HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - UNIVERSIDAD DE CARABOBO

PUBLICACIÓN PERIODICA N° 1 - AÑO 1 e-mail: homotecia@hotmail.com Valencia, 5 de Marzo de 2003

EDITORIAL

En estos inicios del año 2003, presentamos a quienes integran la familia del Departamento de Matemática de FACE y a los demás participantes de la comunidad universitaria, un intento por reforzar la formación de los estudiantes que aspiran egresar como Licenciados en Educación Mención Matemática. Desde que comenzamos nuestro devenir como profesores adscritos a la Cátedra de Cálculo, convenimos en que era necesario mejorar el piso informativo de nuestros alumnos para que con ello creciera su cultura matemática, la que únicamente no se refiere al conocimiento matemático como tal sino también al manejo de los elementos filosóficos y epistemológicos que rodean a su enseñanza y a su aprendizaje, y al conocimiento del proceso histórico de construcción de lo que actualmente es llamado *edificio matemático.* Inicialmente se intentó con la idea, entre otras, de fomentar la realización de actividades donde ellos participaran y organizaran conferencias, charlas, talleres así como aquellas organizadas bajo la coordinación de la jefatura del departamento. Se llevaron a cabo algunas pero en su mayoría por la iniciativa particular de algún profesor. Ahora, bajo otra perspectiva, nos proponemos continuar pero con la participación de todos los que integran esta cátedra. Una primera actividad es la publicación que hoy los hacemos llegar y que tiene como finalidad promover a la Matemática: crecimiento histórico, logros actuales, personajes importantes, alcances y actividades sociales que se generan a su alrededor, entre otros aspectos. Aspiramos, con mucha fe, lograrlo.

Reflexiones

Toda persona debe buscar vivir con la verdad. Los datos falsos pueden provocar que el individuo cometa errores estúpidos o impedir asimilar datos verdaderos. Cualquier persona puede resolver los problemas de la existencia cuando tiene datos verdaderos, pues nadie es más infeliz que aquel que trata de vivir en un caos de mentiras. Si una persona está rodeada de individuos que le mienten, se le está induciendo a cometer errores y su potencial de sobrevivencia se le reduce. Los datos falsos pueden surgir de muchas fuentes: académicas, sociales, profesionales, para citar algunas. Hay personas que tratan de inducir a otras a que crean en las ideas que a ellas en particular les convienen.

No se debe hacer a los otros lo que no se quiere que le hagan a uno: El camino a la felicidad está cerrado para aquellos que no se auto reprimen por cometer actos dañinos. La felicidad se alcanza cuando se emprenden actividades que valgan la pena; al violar los límites del camino que conduce a ella, el resultado puede ser la ruina de un momento, de una relación o de una vida.

Se puede sentir que es tarde para hacer algo al respecto pero siempre hay un punto en este camino en que se puede trazar uno nuevo e intentar seguirlo.

*Consideraciones de la **Doctora Liliane Somogyi** sobre las ideas expresadas por el fallecido filósofo estadounidense **Ronald Hubbard** en su libro **"El camino a la felicidad"**, aparecidas en el diario El Carabobeño, pág. 1-6 del Lunes, 27-01-2003.*

EL CÁLCULO FUE INEVITABLE

Autor: John L Troutman, Profesor de Matemáticas de la Universidad de Siracusa (EE. UU.)

Hoy día se acredita la invención del Cálculo a Isaac Newton (1642-1727) y a Gottfried Leibniz (1646-1716). Sin embargo cuando sus respectivas publicaciones vieron la luz separadamente (alrededor de 1685), se estableció una fuerte controversia sobre quién fue realmente el creador. Parte de la razón de la controversia reside en que cada uno había hecho su trabajo antes (Newton en 1669, Leibniz un poco después). Otra parte es la rivalidad que existía entre los científicos ingleses (partidarios acérrimos de Newton) y los del continente, que respaldaban a Leibniz. Pero lo más importante fue sencillamente que el mundo científico estaba ya maduro para el florecimiento del Cálculo. De hecho, aun cuando ninguno de esos dos matemáticos hubiera nacido, parece seguro que se hubieran establecido los principios del Cálculo al final del siglo XVII, incluyendo el teorema fundamental.

El nacimiento del Cálculo fue una exigencia del espíritu filosófico de los tiempos. Los filósofos de la naturaleza habían creído desde antiguo que el universo estaba construido de acuerdo con principios matemáticos comprensibles, aunque estaban en desacuerdo sobre cuáles eran y cómo había que formularlos. Por ejemplo, la escuela pitagórica (aproximadamente del año 600 a. C.) sostenía que todo estaba construido sobre los números racionales. De ahí su consternación al descubrir que se podían construir entidades como $\sqrt{2}$. Después, los astrónomos primitivos anunciaron que los cuerpos celestes se movían en órbitas circulares con centro en la Tierra, y más tarde que la Tierra debía ser una esfera perfecta como reflejo de la divina mano de su Creador. Ambas afirmaciones eran falsas y, ya en 1612, Kepler explicó por qué. Galileo (1564-1642) anunció que la distancia recorrida por un cuerpo cayendo desde una posición en reposo es proporcional al cuadrado del tiempo y Fermat afirmó en 1657 que la luz se mueve según una trayectoria que minimiza el tiempo de recorrido. La cuestión estaba en cómo formular y demostrar matemáticamente esas leyes y, más sutil aún, qué clase de matemáticas se necesitaban para describir esos fenómenos.

Ya en la antigüedad (hacia el año 450 a. C), Zenón advirtió, en forma de paradojas, contra especulaciones precipitadas sobre fenómenos cuyo análisis requiere procesos infinitos. En particular, "demostró" que el movimiento es imposible si el tiempo consta de instantes indivisibles y, recíprocamente, que recorrer una cierta distancia es imposible si la longitud puede subdividirse infinitamente. Así, aunque los científicos y filósofos del siglo XVII pudieran enunciar sus principios, era evidente que debía existir un considerable grado de sutileza matemática para sostenerlos (lo que de hecho, requirió otros dos siglos para su clarificación).

Para entender mejor cómo se desarrollaron las matemáticas, debemos examinar los intentos previos de resolver los dos problemas gemelos clásicos que motivaron el nacimiento del Cálculo: Hallar la tangente a una curva plana en un punto y calcular el área bajo una curva. El propio Newton reconoció que su punto de vista era consecuencia de "estar de pie sobre hombros de gigantes". ¿Cuáles fueron esos gigantes y cuál su contribución? Primeramente estaban los esfuerzos de los matemáticos griegos, principalmente Eudoxo, Euclides y Arquímedes, de los cuales vienen los conceptos de área y tangencia, entre los años 400 y 200 a. C. Desarrollaron ejemplos clásicos, como la tangente a una circunferencia y el área bajo una parábola. Los matemáticos árabes e hindúes extendieron el sistema de numeración y el lenguaje formal del álgebra hacia 1300 d. C., pero no fue hasta los tiempos de Newton en que se combinaron los métodos del álgebra y la geometría para dar lugar a la geometría analítica de René Descartes (1596-1650).

La esencia de la geometría analítica está en darse cuenta de que una curva se puede considerar como el lugar de los puntos cuyas coordenadas satisfacen una cierta ecuación algebraica. Esto suministró una potencial exactitud numérica a las construcciones geométricas, así como a la posibilidad de dar demostraciones geométricas de enunciados algebraicos. Puesto que la geometría euclídea era aceptada como la única matemática digna de confianza, fue esta última dirección la que se siguió con más frecuencia. Ésta fue la dirección que tomaron en el siglo XVII de Roberval, Fermat, Cavalieri, Huygens, Wallis y otros, incluso el maestro de Newton en Cambridge, Isaac Barrow (1630-1677). Estos gigantes, como Newton les llamaba, obtuvieron las ecuaciones de las tangentes a las curvas Polinómicas del tipo $y=x^n$, con $n=1, \ldots, 9$; así como fórmulas para áreas bajo ellas. También estudiaron los casos de otras curvas definidas geométricamente, como la espiral y la cicloide.

En el análisis de la tangencia, Barrow usó, para aproximar el problema, los mismos triángulos infinitesimales de lados $\triangle x$, $\triangle y$, $\triangle s$, que se usan ahora en exposiciones estándar del Cálculo. Cavalieri trató de "contar" un número infinito de paralelas equidistantes, para hallar el área. Se sabía que, en caso particulares, esos problemas tenían una relación y que eran equivalentes, respectivamente, a los problemas cinemáticos de caracterizar la velocidad y la distancia recorrida durante un movimiento, problemas que desafiaban directamente las paradojas de Zenón.

La tarea que le quedaba a los matemáticos era darse cuenta de la generalidad subyacente a esas construcciones específicas y diseñar una notación para representar los resultados. Esto fue lo que lograron independientemente Newton y Leibniz. El primero, desconfiando de los razonamientos de paso al límite requeridos, no divulgó sus propias contribuciones hasta que no las comprobó geométricamente. El segundo fue menos cauto. Sin embargo, como hemos dicho antes, hacia 1670 era inevitable que alguien hiciera el trabajo.

Lo que el Cálculo ha suministrado es un lenguaje matemático que, por una parte, usa la noción de derivada para describir las tasas de cambio que se utilizan para caracterizar diversos procesos físicos (como la velocidad). De otra parte, mediante la noción de integral, prueba cómo entidades macroscópicas (como el área) pueden surgir de combinar adecuada elementos microscópicos. El teorema fundamental del cálculo (que afirma que esas son operaciones inversas) suministra un método exacto de pasar de un proceso de descripción al otro. Finalmente, la posibilidad de relacionar los resultados de procesos de límite mediante fórmulas algebraicas sencillas, permite usar correctamente el Cálculo, conservando el escepticismo sobre su fundamentación. Esto ha hecho posible que las aplicaciones hayan avanzado mientras los matemáticos han buscado una base axiomática apropiada.

Nuestra era tecnológica actual atestigua el éxito de esta búsqueda y el valor del Cálculo.

Tomado de: **BRADLEY, G. L. y SMITH, K. J.** (1998). *"Cálculo de una Variable"*. Volumen 1.(Pp. 94 - 95) PRENTICE HALL. Título original en inglés: Calculus. Traducción: Profesor José Luis Vicente Córdova. Revisión técnica: Pedro Paúl Escolano. Impreso en Madrid, España.

NOTAS HISTÓRICAS

Sistema Numérico

Nuestro sistema numérico ha evolucionado a lo largo de un periodo largo de tiempo. Se le llama el sistema *hindú-árabe* porque hay indicios de sus orígenes en los hindúes de Bactria (ahora en Afganistán). Mas tarde, en el año 700 d. C., los árabes invadieron la India. Ellos usaron y modificaron el sistema de numeración hindú y lo exportaron a la civilización occidental. El hindú Brahmagupta enunció las reglas para operar con números positivos y negativos en el siglo VII d. C. Hay indicios de que los chinos conocían los números negativos hacia el año 200 a. C. De otro lado, el matemático occidental Girolamo Cardano (1501 - 1576) llamaba absurdos a números como -1 en 1545.

El Sistema de Coordenadas

El sistema de coordenadas cartesianas toma su nombre del matemático francés René Descartes. La Tradición cuenta que se le ocurrió la idea del sistema de coordenadas estando acostado, observando una mosca que se movía en el techo de la habitación. Se dio cuenta que se podía describir la trayectoria de la mosca sabiendo qué relación existía entre las distancias de la mosca a cada una de las paredes.

Hoy en día no es novedad utilizar el *sistema de coordenadas cartesianas* para ubicar un punto en el plano mediante dos números, uno que corresponde a un eje horizontal o de las *abscisas* y el otro a un eje vertical o de las *ordenadas*, y que ambos conforman lo que se denomina *coordenadas del punto.*

Esta idea de sistema de coordenadas liga estrechamente a dos ramas de la matemática, el álgebra y la geometría, para formar lo que se llama geometría analítica. La geometría analítica plana trata de las figuras del plano que se pueden describir mediante una ecuación de dos variables.

¿Por qué *"Cartesiano"*?

Como el apellido Descartes en latín se escribe *"Cartesius"*, precisamente por esta situación se llamó *"Cartesiano"* al sistema por él propuesto.

DE INTERÉS DIDÁCTICO

¿Qué es el Cálculo?

Para responder esta pregunta se debe comenzar afirmando que el Cálculo es la reformulación de las matemáticas elementales mediante el uso de procesos de límite. Si no se está familiarizado con la noción de límite, esta respuesta por ahora, le resultará muy poco clarificadora. Desde un punto de vista elemental, cabe pensar en el Cálculo como una "máquina de límites" que genera fórmulas nuevas a partir de las conocidas. En efecto, el estudio del Cálculo implica tres niveles distintos de matemáticas: El Precálculo (longitud de un segmento recto, área de un rectángulo, etc.), el proceso de límite al que se ha hecho referencia y nuevas formulaciones en versión de cálculo (derivadas, integrales, etc.)

Algunos alumnos pretenden estudiar el Cálculo como si se tratase de una simple colección de fórmulas nuevas, lo que es inadecuado. Cuando los estudiantes reducen el Cálculo a la memorización de fórmulas de derivación e integración, pierden buena parte de comprensión, confianza en sí mismos y satisfacción.

DEFINICIONES MATEMÁTICAS

Algoritmo: Procedimiento mecánico para efectuar un cálculo o resolver un problema en una sucesión de etapas. Un ejemplo es el método corriente de división por etapas. Otro es el *Algoritmo de Euclides* para hallar el máximo común divisor de dos números enteros positivos.

Curva abierta: Curva cuyos extremos no se encuentran, como la parábola o la hipérbola.

Conjunto abierto: Conjunto definido por límites no incluidos dentro del mismo. El conjunto de los números racionales mayores que 0 y menores que 10, o el conjunto de los puntos interiores de un círculo pero sin incluir a la circunferencia, son ejemplos de conjuntos abiertos.

Intervalo abierto: Conjunto de números entre dos números dados, llamados extremos, sin incluir a estos. Por ejemplo, los números reales mayores que 1 y menores que 4,5. El intervalo abierto entre dos números reales a y b se escribe de las siguientes maneras: (a, b) o $]a, b[$. Sobre una recta numérica es costumbre que los extremos de un intervalo abierto se rodeen con un círculo.

ERRAR ES UN PLACER

El título de esta columna corresponde al del libro de ***Eduardo Mancera Martínez***, publicado por ***Grupo Editorial Iberoamérica S. A. de C. V.*** y cuyo título completo es ***"Errar es un placer. El uso de los errores para el desarrollo del pensamiento matemático".***

Señala el autor en la introducción, entre otras cosas, lo siguiente: "Generalmente los errores son aspectos que se tratan de evitar en las conversaciones y los trabajos científicos; entre matemáticos los errores son frecuentemente tema de sorna o inicio de desprestigio; entre maestros de matemáticas, son preocupación y tabú, pero en las computadoras es más divertido equivocarse que hacer las cosas bien ... Los errores son fuente de conocimiento que podemos explotar para profundizar en el pensamiento matemático, esto no es nuevo, ha sido el motor del devenir matemático ... la matemática en particular, ha podido avanzar gracias a los errores cometidos por diversos personajes, los descubrimientos no se realizan de una vez y para siempre, son aproximaciones al conocimiento que tienen sentido en una época, en una etapa del desarrollo de la humanidad. Por ello es posible que lo descubierto hoy sea mejorado posteriormente ... que se haya planteado cierto conocimiento da pie para que se profundice en él ... Diofanto, Stevin, Descartes, Mc Laurin, Euler, D'Alambert, Carnot, Laplace e incluso Cauchy rechazaron como válidos a los números negativos. Sin embargo, en la escuela básica estos se manejan como si fueran algo muy familiar. Los errores provocados por esas concepciones limitadas ahora resultan simplezas".

En conclusión, el error al hacer matemática se puede convertir en una herramienta para enseñar matemáticas. Por tal razón, recomendamos la lectura de este interesante libro.

TRABAJANDO EN CÁLCULO

CONSTRUYENDO LA DEFINICIÓN DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

El concepto de entorno

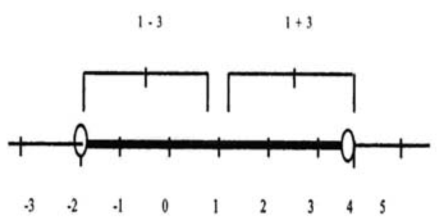
Entorno de un punto: Sea k un número real cualquiera y δ un número real positivo. Se define como entorno de radio δ y centro k al intervalo abierto $(k-\delta, k+\delta)$. Este conjunto puede ser denotado por $E_\delta(k)$.

Considérese el entorno $E_3(1)$. Si se tiene un $x \in E_3(1)$, entonces la distancia entre x y 1 es menor que 3. Es decir: $|x-1| < 3$.

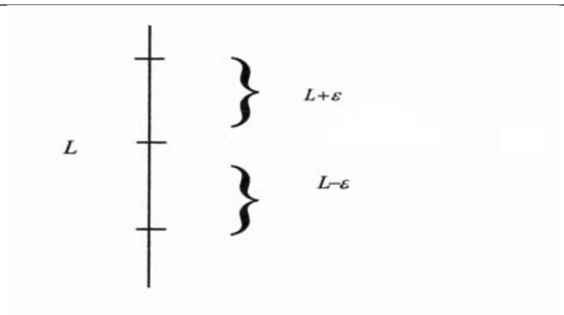
De igual manera, si un número x está separado de 1 una distancia menor que 3, entonces se debe considerar que $x \in E_3(1)$.

En conclusión, los puntos que pertenecen a cualquier entorno $E_\delta(k)$, van a ser aquellos puntos que se encuentran de k una distancia menor que δ. Como consecuencia de lo anterior, puede deducirse que si $\delta_1 < \delta_2$, entonces se tiene que: $E_{\delta_1}(k) \subset E_{\delta_2}(k)$.

Todo entorno puede ser representado gráficamente sobre una línea recta, horizontal o vertical:



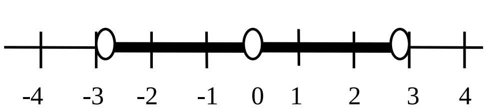
$E_3(1)$: Entorno del punto 1 y radio 3



$E_\varepsilon(L)$: Entorno del punto L y radio ε

Entorno reducido de un punto: Se define como ***entorno reducido*** de un punto k al conjunto formado por todas las $x \in R$ que están en un entorno de k, por ejemplo $E_\delta(k)$, pero que no incluye al propio k. Este tipo de entorno se denota por $E^*_\delta(k)$. De aquí que puede afirmarse que: $E^*_\delta(k) = E_\delta(k) - \{k\}$. En consecuencia, la distancia entre cualquier x perteneciente al entorno y k viene dada por $0 < |x-k| < \delta$.

Un ejemplo adecuado es $E^*_3(0)$, siendo su representación gráfica la siguiente:



$E^*_3(0)$

Prof. Rafael Ascanio H.

GALERÍA

Hay quienes defienden la posición de la existencia de la Matemática apenas apareció el Hombre sobre la faz de la Tierra. Basan este punto de vista en que el Hombre al relacionarse con la naturaleza, utilizó como *lenguaje operativo de comunicación* a la Matemática; y con el devenir de la historia, la transformó desde los iniciales elementos básicos, al edificio complejo en el que hoy está convertida. Otros, más deterministas, afirman que la Matemática existe por sí sola en la naturaleza y que el Hombre, por necesidad, ha tenido que descubrirla y transformarla muchas veces para poder utilizarla.

Tenga la razón uno u otro grupo, lo indudable es que en manos del Hombre ha estado la tarea de desarrollarla y de hacerla aplicable para el provecho de la Humanidad. Esta *Galería* incluida en nuestro *Homotecia*, será utilizada para homenajear a hombres y mujeres quienes se esforzaron en dar su particular aporte.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Filósofo, matemático y estadista alemán, considerado como uno de los mayores intelectuales del siglo XVII. Nacido en Leipzig. La contribución de Leibniz a las matemáticas consistió en enumerar los principios fundamentales del cálculo infinitesimal. Esta explicación se produjo con independencia de los descubrimientos del científico inglés Isaac Newton, cuyo sistema de cálculo fue inventado en 1666. El sistema de Leibniz fue publicado en 1684, el de Newton en 1687, y el método de notación ideado por Leibniz fue adoptado universalmente. En 1672 también inventó una máquina de calcular capaz de multiplicar, dividir y extraer raíces cuadradas. Es considerado un pionero en el desarrollo de la lógica matemática.

Sophie Germain (1776-1831)

Fue una de las primeras mujeres investigadoras de la historia de las matemáticas. En su tiempo no se admitía a las mujeres en las universidades de primera fila, y tampoco se las tomaba en serio, así que ella escribió en un principio bajo el seudónimo de Leblanc. Aunque el campo de trabajo de Germain fue la teoría de números, se le concedió el premio de la Academia Francesa por un artículo titulado *Memorias sobre vibraciones de las láminas elásticas*.

Isaac Newton (1642 - 1727)

Sir Isaac fue uno de los matemáticos más grande de su tiempo. Era un genio de primer orden, aunque distraído. Se cuenta de él la anécdota de que, cuando era pequeño, le mandaron hacer un agujero en la puerta de su casa para que los gatos pudieran entrar y salir. Hizo dos agujeros: Uno grande para los gatos adultos y uno pequeño para los recién nacido. Newton se consideraba más un teólogo que un físico o matemático. Estudió durante años las pistas sobre el fin del mundo y la geografía del infierno. Decía de sí mismo: "Me parece haber sido solamente un niño jugando en la playa y divirtiéndome encontrando guijarros cada vez más pulimentados y conchas cada vez más hermosas, mientras que el océano de la verdad permanecía ante mí sin descubrir".

Amalie "Emmy" Noether (1882-1935)

Se ha dicho que Emmy Noether ha sido la mujer más grande de la historia de las matemáticas. Una vez más vemos a una mujer que ha tenido que vencer grandes obstáculos para conseguir una educación. Cuando consiguió el grado de doctor en la Universidad de Erlangen (1898) el senado académico declaró que la admisión de mujeres estudiantes "subvertiría todo el orden académico". Emmy Noether es famosa por sus trabajos en física y matemáticas. En matemáticas abrió campos nuevos en la teoría de ideales. En 1921 publicó un artículo sobre teoría de anillos tan importante que, desde entonces, se llaman Anillos Noetherianos a una clase muy amplia de anillos. La teoría de anillos e ideales es objeto de estudio en Álgebra. No sólo era una investigadora de renombre, sino una excelente profesora. Se ha dicho que enseñaba improvisando la teoría sobre la marcha. Siempre estaba rodeada de estudiantes.

LOGROS ACADÉMICOS

El 28 de Noviembre del pasado año, se realizó en el Anfiteatro Alfredo Celis Pérez de nuestra ilustre Universidad de Carabobo, el Acto de Graduación de la XXXIX Promoción de Licenciados en Educación Mención Matemática integrada por los nuevos licenciados Betty Albert, Ángel Alcocer, Anihanyela Benitez, Marvis Bravo, Briseida Carmona, Rocío Castro, Dayana Esaa, Héctor Gil, José Gómez, Alix González, Yanibel González, Gabriela Guevara, Luis López, Ánderson Martínez, María Milena, Erika Navarro, Leila Neira, Yoli Pargas, Elisa Pereira, Eliexer Pérez, Yurani Rocha, Glamaris Sánchez, Jacson Silva y Rafael Tovar. Escogieron como Padrino de Promoción, al Profesor Rafael Ascanio. Previamente, el día 21 de Noviembre se realizó la Misa de Acción de Gracia en la Parroquia San Antonio de la Urbanización Prebo. También en esa fecha y en el salón de conferencias de la mencionada parroquia, el Profesor Félix Santamaría realizó la Última Clase, a la cual asistieron, además de los Graduandos con sus familiares y amigos, los Profesores Ivel Páez, María del Carmen Padrón, Nataly Bocaranda, Benito Aguilera, Luis Arenas, Próspero González, Rafael Ascanio, Porfirio Gutiérrez, Samir El Hamsra, Alexis Espinosa. Al final, graduandos, profesores y familiares disfrutaron de una amena velada. ¡Enhorabuena, muchachos y mucho éxito en sus carreras! Trabajen para construir a la nueva Venezuela.