continuación formaremos un haz que contenga todas las clases de un miembro: éste será para el número 1. Luego, para el número 2, formaremos un haz que contenga todas las parejas; luego uno de todos los tríos; y así sucesivamente. Dada cualquier colección, podemos definir el haz al que pertenece como la clase de todas las colecciones "similares" a aquélla. Es muy sencillo comprobar que, si una colección tiene (por ejemplo) tres miembros, la clase de todas las colecciones similares a ella será la clase de los tríos. Y cualquiera que sea el número de términos de una colección, las "similares" a ella tendrán el mismo número de términos. Podemos considerar esto como una *definición* de "tener el mismo número de términos". Es evidente que con esta definición se obtienen resultados acordes con el uso común, a condición de que nos limitemos a las colecciones finitas.

Hasta aquí no hemos sugerido nada que parezca en lo más mínimo paradójico. Sin embargo, llegado el momento de dar la auténtica definición de los números, se hace inevitable presentar lo que a primera vista puede parecer una paradoja, aunque esta impresión se disipará enseguida. Naturalmente, tendemos a pensar que la clase de las parejas, por ejemplo, es una cosa distinta al número 2. Pero no abrigamos la menor duda sobre la clase de las parejas; ésta es incuestionable y nada difícil de definir, en tanto que el número 2, en cualquier otro sentido, es una entidad metafísica y nunca podemos tener la certeza de que exista o de haber logrado localizarla. Por tanto, es más prudente limitarnos a la clase de las parejas, sobre la cual podemos estar seguros, en lugar de correr en pos de un problemático número 2, que siempre será forzosamente escurridizo. En consecuencia, estableceremos la siguiente definición: *El número de una clase es la clase de todas las clases similares a ella.*

Así, el número de una pareja será la clase de todas las parejas. De hecho, la clase de todas las parejas *será* el número 2, conforme a nuestra definición. Aun a costa de una cierta singularidad, esta definición garantiza la precisión y la indubitabilidad; y no resulta difícil demostrar que los números así definidos tienen todas las propiedades que se espera tengan los números.

A partir de aquí podemos proceder a definir los números en general como cualquiera de los haces en que la similitud agrupa a las clases. Un número será un conjunto de clases tales que dos cualesquiera de ellas sean similares entre sí y que ninguna clase y que ninguna clase no incluida en el conjunto sea similar a ninguna incluida en él. En otras palabras, un número, en general, es cualquier colección que sea el número de uno de sus miembros; o, en términos todavía más sencillos: *Un número es todo aquello que sea el número de alguna clase.*

Esta definición tiene la apariencia verbal de un círculo vicioso, pero de hecho no lo es. Hemos definido "el número de una clase dada" sin recurrir a la noción de número en general; luego, podremos definir el número en general en términos del "número de una clase dada" sin cometer ningún error lógico.

Este tipo de definiciones son, de hecho, muy frecuentes. Para definir la clase de los padres, por ejemplo, habría que definir primero qué es ser el padre de alguien; entonces la clase de los padres comprenderá a todos aquellos que son el padre de alguien. Análogamente, para definir los números cuadrados, pongamos por caso, habrá que definir primero qué se entiende cuando se dice que un número es el cuadrado de otro, para proceder a definir luego los números cuadrados como aquellos que son los cuadrados de otros números. Se trata de un procedimiento muy frecuente y es importante comprender que es legítimo y a menudo incluso necesario.

Hasta aquí hemos dado una definición de número aplicable a las colecciones finitas. Queda por ver si también será aplicable a las colecciones infinitas. Pero primero debemos decidir qué entendemos por "finito" e "infinito", lo cual desborda los límites del presente capítulo.

Tomado de: **"Introducción a la Filosofía Matemática"**. *B. Russell (1988). Capítulo 2. Ediciones PAIDOS. Pp. 19 - 25. Impreso en España.*

Problemas para profesores

Vacaciones: En un pueblo viven 5000 personas, se van de vacaciones un cierto número de ellas. De las que se quedan sabemos que el 63,6363636363... % utilizan gafas y el 92,2297297297297...% no tienen carnet de conducir. ¿Cuántos se van de vacaciones?

Solución: 1744

¿Cómo se llega a la solución? Esperamos consigas la respuesta y nos la envíen. Como siempre, lo agradeceremos y la publicaremos.

Problemas de números: Problemas sin resolver

1º) Demostrar que todos los números pares mayores que 4 se pueden obtener como suma de dos primos.

2º) Demostrar que todos los números impares mayores 9 se pueden obtener como suma de tres primos.

Estos problemas corresponden a la llamada "Conjetura de Goldbach". Goldbach era un matemático, que fue tutor del zar Pedro II. Goldbach planteó estos problemas a Euler y éste no fue capaz de resolverlo.

Departamento de Matemática: Actualidad 2003

Reportaje por:

Br. María Ferreira de Bravo - Br. Liliana Mayorga

Auspiciado por el Departamento de Matemática, recientemente se realizó un taller sobre "Construcción de Sólidos", dirigido por el profesor José Tesorero. Quienes participaron en el mismo manifestaron que el trabajo guiado por el profesor Tesorero fue sumamente significativo para su formación y el aporte recibido, proporcionó elementos que les permitirá afrontar con seguridad este aspecto de la geometría en su futuro desempeño profesional.

Biblioteca de Matemática "Mauricio Orellana Chacín"

Activa 100%

El miércoles 16 de julio pasado, en el local de la Biblioteca de Matemática "Mauricio Orellana Chacín", se realizó un seminario - taller sobre "Gráficas de Funciones Reales", dirigido por el profesor Rafael Ascanio. El mismo versó sobre cómo representar graficamente: función afín, función lineal, rectas verticales y horizontales, función valor absoluto, función parte entera, funciones polinómicas, función cuadrática, función radical, funciones definidas a trazos, función exponencial, función logarítmica, función racional y funciones trigonométricas, y cómo deducir de sus gráficas las correspondientes propiedades.

NUEVOS DEFENSORES DEL SUPERAPRENDIZAJE

El viernes 18 de julio pasado, en el antiguo local del Cine HS Center, el profesor Jesús Morales, adscrito al Departamento de Matemática de F. A. C. E. realizó una conferencia sobre "Las Matemáticas que Aprenden los niños", la cual se fundamenta en el Superaprendizaje, defendiendo que el hecho de adelantar contenidos de matemática en cursos previos a los estipulados, al utilizar las estrategias didácticas adecuadas, no perjudicará la formación de los niños sino que ayuda a un temprano desarrollo intelectual. La forma de conducir la conferencia por el profesor Morales la hizo resultar sumamente interesante.

EQUIPO DE ACCIÓN ACADÉMICA:

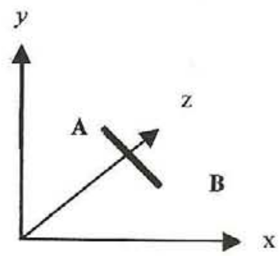
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Papel de Trabajo Nº 3

¿Qué observamos?

Colaborador:
Br. Domingo Urbáez - Mención Matemática

Tenemos, en un sistema de coordenadas tridimensional, una perspectiva de la representación gráfica de una figura plana:



Opciones:

a) Segmento de recta, b) Triángulo, c) Rectángulo, d) Cuadrado, e) Trapecio y f) Círculo. ¿Cuál de estas opciones es la respuesta correcta?

DU.

¿Dónde está el error?

Colaboradora:
Br. Key L. Rodríguez - Mención Matemática

Si $a=b$, entonces, evidentemente, $a^2=b^2$. Pero detallemos la siguiente prueba:

1) $a=b$ (por datos)
2) $a^2=b^2$ (por potenciación)
3) $a^2 - b^2 = b^2 - b^2$ (por ser $a=b$)
4) $a^2 - b^2 = b^2 - ab$ (como $a=b$ entonces $b^2=ab$)
5) $(a - b)(a + b) = b(b - a)$ (factorizando)
6) $(a - b)(a + b) = -b(a-b)$ (factorizando)
7) $a + b = -b$ (dividiendo por $a - b$)
8) $b + b = -b$ (por ser $a=b$)
9) $2b = -b$ (por adición)
10) $2 = -1$ (simplificando por b)

El resultado es incorrecto pero: ¿dónde está el error? Aplica tus conocimientos previos para dar la respuesta.

Mientras tanto, lee el siguiente escrito ...

La matemática no sirve solo para estudiar números y las distintas aplicaciones que de ellos hay, sino que abarca mucho más de lo que podemos imaginar. Se puede decir que es infinita y amplia, tanto así que hasta el número cero tiene valor, tanto histórico como en notación; entonces imaginen cuan interesentante se torna la matemática cuando solo estudiamos números y estos son infinitos.

Un detalle importante: La matemática no es solo números, existen las aplicaciones tanto en lo cotidiano como en lo académico. ¿En cuál día de nuestras vidas hemos dejado de necesitar las matemáticas?

KEY

ESPACIO LITERARIO: Poemas

G. G. Gastello Brandi

(Venezolano)

QUERENCIA

De su grandeza destellos en un poema,
como fronteras sin lugar
pero recuerdos alegres de un hombre son.
Cerré los ojos y en instantes,
miraba encantado el paraje paraíso
que postraba ante mí
un claro néctar de vida.
Evoqué los sueños infantiles
que me dieron las espuelas
para transitar mi destino:
El viento se unía al valle
y a la tierra la lluvia mojaba.
Sentía bajo mis pies
que era calma para la vida.
Era como el ego que nos hace sentir,
era como el alma que nos hace vivir.

Dejo los recuerdos...

Caminos hermosos son hoy un pedregal,
el pisar del aire y el llorar de las nubes
dibujaron grietas sobre su faz.
Brumas son los recuerdos de su fauna y flora,
espejismos en los oídos
en el bosque de ilusiones
de los pájaros su trinar.

El río de piedras daña mi vista,
hay una lágrima en mi corazón.
El duro camino se me hace castigo
y me devuelvo para no regresar.

CALVARIO

Sus mañanas fueron luces y sus noches sombras,
pero en este camino están las puertas de su alma.

En la larga noche, la tristeza es sola,
se ve de reojo las grietas del pesar.
Ancla en el mar la nave de la espera
y en el corazón la tristeza es como muerte.

Se ven de lejos las llamas del infierno
y en los oídos llantos infantiles
de quienes en sus carnes llevan
la marca del olvido.

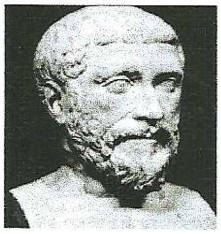
Hombres corren y mujeres lloran,
él se queda en el sendero
con las manos forzadas a la espalda
y la boca contra el suelo.

Ladrillos encendidos que la piel escarban
dañando los tejidos del doliente.
Gusanos se apoderan de frases que hieren,
piedras y guijarros estrujan los dientes
cuando manos salvajes aprietan los grillos.
La tierra cubre el cuerpo que es un quejido,
y ardiéndole las llagas,
lava su carne en un río de sangre.

De momentos,
sus ojos son recuerdos de lujurias del pasado,
su piel candente la alegría de siempre,
y el frío son las llamas de las noches de recreo.

Pero hoy,
el frío es de metal,
que le hiere.
Es el final.

GALERÍA



Pitágoras (570 a. C - 480 a. C.)

Filósofo y matemático griego. Pitágoras fue instruido en las enseñanzas de los primeros filósofos jonios Tales de Mileto, Anaximandro y Anaxímenes. Nació en Samos y murió en Metaponte. Se dice que fue condenado a exiliarse de Samos por su aversión a la tiranía de Polícrates, emigrando a la Magna Grecia y estableciéndose hacia el 530 antes de Cristo en Crotona, una colonia griega al sur de Italia, donde fundó un movimiento con propósitos religiosos, políticos y filosóficos, conocido como pitagorismo, comúnmente llamada escuela de Pitágoras. Sus doctrinas influyeron mucho en Platón. Su figura se convirtió pronto en legendaria. Se le atribuye la invención de la tabla de multiplicar y del teorema que lleva su nombre. Puesto que no escribió nada, resulta imposible distinguir sus propias contribuciones de las de su escuela.

La escuela pitagórica, como se citó, fue una comunidad singular de carácter científico, religioso y político, una especie de secta cuyo símbolo era el pentágono estrellado. En lo científico, cultivaron especialmente la matemática, la música y la astronomía. Creían que el número era el principio de todas las cosas y aprendieron a reconocer en todos los ámbitos la armonía universal. En lo religioso, afirmaban la inmortalidad y transmigración de las almas (Se dice que el propio Pitágoras proclamaba que él había sido Euphorbus, y combatido durante la guerra de Troya, y que le había sido permitido traer a su vida terrenal la memoria de todas sus existencias previas), concediendo importancia fundamental a su purificación a través del conocimiento y de un sistema de vida rígidamente regulado por prohibiciones. En lo político, apoyaban al partido dórico y ejercieron el poder prolongadamente hasta que a mitades del siglo V a.C. se produjo una rebelión en que perecieron la mayoría de los miembros de la escuela. Algunos, como Filolao, huyeron y se establecieron en Tebas. Otros continuaron medio siglo más en la Magna Grecia hasta su dispersión definitiva.

La filosofía de Pitágoras se conoce sólo a través de la obra de sus discípulos y pretendía conciliar la antigua visión mítica del mundo con el creciente interés por la explicación científica. Los pitagóricos asumieron ciertos misterios, similares en muchos puntos a los enigmas del orfismo. Aconsejaban la obediencia y el silencio, la abstinencia de consumir alimentos, la sencillez en el vestir y en las posesiones, y el hábito del auto-análisis.

El sistema de filosofía resultante del pitagorismo aunó las creencias éticas, sobrenaturales y matemáticas en una visión espiritual de la vida. Los pitagóricos enseñaron y practicaron un sistema de vida basado en la creencia de que el alma es prisionera del cuerpo, del cual se libera al morir y se reencarna en una forma de existencia, más elevada o no, en relación con el grado de virtud alcanzado. El principal propósito de los seres humanos tendría que ser la purificación de sus almas mediante el cultivo de virtudes intelectuales, la abstención de los placeres de los sentidos y la práctica de diversos rituales religiosos.

Entre las amplias investigaciones matemáticas realizadas por los pitagóricos se encuentran sus estudios de los números pares e impares y de los números primos y de los cuadrados, esenciales en la teoría de los números. Desde este punto de vista aritmético, cultivaron el concepto de número, que llegó a ser para ellos el principio crucial de toda proporción, orden y armonía en el universo. A través de estos estudios, establecieron una base científica para las matemáticas.

En geometría el gran descubrimiento de la escuela fue el teorema de la hipotenusa, conocido como Teorema de Pitágoras, que establece que el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.

Por muchos años se le ha atribuido a Pitágoras el enunciado y demostración de este teorema geométrico que lleva su nombre. Aunque algunos historiadores consideran lo contrario, ha resultado difícil demostrarlo, debido al misterio que rodeaba las enseñanzas de la escuela, así como el carácter verbal de estas y la obligación de atribuir todos los conocimientos al jerarca de la escuela.

Existen evidencias de que en otras culturas también se conocía el teorema. Por ejemplo, los hindúes explícitamente enuncian una regla equivalente a este teorema en el documento Sulva - Sutra que data del siglo VII antes de Cristo. Por otra parte, los babilonios aplicaban el teorema 2000 años antes de Cristo, pero tampoco se conoce de la existencia de una demostración, ya que la geometría no era para ellos una teoría formal sino un cierto tipo de aritmética aplicada, en la cual las figuras venían representadas en forma de números. A su vez, los egipcios conocían que el triángulo de lados 3, 4 y 5 es rectángulo pero no se conoce de la existencia de alguna regla que sustente el conocimiento del teorema. Algunos aseguran que durante sus viajes a Egipto y al oriente antiguo, el sabio griego conoció el enunciado de la regla y se dedicó a demostrarla.

La astronomía de los pitagóricos marcó un importante avance en el pensamiento científico clásico, ya que fueron los primeros en considerar la tierra como un globo que gira junto a otros planetas alrededor de un fuego central. Explicaron el orden armonioso de todas las cosas como cuerpos moviéndose de acuerdo a un esquema numérico, en una esfera de la realidad sencilla y omnicomprensiva.

Como los pitagóricos pensaban que los cuerpos celestes estaban separados unos de otros por intervalos correspondientes a longitudes de cuerdas armónicas, dedujeron que el movimiento planetario produce una "música de las esferas" y desarrollaron una "terapia a través de la música" para lograr que la humanidad encontrara su armonía con las esferas celestes. Identificaron la ciencia con las matemáticas y mantuvieron que todas las cosas son reductibles a números y figuras geométricas. Realizaron grandes contribuciones a las matemáticas, la teoría musical y la astronomía.

NOS INTERESA SABER QUE...

Aprender es cambiar y el cambio denota proceso. Se debe aceptar que la educación es un proceso que modifica a quien aprende. ***Educar*** proviene del latín ***educare*** que indica ***llevar hacia delante algo desde adentro*** por lo que se puede entender que "Educar es desarrollar un sistema sensible, en armonía con otros sistemas más amplios que lo contienen; es desarrollar un proceso holístico de transformación, en sincronía con el gran proceso de la vida"

Fregtman, C. - "Música Transpersonal", 1990.

Aprender no es algo que se asemeja a la salud sino que ***es*** la salud misma. La salud es la totalidad y una educación rígida, tal como la conocieron y padecieron muchos de los individuos adultos de estos tiempos, es una fuerza destructora tal, que quiebra y fragmenta la integridad de las personas, y siembra las simientes para las enfermedades y las actitudes inseguras del ser humano en estos tiempos.

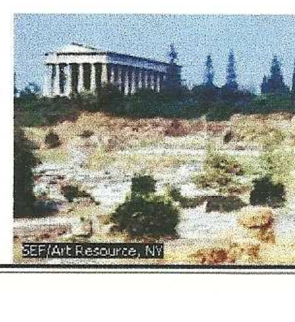
Fergunson, en *Fregtman:* "Música Transpersonal", 1990.

Superaprendizaje: Estrategia instruccional, con origen en los trabajos del médico psiquiatra y educador, Dr. G. Losanov, conocida también como ***sugestopedia.*** En su momento, Losanov demostró la utilidad del método en el aprendizaje de idiomas por lo que también se le llamó el ***método de la supermemoria***. La importante actualidad de la estrategia radica en que acelera los procesos de aprendizaje: El individuo puede aprender en días lo que anteriormente lograba en semanas o meses.

Seguidores de Losanov en Venezuela: Los más destacados son el Dr. Luis Alberto Machado, que introdujo el "Proyecto de Clases de Inteligencia; Jasmín Sambrano y Alicia Steiner, madre e hija.

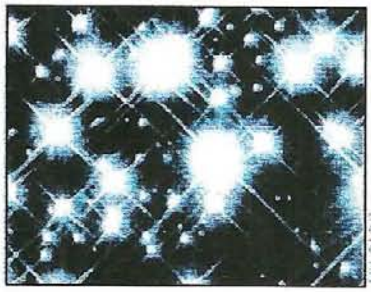
Musicoterapia: Hoy se le considera como el uso dosificado de la música en el tratamiento, la rehabilitación, la educación y el adiestramiento de adultos y niños que padecen trastornos físicos, mentales o emocionales.

Ya en la antigüedad, los griegos procuraron encontrar razón y lógica intelectual en el mundo que los rodeaba y en el propio ser humano, puesto que para ellos el hombre no era una parte sino el centro de la armonía universal. El ideal era alcanzar la armonía perfecta entre el cuerpo y el alma, entre las costumbres y la razón, y entre el intelecto y las emociones. La salud era concebida como el equilibrio entre el cuerpo y el alma (***mens sana in corpore sano***): toda enfermedad era un trastorno del orden que debía existir entre el cuerpo y el alma, y el mismo tenía que restablecerse. Esta forma griega de concebir lo psicosomático en toda enfermedad, aclara por qué para ellos la música, signo de orden y armonía para el hombre en su totalidad, tuvo un papel importante como elemento curativo.



TEMAS DE INTERÉS PARA LA CIENCIA

Las estrellas dicen que el universo tiene 14.000 millones de años



WASHINGTON, *24 de abril de 2002* (Reuters) -- Las estrellas más opacas captadas por el Telescopio Espacial Hubble ofrecieron una confirmación de que el universo tiene poco menos de 14.000 millones de años, dijeron el miércoles científicos.

Se trata de una estimación con un margen de error de 500 millones de años, declararon los científicos a los periodistas en las instalaciones de la Agencia Nacional de Aeronáutica y el Espacio (NASA, por sus siglas en inglés).

Pero como fue calculado con un método completamente distinto que el empleado para las estimaciones anteriores, ofrece una verificación independiente de que los astrónomos están en el camino correcto.

"Es casi como si estuviéramos diciendo que uno siempre supo qué edad tenía, pero no tenía pruebas", explicó Bruce Margon, del Instituto Científico del Telescopio Espacial (Space Telescope Science Institute).

"Un día, uno abre una gaveta y ahí está su certificado de nacimiento, y uno recibe la misma respuesta. Ese es un verdadero triunfo", agregó.

Para conseguir esta confirmación, los astrónomos apuntaron el telescopio orbital Hubble a un racimo globular de estrellas en la constelación Escorpio, ubicado a unos 7.000 años luz de la Tierra. Un año luz es la distancia que viaja la luz en un año, unos 10 billones de kilómetros.

Se cree que esos racimos de estrellas son las estructuras más viejas que hay en el universo, y se crearon aproximadamente 1.000 millones de años después de la teorética gran explosión.

Dentro de esos ramilletes hay grupos de los llamados enanos blancos, estrellas quemadas que han consumido todo el combustible nuclear en sus centros y simplemente se están desvaneciendo lentamente en la oscuridad.

"Son las estrellas más aburridas que uno pueda imaginar, son sólo cenizas enfriándose", dijo Margon. "Son sólo las brasas de un fuego que se está enfriando gradualmente a un ritmo predecible".

Ese ritmo de enfriamiento predecible es la clave para calcular la edad del universo, dijeron Margon y otros astrónomos. Como saben a qué ritmo se están enfriando las estrellas, pudieron calcular qué edad tienen por la cantidad de luz que despiden.

Ese número resultó ser poco menos de 13.000 millones de años. Los astrónomos agregaron 1.000 millones de años para tomar en cuenta el tiempo que creen pasó antes de que se formara el racimo globular, y obtuvieron el estimado de la edad del universo.

Cálculos previos

Previamente, los científicos habían calculado la edad midiendo a qué velocidad se estaban alejando las galaxias unas de otras a medida que crecía el universo.

Muchos científicos han creído por mucho tiempo que el universo se está expandiendo a un ritmo previsible, pero hay desacuerdo en torno a cuál es ese ritmo.

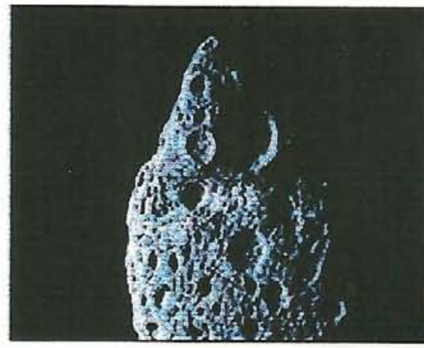
En 1997, el telescopio Hubble dio una medida precisa del ritmo de expansión, y una edad confiable del universo de aproximadamente 15.000 millones de años.

Este cálculo se complicó en los últimos años cuando usando el Hubble y otros observatorios varios astrónomos descubrieron una extraña fuerza que llamaron energía oscura, y que estaba haciendo que el universo se expandiera más rápidamente.

Con la energía oscura considerada en la ecuación, los astrónomos llegaron a la conclusión de que el universo tiene entre 13.000 millones y 14.000 millones de años: el mismo rango de la cifra alcanzada siguiendo la pista de las estrellas más viejas.

Tomado de la Página WEB de CNN en Español

Choque celestial arroja pistas sobre orígenes del sistema solar



LONDRES, *12 de junio de 2002* (Reuters) -- Los destrozos causados por un recien descubierto accidente de tránsito celestial podrían suministrar pistas importantes sobre el origen del sistema solar, dijeron el miércoles científicos.

Los expertos del Instituto de Investigación del Sudoeste de Estados Unidos, situado en Boulder, Colorado, descubrieron una familia de 39 asteroides en el cinturón entre Marte y Júpiter, y por primera vez utilizaron un modelo computarizado para fechar precisamente cuándo el grupo surgió del choque entre un asteroide madre y otro planetoide menor.

Con 5,8 millones de años, la familia es el conjunto de asteroides más joven en los 4.500 millones de años de existencia del Sistema Solar. Otros grupos de estos objetos espaciales tienen cientos de millones de años.

El conglomerado surgió cuando un asteroide de 25 kilómetros de diámetro fue impactado por otro más pequeño, y podría ayudar a responder muchas preguntas acerca de lo que pasa cuando los asteroides se despedazan. Esto sería importante en cualquier intento de desviar uno cuya trayectoria lo llevara a impactar contra la Tierra.

"Es como si hubiéramos encontrado un dinosaurio vivo", dijo Harold Levinson, científico planetario del instituto, en una entrevista telefónica.

"Las colisiones han definido lo que es el Sistema Solar en una forma fundamental. La mayoría de los planetas evolucionó a través de colisiones", agregó.

La razón del por qué esta familia es tan importante se debe a que los científicos tienen una fecha específica de su formación y qué parte de su aspecto no ha cambiado con el tiempo.

El conjunto de asteroides es la mejor manera de aprender acerca de lo que pasa durante el impacto y cómo las superficies de estos objetos espaciales cambia con el tiempo.

"Esto realmente va a afectar profundamente muchos aspectos del estudio de los asteroides", dijo Levison, cuya investigación fue publicada en la publicación científica Nature.

"Una de las cosas que está impidiendo nuestra capacidad de modelar el crecimiento de los planetas es el entender exactamente qué pasa cuando dos cuerpos chocan", agregó.

Las familias de los asteroides se formaron durante colisiones de dimensiones catastróficas y son el desecho rocoso expelido de la masa al chocar a alta velocidad.

Los 39 asteroides son de la misma edad, pero varían en tamaño. El fragmento más grande mide 19 kilómetros de diámetro.

Derek Richardson, de la Universidad de Maryland en College Park, dijo que el conglomerado podría ser un objetivo interesante de una misión espacial, y será el foco de atención de los científicos que estudian los asteroides.

"En tanto, la búsqueda de familias mucho más jóvenes continuará, con la esperanza de que nos acerque a entender los orígenes de nuestro Sistema Solar", dijo en un comentario sobre la investigación.

Tomado de la Página WEB de CNN en Español