



EDITORIAL

La circulación del tercer número de nuestro HOMOTECIA es signo de nuestra voluntad de consolidar su publicación. De igual manera nos sentimos muy contentos con la aceptación del mismo dentro del conglomerado de los estudiantes de la Mención Matemática, algunos de los cuales se nos han acercado para solicitarnos le reservemos un ejemplar ya que conocen que por los momentos sólo se están imprimiendo cien ejemplares por edición. También alumnos de otras menciones nos lo han solicitado, lo que nos alegra por ser un factor de integración dentro de una comunidad cuyo futuro profesional necesita del trabajo en conjunto.

También nos contenta que ya comenzamos a recibir material publicable por parte de nuestros estudiantes, que esperamos presentar en próximas ediciones previa revisión.

Algunos profesores nos han manifestado que están preparando material para enviarnoslo, así como egresados quienes se han enterado de la aparición del periódico. Hasta profesores de otras universidades se han comprometido en colaborar.

De concretarse todas estas colaboraciones, no dudamos en mantener siempre la seguridad de publicarlo.

Reflexiones

Es de humanos profesar nuestra devoción.

Aun a oscura la vida, el estar inmerso en este mundo, con un leve movimiento se comienza a caminar hacia la claridad.

La realidad existe y rodea al ser humano. El hombre la transforma. El hombre hace su realidad.

Existe un problema y sobre él se piensa, se reflexiona, se le busca solución.

La reflexión: madre de conocerse a sí mismo, de conocer al prójimo, de alcanzar el saber. Es la misma de Sócrates según Platón, la misma del Siddharta de Hermann Hesse.

Es la misma de la solución del problema. Pero un problema es realidad: realidad social, realidad educativa, realidad con vacíos, realidad incompleta. Casi realidad.

Negar el saber es negar libertad. Con libertad se puede soñar y el sueño se debe hacer realidad.

R. A. H.



PROBLEMAS DEL MILENIO

El Instituto de Matemáticas Clay (EE.UU.) es una fundación privada, sin fines de lucro, dedicada a estimular y divulgar el conocimiento de las matemáticas. A estos efectos ha establecido un premio de un millón de dólares a quien resuelva uno de estos siete problemas:

P contra NP

Stephen Cook y Leonid Levin formularon este problema independientemente en 1971. Stephen Cook lo explicó con un ejemplo semejante a éste. Usted llega a una fiesta, el salón está lleno de gente y se pregunta si conoce a alguna persona de la fiesta. Se lo pregunta al anfitrión y este le dice que usted conoce a la persona que está en la ventana. Inmediatamente usted ratifica lo dicho por el anfitrión (es fácil comprobarlo). Sin embargo, si no tuviese esta ayuda, tendría que examinar una a una a toda la gente y determinar si la conoce. Tardaría mucho tiempo en hacer esta operación. La explicación de las siglas P y NP se refieren a los tiempos "polinómico" y "polinómico no determinista".

La conjetura de Hodge

Durante el siglo XX, los matemáticos descubrieron formas de investigar las formas de objetos complicados. La idea básica es preguntar en qué medida podemos aproximar la forma de un objeto dado uniendo formas geométricas simples. La conjetura de Hodge dice que para un tipo particular de formas, llamadas variedades algebraicas proyectivas, las formas llamadas ciclos de Hodge son combinaciones de formas geométricas llamadas ciclos algebraicos.

La conjetura de Poincaré

Henri Poincaré era el rival francés del alemán Hilbert. Poincaré llegó a unas conclusiones sobre las esferas en el espacio de tres dimensiones que, posteriormente, han resultado imposible trasladar al espacio de cuatro dimensiones. Esta incógnita resultó ser extraordinariamente difícil en el momento de su planteamiento y los matemáticos siguen hoy luchando por darle una solución.

La hipótesis de Riemann

Los números primos han traído de cabeza a los matemáticos desde los inicios de las matemáticas. Uno de los temas que se resiste es la distribución de los números primos (no parece seguir ningún patrón regular). El matemático alemán Georg Riemann propuso en el siglo XIX, que su frecuencia está íntimamente relacionada con el comportamiento de una función matemática llamada función Zeta. La hipótesis de Riemann se ha confirmado en muchos casos, pero todavía no existe una demostración general. Éste es el único de los siete problemas que estaba en la lista de 1900 de Hilbert.

La teoría de Yang-Mills

Hace casi una centuria, los físicos Yang y Mills descubrieron ciertas relaciones entre la geometría y las ecuaciones de la física de partículas que, más tarde, resultaron de gran utilidad para unificar tres interacciones fundamentales de la materia en una sola teoría. A pesar de ello, no se conocen soluciones compatibles con la mecánica cuántica de las soluciones de Yang y Mills. El progreso de este problema requerirá la introducción de nuevas ideas fundamentales en la física y en matemáticas.

Las ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes describen el comportamiento de los fluidos, cuando se mueven en movimiento turbulento. A pesar que las ecuaciones se escribieron en el siglo XIX nadie ha sabido resolverlas hasta el momento.

La conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer

El décimo problema propuesto por Hilbert en 1900 en París, planteaba si existía algún método para saber si las ecuaciones:

$$x^n + y^n = z^n$$

tienen soluciones que sean números enteros. El matemático Yu Matiyasevich demostró, en 1970, que no había ningún método general, pero Birch y Swinnerton-Dyer propusieron algunos métodos parciales que, todavía hoy, no se han demostrado.

Problema de números: Problema sin resolver

¿Existe una cantidad infinita de números perfectos?

Números perfectos son números cuya suma de divisores suman el número (Por ejemplo: 6).

Problema sin solución

Se ha demostrado que el problema que a continuación se presenta no tiene solución, por lo tanto no pierdan ni un minuto en intentar resolverlo:

Dado un cubo cuya arista tiene longitud 1 se pide construir un cubo de volumen doble, utilizando regla (una regla sin marcas) y compás. El origen del problema aparentemente está ubicado en Delfos (una isla griega) donde hubo un templo que fue famoso por sus oráculos. Un rey acudió al templo para que le hicieran un oráculo (adivinar el porvenir) y después de que se lo hicieran le dijo a la sacerdotisa que le pidiese lo que quisiera. La sacerdotisa le pidió que construyese un altar del doble de volumen que el que tenía. Se trata de calcular, con regla y compás un número que sea igual a la raíz cúbica de 2. La solución es un número irracional y con regla y compás sólo se pueden obtener números fraccionarios, por lo tanto es imposible. Tendríamos que resolver la ecuación $x^3 = 2$. No existe ningún número fraccionario que elevado al cubo dé 2 (¿Oh sí? ... Mmmm).

VENEZOLANOS DESTACADOS EN LAS MATEMÁTICAS

Venezuela ha contado, a través de la historia, con personalidades que se han destacado en el estudio y aplicación de la matemática. Hoy traemos para el recuerdo, notas donde nos referimos a dos de ellos quienes indudablemente dejaron de alguna manera u otra, su huella perenne entre nosotros.

Juan Manuel Cagigal (1802-1856)

Matemático venezolano, fundador del primer observatorio astronómico de Venezuela. Nació en Nueva Barcelona (actual Barcelona) y realizó estudios universitarios en España y en Francia. Regresó a Venezuela en 1829 y en 1831 fue nombrado director de la Academia de Matemáticas de Caracas. Fue senador y diputado, y abrió nuevas vías de comunicación en el país. En 1841 volvió a Europa como secretario de la legación en Londres. A finales de 1844 regresó al país aquejado de una fuerte neurosis. Es autor de varias obras sobre cálculo integral y astronomía, y de un tratado de mecánica. Murió en Yaguaraparo (Sucre) en 1856.

Luciano Urdaneta (1825-1899)

Ingeniero y arquitecto venezolano seguidor del estilo neoclasicista. Nació en Maracaibo en 1825, hijo del prócer Rafael Urdaneta. A los 18 años se graduó en la Academia de Matemáticas de Caracas, dirigida por Juan Manuel Cagigal (1843). Más tarde se trasladó a París para estudiar ingeniería y en 1850 regresó a Venezuela a ejercer la docencia. Entre sus obras más notables figuran la represa de Caujarao (1863-1866), que suministró agua a Coro, el puente de hierro sobre el río Guaire, el acueducto de El Calvario, el Palacio Legislativo (1873) y el Palacio Federal (1877), estas dos últimas consideradas como sus obras de mayor aliento. También realizó el proyecto de los baños de mar de Macuto (1875), que fueron construidos más tarde bajo la dirección de Jesús Muñoz Tébar. Luciano Urdaneta murió en Caracas el 24 de diciembre de 1899.



NOTAS HISTÓRICAS

El número π (π)

El número π era ya conocido por los egipcios para el año 1600 a. C. según consta en el *Papiro de Rhind*. Tomando cuidadosas medidas, los egipcios ya habían descubierto que la razón entre el perímetro y el diámetro es igual para cualquier círculo. A esta razón se le conoce como el número π . Los egipcios lo habían calculado como 256/81. Arquímedes desarrolló un método para encontrar su valor utilizando polígonos circunscritos e inscritos en una circunferencia. Con este método logró aproximar π a 22/7. Aunque ya desde principio de esta era se consideraba que podía ser un número irracional, no fue sino hasta 1767 que el matemático francés Johann Lambert demostró que π era irracional. El símbolo π fue utilizado por primera vez en 1706 y posteriormente se expandió gracias a los trabajos del matemático suizo Leonard Euler.

PARA REFLEXIONAR

Memorización.

Algunas personas dicen que la memorización está pasada de moda, que en matemáticas solamente el razonamiento lógico es importante. Están equivocadas. Algunas cosas deben convertirse en parte de nuestro aparato mental, de tal suerte que podamos usarlo sin detenernos a reflexionar.

Señaló en un oportunidad Alfred N. Whitehead: "La civilización avanza extendiendo el número de operaciones importantes que podemos realizar sin pensar acerca de ellas".

MATEMÁTICA RECREATIVA

El día miércoles 2 de abril se realizó la conferencia *Matemática Recreativa*, ofrecida por el profesor emérito de la UCV JUAN SAVAL. Los profesores y estudiantes que asistimos a la misma quedamos muy complacidos con esta amena actividad programada por la Jefatura del Departamento de Matemática.

Sobre el profesor Saval podemos decir que en los actuales momentos colabora en el Área de Postgrado en la Maestría de Educación - Enseñanza de la Matemática.

Se comprometió el día de la conferencia a enviarnos vía e-mail, algunos escritos para HOMOTECIA.



ORIGEN DE TÉRMINOS UTILIZADOS EN MATEMÁTICA

El término *número real* fue usado por primera vez por Descartes en 1637.

Algoritmo: Debe su nombre al matemático árabe al-Khowarizmi. En su obra "*De numero indiorum*" (sobre los números hindúes) incluía las reglas para hacer las operaciones aritméticas. Estas reglas pasaron a llamarse *reglas de al-Khowarizmi* y después degeneró en *algoritmos*.

La palabra *cálculo* viene del latín *calculi* (guijarros), pues se utilizaban para facilitar los cálculos. Los pitagóricos representaban los números con piedras dispuestas formando figuras geométricas.

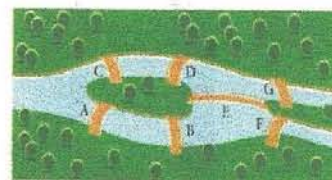
El término *función* aparece por primera vez en un manuscrito de Leibniz de 1673.

El término *límite* fue usado por Isaac Newton en 1727.

Integral: Jacob Bernoulli fue el primero en usar el término integral

UN PROBLEMA FAMOSO

Los puentes de Königsberg



En la ciudad de Königsberg (ahora se llama Kaliningrado) (donde nacieron Kant y Hilbert) hay una isla, Kneihof, rodeada por dos brazos del río Pregel. Hay siete puentes que lo cruzan. ¿Puede una persona realizar un paseo de modo que cruce cada uno de los puentes una sola vez?

Solución: Euler demostró que no se puede resolver.

PROBLEMAS PARA PROFESORES

Estas en una fiesta. Uno de los invitados, que ya tiene unas cuantas copas y que sabe que eres un profesor de matemáticas, te dice: "Te apuesto 5000 bolívares a que, aunque sólo somos 35 personas, podemos encontrar dos personas cuyas fechas de nacimiento (día y mes) coinciden". ¿Aceptarías la apuesta? ¿Qué probabilidad tiene tu compañero de fiesta de ganar?

Amigo profesor, amiga profesora: si tienes la respuesta a este problema, envíanosla por escrito a las oficinas del Departamento de Matemática o a nuestro correo electrónico (homotecia@hotmail.com). Te lo agradeceremos. Te prometemos publicar tu respuesta.

TRABAJANDO EN CÁLCULO**DEFINICIÓN FORMAL DE LÍMITE DE FUNCIONES**

Los aspectos desarrollados en los números anteriores, permiten dejar establecido que cuando se tiene una función $f: R \rightarrow R$ definida para valores de $x \in E_\delta^*(k)$, el estudio del comportamiento de la función permite observar que los valores de $f(x) \in E_\varepsilon(L)$. Sobre esta, se puede enunciar una definición formal de límite de una función:

Sea f una función real definida en todo punto de un intervalo abierto que contiene al punto " k ", posiblemente no definida en el mismo " k ". Entonces, el límite de $f(x)$ cuando x se aproxima al punto " k " es " L ", de tal manera que si se considera un $\varepsilon > 0$ y tan pequeño como se quiera, es posible encontrar un $\delta > 0$ para que se cumpla: $|f(x) - L| < \varepsilon$ siempre que $0 < |x - k| < \delta$.

Esta definición se puede expresar así:

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = L \Leftrightarrow |f(x) - L| < \varepsilon \quad \text{siempre que} \quad 0 < |x - k| < \delta, \quad \varepsilon > 0 \wedge \delta > 0$$

y es la que más se utiliza en la ejercitación sobre límites de funciones, cuya presentación más práctica es la siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = L \Leftrightarrow |f(x) - L| < \varepsilon \quad \text{sq} \quad 0 < |x - k| < \delta, \quad \varepsilon > 0 \wedge \delta > 0$$

Para una aplicación de esta definición, veamos el siguiente ejemplo:

Si la función $f: R \rightarrow R$ está definida por $f(x) = 4x - 1$, determinar un entorno reducido adecuado para x de tal manera que la relación Épsilon - Delta ($\varepsilon R \delta$) garantice la existencia del límite para $f(x)$.

Solución:

Para determinar un intervalo reducido adecuado para x se comienza calculando la imagen de cualquier $x \in \text{Dom}_f$, por ejemplo 3:

$$f(3) = 4 \cdot 3 - 1 = 11 \Rightarrow f(3) = 11$$

Sobre esta base, se puede afirmar que $f(x) \in E_\varepsilon(11)$ siempre que $x \in E_\delta^*(3)$; es decir, el límite de $f(x) = 4x - 1$ cuando x tiende a 3 es 11. Ahora se aplica la definición de límite para determinar la $\varepsilon R \delta$ que valida esta conclusión:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (4x - 1) = 11 \Leftrightarrow |(4x - 1) - 11| < \varepsilon \quad \text{sq} \quad 0 < |x - 3| < \delta, \quad \varepsilon > 0 \wedge \delta > 0$$

Desarrollando el consecuente, se tiene:

$$\begin{aligned} |4x - 12| < \varepsilon & \quad \text{sq} \quad 0 < |x - 3| < \delta \\ |4 \cdot (x - 3)| < \varepsilon & \quad \text{sq} \quad |x - 3| < \delta \\ 4 \cdot |x - 3| < \varepsilon & \quad \text{sq} \quad |x - 3| < \delta \\ |x - 3| < \frac{\varepsilon}{4} & \quad \text{sq} \quad |x - 3| < \delta \end{aligned}$$

La comparación de los miembros a ambos lados del "*siempre que*", permite establecer que existe una relación Épsilon - Delta ($\varepsilon R \delta$). Esto significa, por ejemplo que si $\varepsilon = 0,008$, entonces: $\delta = \frac{0,008}{4} = 0,002 \Rightarrow \delta = 0,002$

GALERÍA



George Polya (1888-1985)

Nació en Hungría. Cursó sus estudios en las universidades de Budapest, Viena, Göttingen y París. Fue profesor de Matemáticas en la Universidad de Stanford. Las investigaciones y su agradable personalidad le granjearon su lugar de honor no sólo entre los matemáticos, sino también entre los estudiantes y los maestros. Sus descubrimientos abarcaron una extensión impresionante en las matemáticas: Análisis de variables reales y complejas, probabilidad, análisis combinatorio, teoría de los números y geometría. El libro "*How to solve it*" se ha traducido a 15 idiomas. Sus libros tienen una claridad y elegancia que raras veces se ven en las matemáticas, lo que los hace de agradable lectura.



Srinivasa Ramanujan (1887 - 1920)

A pesar de su corta vida (32 años), es considerado el más famoso matemático de la India contemporánea. Escribió alrededor de 3.000 teoremas para ramas de las matemáticas: Teoría de números, funciones elípticas, fracciones continuas y muchas más. Nació en el sur de India, en un núcleo familiar muy pobre, tan pobre que Ramanujan, al no poder comprar papel, inventaba sus matemáticas escribiendo con tiza en la pizarra. A los 26 años obtuvo fondos para ir a Inglaterra a trabajar con G. H. Hardy, un matemático inglés famoso en esa época. Ramanujan hacía computos mentales con una facilidad extraordinaria, se dice que una vez cuando estando hospitalizado por una grave enfermedad, Hardy lo fue a visitar, quien al llegar le dijo: "Vine en el taxi 1729, el número me pareció muy banal y espero que no sea de mal agüero". "Al contrario - le replicó Ramanujan - el número no es nada banal, es un número muy interesante. Es el menor número que se puede expresar como suma de dos cubos en dos formas distintas:

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

DE INTERÉS DIDÁCTICO

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Modelo de George Polya para la resolución de problemas.-

Existen varios modelos para resolver problemas. En la actualidad el más utilizado es el desarrollado por George Polya, presentado en 1945 en su libro "*How to solve it*". El modelo consiste en cuatro pasos:

1º) Comprender el problema:

Significa determinar de qué trata el problema, cuál es la información suministrada (¿es suficiente?) y cuál es la que solicitan (¿está bien especificado?).

2º) Desarrollar un plan:

Determinar cuál es la estrategia que se debe utilizar (¿cuántos planes se pueden desarrollar?, ¿puede haber más de una estrategia?)

3º) Llevar a cabo el plan:

Para resolver el problema se utiliza la estrategia seleccionada, la que se debe seguir tal como se ha diseñado.

4º) Verificar:

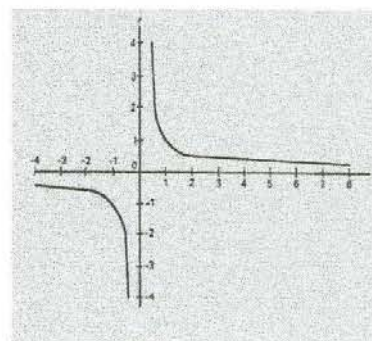
Se debe chequear si el resultado obtenido es el correcto. En caso contrario, se intenta con otra estrategia ya considerada. Este procedimiento se repite hasta conseguir la solución.

DEFINICIONES MATEMÁTICAS

Curva alabeada: Curva en el espacio, definida en coordenadas cartesianas tridimensionales por tres funciones: $x=f(t)$, $y=g(t)$, $z=h(t)$; o bien por dos ecuaciones de la forma: $F(x,y,z)$; $G(x,y,z)$.

Asíntota: Recta hacia la cual se aproxima una curva indefinidamente. La hipérbola, por ejemplo, tiene dos asíntotas. En coordenadas cartesianas bidimensionales, la curva de ecuación $y=1/x$ tiene por asíntotas las rectas $x=0$ y $y=0$, pues y se hace infinitamente pequeña sin llegar a cero al aumentar x , y viceversa.

El eje x y el eje y son asíntotas de la curva.



RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

J. Rodríguez, A. Caraballo, T. Cruz y O. Hernández son los autores del libro "*Razonamiento Matemático. Fundamentos y Aplicaciones*" (1997) publicado por International Thomson Editores, S. A. de C. V., México.

Afirman los autores que este libro surge ante la evidencia, en el inicio del nuevo milenio, "de ser la información la materia prima y la comunicación el medio para la producción. La transición de una sociedad industrial a una sociedad informada puede atribuirse al desarrollo y disponibilidad de la tecnología. Al mismo tiempo, mientras ésta abre nuevas fronteras de exploración, la matemática continúa desarrollándose y a la par una manera diferente de verla, estudiarla y enseñarla".

Agregan que hay una "necesidad de cambiar el enfoque y el contenido del currículo de matemáticas, así como integrar el uso de la tecnología en su enseñanza" recomendando que "la enseñanza de las matemáticas debe dirigirse a temas relevantes para los estudiantes y utilizar al máximo las calculadoras y las computadoras".

Los autores señalan que con este libro pretenden hacer el aprendizaje de las matemáticas más accesible a todos los que inician estudios universitarios y brindarles una mejor oportunidad para tener éxito; ofrecer una experiencia de las matemáticas suficientemente amplia para ser miembros exitosos de una sociedad informada; relacionar las matemáticas con situaciones de la vida diaria, con la tecnología y con otras disciplinas; y proveer a quien inicia sus estudios universitarios de una manera práctica e innovadora para repasar las matemáticas que haya visto en sus estudios anteriores.

Creemos, por las aspiraciones que declaran los autores tener, que este es un libro interesante para ser revisado por estudiantes y docentes quienes, nos imaginamos, pueden proveer de estas iniciativas dentro de la enseñanza y la didáctica de las matemáticas.

